

## Итоги семинара 24.11.2020

На семинаре мы обсудили введение в теорию цепей Маркова и их приложения к задачам страхования.

Цепь Маркова (ЦМ) – это последовательность случайных чисел  $\{X_n\}_{n \geq 0}$  с конечным (или счетным) числом исходов, (то есть в каждый момент времени система может принимать одно из состояний  $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ ), обладающая марковским свойством:

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = \mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$$

для любого  $n$  и любых состояний  $i, j, i_0, \dots, i_{n-1} \in E$ .

ЦМ называется однородной (по времени), если вероятности перехода из  $i$ -го состояния в  $j$ -е не зависят от момента времени  $n$ , в который мы наблюдаем процесс. Обозначим эти вероятности через  $p_{ij}$ :

$$p_{ij} = \mathbb{P}(X_1 = j \mid X_0 = i) = \mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_n = i).$$

Матрица  $\mathbf{P} = (p_{ij})_{i,j \geq 1}$  называется матрицей переходных вероятностей.

Мы рассмотрели пример применения цепей Маркова к задаче страхования автомобилей, которая называется "Bonus-malus". В частности, мы посчитали, каким должен быть ущерб в результате страхового случая, чтобы водителю было не выгодно заявлять о нем в свою страховую компанию.

### Что бы еще почитать?

Общая теория цепей Маркова изложена в классическом учебнике [1] и [2]. Хороший обзор на Bonus-Malus System сделан в учебнике [3]. Там можно почитать на русском языке про задачи, связанные с BMS: например, про расчет эффективности тарифной системы.

# Литература

- [1] Ширяев, Альберт Николаевич. Вероятность-1. МЦНМО, 2007.
- [2] Чжун, Кай-лай. Однородные цепи Маркова. Мир, 1964.
- [3] <http://insurance-institute.ru/library/kaas/kaas06.pdf>