

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ
В МАГИСТРАТУРУ
ПО НАПРАВЛЕНИЮ 09.04.01 «ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА»**

Математический анализ

1. Предел последовательности. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы.
2. Предел функции. Непрерывные функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.
3. Производная и дифференциал. Свойства дифференцируемых функций (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, правила Лопиталя, формула Тейлора). Неявные функции. Экстремумы. Условные экстремумы.
4. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл Римана. Повторные интегралы. Замена переменных. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.
5. Числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость. Ряды Фурье. Представление функций рядами Фурье.

Основы теории функций комплексной переменной

6. Степенные и функциональные ряды на комплексной плоскости. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара.
7. Комплексное дифференцирование. Условия Коши - Римана.
8. Комплексное интегрирование. Теорема Коши. Формула Коши. Интеграл типа Коши. Принцип максимума модуля.
9. Теоремы Тейлора и Лорана. Нули аналитической функции. Внутренняя теорема единственности. Изолированные особые точки. Вычеты. Вычисление несобственных интегралов с помощью теории вычетов.
10. Преобразования Фурье и Лапласа.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

11. Задача Коши. Теоремы Пеано и Пикара существования решения задачи Коши. Лемма Гронуолла и единственность решений.
12. Линейные уравнения и линейные системы с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Общее решение. Метод вариации постоянных. Уравнения и системы уравнений с постоянными коэффициентами.
13. Устойчивость и неустойчивость решений. Теоремы Ляпунова и Четаева. Устойчивость по первому приближению. *

Элементы вычислительной математики

14. Итерационные методы решения линейных алгебраических систем большой размерности.
15. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Численное интегрирование.
17. Разностные схемы. Устойчивость разностных схем.
18. Дискретное преобразование Фурье.

Примечание - Звездочкой * обозначены вопросы, которые не предполагают доказательств.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт.— Издательство «Лань», 2008
Том 1-й http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=410
Том 2-й: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=411
2. Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для [студентов физических и механико-математических специальностей] вузов. — Москва : АСТ : Астрель, 2010
3. Амандус Н.Е., Кожанов А.И., Шваб И.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Часть 1. Основной курс. Учебн. пособие. —Новосибирск: НГУ, 2008
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. —М: Бином, Лаборатория знаний, 2008
5. Шарый С.П. Курс вычислительных методов. Учебник. —Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2013 <http://www.ict.nsc.ru/matmod/files/textbooks/SharyNuMeth.pdf>

Дополнительная:

6. Зорич В. А. Математический анализ: учебник для студентов математических и физико-математических факультетов и специальностей высших учебных заведений : [в 2 ч.] Москва: Изд-во МЦНМО, 2007
7. Сборник задач по математике для вузов : [в 4 ч.] / под ред. А.В. Ефимова, А.С.Поспелова.—Москва : Физматлит, 2009
8. Амандус Н.Е., Кожанов А.И., Шваб И.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Часть 2. Учебн. пособие. —Новосибирск: Высший колледж информатики НГУ, 2010.
9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - СПбМ.: Лань, 2002
10. Вержбицкий, Валентин Михайлович. Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения: учебное пособие для студентов математических и инженерных специальностей высших учебных заведений / В.М. Вержбицкий. — 2-е изд., испр.—Москва : ОНИКС 21 век, 2005
11. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008
12. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах —М.: Высш. шк., 2008

Математическая логика и теория алгоритмов

19. Логика высказываний. Основные тождества логики высказываний. Приведение формулы к СДНФ и СКНФ. Секвенциальное исчисление высказываний, теорема о замене. Теорема о существовании КНФ, теорема о полноте исчисления секвенций.
20. Теория множеств. Основные тождества теории множеств. Теорема об эквивалентностях и разбиениях. Теорема Кантора-Бернштейна, теорема Кантора. Счётность множества слов в счётном алфавите. Несчётность множества вещественных чисел. Равномощность множества вещественных чисел и множества всех подмножеств натуральных чисел. Основные свойства булевых алгебр. Теорема Стоуна для конечных булевых алгебр.
21. Логика предикатов и теория моделей. Семантическая эквивалентность формул, основные тождества логики предикатов. Секвенциальное исчисление предикатов, теорема о корректности. Теорема о замене. Приведение формулы к предваренной нормальной форме. Теорема о существовании модели. Теорема Гёделя о полноте и теорема компактности Мальцева. Теоремы Ливенгейма-Скулема. Аксиоматизируемые классы, конечно аксиоматизируемые классы. Характеризация классов, замкнутых относительно подмоделей и расширений.

22. Теория вычислимости. Прimitивно-рекурсивные, общерекурсивные и частично-рекурсивные функции. Машины Тьюринга, теорема о правильной вычислимости частично-рекурсивных функций. Кодировка машин Тьюринга. Теорема о нормальной форме Клини. Эквивалентность классов вычислимых функций. Универсальные рекурсивные функции. Клиниевская нумерация, теорема о неподвижной точке. Теорема Райса. Теорема об эквивалентных определениях рекурсивно-перечислимых множеств. Теорема Поста. Теорема о проекции, теорема о графике. Представимость рекурсивных функций в арифметике Пеано. Теорема Гёделя о неполноте. Теоремы о неразрешимости логики предикатов и арифметики. Существование рекурсивно-перечислимого, но не рекурсивного множества, неразрешимость проблемы остановки программы.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. - М.: Лань, 2005.
2. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. - М.: Физмалит, 2001. - 256 с.

Дополнительная:

3. Клини С. Математическая логика. М.:Мир, 1973
4. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.:Мир, 1983
5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.:Наука, 1984.
6. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. М.:МЦНМО, 2012
7. Лавров И.А. Математическая логика. Учебное пособие для вузов. М.: Академия, 2006.
8. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. М.: Физмалит. 2007

Дискретный анализ

23. Полнота и замкнутость систем булевых функций. Основные замкнутые классы. Теорема Поста о полноте. Сложность реализации булевых функций в классе схем из функциональных элементов. Теорема Шеннона о сложности реализации булевых функций в классе схем из функциональных элементов.
24. Оценки хроматического числа графов. Раскраска графа. Теорема Брукса. Теорема Визинга. Независимые множества и покрытия в графах. Теорема о числе паросочетаний и числе реберного покрытия. Паросочетания в двудольных графах, теоремы Холла и Кенига.
25. Формула включений и исключений. Производящие функции, возвратные последовательности и линейные рекуррентные соотношения; общее решение линейного рекуррентного соотношения.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Бородин О.В. Дискретная математика: Учебное Пособие. Часть 1. Новосибирск: НГУ, 2009.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004

Дополнительная:

3. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004
4. Виленкин Н.А., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: «Фима» МЦНМО, 2010

5. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск. Изд-во Института математики, 2002
6. Косточка А. В., Соловьева Ф. И. Дискретная математика: Учеб. пособие/ Новосиб.гос. ун-т, Мех.-мат. фак., Каф. теорет. кибернетики. -Новосибирск: НГУ, 2001
7. Косточка А. В. Дискретная математика: Учеб. пособие/ Новосиб. гос. ун-т, Мех.-мат. фак., Каф. теорет. кибернетики. -Новосибирск: НГУ, 2001.
8. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. СПб: Лань, 2009 http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=220
9. Редькин, Н. П. Дискретная математика: курс лекций для студентов-механиков: учеб. пособие для вузов по спец. "Математика", "Прикл. математика" / Н. П. Редькин.—Изд. 2-е, стер. — Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2006
10. Харари, Фрэнк. Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова.—Изд. 2-е.—Москва : УРСС, 2003
11. Эвнин А.Ю. Задачник по дискретной математике. Изд. 5-е.-М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2013
12. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.—М.:Высшая школа, 2003