Вычислительные проблемы моделирования природных и индустриальных процессов в Арктической зоне Российской Федерации

Чл-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной математики МФТИ

Игорь Борисович Петров,

petrov@mipt.ru

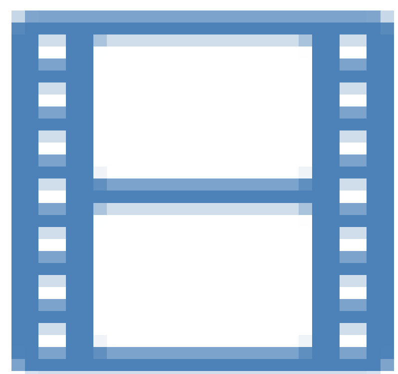
Вычислительные задачи Арктики

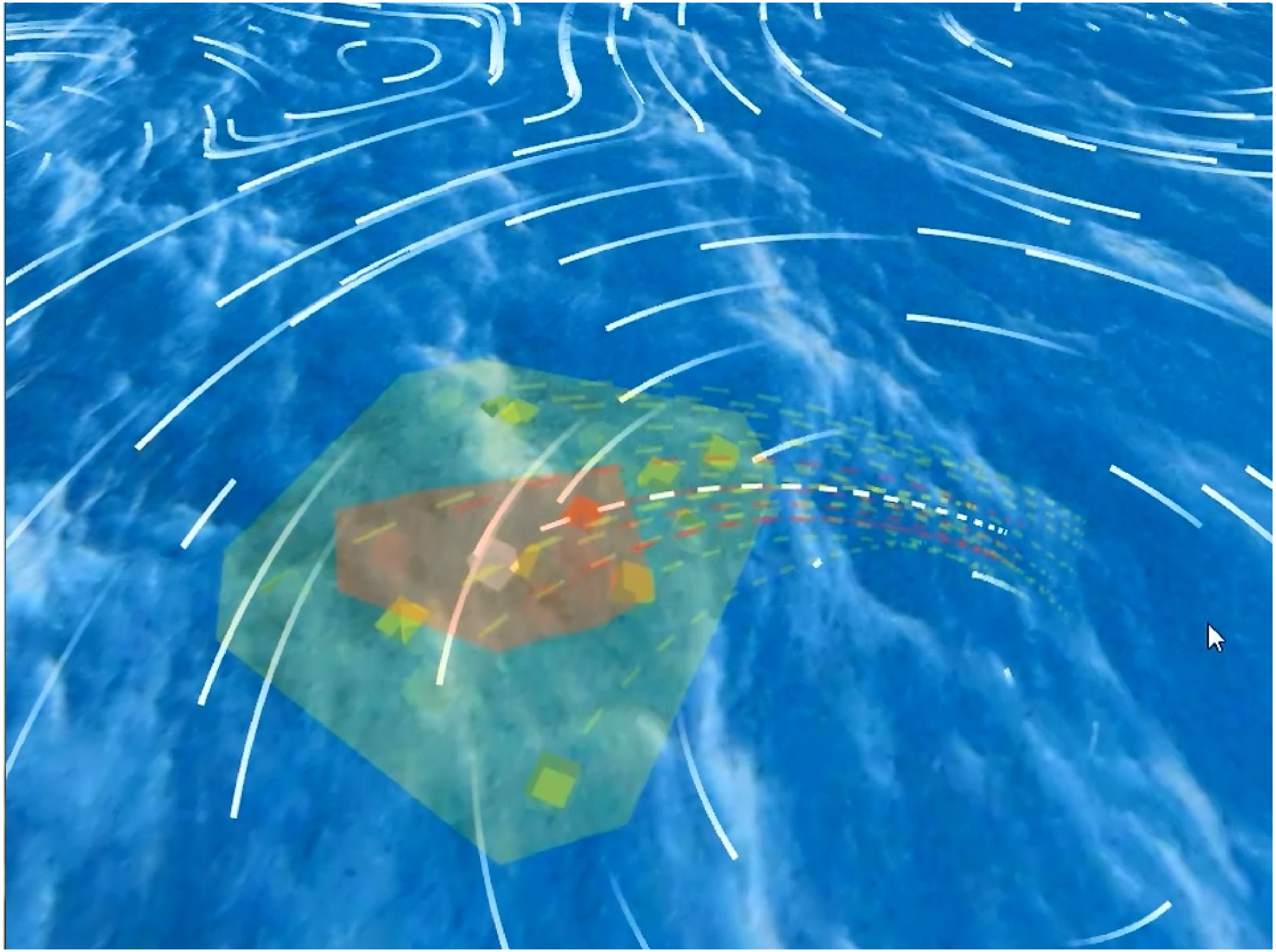
1. Прямые и обратные задачи сейсморазведки. Задачи миграции и инверсии.
2. Прямые и обратные задачи электроразведки;
3. Комплексные задачи сеймо- и электроразведки;
4. Расчет механических и прочностных характеристик льда, как твердого деформируемого тела;
5. Задачи миграции (дрейфа) крупных ледовых образований (КЛО);
6. Задачи безопасности морских стационарных ледостойких платформ (МСЛСП) и плавающих (якорных) платформ нефтегазовой промышленности при воздействии природных факторов (ЛО);
7. Задачи заторашивания МСЛП;
8. Моделирование процессов образования КЛО;
9. Расчет на прочность нефтегазо-проводов, наземных и поддонных;
10. Проблемы безопасного плавания судов ледового класса при наличии КЛО;
11. Посадка самолета на плавающую льдину (ледовое поле).

12. Расчет на прочность ледового покрытия при движении по нему транспортных средств.
13. Воздействия периодических и сейсмических нагрузок на технические сооружения в Арктике.
14. Климатические задачи Арктики.
15. Прогнозирование динамики ледовой обстановки с учетом обработки данных наблюдений в воздушном и водном бассейнах Арктики.
16. Обнаружение “метановых бомб” на Ямале.
17. Задачи геомеханики (расчет локализации контактных поверхностей в геологических средах).
18. Определение положения газоносных слоев вблизи скважины (задачи безопасности скважин).
19. Расчет поля температур в КЛО с учетом фазовых переходов, солнечной радиации и разрушения льда при их движении в Северных морях.
20. Расчет жизненного цикла ледового острова с учетом тепловых, радиационных и механических нагрузок.
21. Проблема связи в Арктической зоне РФ.
22. Проблема жизнеобеспечения в условиях низких температур.

Численное решение задач освоения Арктики

Миграция айсбергов





Миграция айсбергов в северных морях.

- Формулировка входных данных для расчета задачи о движении айсберга в северных морях.

 1. Исходная карта распределения айсбергов в Карском море или геометрические параметры ледника

 2. Упругие модули льда

 3. Прочностные характеристики льда

 4. Плотность льда

 5. Карты гидрометеорологических и ледовых условий по Карскому морю (течения, температуры воздуха, воды и т.д.)

 6. Геометрические размеры айсбергов Карского моря.

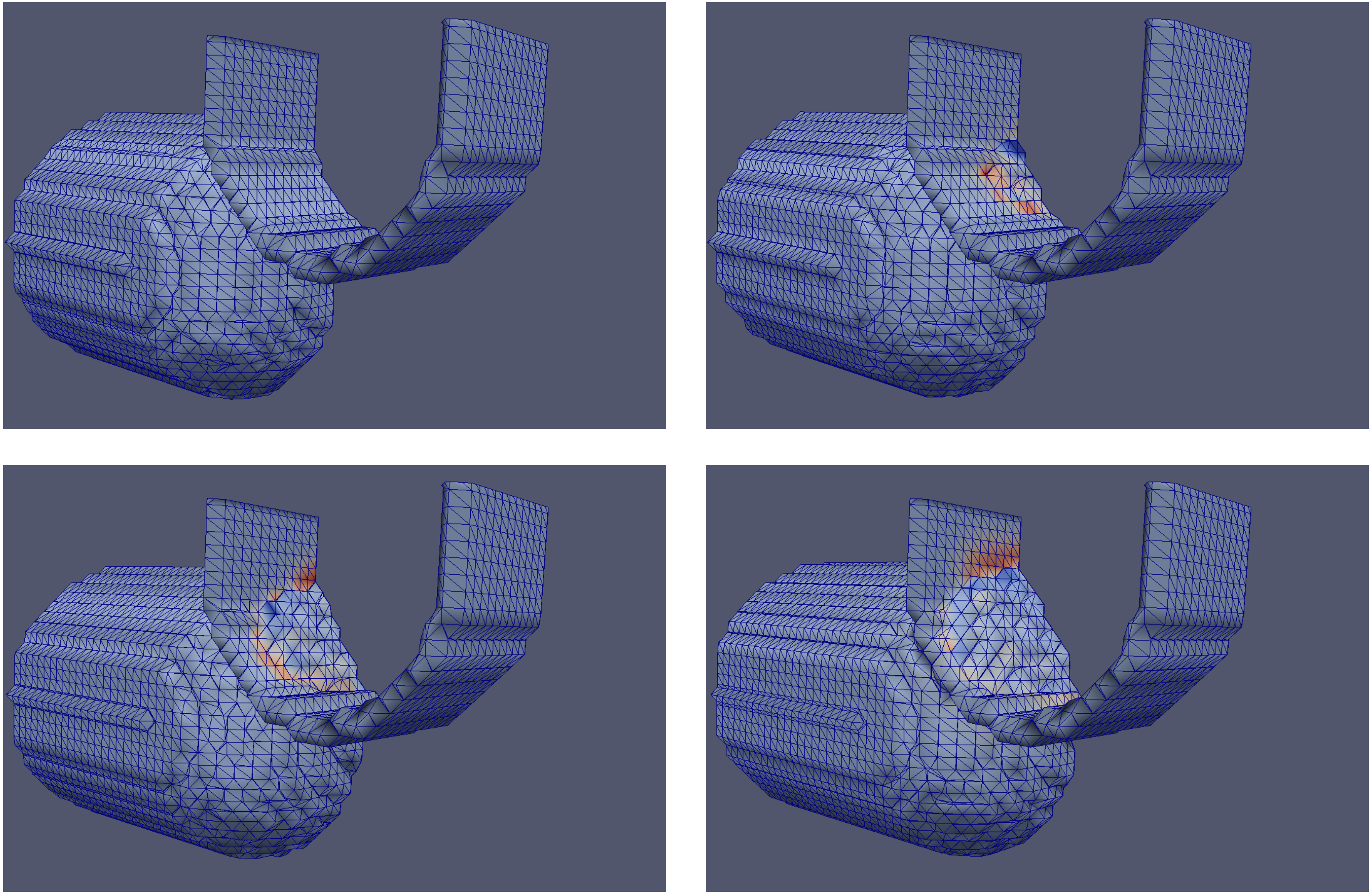
 7. Карта солнечной активности.

- Расчет движения айсбергов в северных морях.

Фотография повреждений корабля

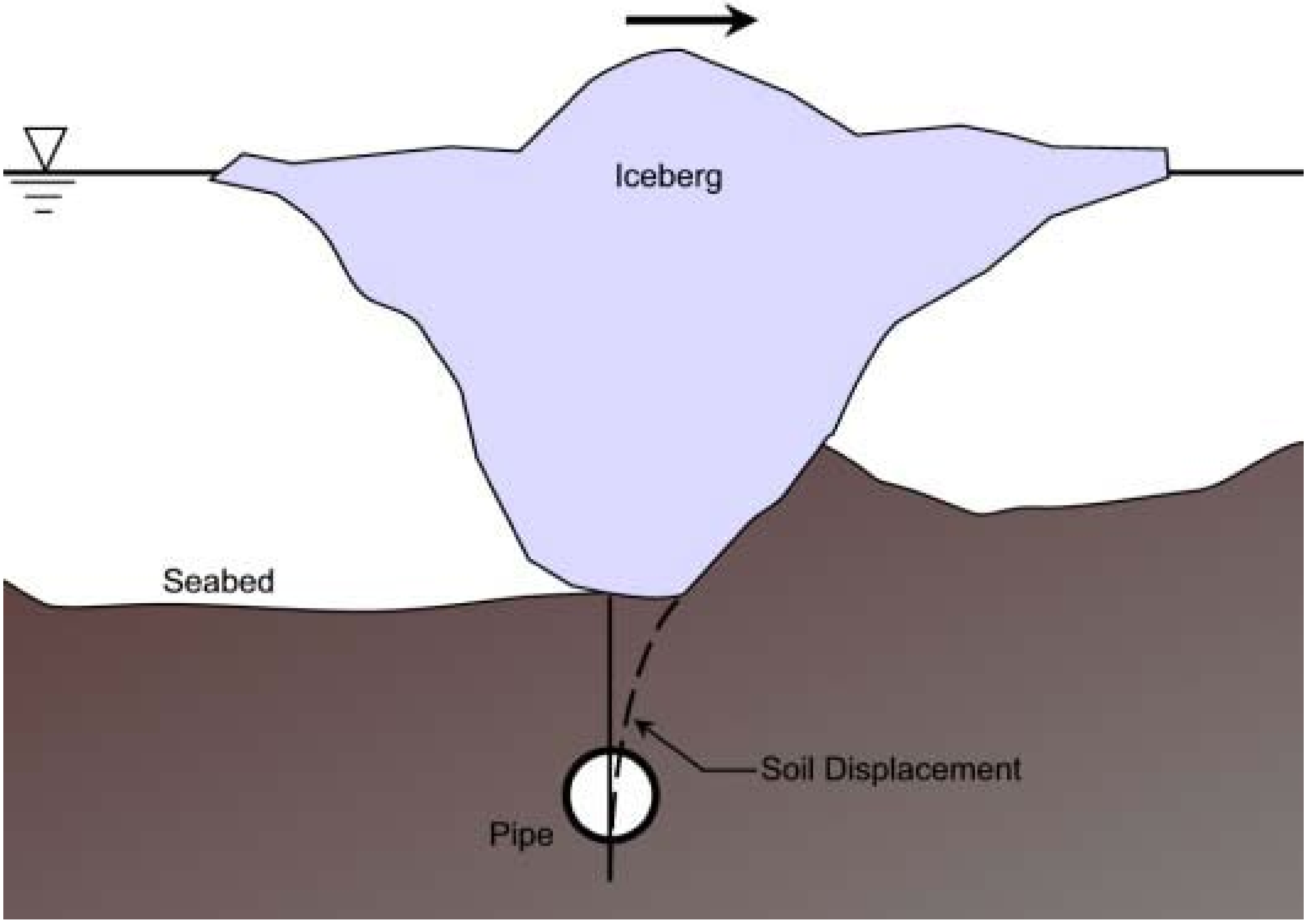
R.E. Gagnon, J. Wang Numerical simulations of a tanker collision with a bergy bit incorporating hydrodynamics, a validated ice model and damage to the vessel // Cold regions. Science and Technology, 2012.

Столкновение ледокола с торосом

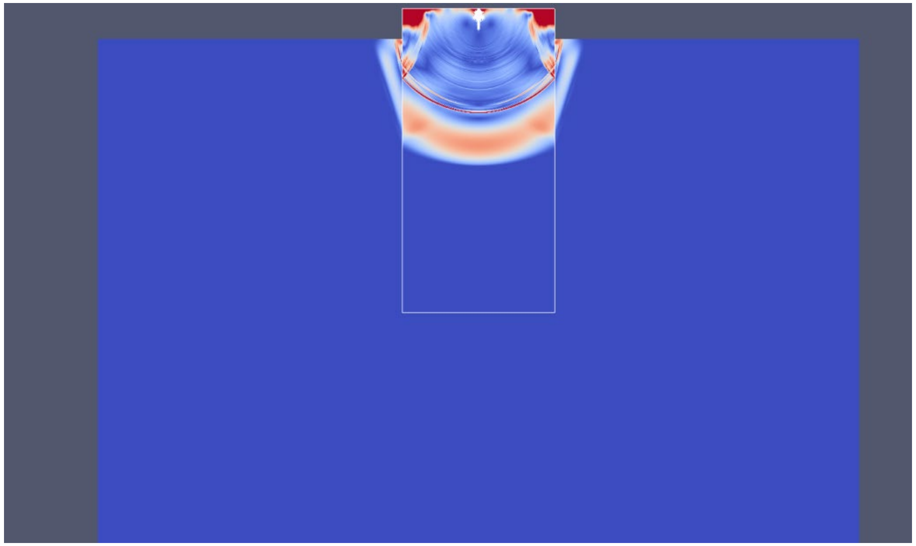


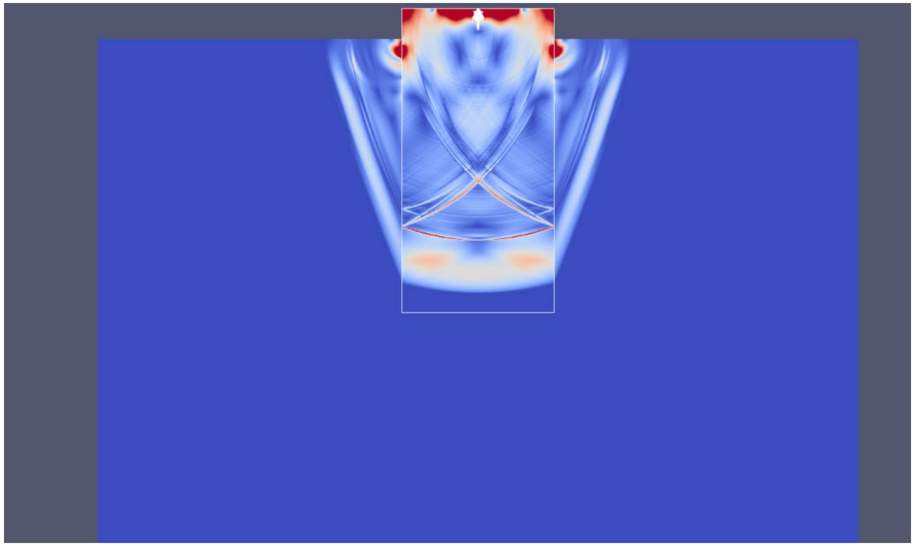

copypast.ru

Задача несколько сложнее, так как труба под слоем грунта: 1) киль деформирует грунт и передает деформацию через грунт (не доставая трубы); 2) киль деформирует грунт, затем задевает трубу;

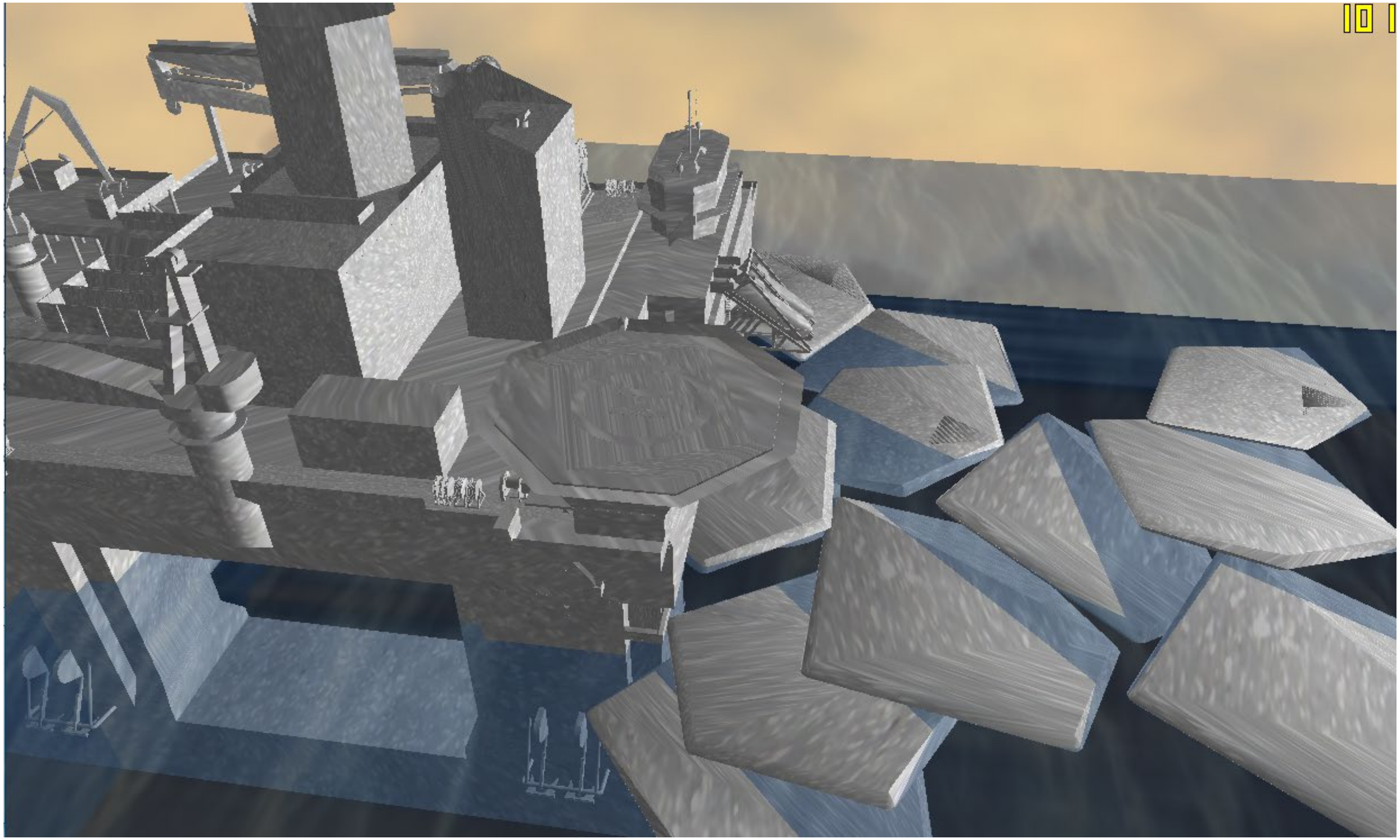


Разрушение айсберга под интенсивными динамическими воздействиями.

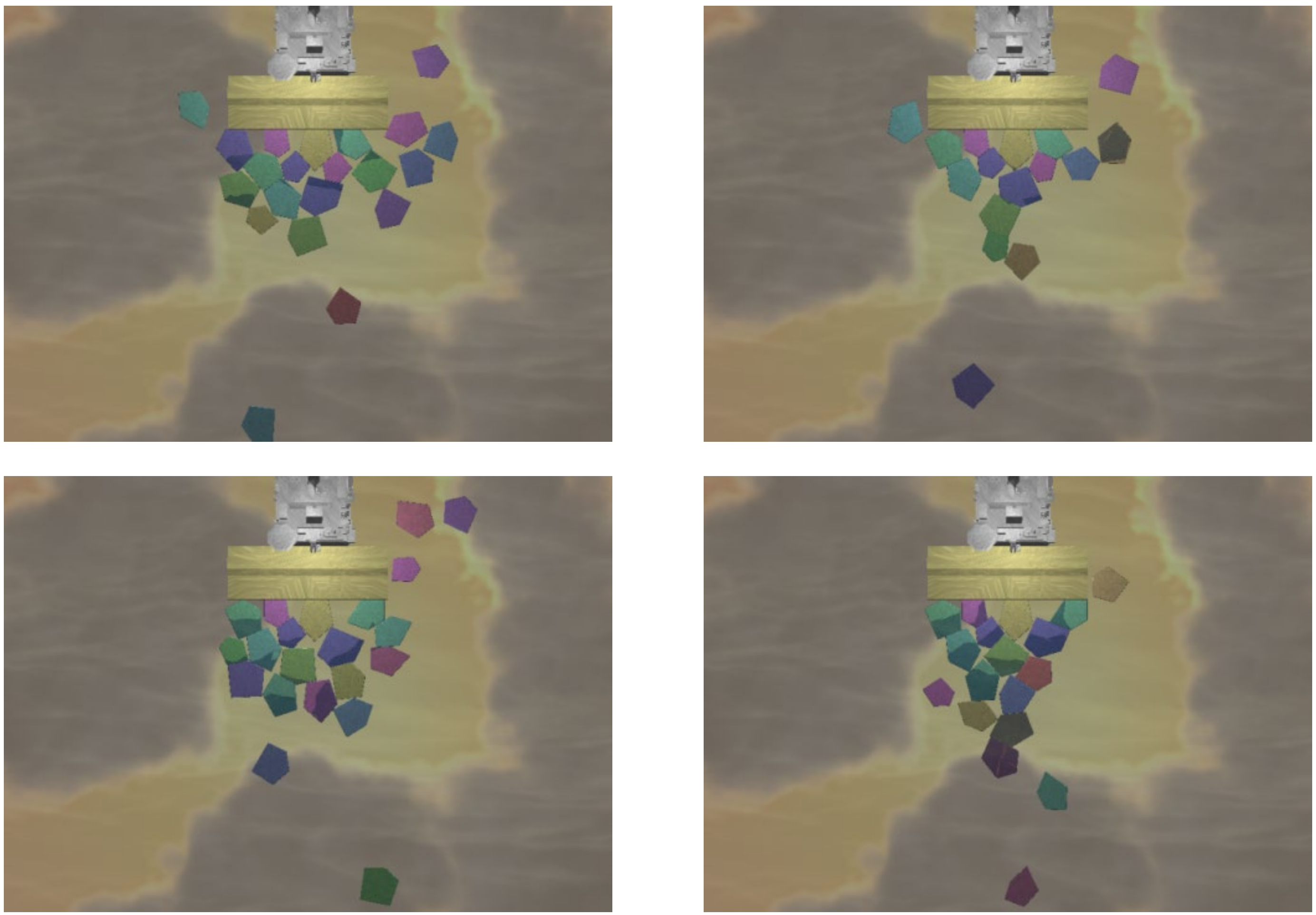




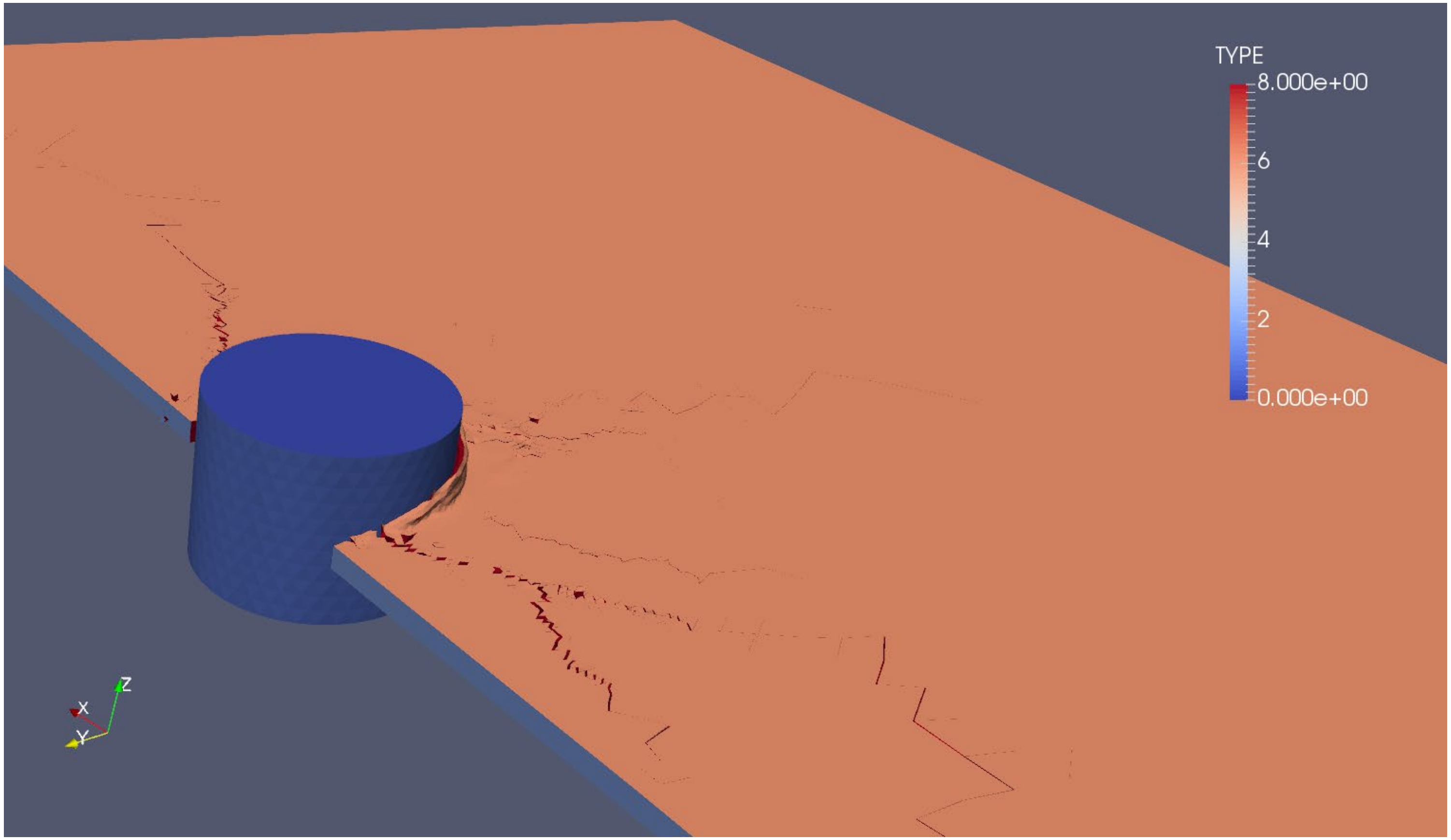
Торосы и нефтедобывающая платформа



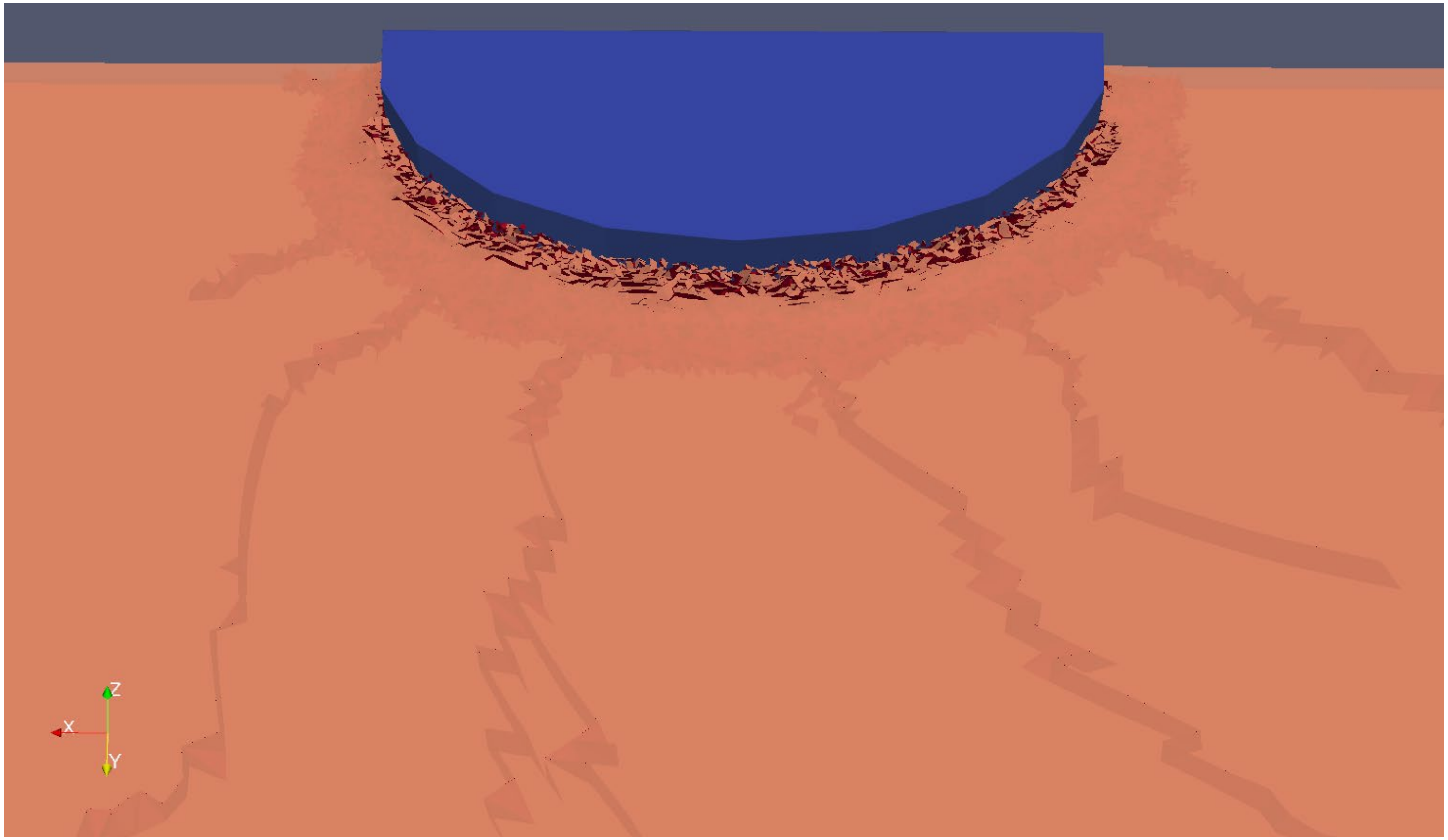
Торосы и нефтедобывающая платформа



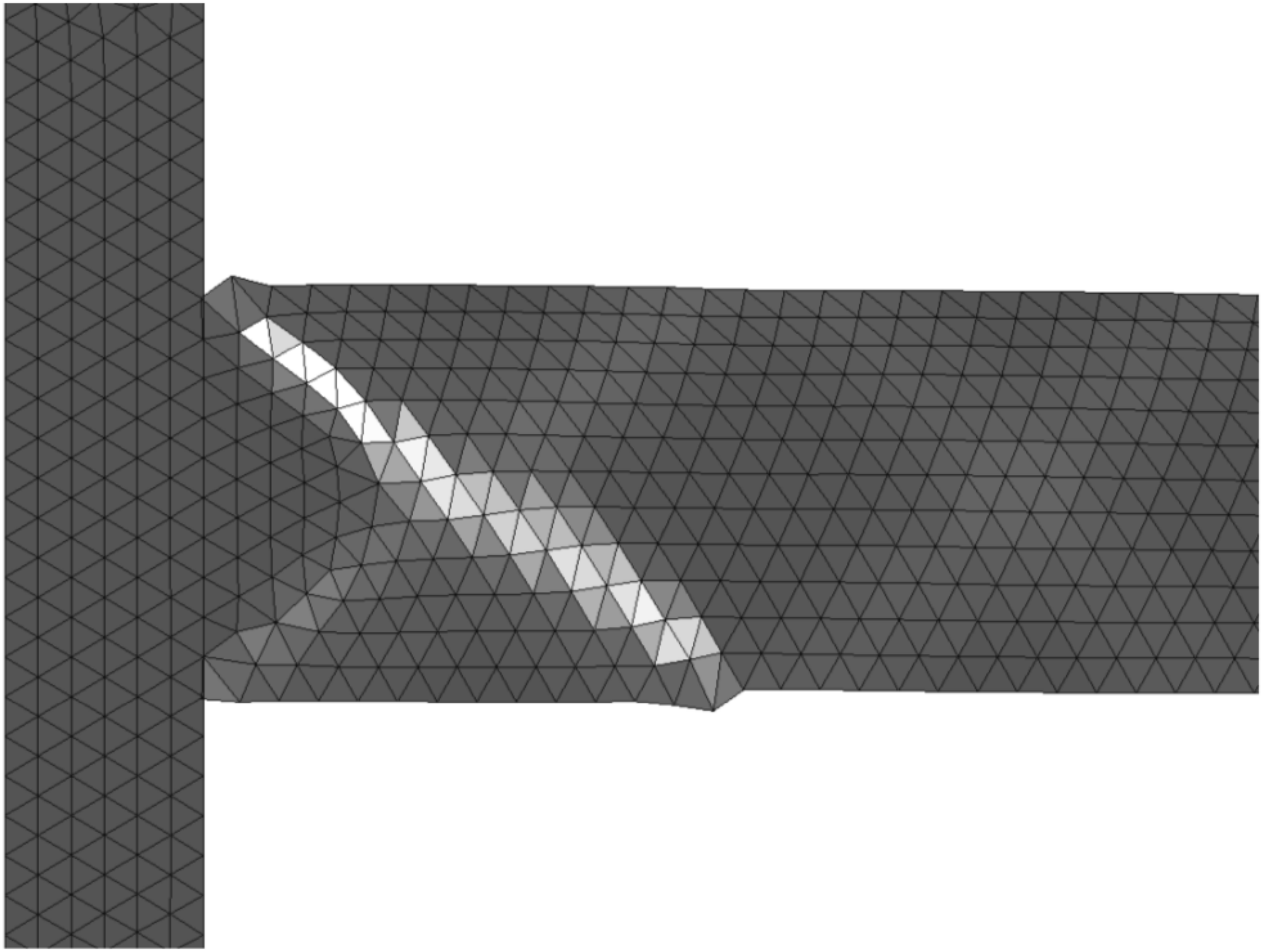
Прорезание стойки платформы ледяным полем



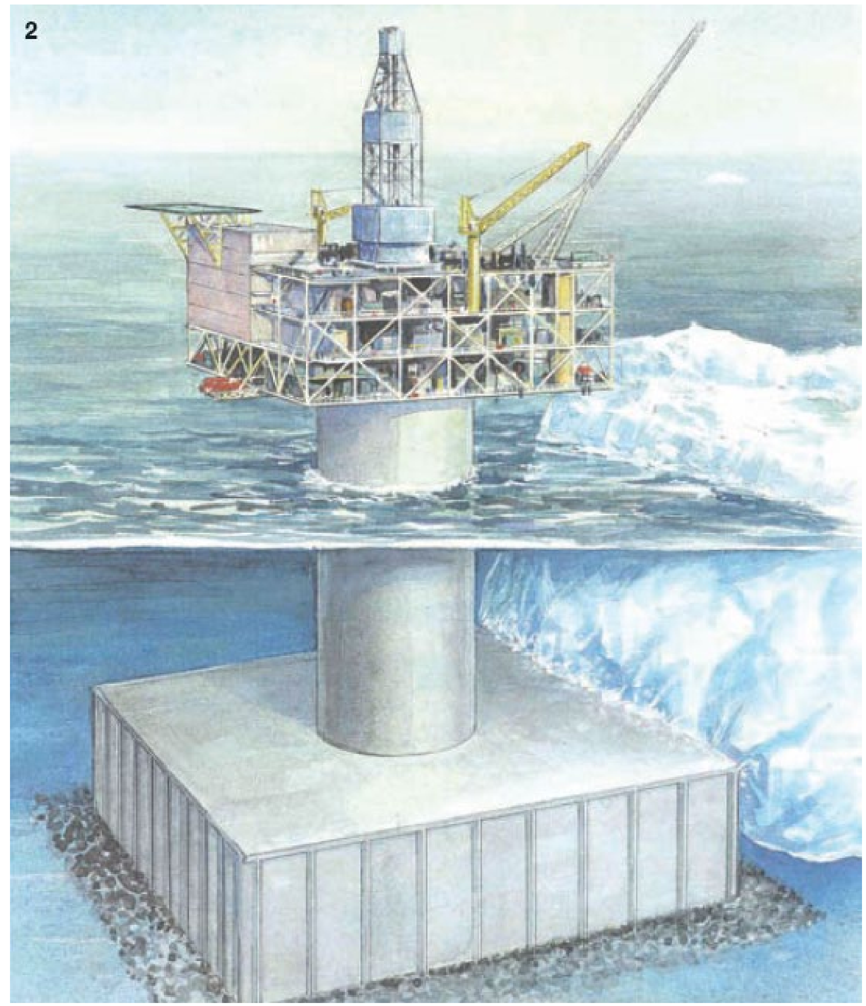
Прорезание стойки платформы ледяным полем



Iceberg collision with the stand of a fixed oil-extracting platform: plastic deformation value

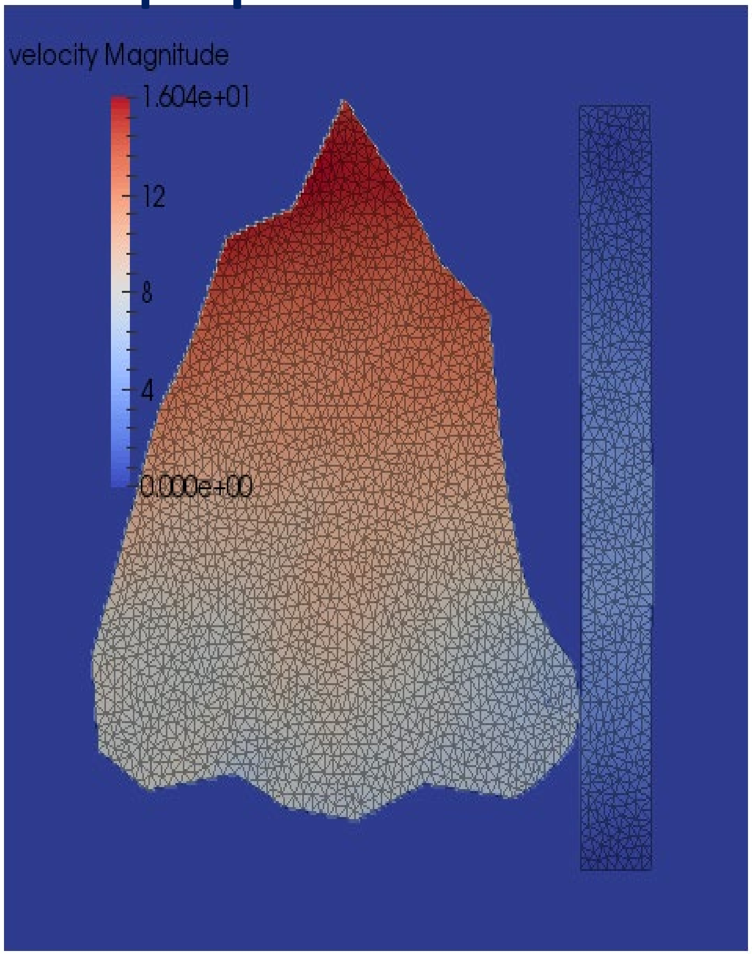


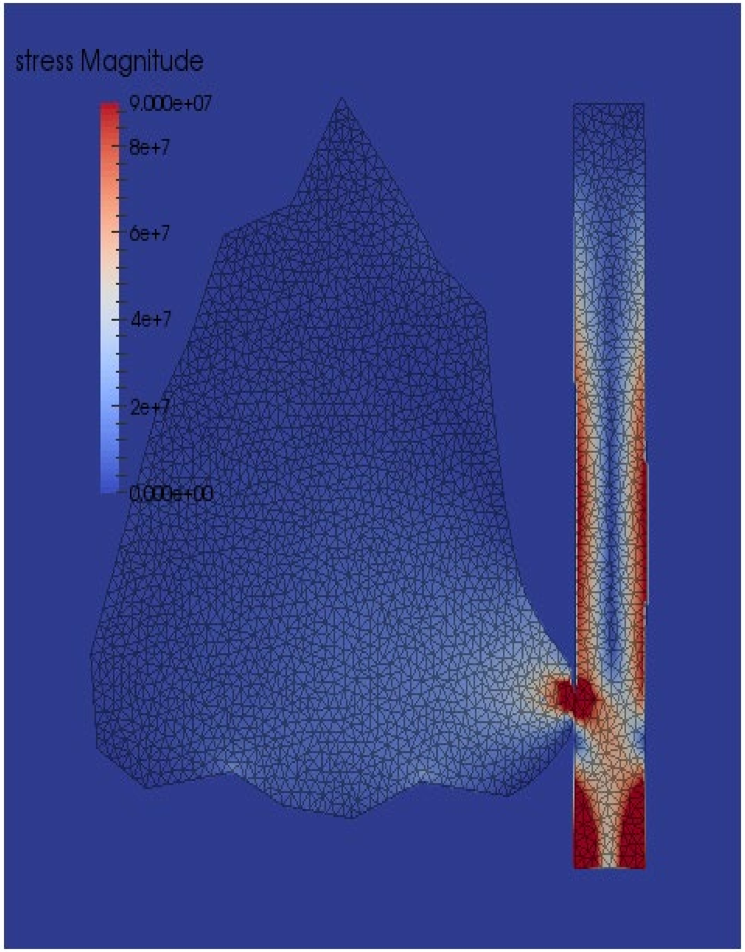
Столкновение айсберга со стационарной нефтедобывающей платформой

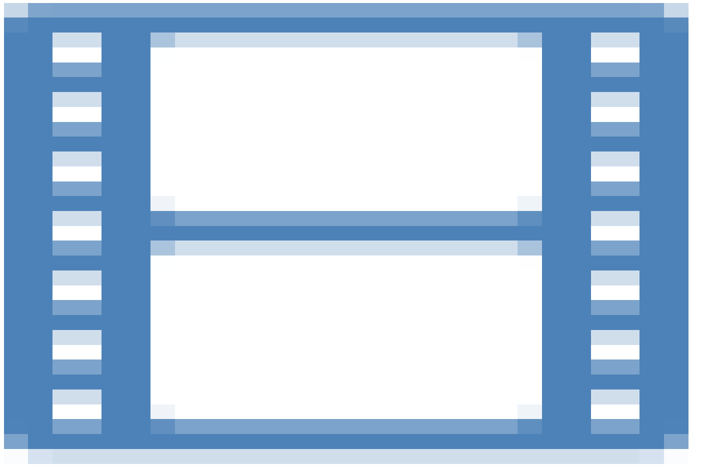


Источник: Arctic Capability Statement, Engineering Services, ARUP

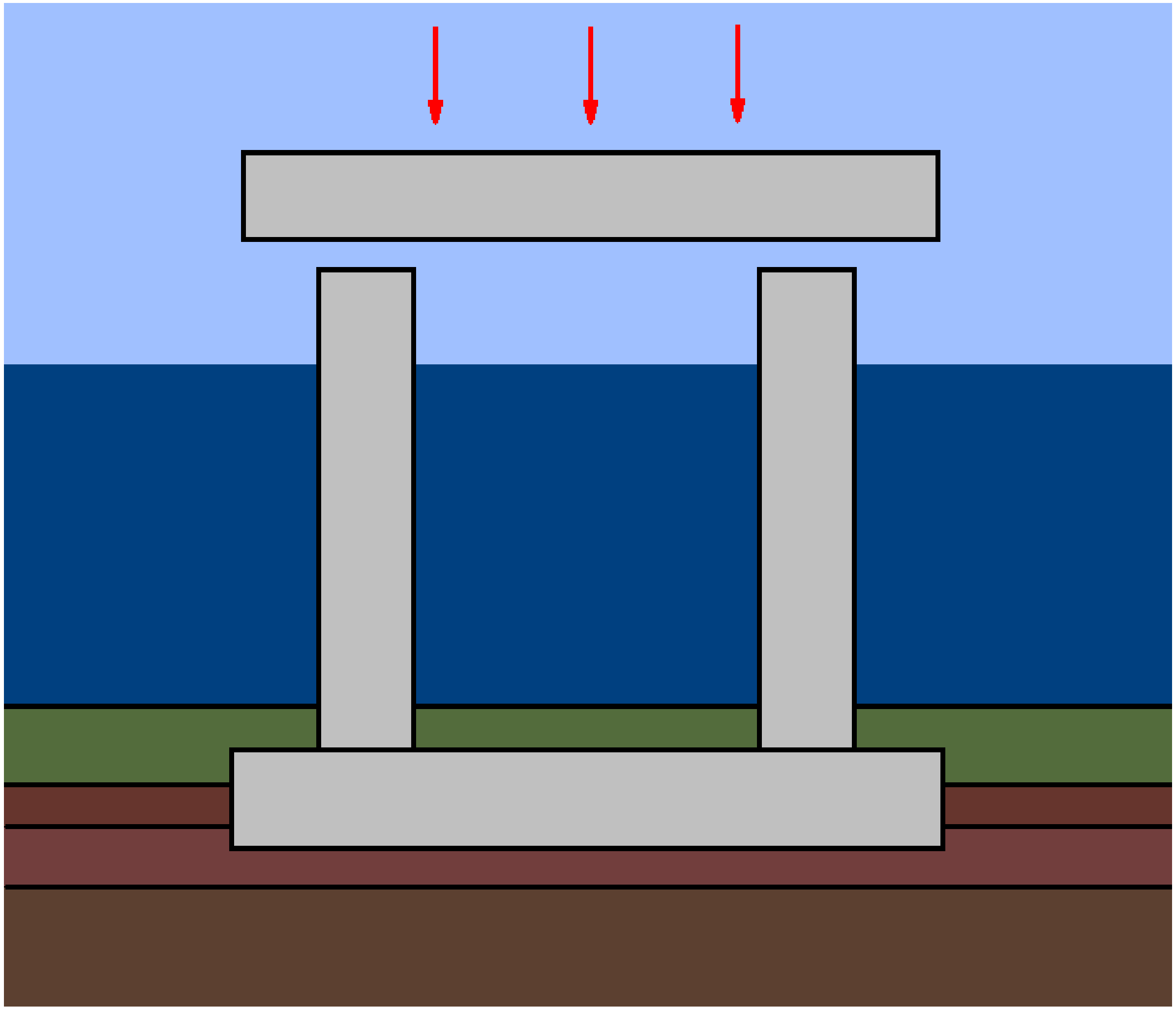
Столкновение айсберга со стойкой стационарной нефтедобывающей платформы







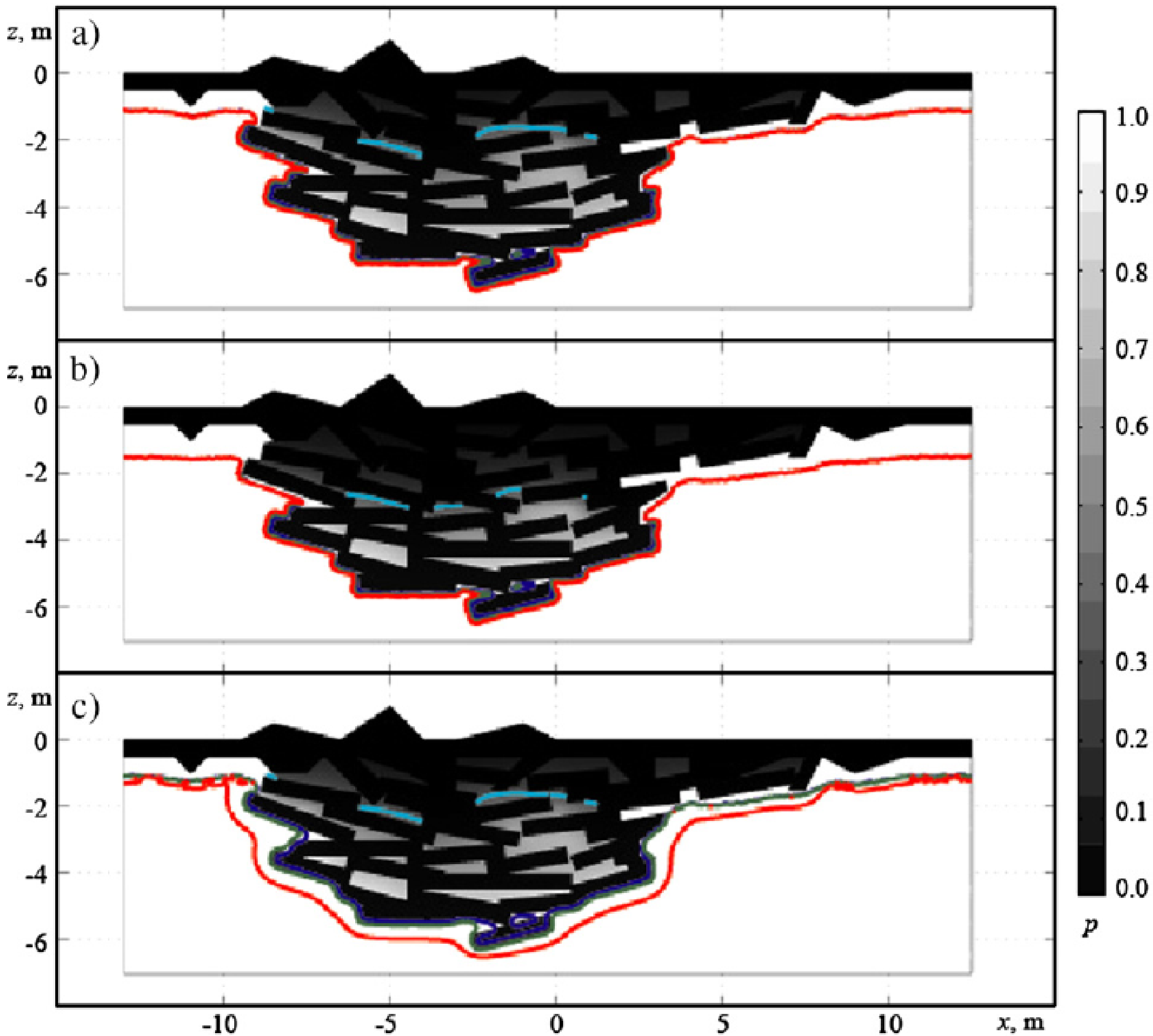
The calculation of the stress-strain state of the props of oil-extracting platform in a heterogeneous ground during installing this platform



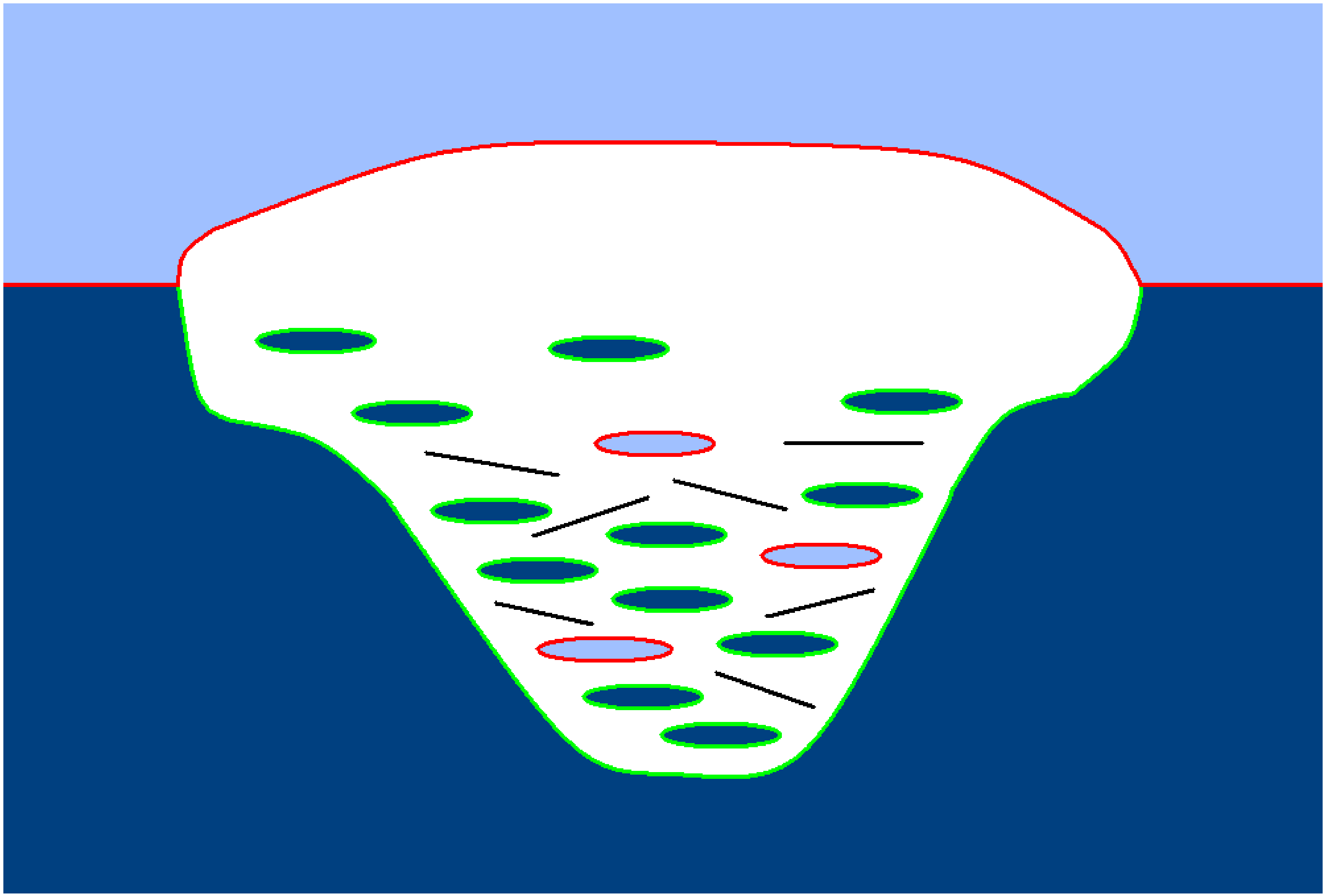

PETROBRAS-36

Строение торосов

A. Marchenko Thermodynamic consolidation and melting of sea ice ridges // Cold regions. Science and Technology, V. 52, N. 3, 2008.



Ледяное тело заданной формы с заданным распределением водонасыщенных и газонасыщенных полостей и трещин

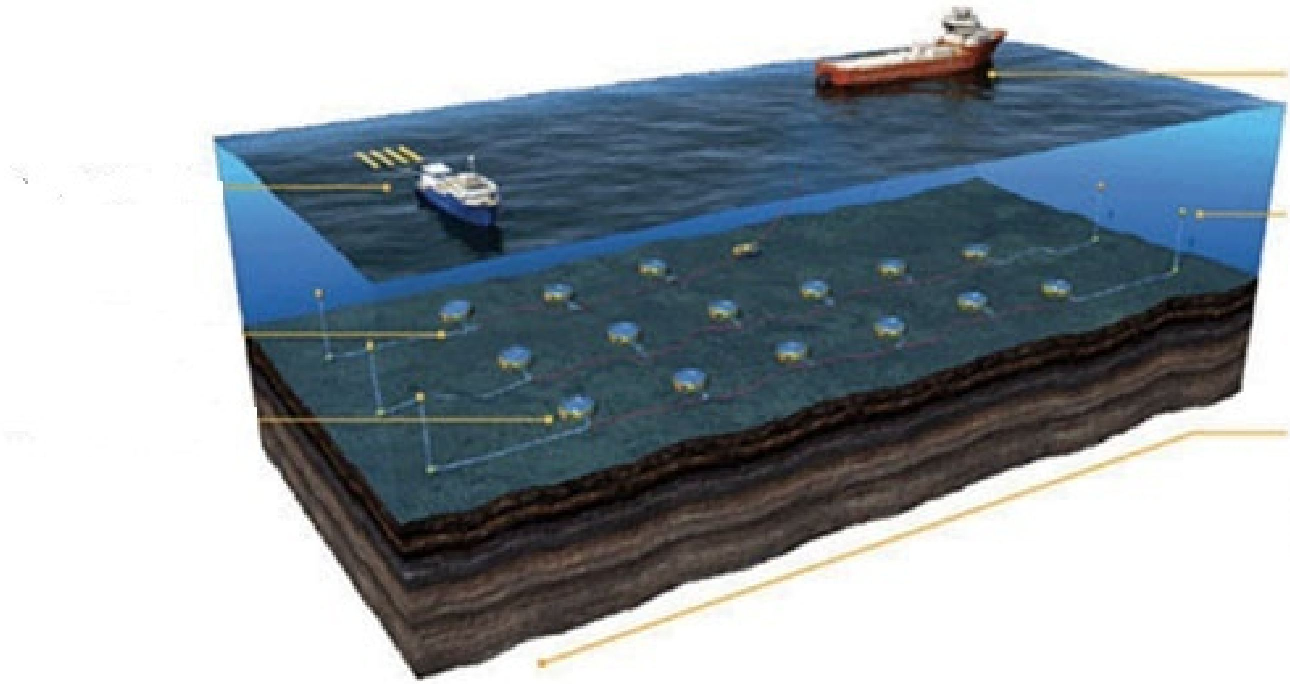


Решение задач сейсморазведки, в том числе морской, а также в условиях Арктики

Сейсморазведка - стример

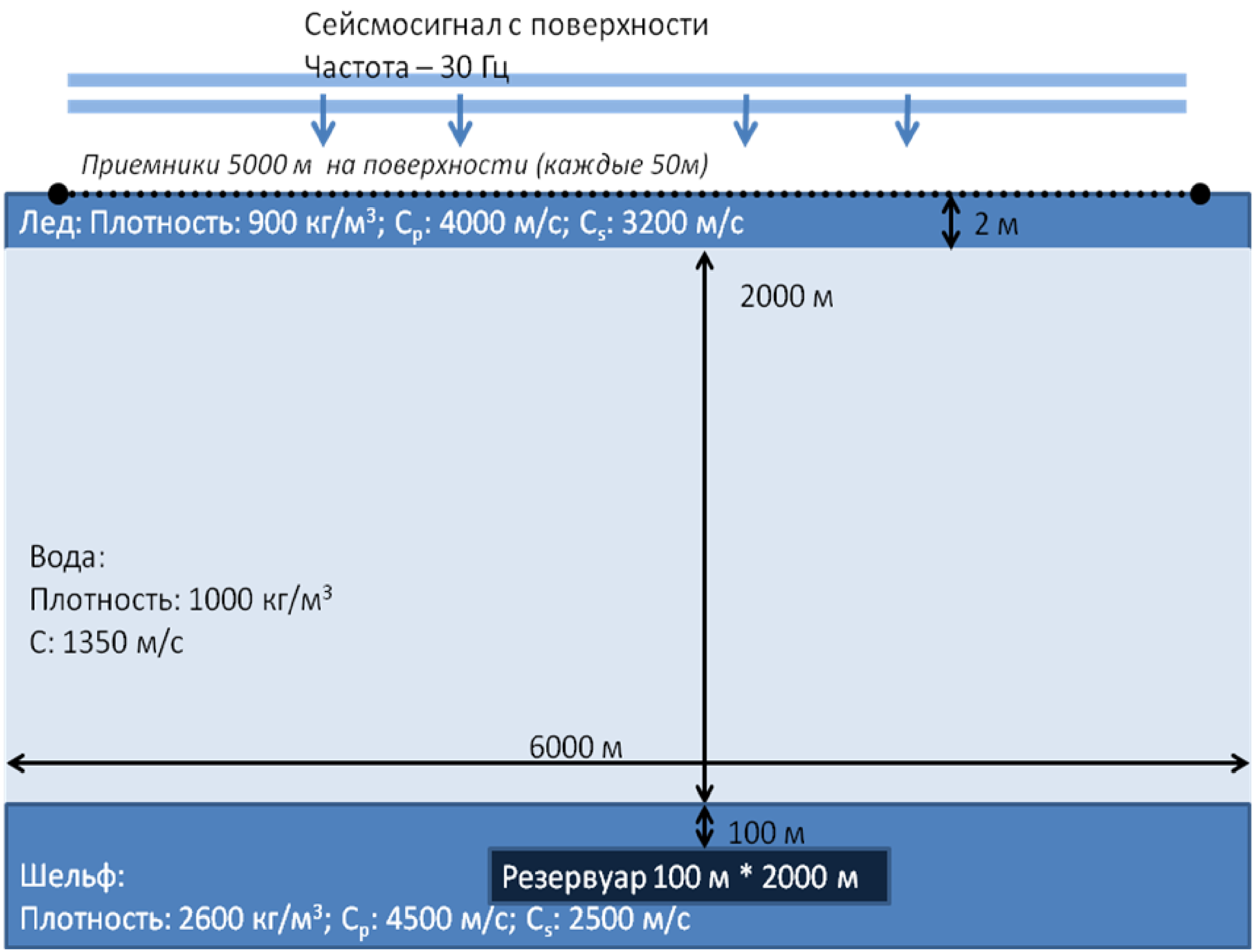
- 3D
- P-волны
- Высокая производительность

Сейсмика – донные станции

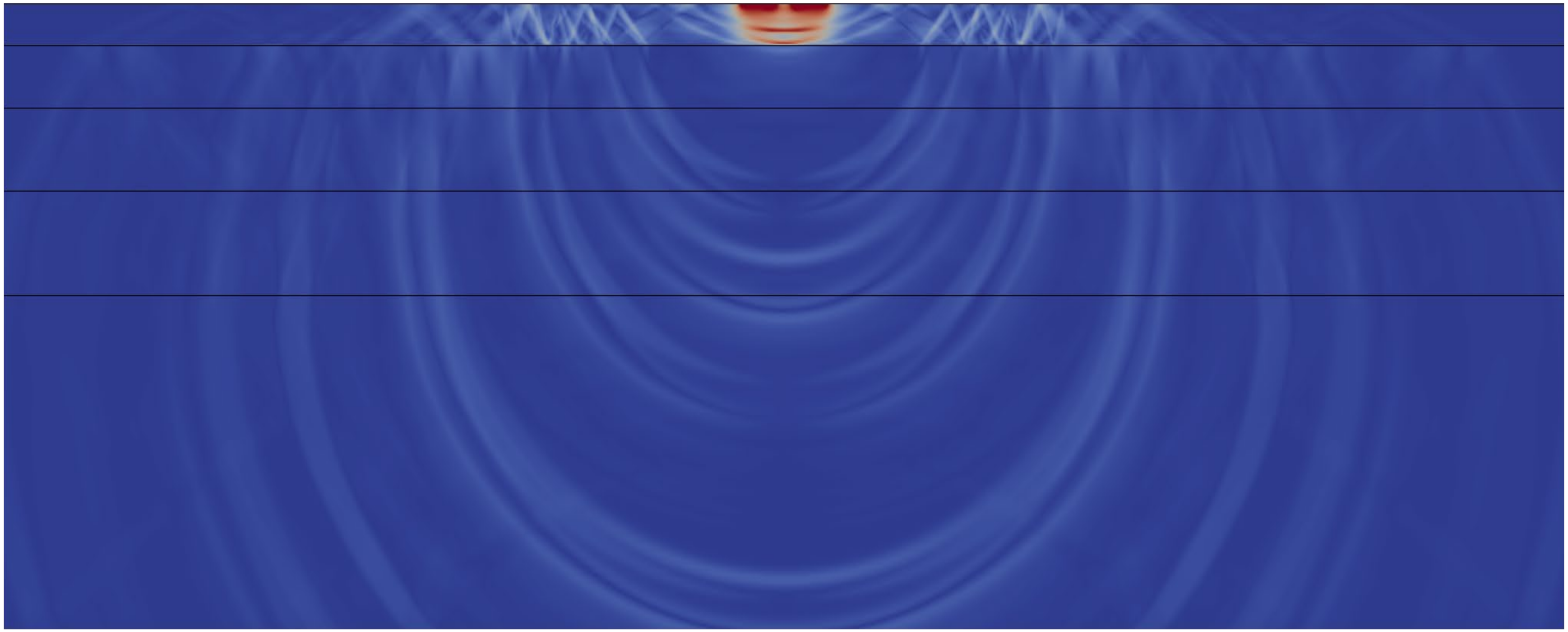


- 3D/4C
- Высокая стоимость
- Высокая информативность данных

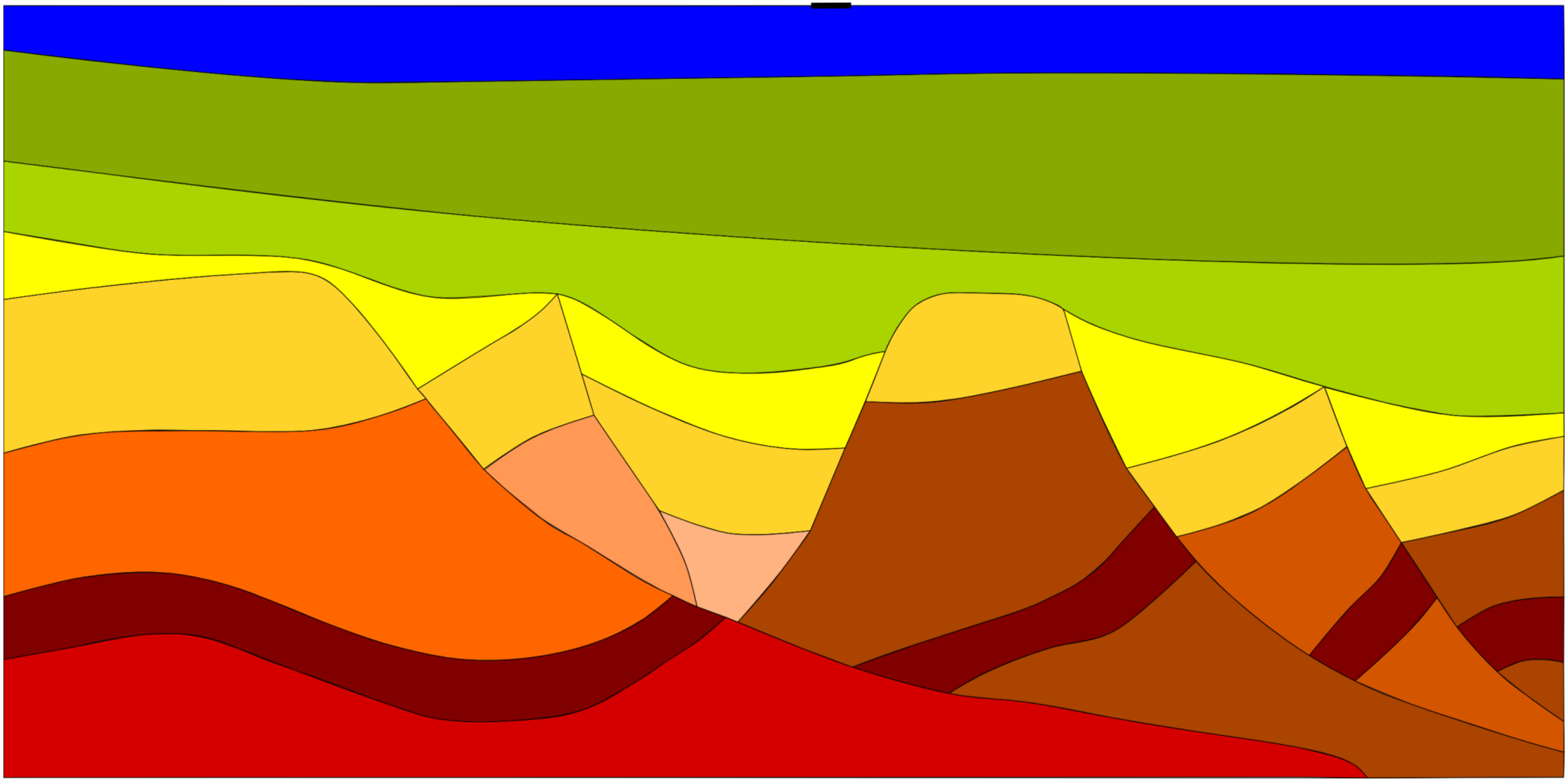
Численное моделирование в задачах сейсморазведки Арктического шельфа



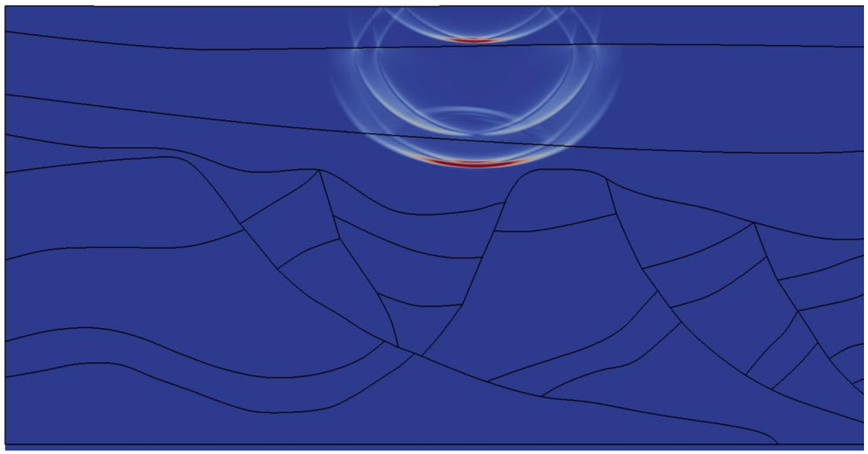
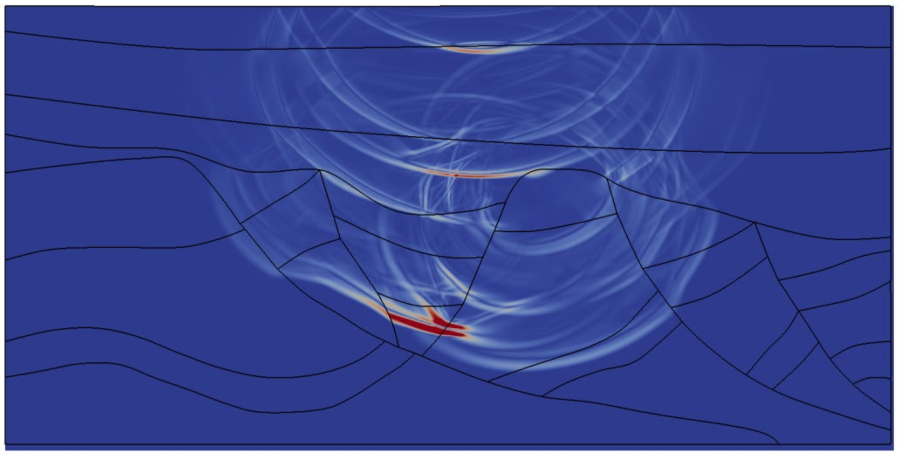
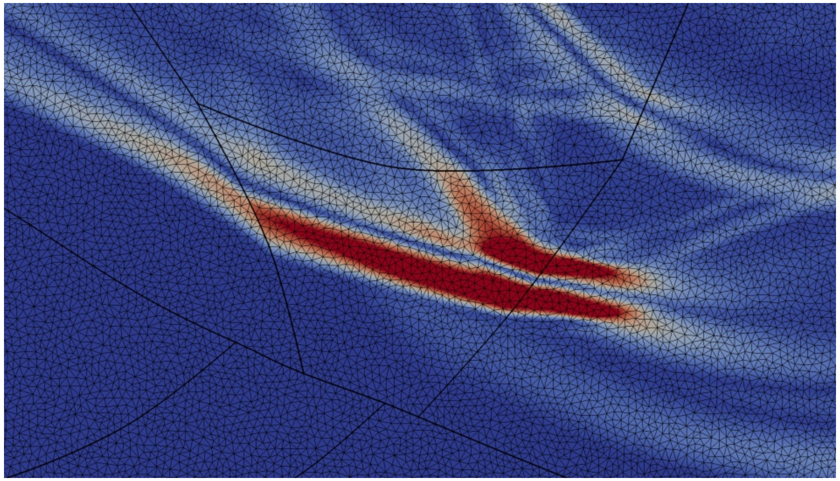
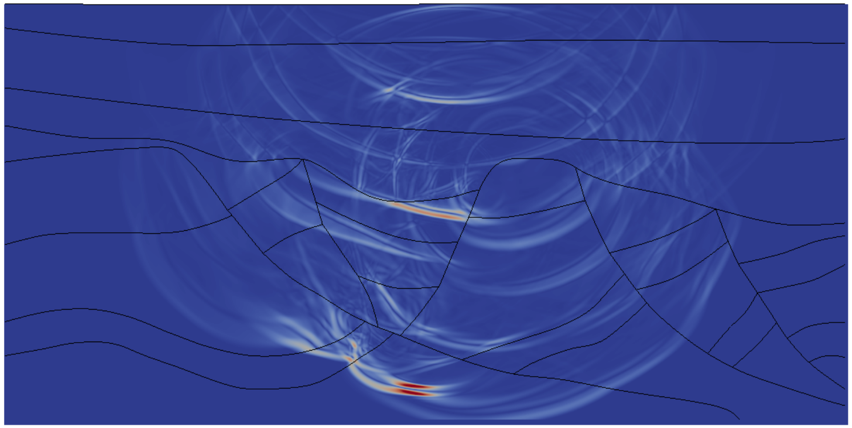
Многослойная порода



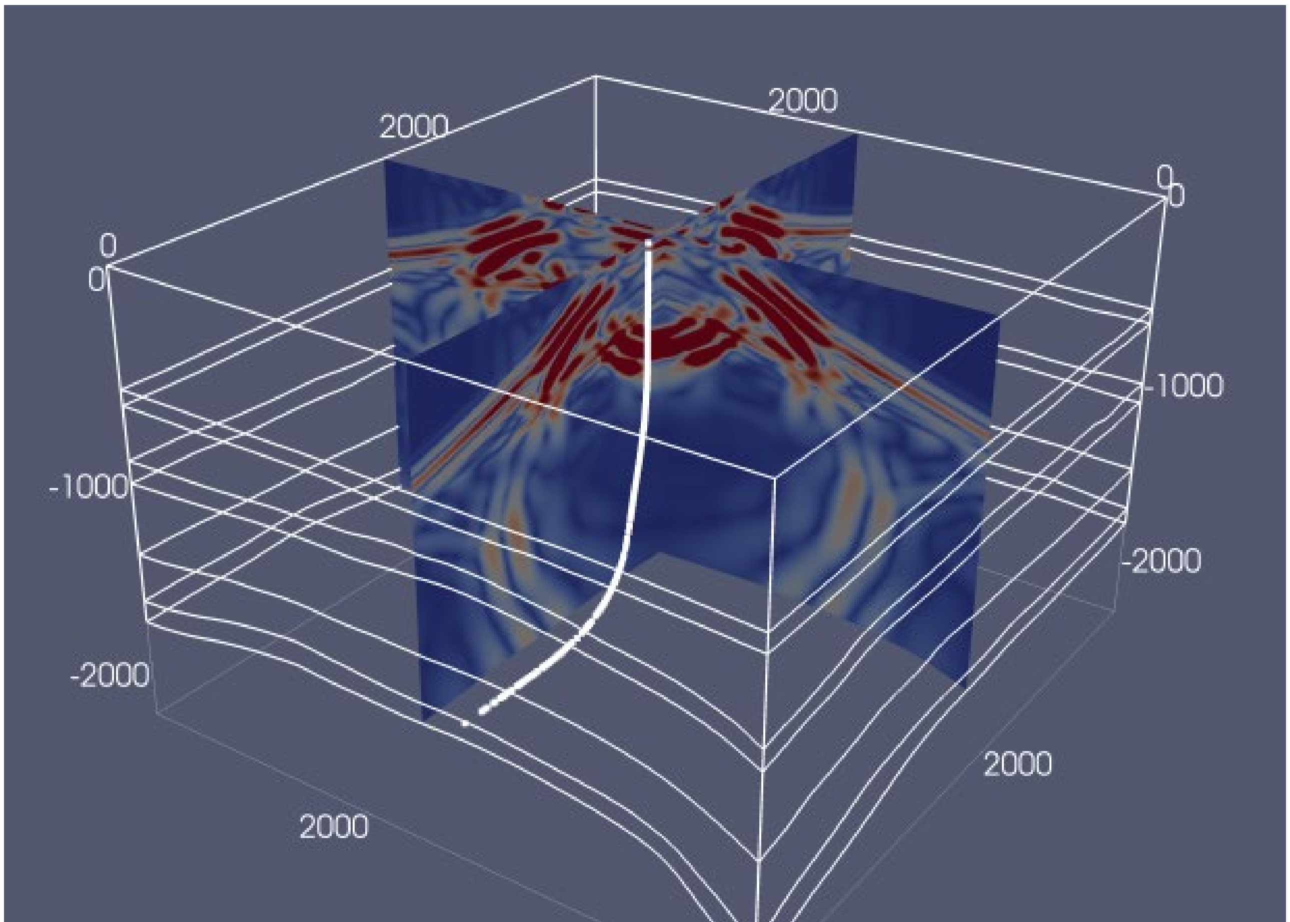
Геология со сложными границами



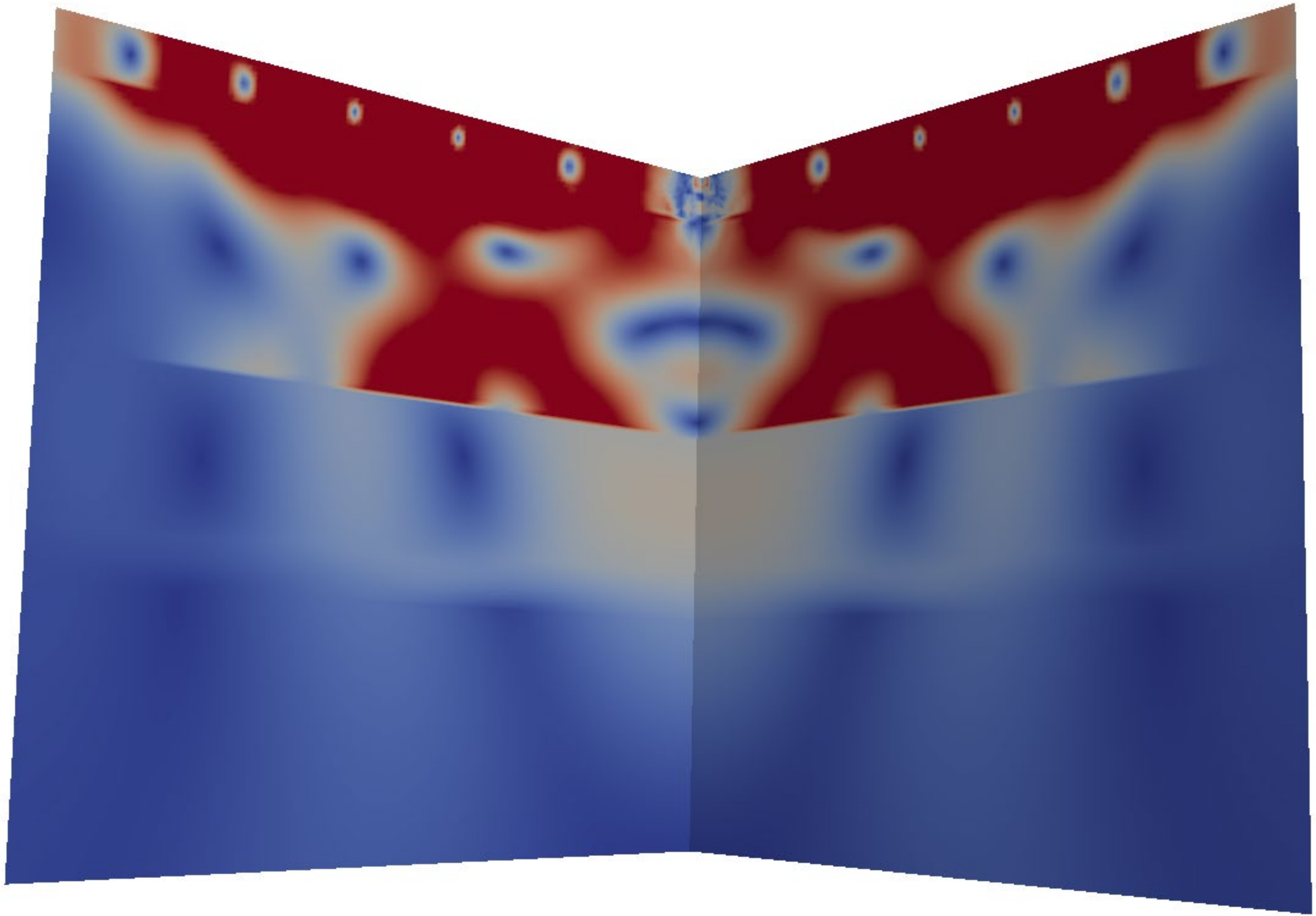
Геология со сложными границами

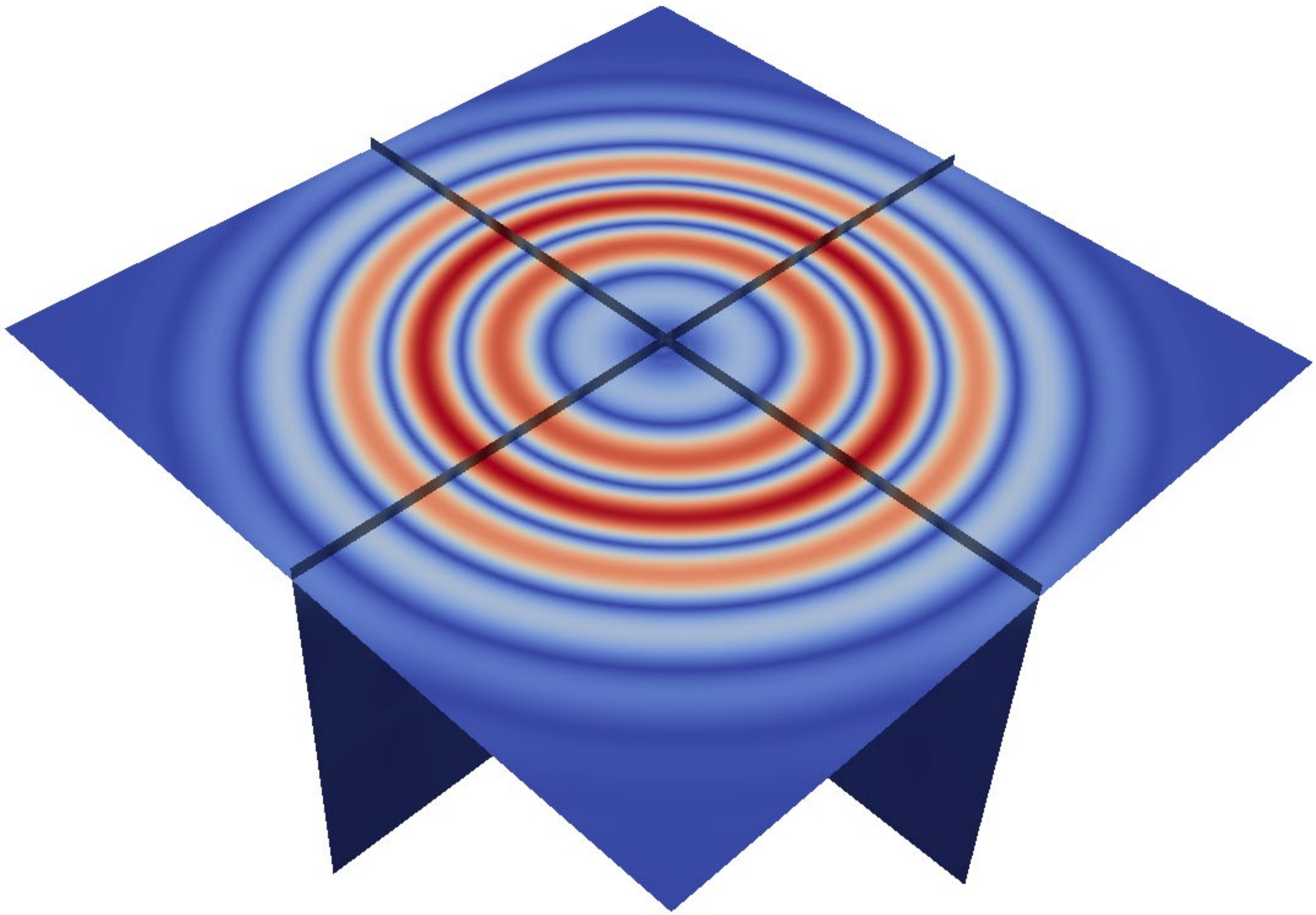
Волновое поле в гетерогенной модели



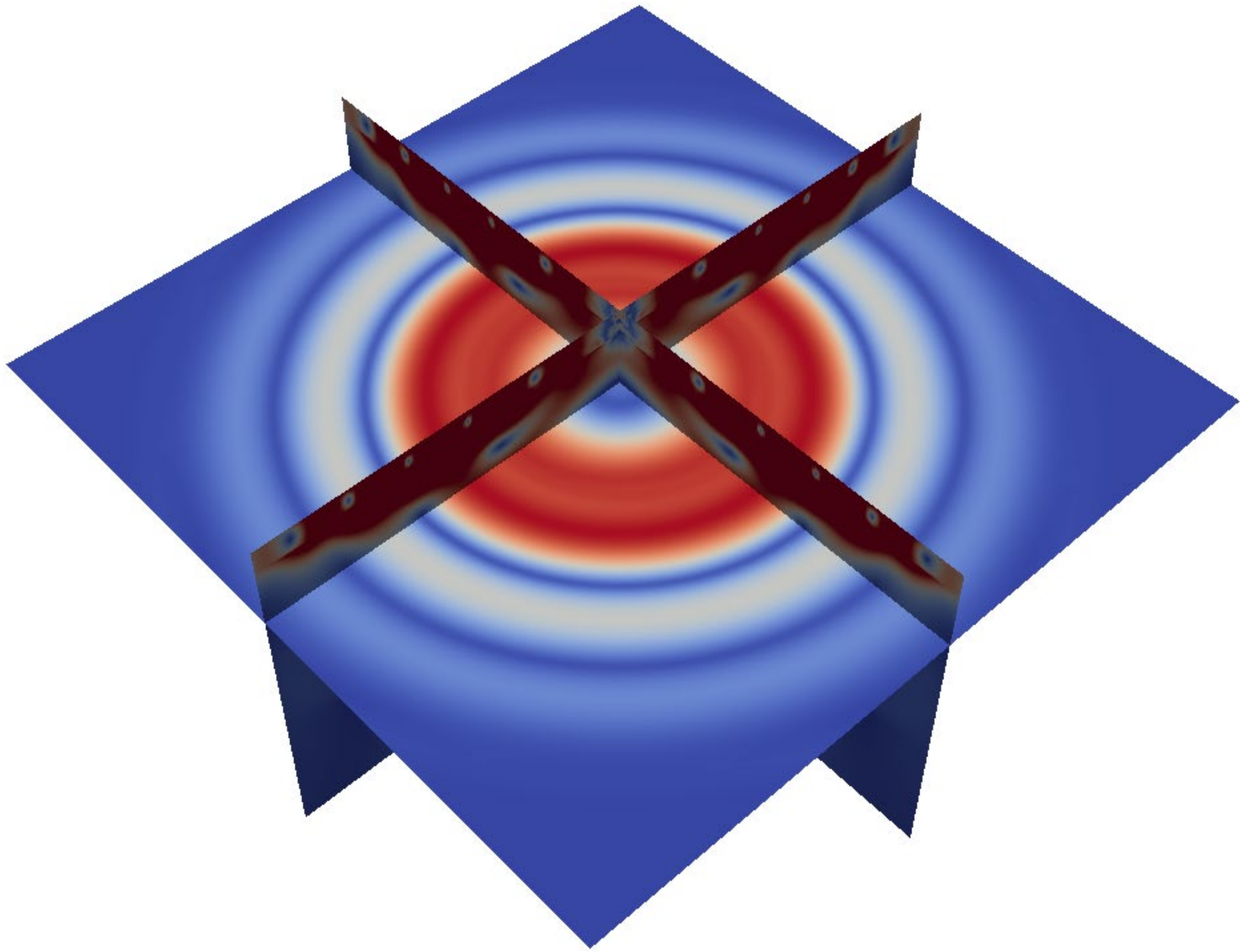
Сейсмическая разведка Арктического шельфа



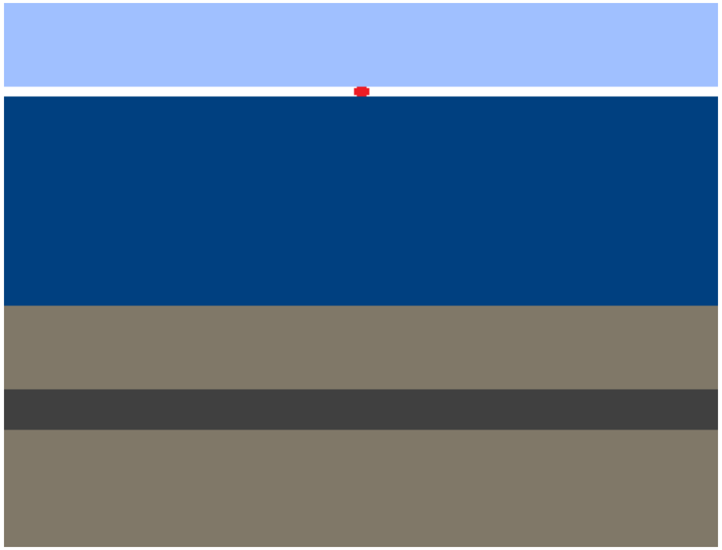
Волновая картина в слое льда



Волновая картина в слое воды

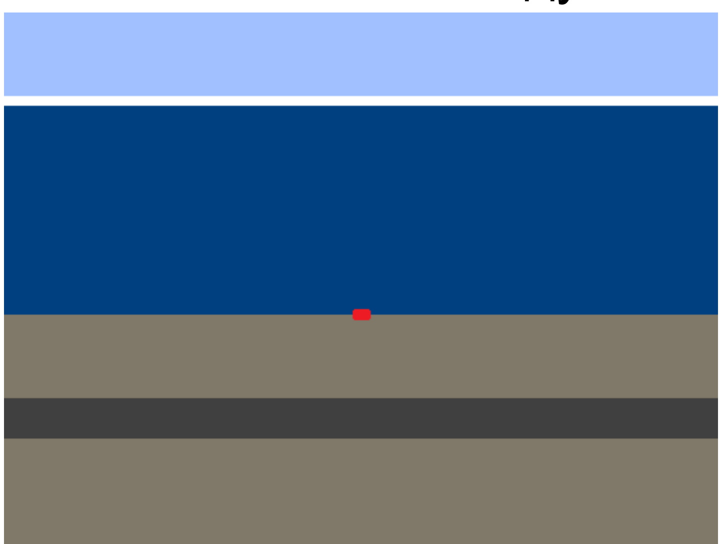


Постановки задач

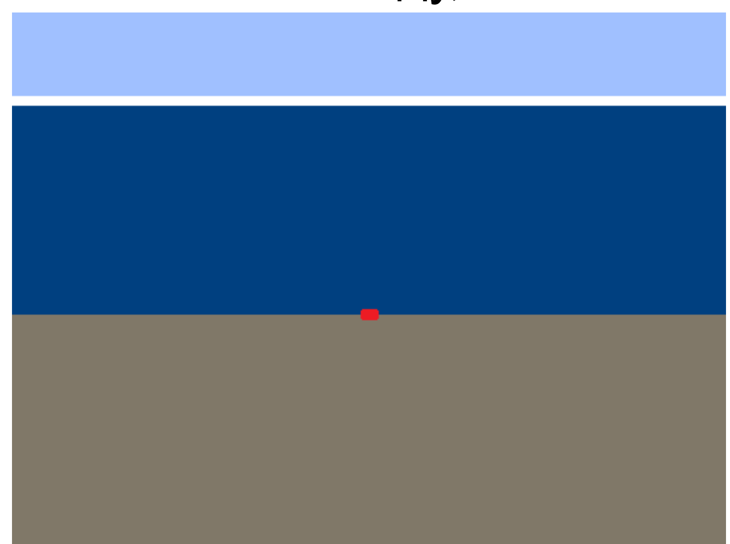


Источник во льду

Источник во льду, без

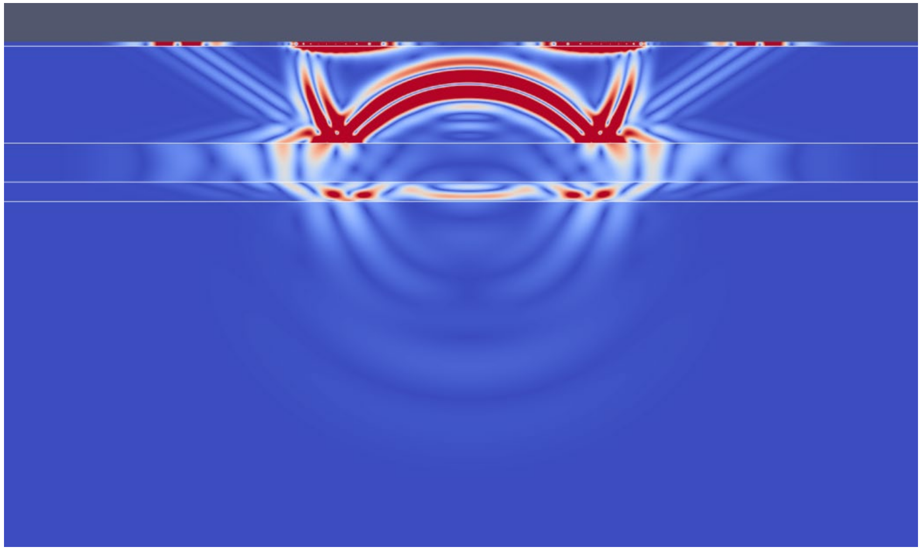


Источник на дне

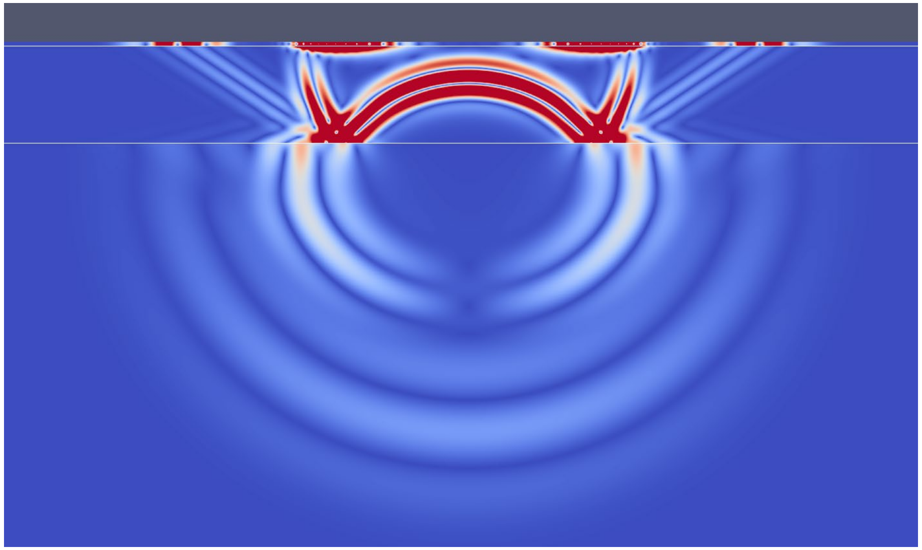


Источник на дне, без

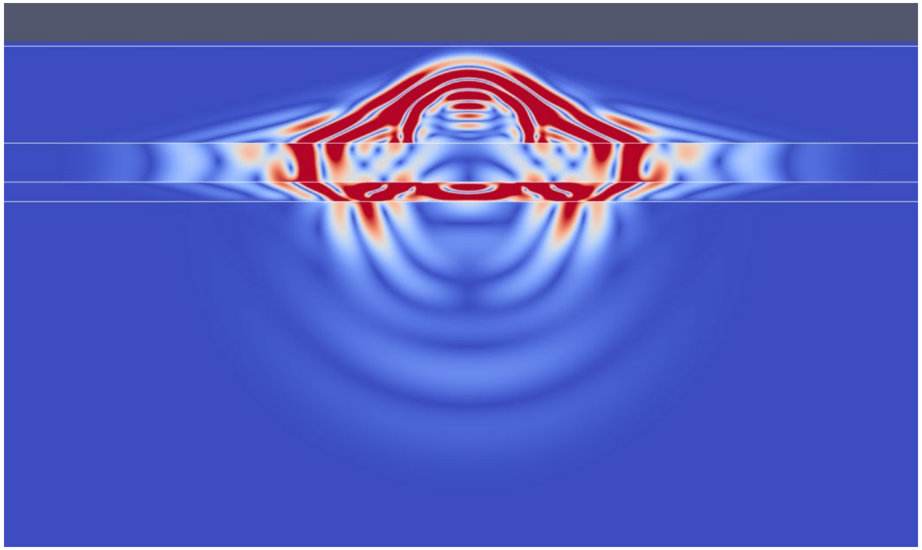
Волновые картины



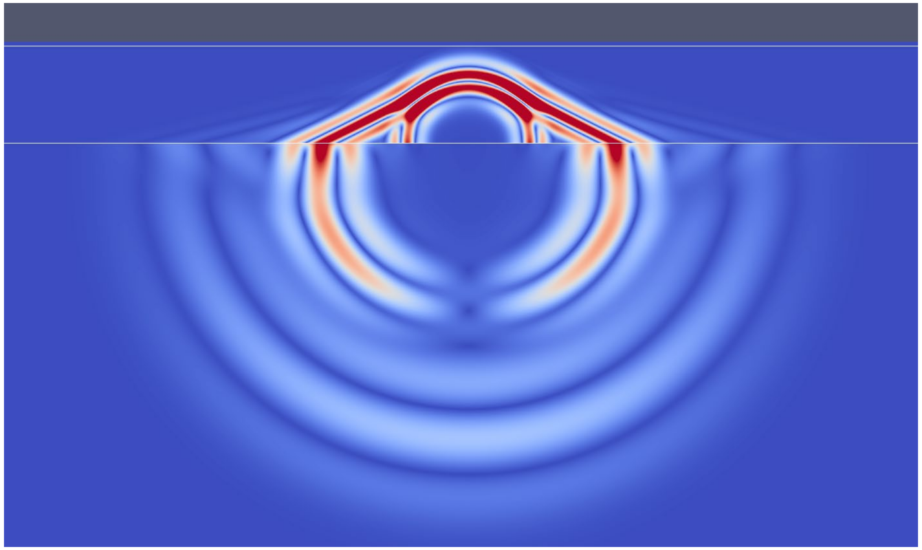
Источник во льду, 0.135 сек.



Источник во льду, без резервуара, 0.135

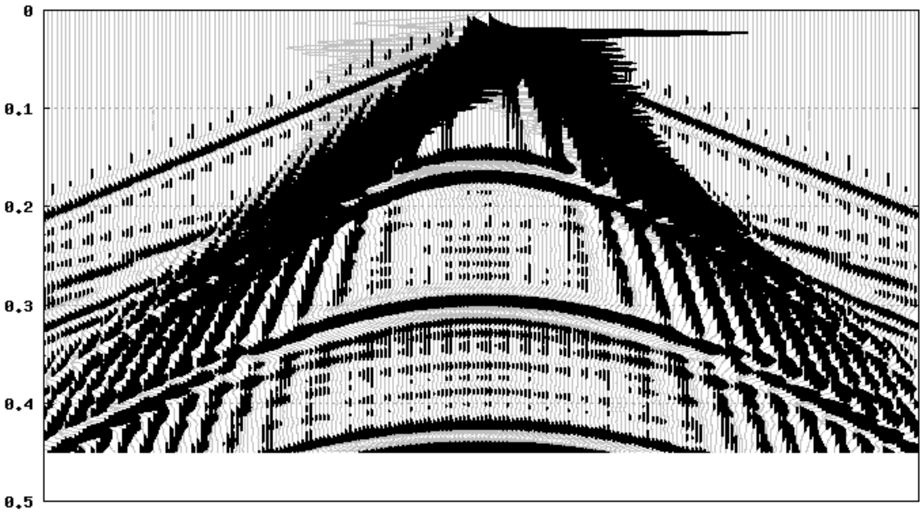


Источник на дне, 0.0675 сек.

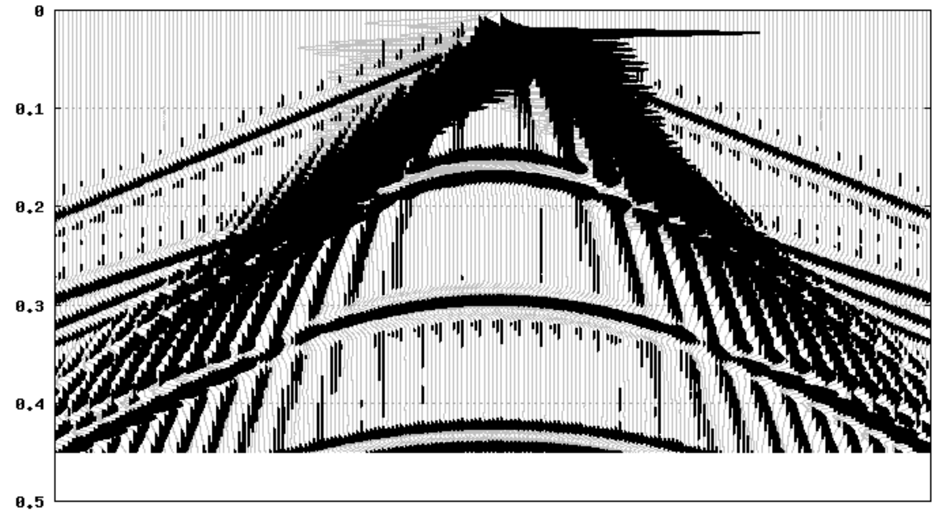


Источник в воде, без резервуара, 0.0675 сек.

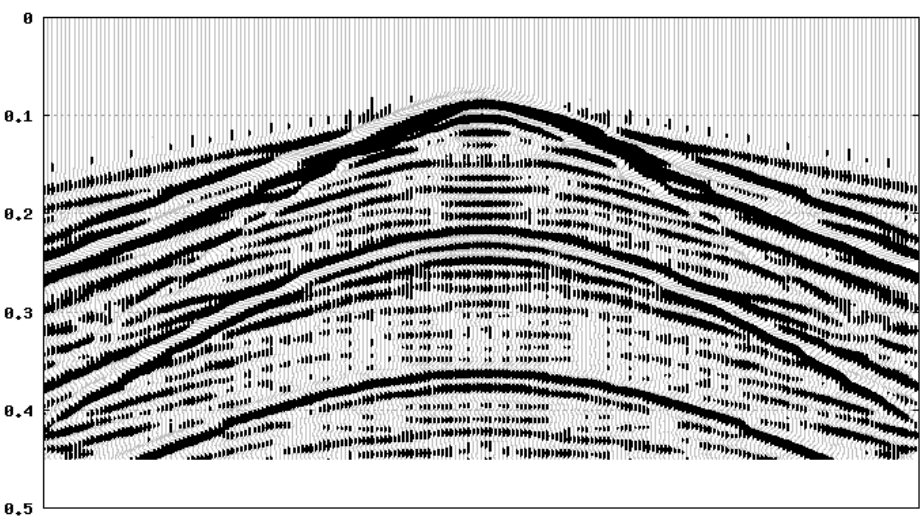
Сейсмограммы, лед, Vy



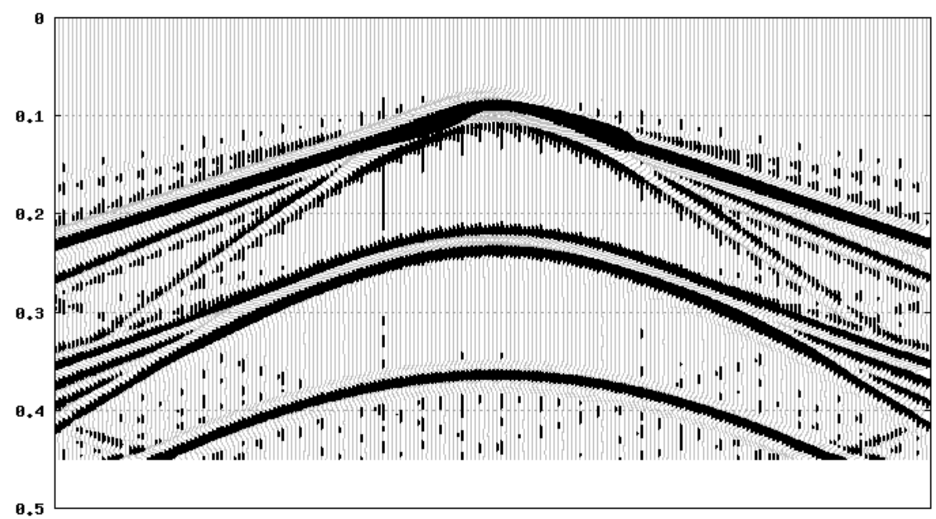
Источник во льду



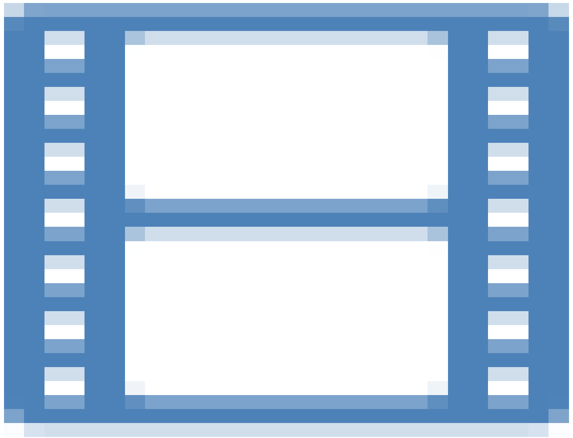
Источник во льду, без



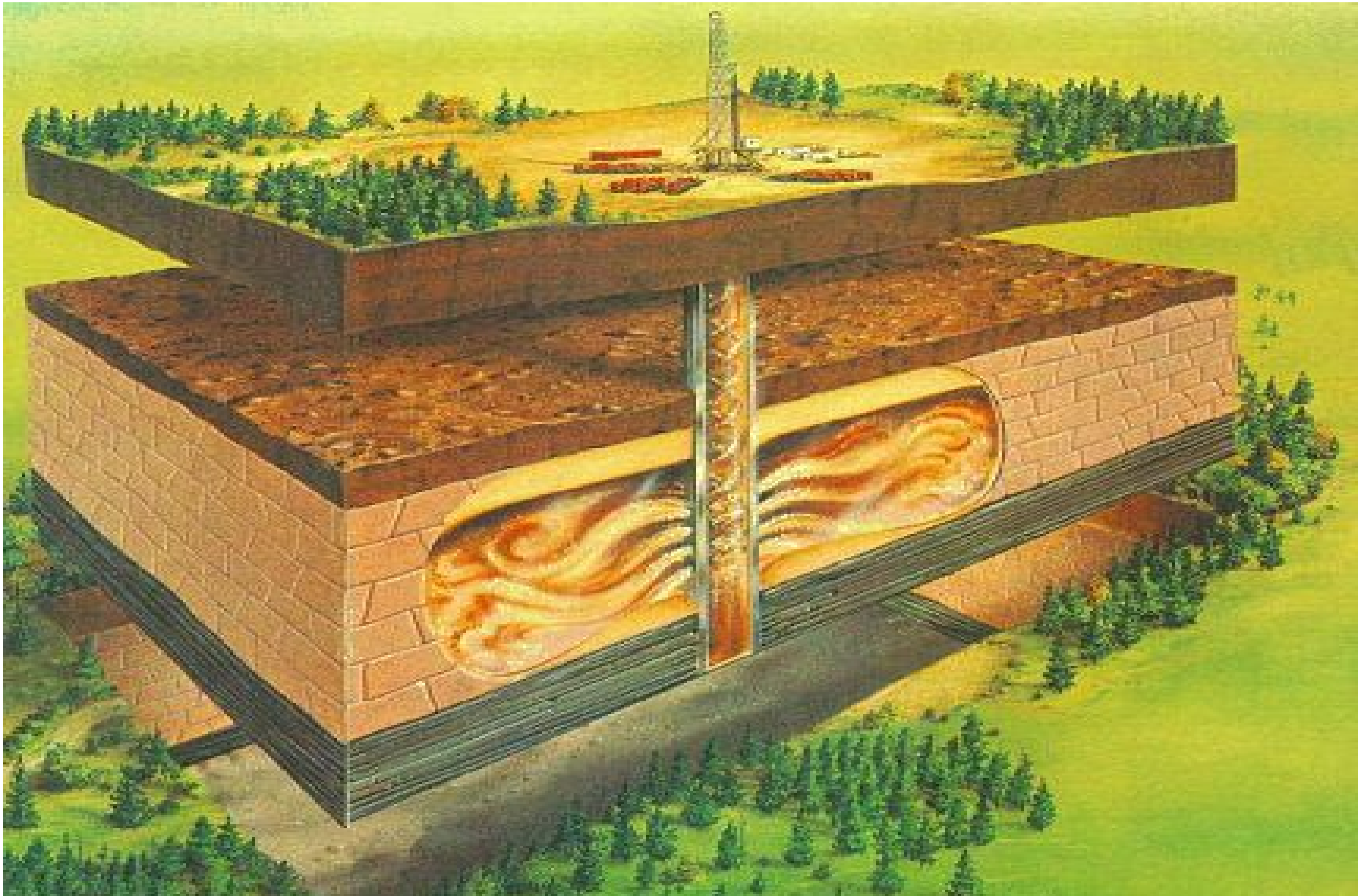
Источник на дне



Источник на дне, без

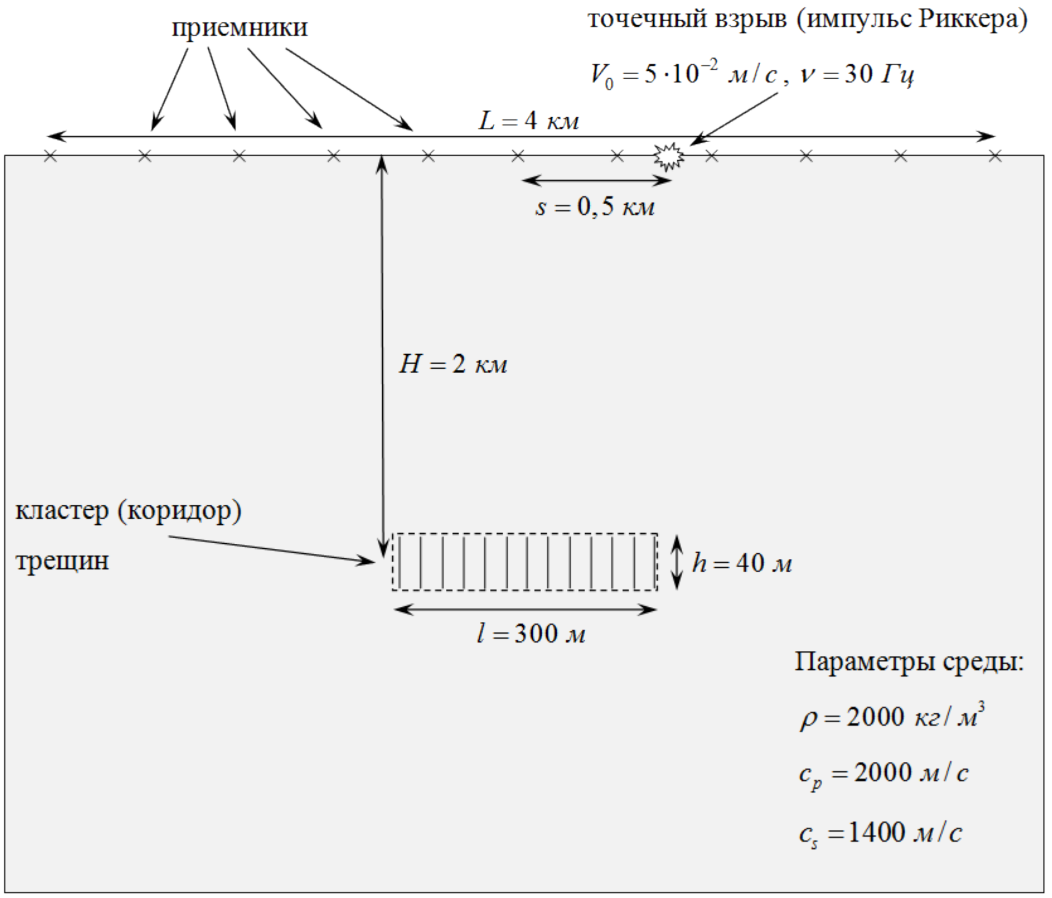


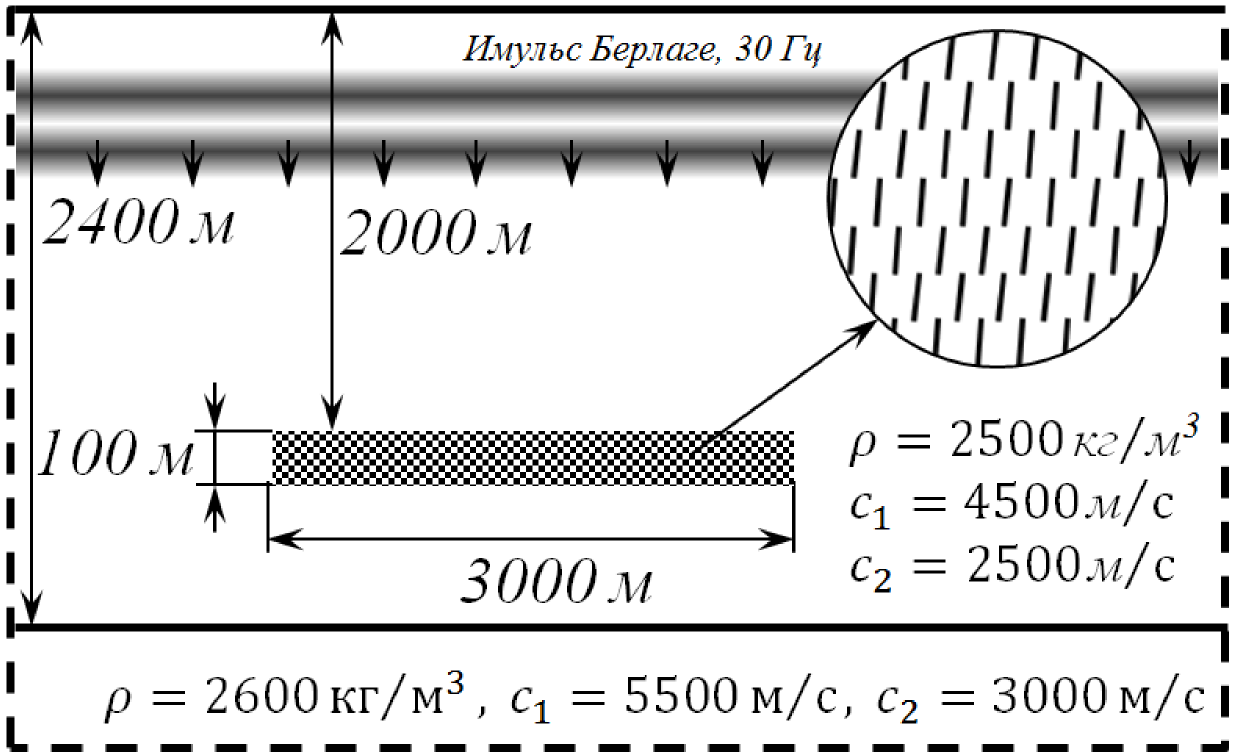
Численное моделирование в геологии



Задачи численного моделирования

- Исследование свойств геологических сред
- Выявление закономерностей откликов
- Построение осредненных моделей сред
- Обратные задачи численного моделирования





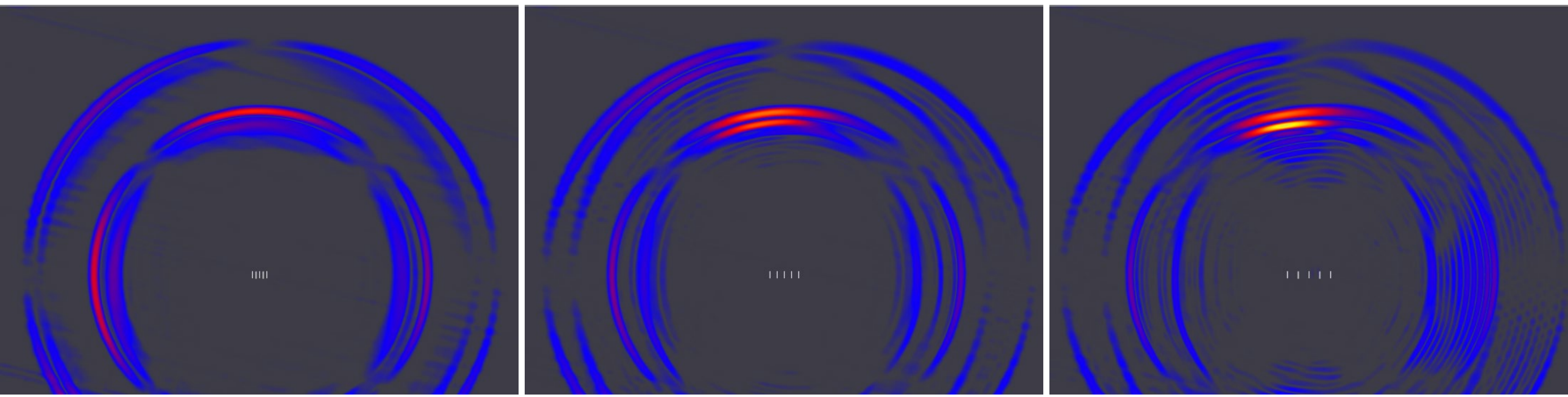
Имульс Берлаге, 30 Гц
2400 м
2000 м
100 м
3000 м
$\rho = 2500\,кг/м^3$
$c_1 = 4500\,м/с$
$c_2 = 2500\,м/с$
$\rho = 2600\,кг/м^3,\ c_1 = 5500\,м/с,\ c_2 = 3000\,м/с$

Коридор флюидонасыщенных

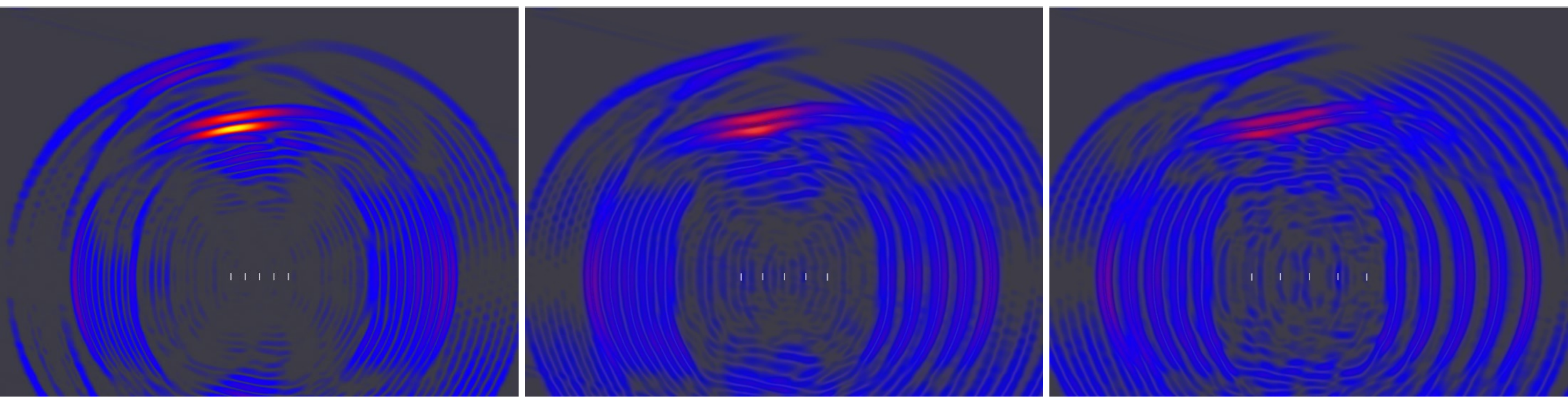
Коридор флюидонасыщенных вертикальных трещин

расстояние между трещинами / длина трещин

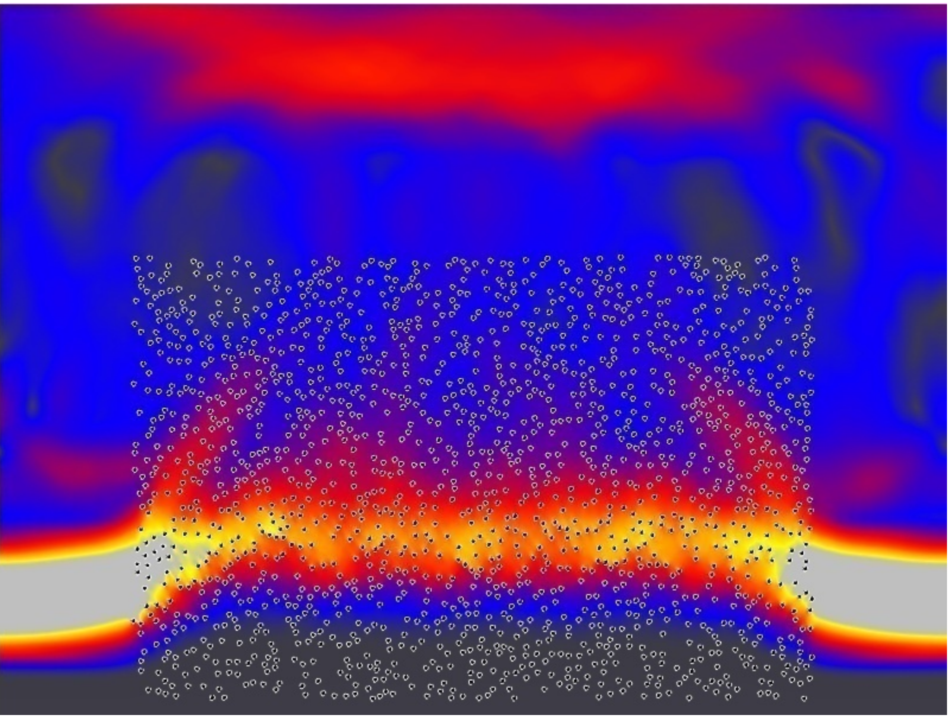
0,5 1,0 1,5



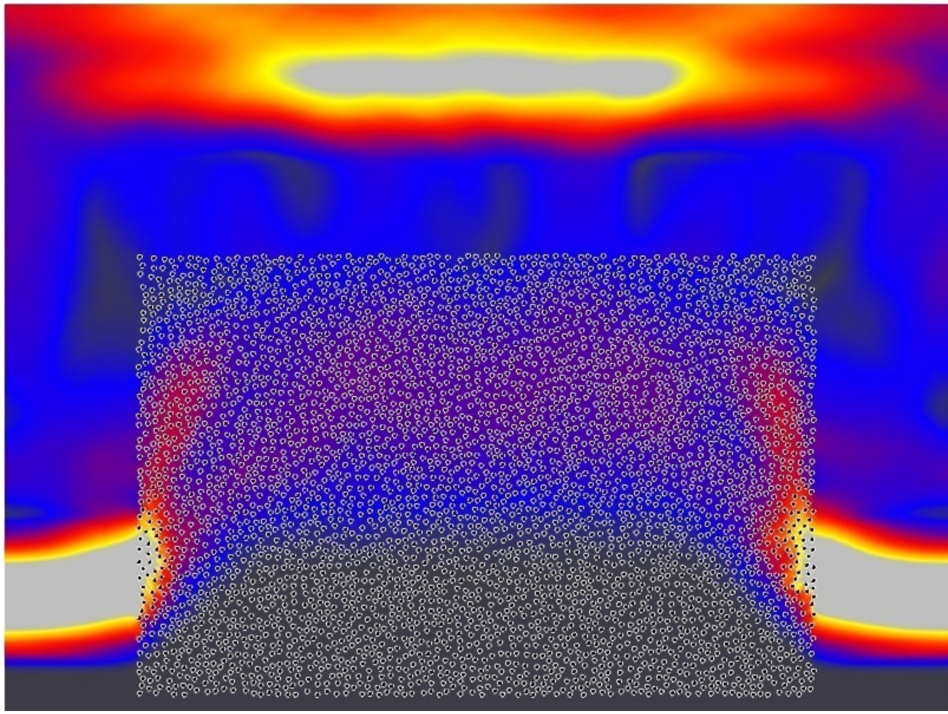
2,0 3,0 4,0



Сравнение сред с разной пористостью



Porosity 10%



Porosity 40%

Пористые сооружения

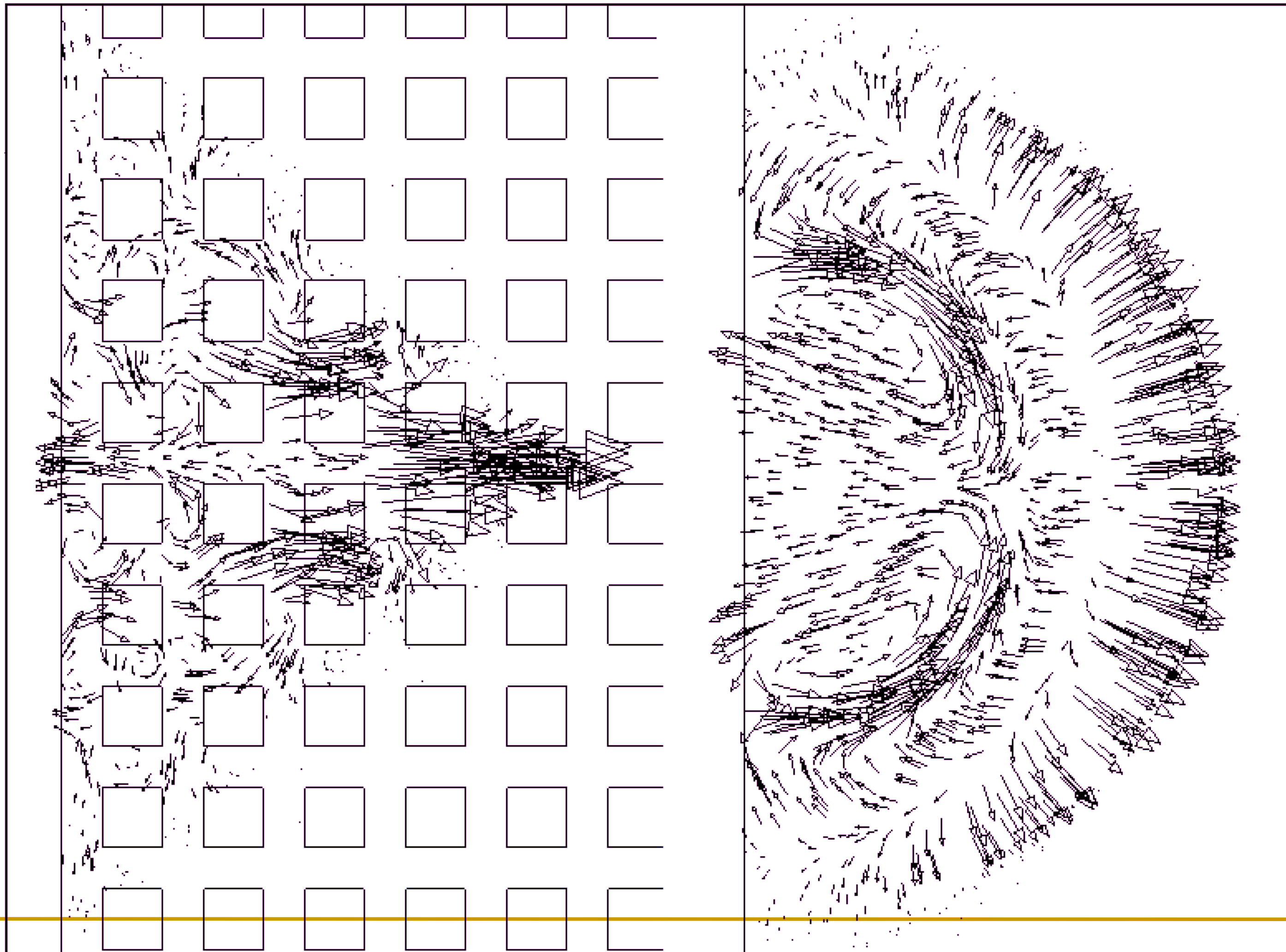


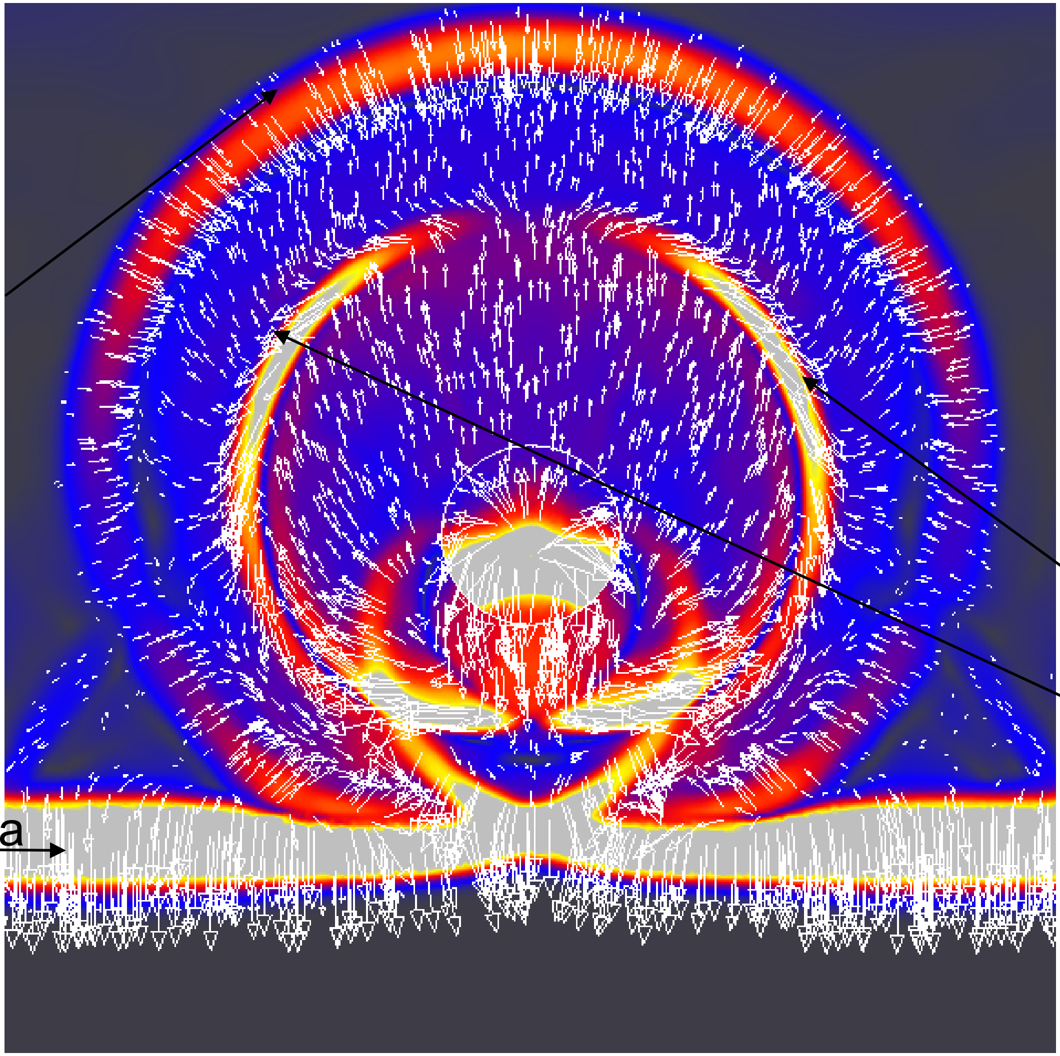
рис. 1

Петров И.Б., Чибриков В.В., Челноков Ф.Б.

Расчет волновых процессов и процессов разрушения в пористых средах.

Простая флюидонасыщенная полость

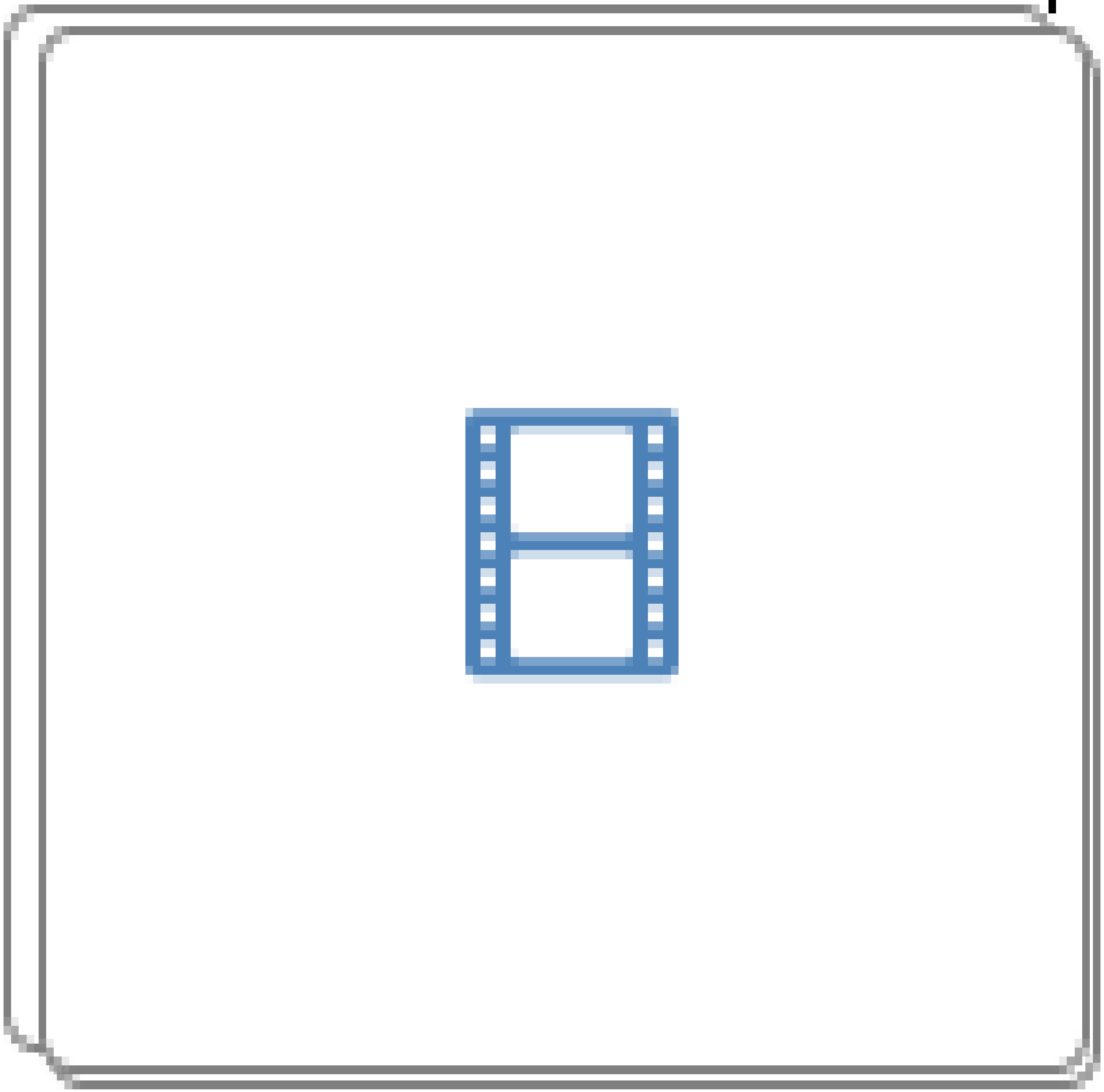
Отраженная
продольная
волна



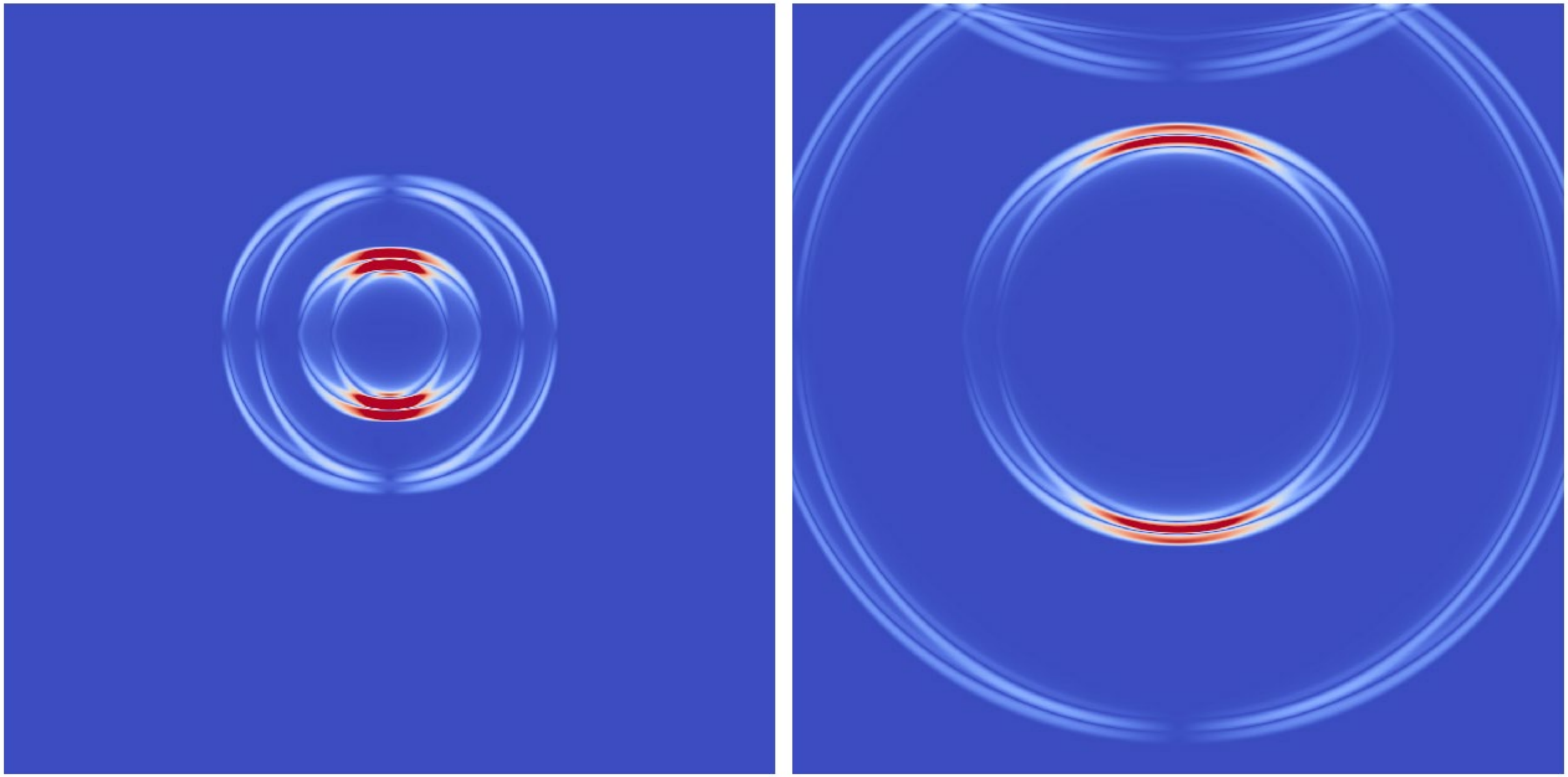
Прошедшая волна

Отраженная
волна

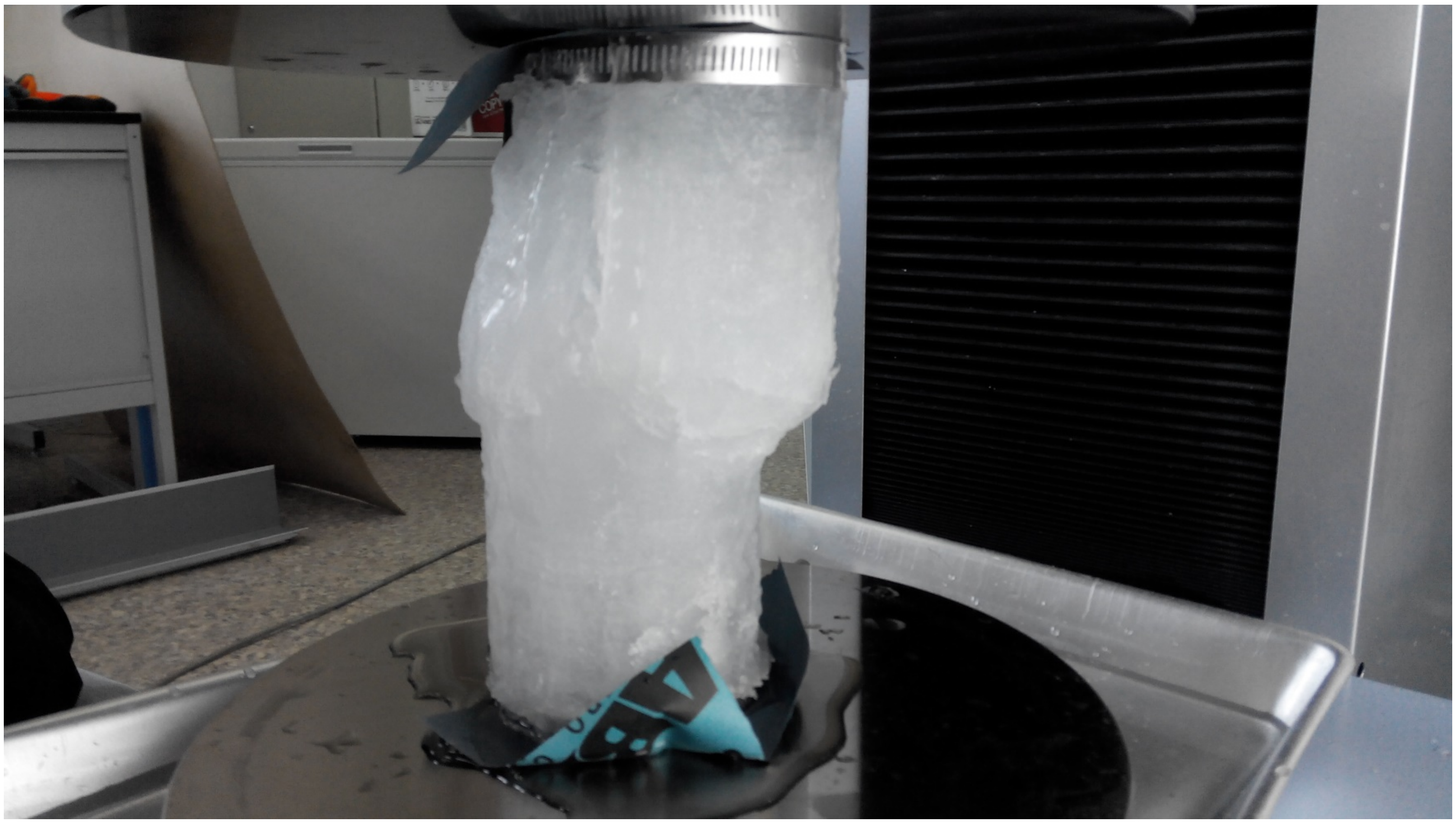
Многослойная геологическая среда



Расчет воздействия на наземное сооружение сейсмических волн от эпицентра землетрясения



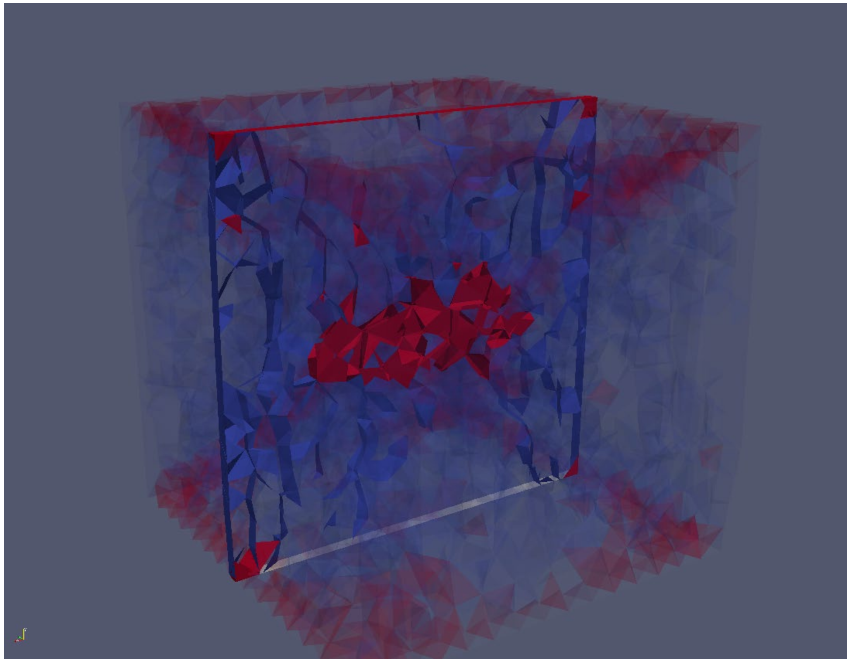
Численное моделирование экспериментов по исследованию прочностных характеристик льда

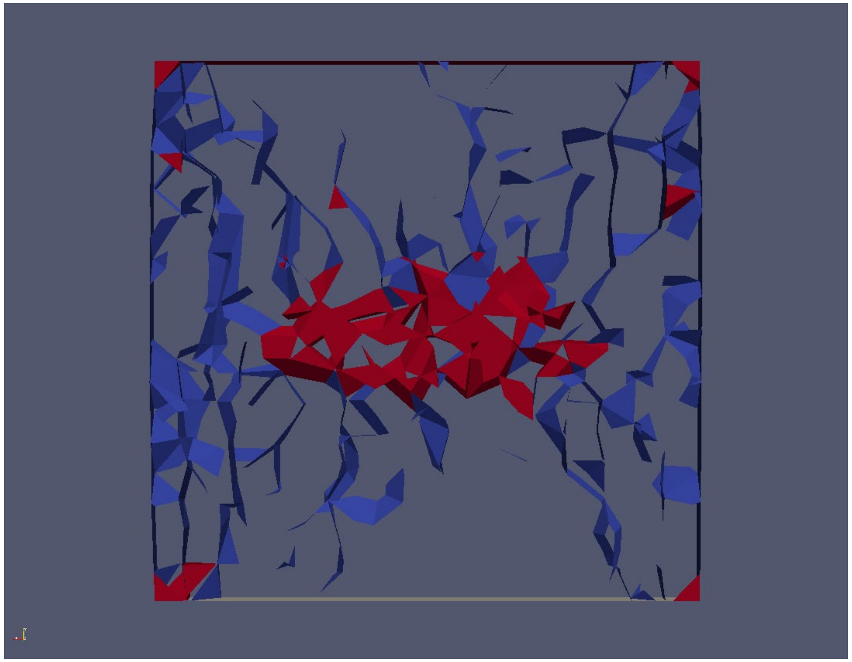


Механико-математическая модель льда

- изотропная упруго-идеально-пластическая модель
- критерий хрупкого разрушения по главным напряжениям и пластического (объемного) разрушения в случае превышения величины пластической деформации порогового значения

Сечение картины разрушений ледяного образца

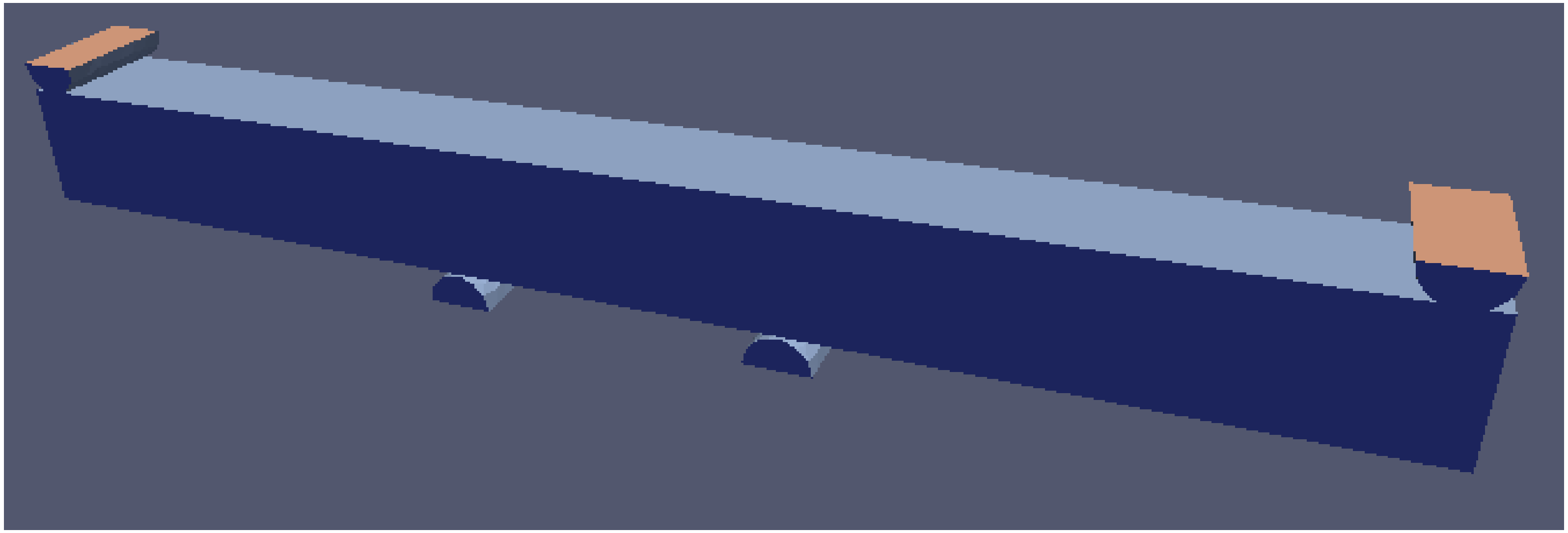




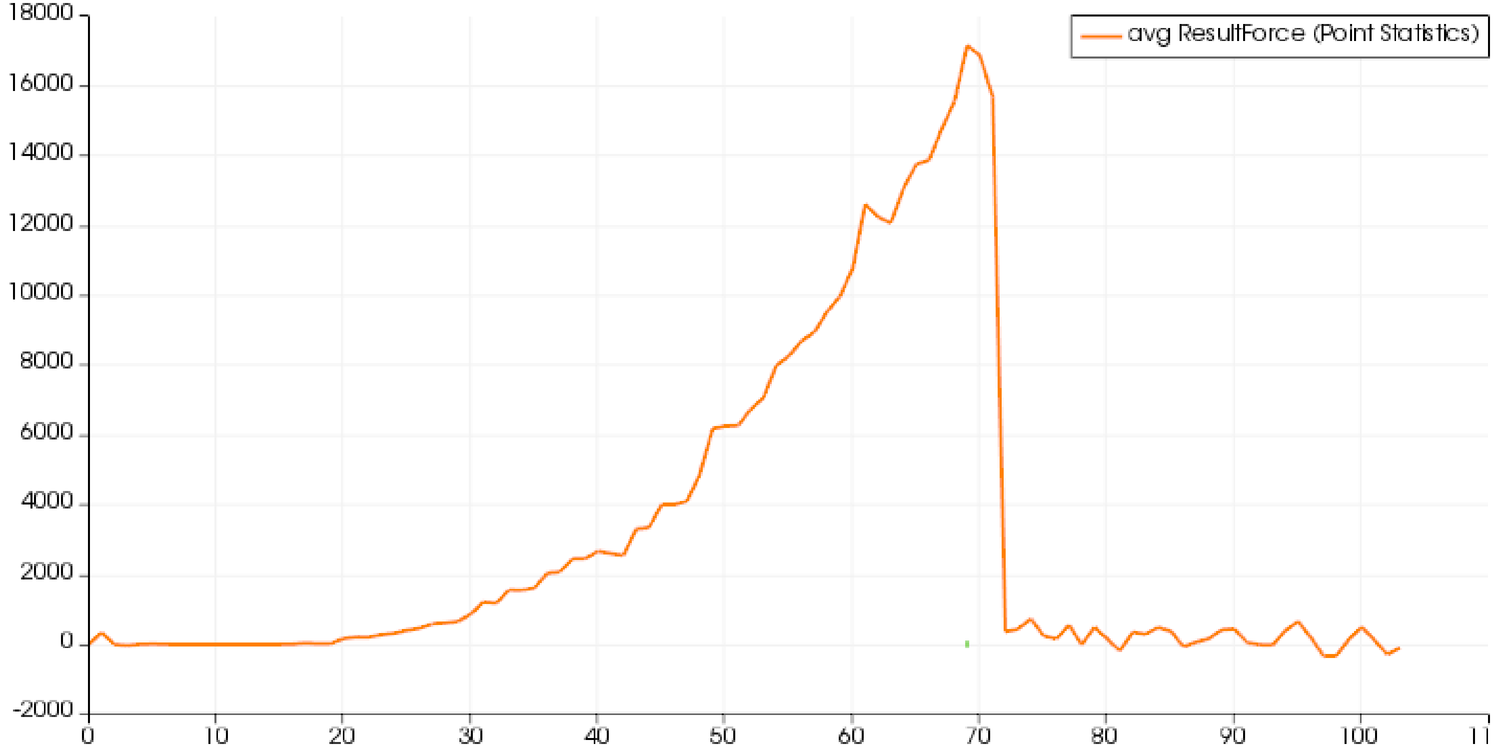
Сравнение компьютерного и натурного эксперимента

- Снаружи преобладают вертикальные трещины, образовавшиеся в результате локальных растяжений.
- Наименее подвержены разрушению конические области, находящиеся в непосредственном контакте с прессом.
- Внутри образца преобладает объёмное разрушение, в результате чего лёд крошится в мелкую крошку.

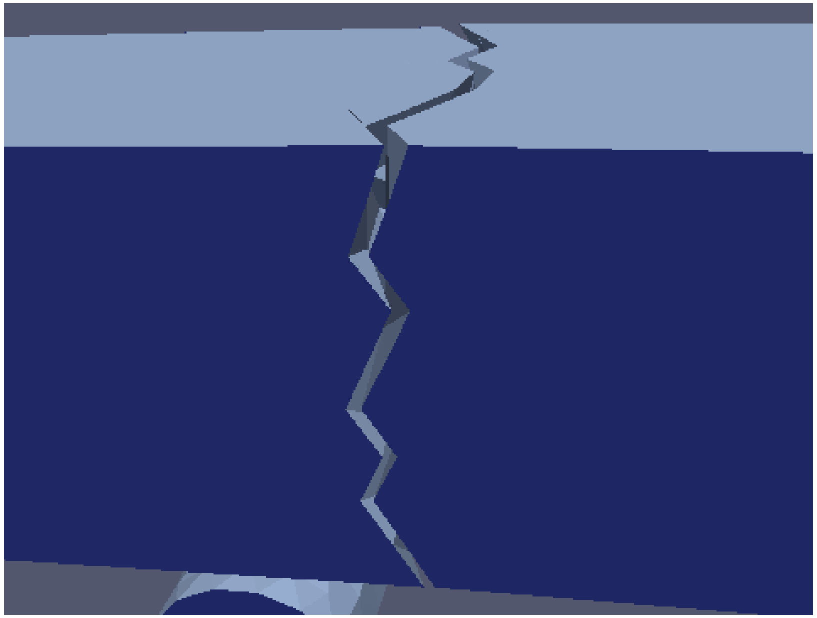
Прочность льда на изгиб 4-х точечным методом

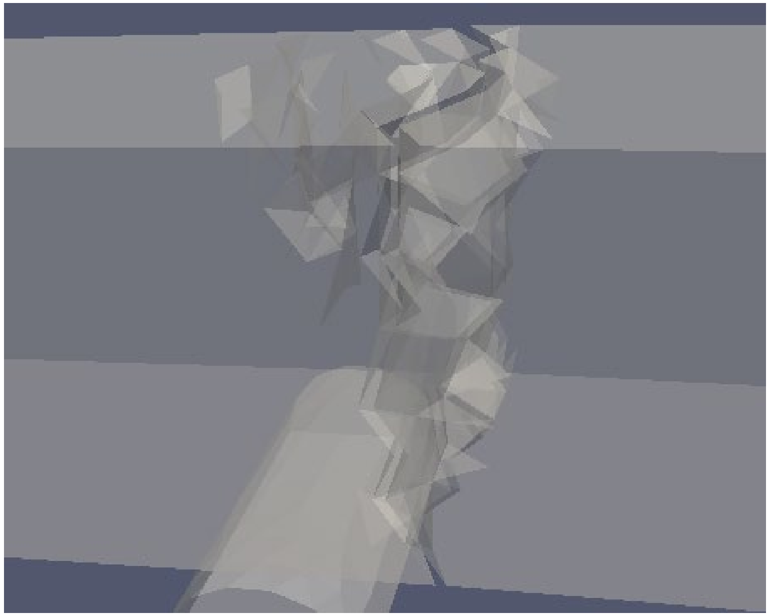


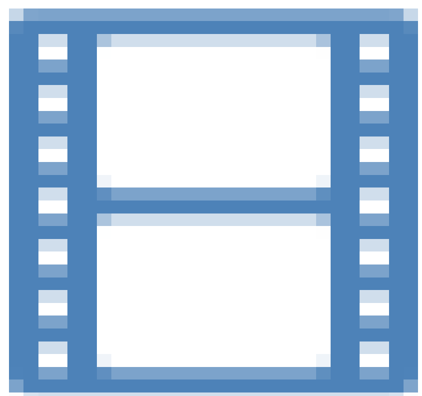
Зависимость силы нагрузки от времени на индентер



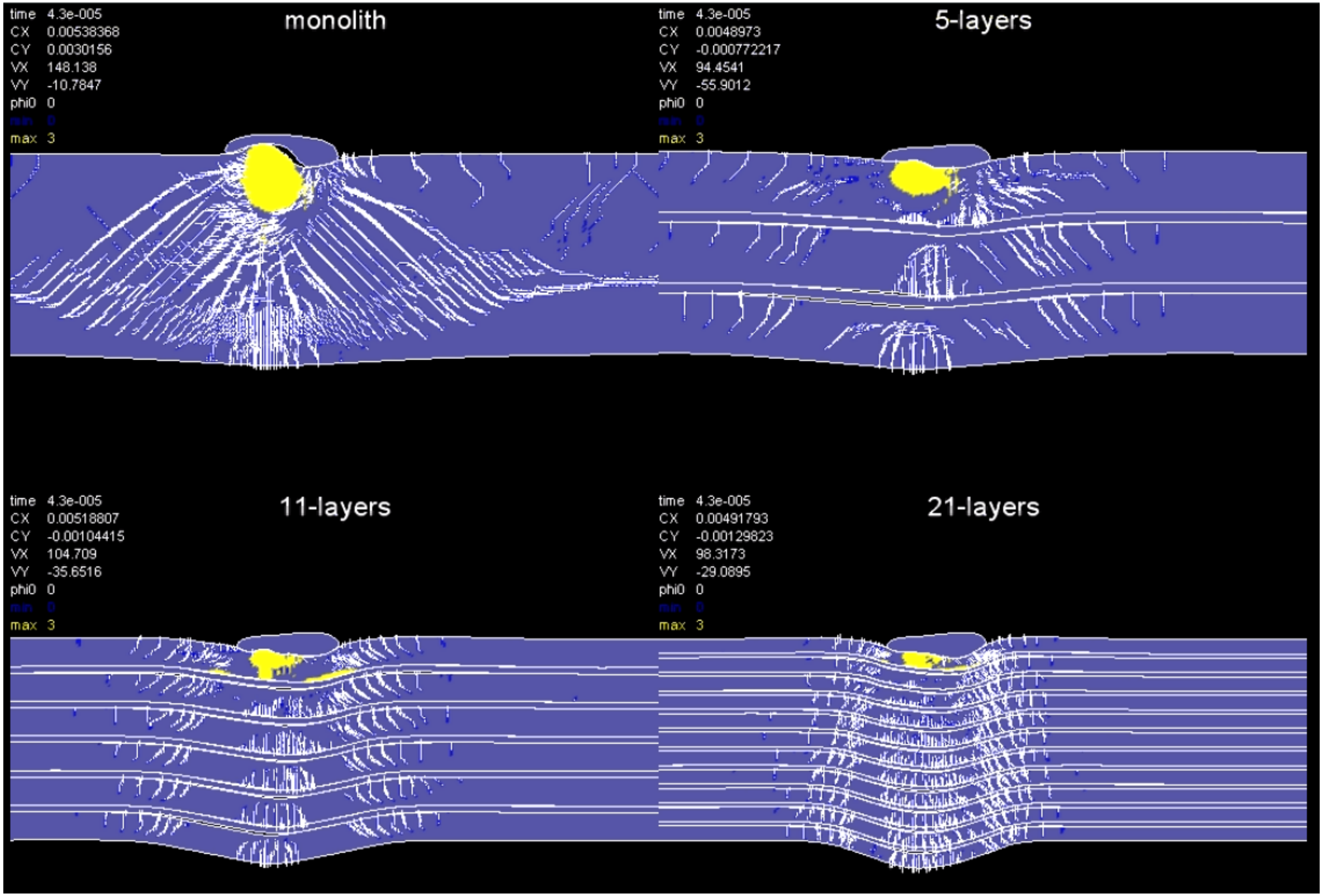
Внешняя и внутренняя структура образовавшейся трещины

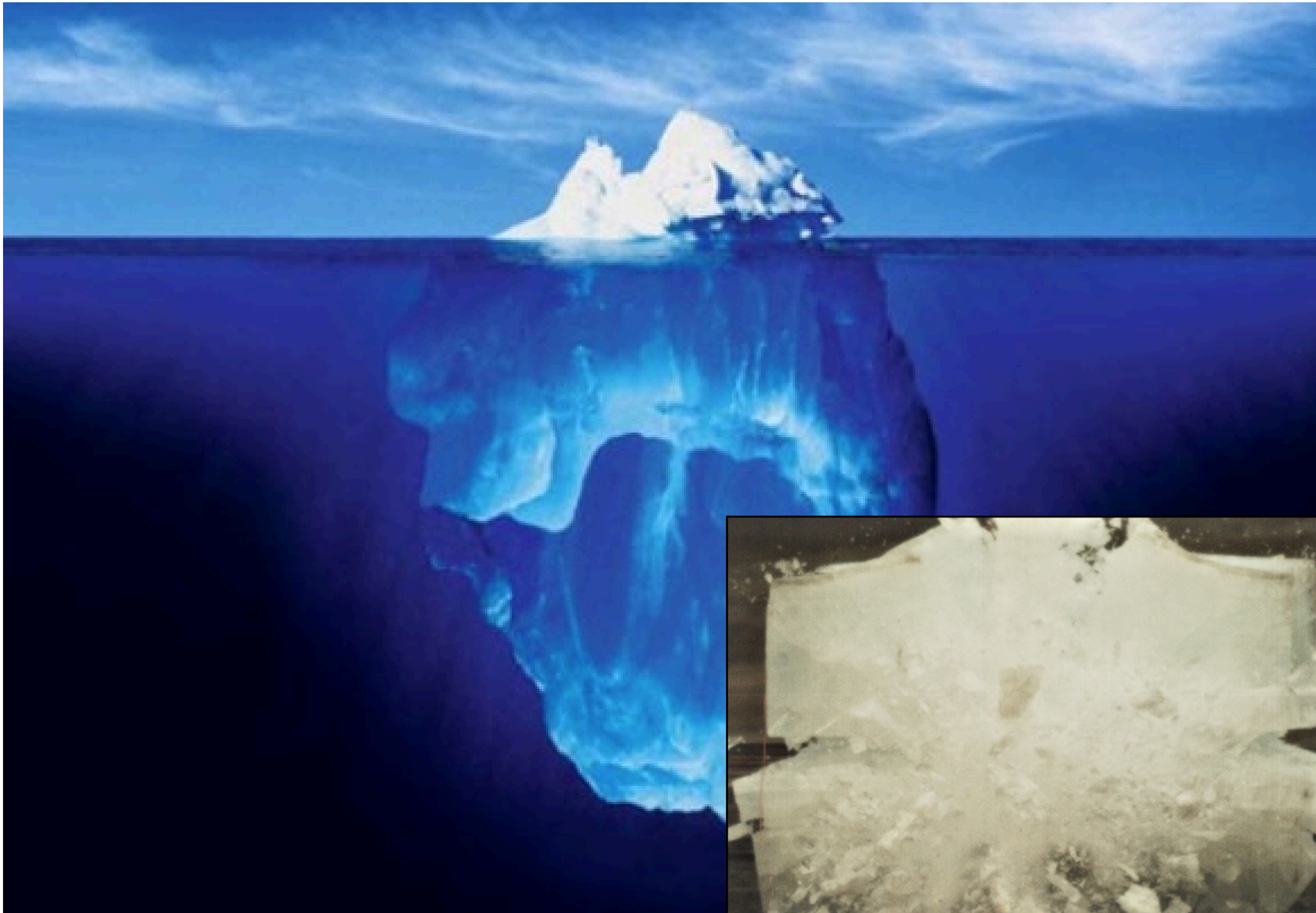






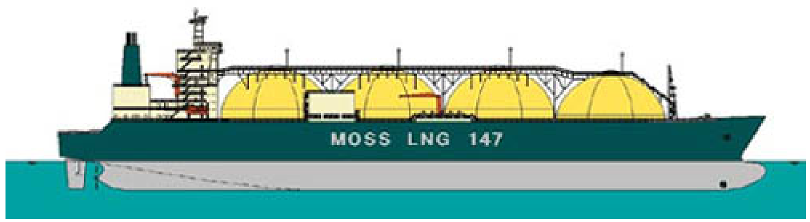
Multilayer glass: number of layers





Моделирование столкновения танкера с причалом

Институт автоматизации проектирования РАН. **Н/рук. темы д.ф.-м.н. В.Л.Якушев**



Сжиженный газ (Liquefied Natural Gas - LNG) привлекает внимание как источник экологически чистой энергии, который может быть доставлен по морю в различные страны, но вместе с тем представляет серьезную угрозу при катастрофах.

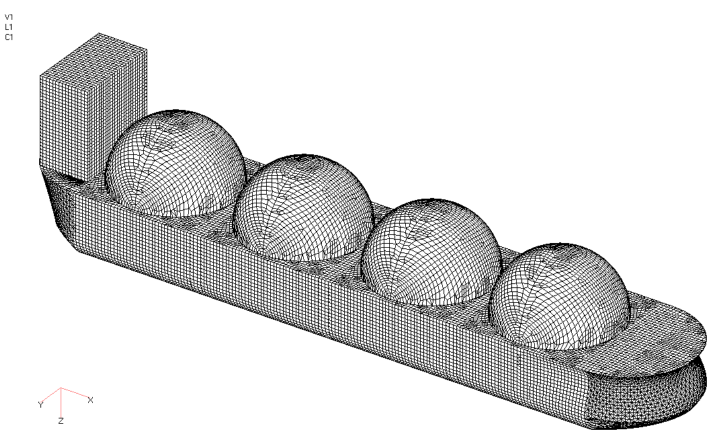


РИС. 1. Конечно-элементная модель танкера.

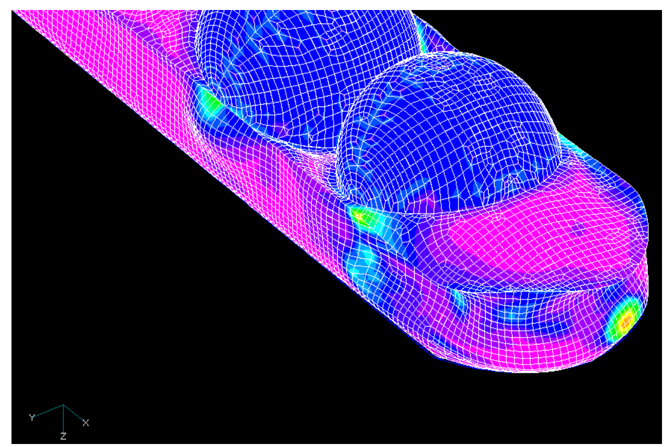
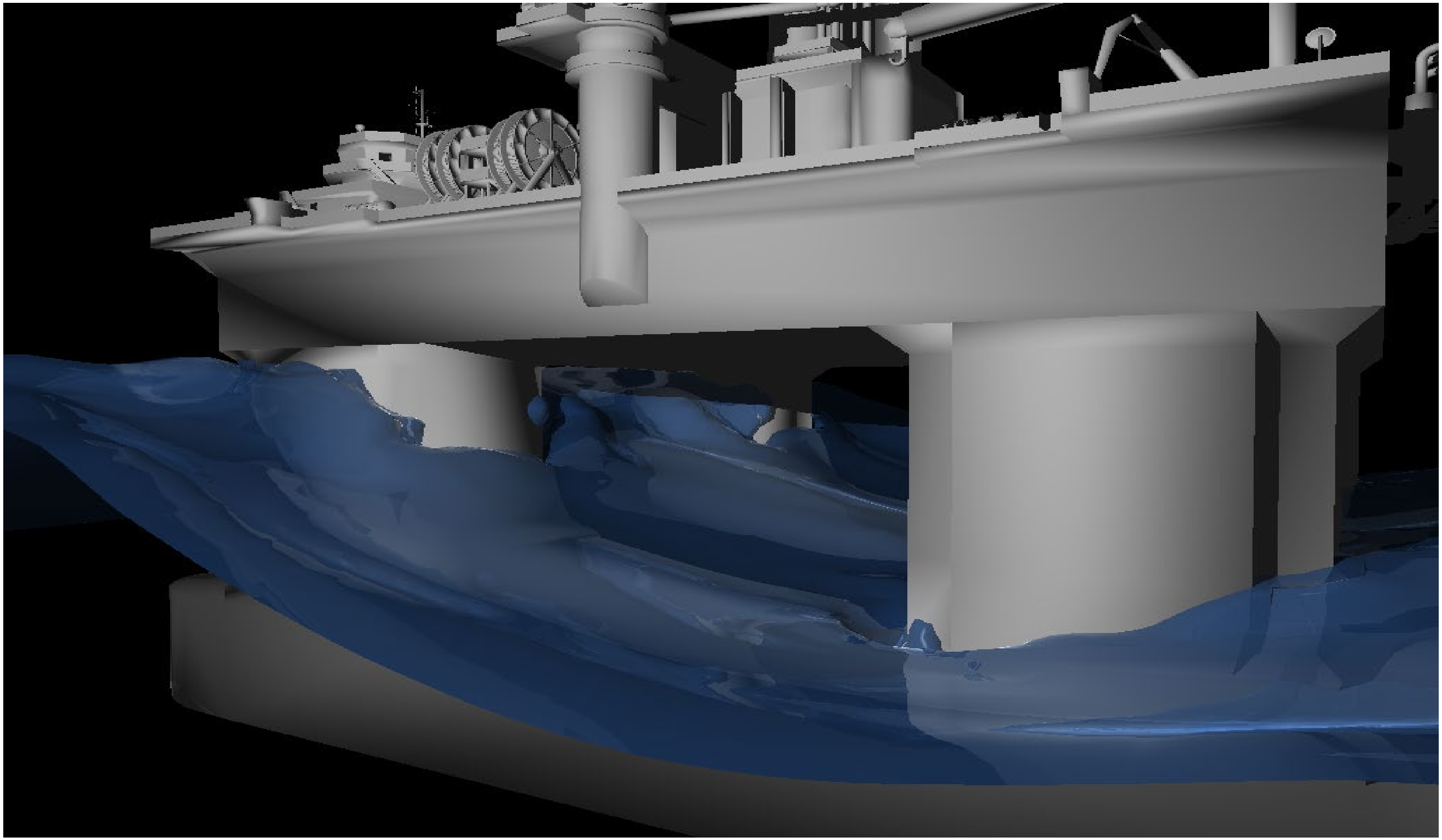
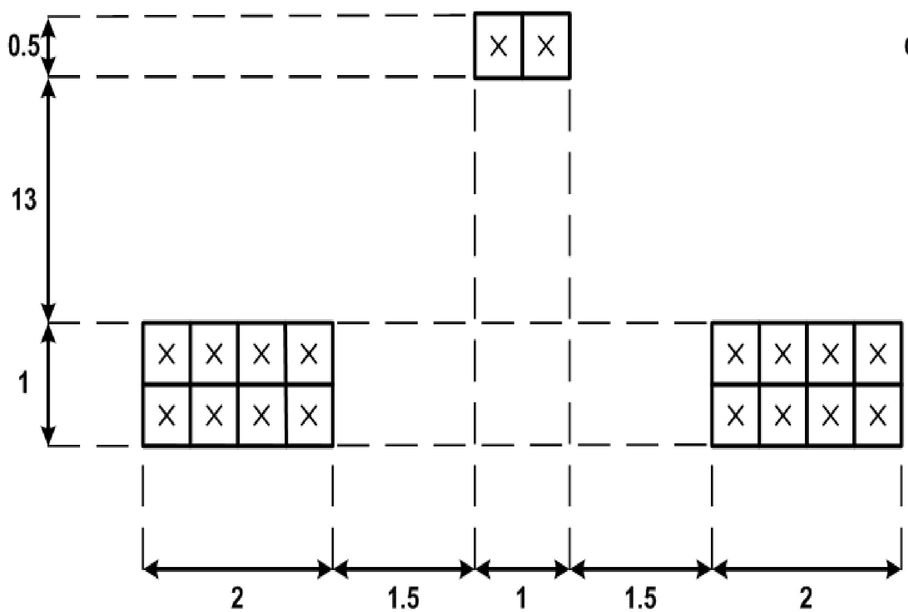


РИС. 2. Распределение напряжений при ударе.

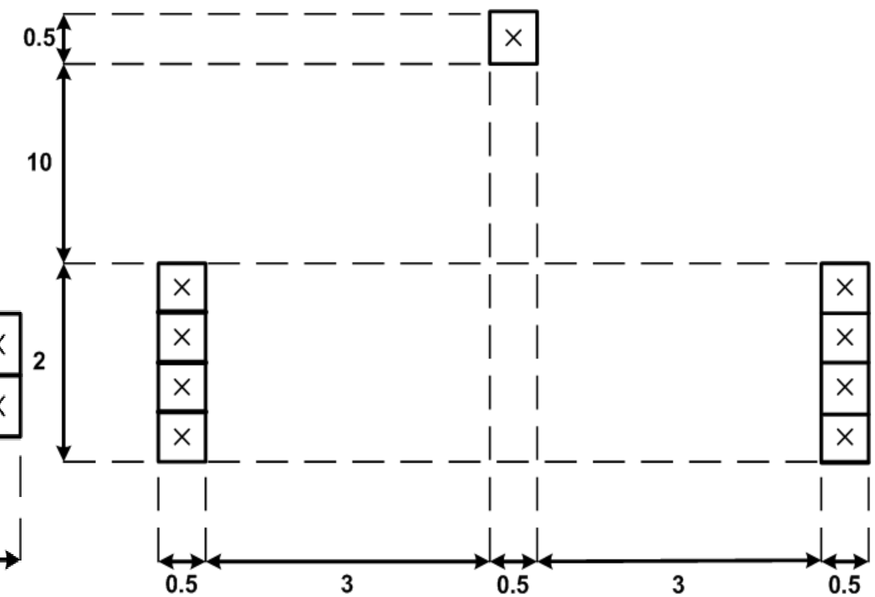
Штормовое воздействие на ледостойкую платформу (ИВМ РАН)



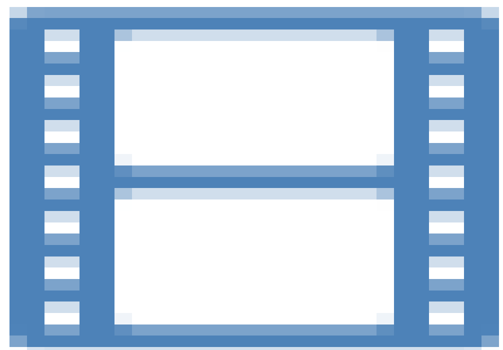
. Схема распределения нагрузки от шасси самолетов: a) ИЛ-76 ТД, b) C-130H Hercules.



a)



b)



Моделирование структуры (матрицы и волокон

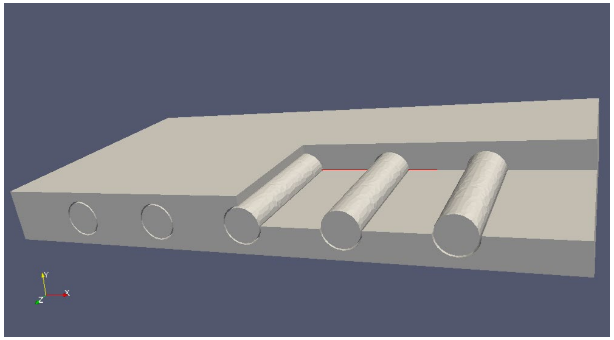
- Начальные условия — напряжения отсутствуют, конструкция покоится.
- Граничные условия — свободная граница.
- Контактные условия — трение между ударником и конструкцией, k=0.1.
- Внутренние границы — полное слипание с возможностью разрушения.
- Энергия удара – 1.25, 12.5 и 125 Дж.

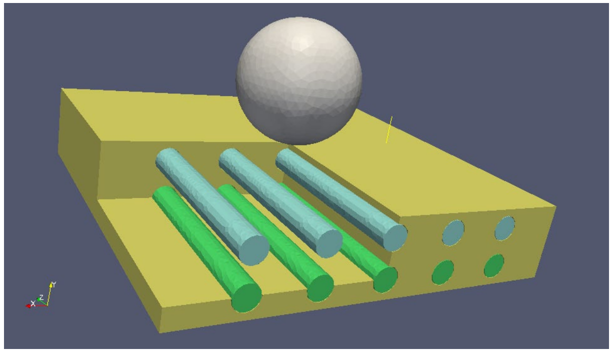
Один слой волокон:

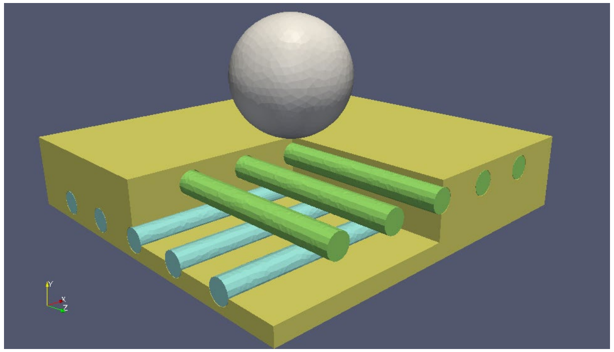
- a. реальные параметры материала;
- b. однородный материал.

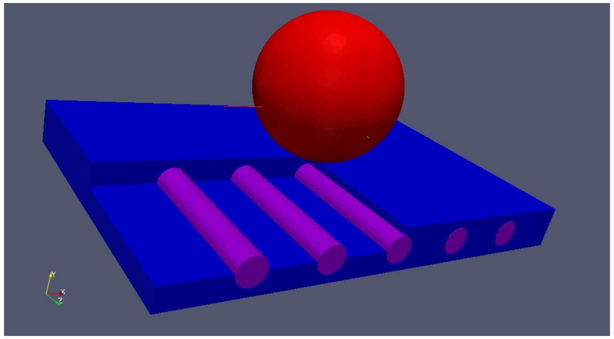
Два слоя волокон:

- a. параллельные слои;
- b. скрещенные слои.

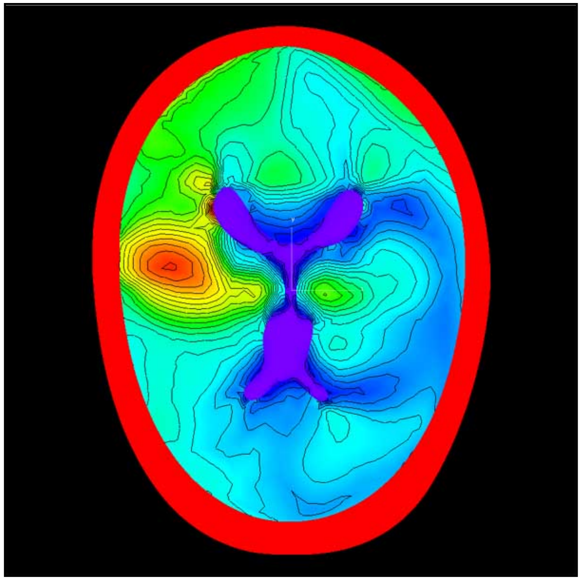


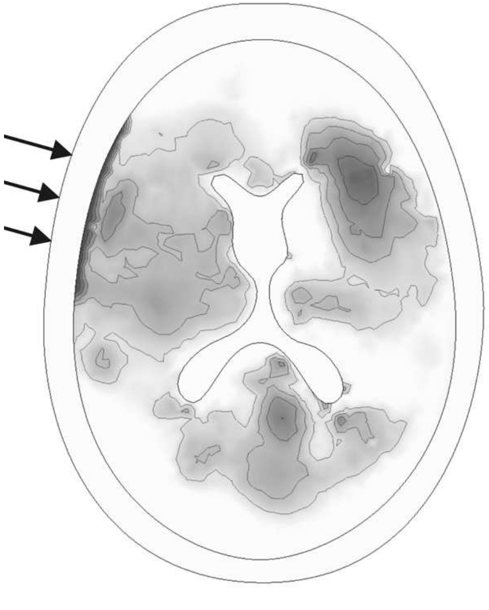


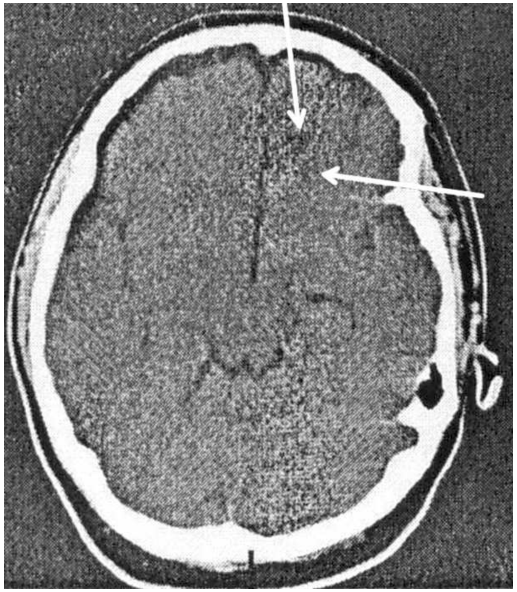




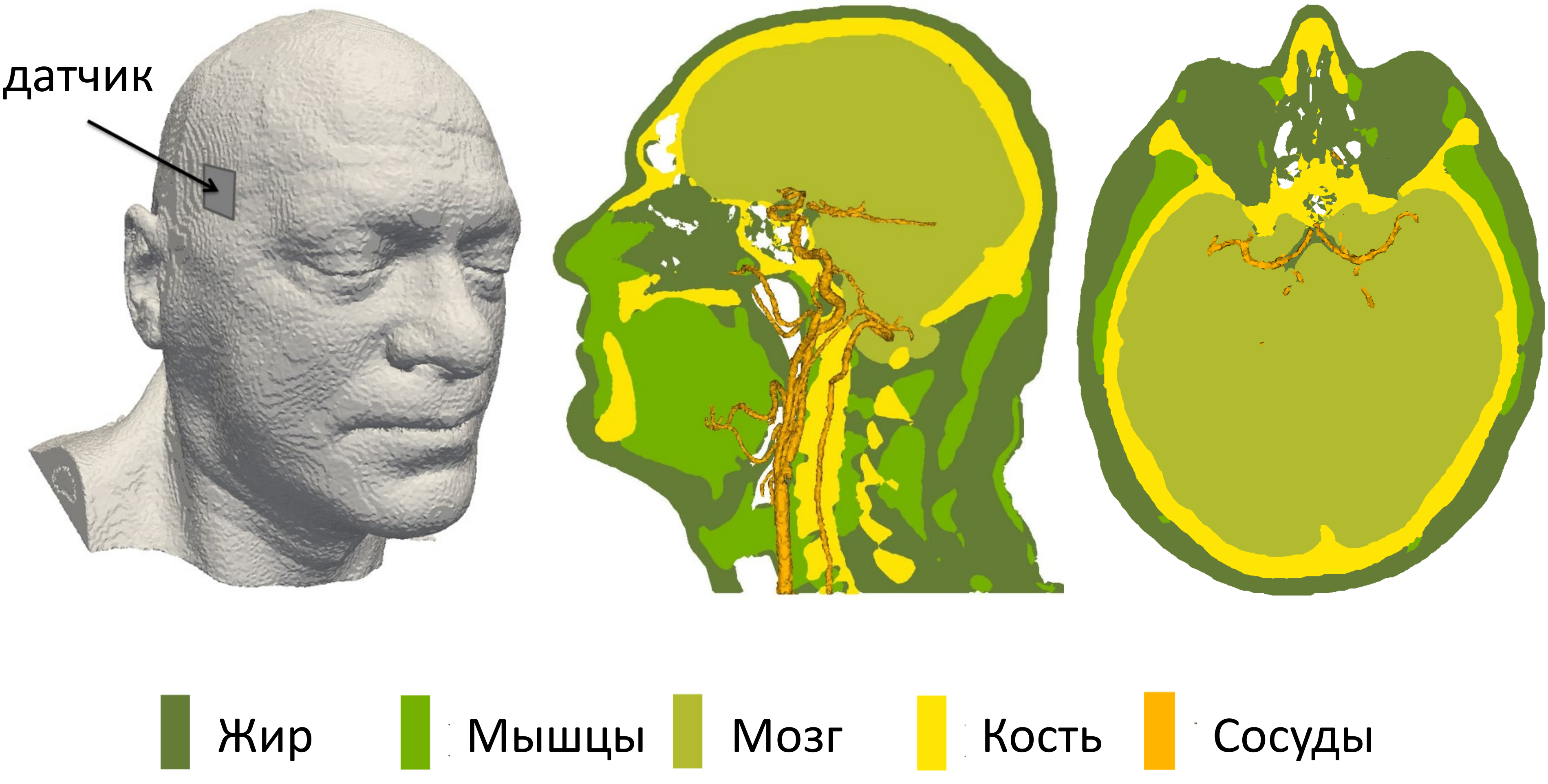
Сравнение с клиническими результатами



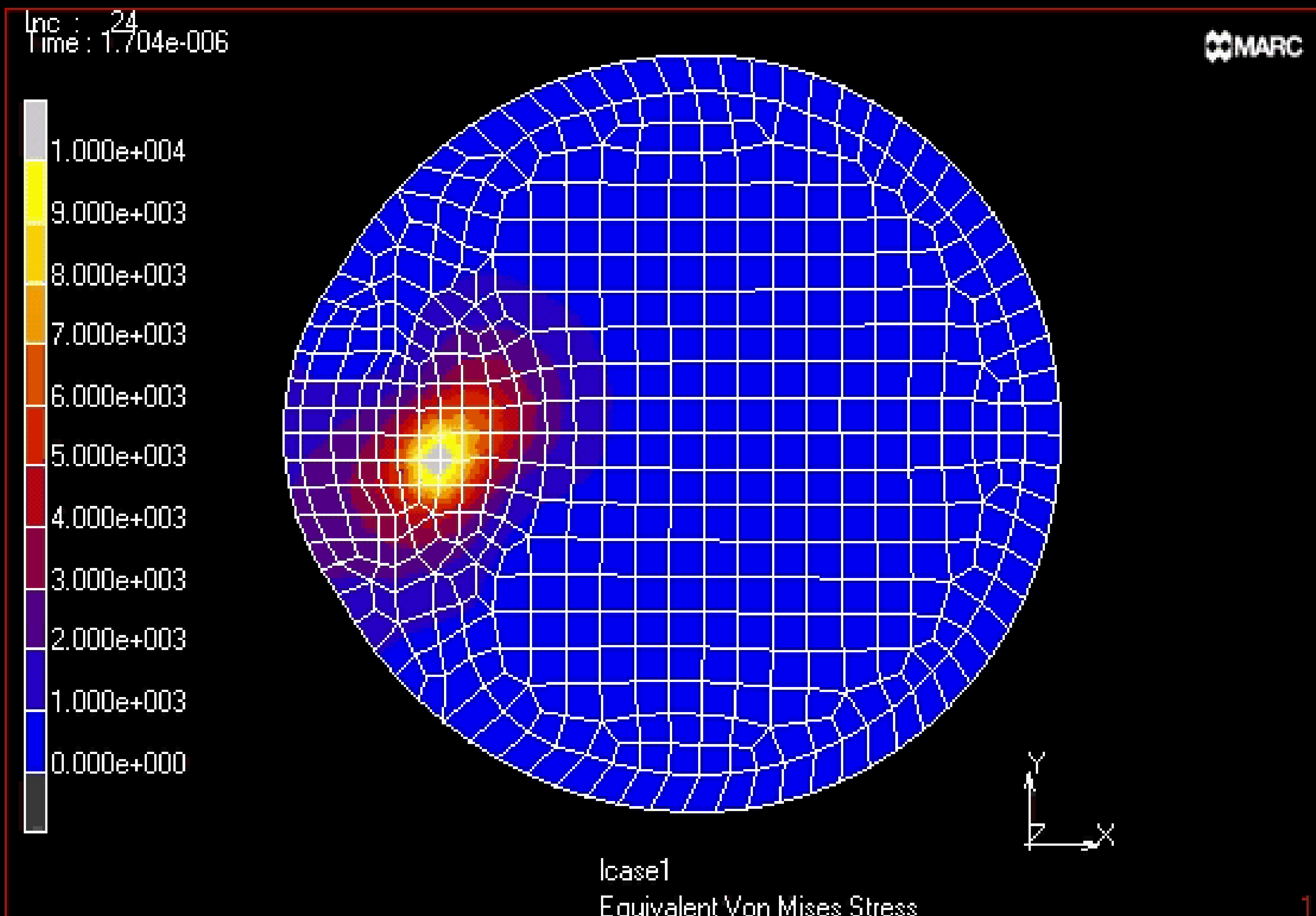




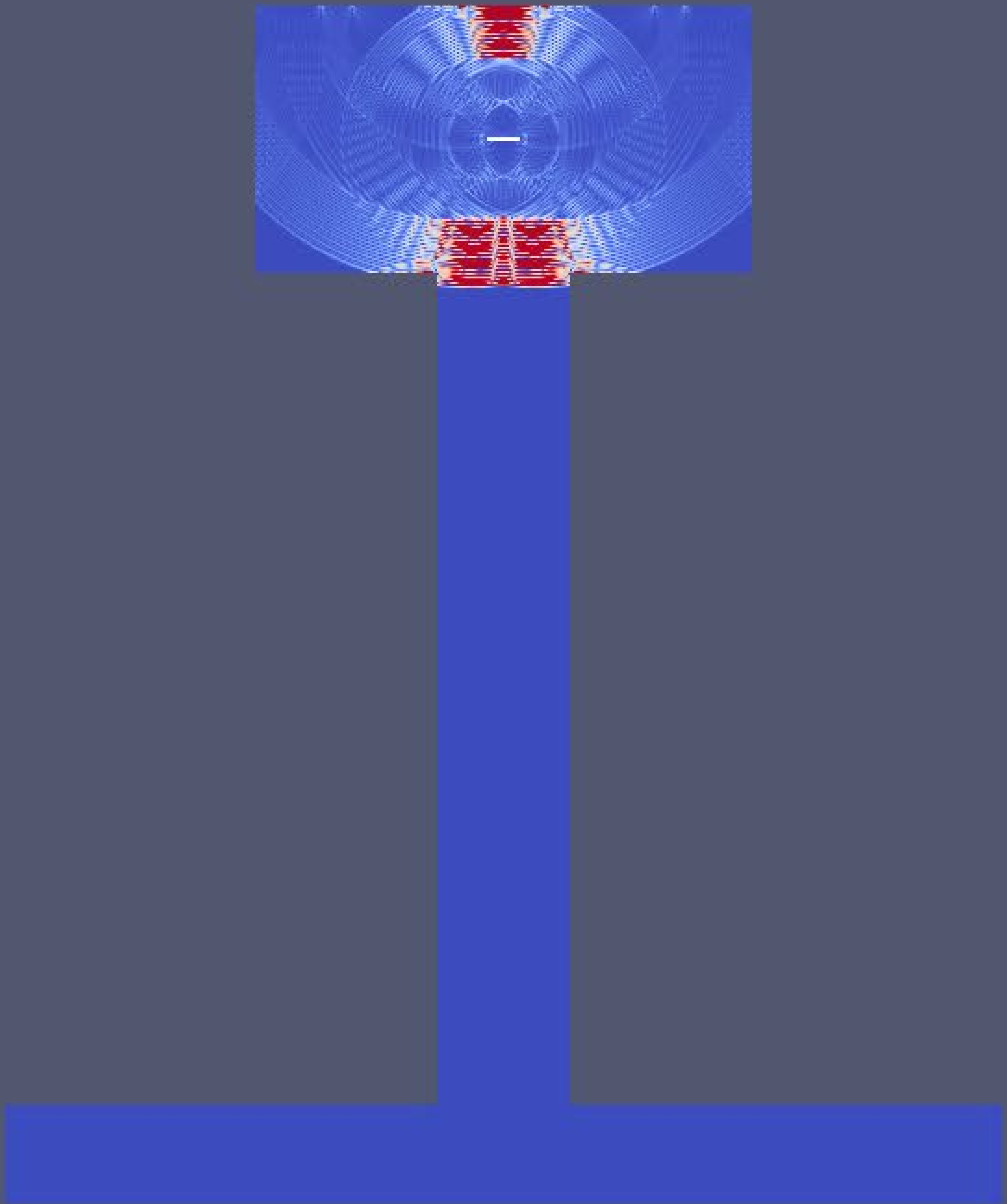
Транскраниальное УЗИ



Удаление катаракты

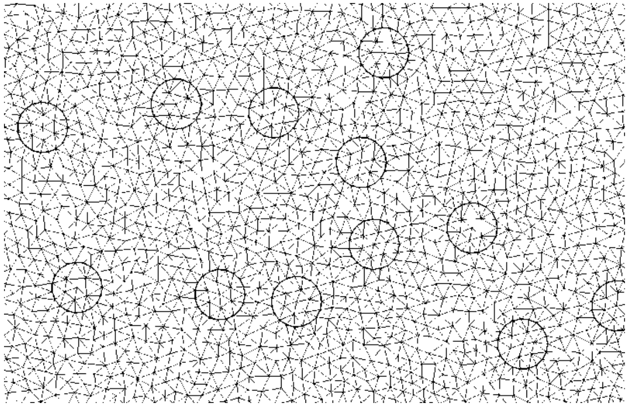


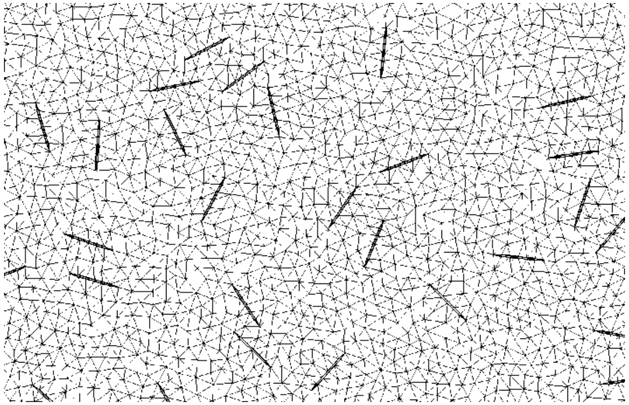
Ультразвуковой импульс. Напряжение Мизеса.

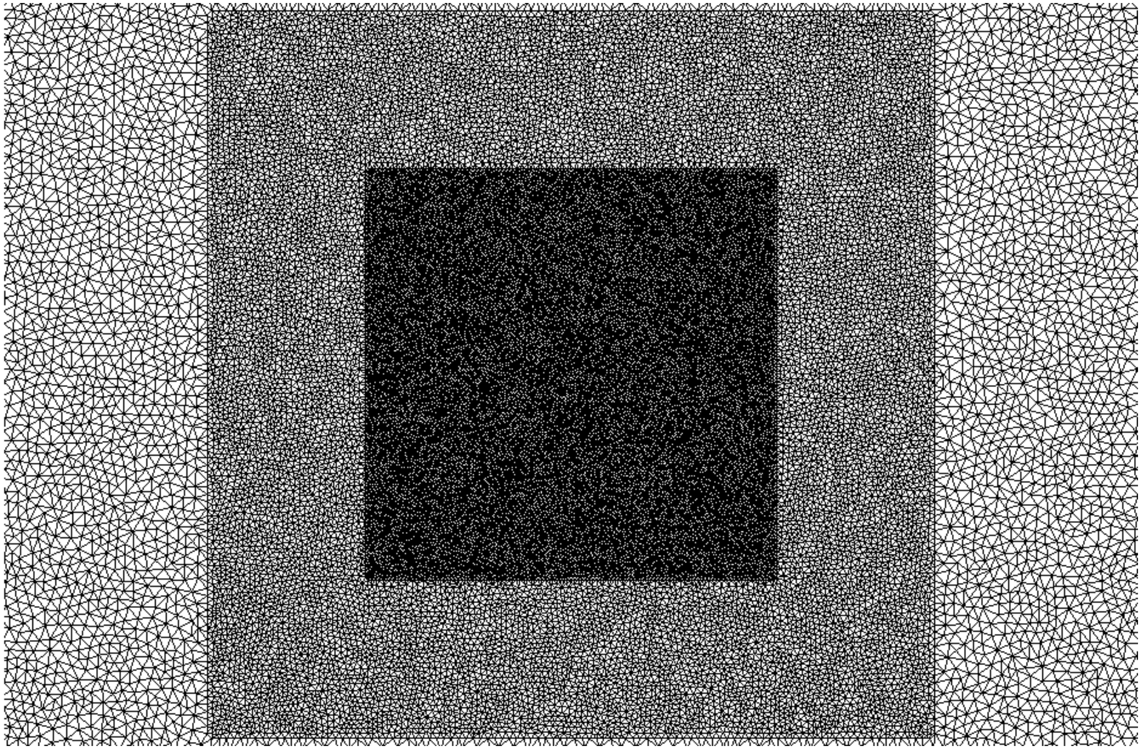


Расчетная сетка

- Тетраэдральная сетка
- Сетки с меняющейся триангуляцией

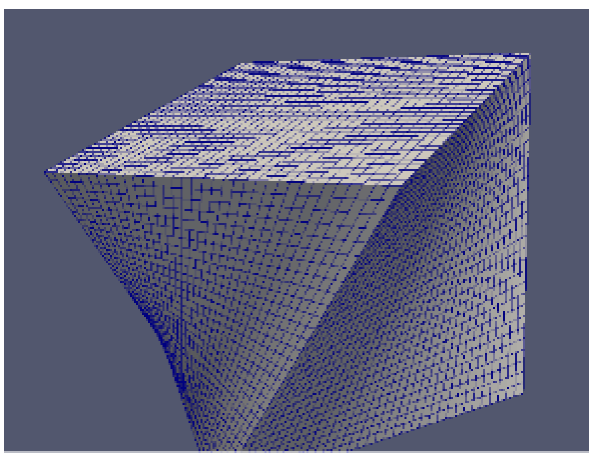


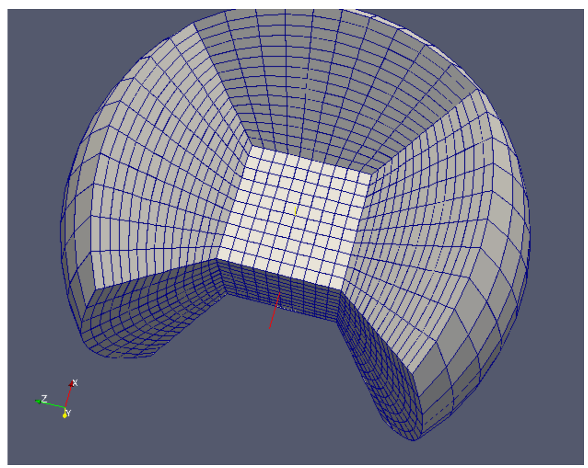


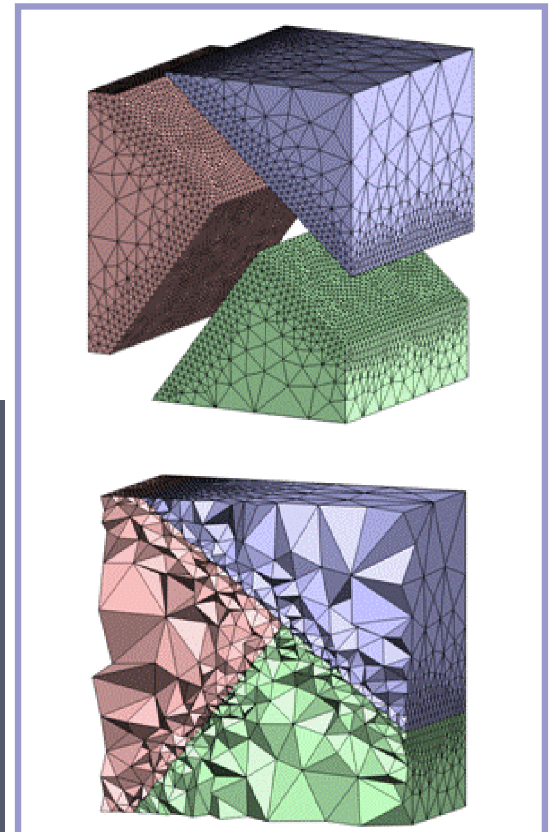


Grids

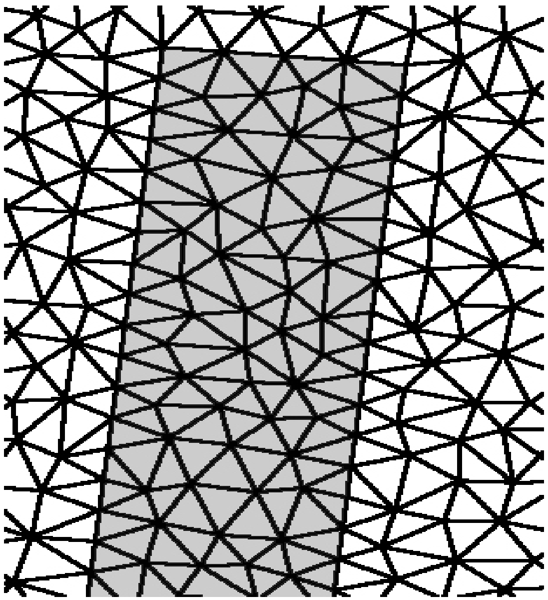
- Curvilinear grids
- Tetrahedral grids



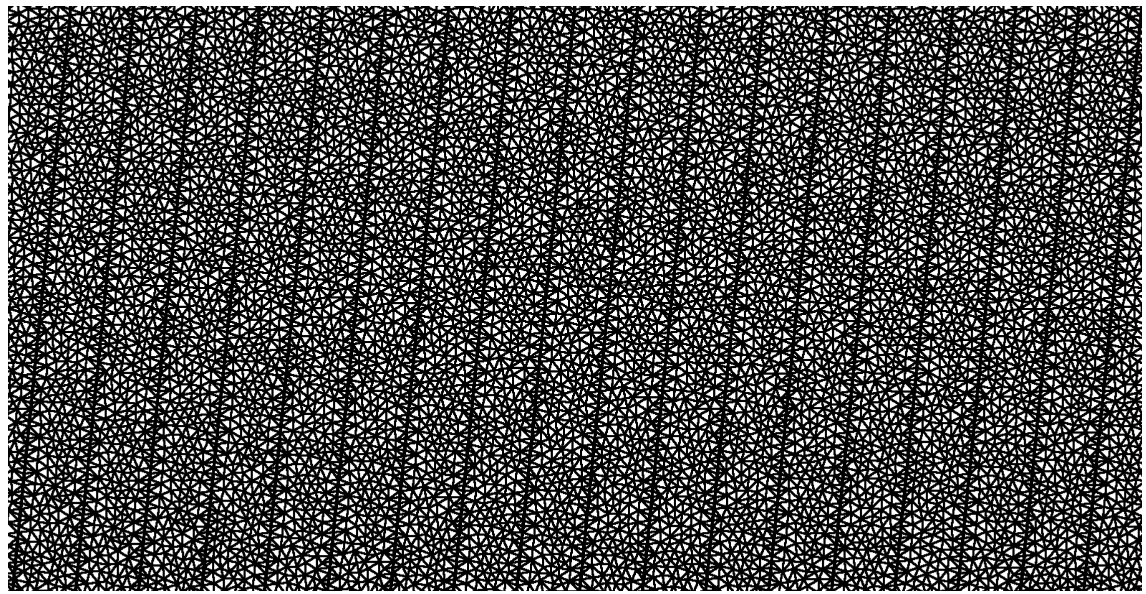




Моделирование мегатрещины



Осреднённая модель



Набор параллельных тонких трещин

Длина прямоугольника 200 м, ширина 10 м

Сейсмическая разведка. Определяющие системы уравнений.

- Твердое тело:

$$\rho \partial_t \vec{v} = \left(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}\right)^{\mathrm{T}}$$

$$\partial_t \boldsymbol{\sigma} = \lambda\left(\nabla \cdot \vec{v}\right)\mathbf{I} + \mu\left(\nabla \otimes \vec{v} + \left(\nabla \otimes \vec{v}\right)^{\mathrm{T}}\right)$$

ρ плотность среды, $\vec{v}$ скорость, $\boldsymbol{\sigma}$ симметричный тензор напряжений Коши, λ, μ параметры Ляме, определяющие свойства упругого тела,

$c_p = \left(\left(\lambda + 2\mu\right)/\rho\right)^{1/2}$ скорость продольных волн,

$c_s = \left(\mu/\rho\right)^{1/2}$ скорость поперечных волн.

- Жидкость:

$$\rho \partial_t \vec{v} = \nabla p$$

$$\partial_t p = c^2 \rho \left(\nabla \cdot \vec{v}\right)$$

ρ плотность среды, $\vec{v}$ скорость, p давление, c скорость звука.

Rheology

- Linear elasticity:

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}),$$

$$F_{ij} = 0.$$

- Viscosity (Maxwell model):

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}),$$

$$F_{ij} = -\frac{\sigma_{ij}}{\tau_0}.$$

- Elastoplastic material (Prandtl-Reiss model):

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{I\mu\sigma_{ij}\sigma_{kl}}{K^2},$$

$$F_{ij} = 0.$$

$$I = \begin{cases} 0, & \text{если } S = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 + 2\sigma_{xy}^2 + 2\sigma_{xz}^2 + 2\sigma_{yz}^2 < 2K^2 \\ 1, & \text{если } S \geq 2K^2. \end{cases}$$

Anisotropy

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}_x \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + \mathbf{A}_y \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + \mathbf{A}_z \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} = F(x, y, z, t)$$

$$\vec{u} = \{v_x, v_y, v_z, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}\}^T$$

$$\begin{aligned} 2q_{ijkl} \quad &= \quad c_{ik}\delta_{ij}\delta_{kl} + \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} c_{m+3,n+3}\left|\varepsilon_{mij}\right|\left|\varepsilon_{nkl}\right| + \\ &+ \quad \sum_{m=1}^{3} c_{i,m+3}\delta_{ij}\left|\varepsilon_{mkl}\right| + \sum_{m=1}^{3} c_{m+3,k}\left|\varepsilon_{mij}\right|\delta_{kl} \end{aligned}$$

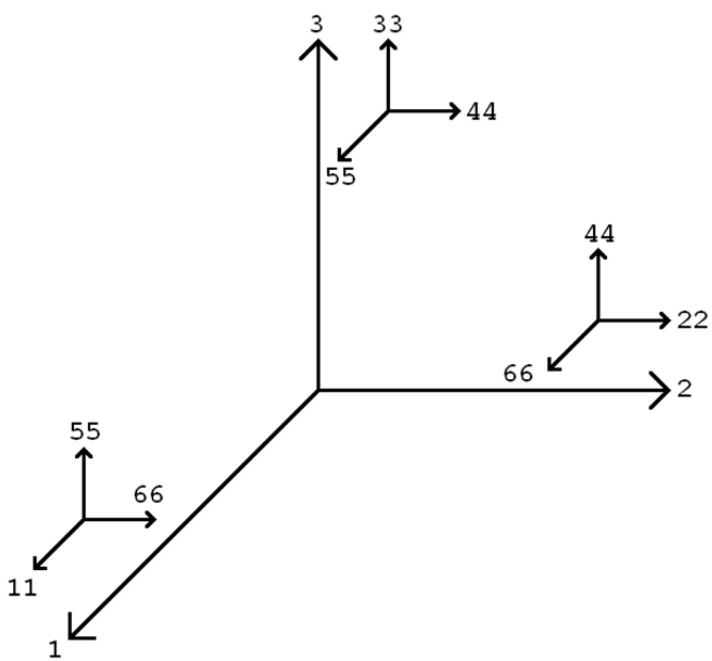
$$c_{ik} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix}$$

Orthotropy

$$C_{ij,kl} = c_{i,k}\delta_{ij}\delta_{kl} + \sum_{m=1}^{3} c_{i,m+3}\delta_{ij}\left|\varepsilon_{mkl}\right| + \sum_{m=1}^{3} c_{m+3,k}\left|\varepsilon_{mij}\right|\delta_{kl} + \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} c_{m+3,n+3}\left|\varepsilon_{mij}\right|\left|\varepsilon_{nkl}\right|$$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho\partial_t v_i &= \sum_j \partial_j \sigma_{ij}\,, \\ \partial_t \sigma_{ij} &= \sum_k \sum_l C_{ij,kl}\left(\partial_k v_l + \partial_l v_k\right). \end{aligned}}$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}$$



$$\left\{\sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{55}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{55}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}, 0, 0, 0\right\}$$

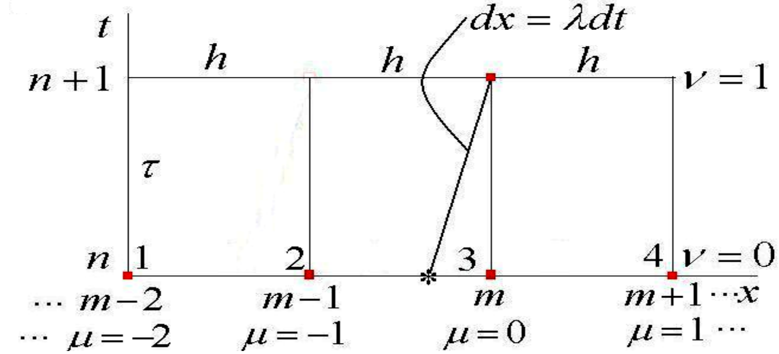
$$\left\{\sqrt{\frac{c_{22}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{22}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}, 0, 0, 0\right\}$$

$$\left\{\sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, \sqrt{\frac{c_{55}}{\rho}}, -\sqrt{\frac{c_{55}}{\rho}}, 0, 0, 0\right\}$$

Uniform linear transport equation

- Let's start our discussion from the simplest hyperbolic equation

$$\begin{cases} u_t + \lambda u_x = 0, \quad \lambda = \text{constant} > 0 \\ u(0,x) = u^0(x), \quad u(t,0) = u^1(t) \end{cases}$$



- Its solution at an arbitrary point is

$$\begin{cases} u(t,x) = u^0(x-\lambda t) = u_*, \quad \text{if } x-\lambda t \geq 0 \\ u(t,x) = u^1(t-x/\lambda) = u_*, \quad \text{if } x-\lambda t < 0 \end{cases}$$

- Thus, $u(t,x)=u_*$ is the constant along the characteristic:

$$dx = \lambda dt$$

- There are a lot of the difference schemes for this equation which can be written in the common form:

$$u_m^{n+1} = \sum_{\mu,\nu} \alpha_\mu^\nu(\tau,h) u_{m+\mu}^{n+\nu}, \quad \mu = 0, \pm 1, \ldots, \quad \nu = 1, 0, -1, \ldots,$$

Approximation conditions and monotonicity

- For all difference schemes:

- We can write the approximation conditions ($\sigma = \lambda\tau/h > 0$):

1st order -
$$\sum_{\mu,\nu} \alpha_\mu^\nu(\tau,h) = 1, \quad \sum_{\mu,\nu} (\mu - \nu\sigma)\alpha_\mu^\nu(\tau,h) = -\sigma$$

and higher -
$$\sum_{\mu,\nu} (\mu - \nu\sigma)^k \alpha_\mu^\nu = -(-\sigma)^k, \quad k = 2,3,\ldots$$

- There are a lot of monotonicity criteria:

Friedrichs -
$$\alpha_\mu^\nu(\tau,h) \geq 0$$

Harten -
$$TV(u^{n+1}) = \sum_m |u_{m+1}^{n+1} - u_m^{n+1}| \leq \sum_m |u_{m+1}^n - u_m^n| = TV(u^n)$$

Van Leer -
$$\begin{cases} \min\{u_m^n, u_{m-1}^n\} \leq u_m^{n+1} \leq \max\{u_m^n, u_{m-1}^n\}, & if \quad 0 < \sigma = \lambda\tau/h < 1 \\ \min\{u_m^n, u_{m+1}^n\} \leq u_m^{n+1} \leq \max\{u_m^n, u_{m+1}^n\}, & if \quad -1 < \sigma = \lambda\tau/h < 0 \end{cases},$$

Grid-characteristic method

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}_x \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + \mathbf{A}_y \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + \mathbf{A}_z \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} = F(x, y, z, t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} + \mathbf{A}_x \frac{\partial}{\partial x}\vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} + \mathbf{A}_y \frac{\partial}{\partial y}\vec{u} = 0$$

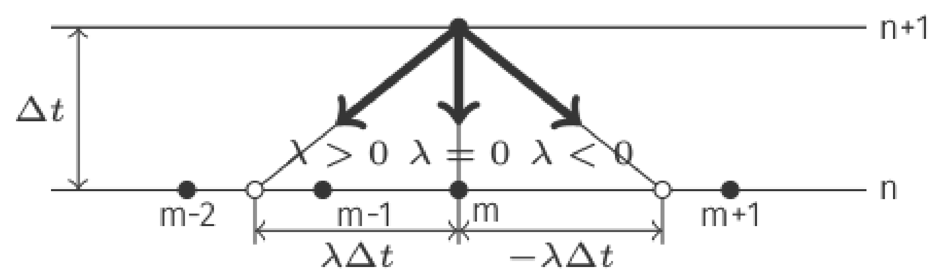
$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} + \mathbf{A}_z \frac{\partial}{\partial z}\vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} = \vec{f}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Omega}$$

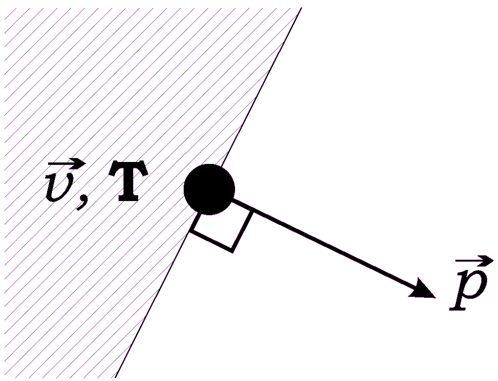
$$\vec{\omega} = \mathbf{\Omega} \cdot \vec{u}$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = 0$$



Граничные и контактные условия

Внешняя граница



- Внешняя сила

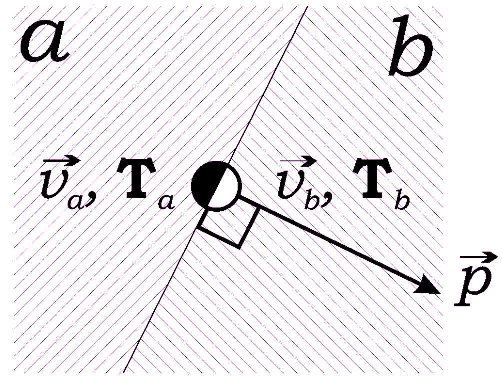
$$\boldsymbol{\sigma}\vec{p} = \vec{f}$$

- Скорость на поверхности

$$\vec{v} = \vec{V}$$

- Смешанные граничые условия
- Неотражающие граничные условия

Контактные границы



Условие слипания

$$\vec{v}_a = \vec{v}_b = \vec{V}, \vec{\sigma}_a = -\vec{\sigma}_b$$

Условие скольжения

$$\vec{v}_a \cdot \vec{p} = \vec{v}_b \cdot \vec{p}, \sigma_p^a = -\sigma_p^b, \sigma_\tau^a = \sigma_\tau^b = 0$$

Контакт между жидкостью и твердым телом

Спасибо
за внимание!