1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 5\theta^5 y^{-6}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^4$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{9}{20} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^2 - \overline{X^2} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,2}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,4}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(n)} \geqslant 1{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,16}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = -1$? Найти мощность этого критерия.

5. Для проверки симметричности монеты её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений герба заключено в границах $n/2 \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-3)$. Проверить симметричность монеты, если после 10 000 бросков герб выпал 5 400 раз.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 7\theta^7 y^{-8}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^6$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{16}{63} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^3 - \overline{X^3} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 5 и p.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(4) - F_n^*(2)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 16$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,9}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-3)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 0\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = 0$? Найти мощность этого критерия.

5. Для проверки симметричности игральной кости её подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если количество выпадений единички заключено в границах $n/6 \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность кости, если после 3 600 бросков единица выпала 540 раз.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 9\theta^9 y^{-10}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^8$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{25}{144} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^4 - \overline{X^4} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из геометрического распределения с параметром p.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(5) - F_n^*(3)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,6}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(n)} \geqslant 2{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 9$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,4}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2{,}5)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = 1$? Найти мощность этого критерия.

5. Для проверки гипотезы о симметричности тетраэдра его подбросили n раз. Гипотеза симметричности принимается, если число выпадений помеченной грани заключено в границах $n/4 \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2)$. Проверить симметричность тетраэдра, если после 1 600 бросков помеченная грань выпала 430 раз.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 7\theta^7 y^{-8}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^4$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{125}{28} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^2 - \overline{X^2} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 6 и p.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,4}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{1,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 4$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,9}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 1\}$ и $H_2 = \{a = -1\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = -1$? Найти мощность этого критерия.

5. Проверяется гипотеза о том, что бутерброд падает маслом вниз с вероятностью 0,75. Эта гипотеза принимается, если после n экспериментов число упавших маслом вниз бутербродов заключено в границах $3n/4 \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,1}(-2{,}5)$. Проверить гипотезу, если из 10 000 бутербродов маслом вниз упали 7 600 штук.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 11\theta^{11}y^{-12}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^{10}$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{275}{36} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^5 - \overline{X^5} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из распределения Пуассона с параметром λ.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(5) - F_n^*(2)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{-1,\,1}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,\,4}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(n)} \geqslant 0{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 25$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,36}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 3\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = 1$? Найти мощность этого критерия.

5. Проверяется гипотеза о том, что стрелок попадает по мишени с вероятностью 0,9. Гипотеза принимается, если число попаданий после n выстрелов заключено в границах $0{,}9n \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,\,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если после 400 выстрелов стрелок попал 340 раз.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			

---

1. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объёма n из распределения с плотностью $f(y) = 9\theta^{9}y^{-10}$ на интервале $[\theta, +\infty)$, где $\theta > 0$. Параметр $a = \theta^{6}$ оценивается статистикой

$$a^* = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i^3 - \overline{X^3} \right)^2 .$$

Проверить состоятельность и несмещённость оценки a^* для параметра a.

2. Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из биномиального распределения с параметрами 4 и p.

а) Вычислить дисперсию случайной величины $F_n^*(3) - F_n^*(1)$.

б) Выяснить, как эта случайная величина себя ведёт при $n \to \infty$.

3. Дана выборка $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $\mathcal{F}$ и гипотезы $H_1 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{2,\,5}\}$ и $H_2 = \{\mathcal{F} = \mathrm{U}_{0,\,3}\}$. Критерий δ предписывает принимать гипотезу H_2, если $X_{(1)} \leqslant 2{,}5$. Найти вероятности ошибок первого и второго рода этого критерия. Является ли критерий состоятельным?

4. Дана выборка объёма $n = 36$ из нормального распределения $\mathrm{N}_{a,\,25}$. Построить наиболее мощный критерий (точного) размера $\varepsilon = \Phi_{0,\,1}(-2)$ для различения гипотез $H_1 = \{a = 2\}$ и $H_2 = \{a = 1\}$. Какую гипотезу выбрал построенный критерий при $\overline{X} = 1$? Найти мощность этого критерия.

5. Для проверки гипотезы о том, что вероятность обнаружить приз-брелок в пачке чипсов «Lays» равна 0,2, куплены n пачек чипсов. Гипотеза принимается, если количество обнаруженных призов заключено в границах $0{,}2n \pm \Delta$. Подобрать Δ, чтобы данный критерий имел асимптотический размер $\varepsilon = 2\Phi_{0,\,1}(-3)$. Проверить гипотезу, если в 10 000 проверенных пачек чипсов обнаружены 1 600 призов.

ФИО													Номер группы
1		2		3			4			5			