Итоги семинара 15.12.20

На семинаре мы обсудили закон больших чисел и то, как он связан с онлайн казино.

- Мы ввели понятие независимых событий

  Определение 1 *События A и B называются независимыми, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого*

  $$\mathbf{P}(A|B) = \mathbf{P}(A). \tag{1}$$

  Или другое определение

  Определение 2 *События A и B называются независимыми, если*

  $$\mathbf{P}(AB) = \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B). \tag{2}$$

  Рассмотрели эти определения на примере с картами. Какова вероятность вытянуть два раза подряд карту черви? Здесь мы рассмотрели два варианта:

  1. Карты возвращаются в колоду.
  2. Карты не возвращаются в колоду.

- Поговорили о том, что такое случайная величина и о независимости случайных величин

  Определение 3 *Случайная величина - величина, которая принимает заранее непредсказуемое значение из множества допустимых значений.*

  Дискретные случайные величины X, Y называются независимыми, если события $A = \{X = k\}, B = \{Y = n\}$ независимы для любых чисел i, j.

- Вывели формулу для геометрического распределения.

  Определение 4 *Говорят, что случайная величина X имеет геометрическое распределение с параметром p, если*

  $$\mathbf{P}(X = k) = (1-p)^{k-1}p, \quad \textit{при} \quad k = 1, 2, 3, \ldots \tag{3}$$

  Случайная величина с таким распределением имеет смысл номера первого успешного испытания в схеме Бернулли с вероятностью успеха p.

- Ввели понятие математического ожидания и посчитали его для геометрического распределения

  Определение 5 *Математическим ожиданием случайной величины X называется*

$$\mathbf{E}X = \sum_{k=1}^{\infty} x_k \mathbf{P}(X = x_k). \tag{4}$$

  Если случайная величина X имеет геометрическое распределение, то

$$\mathbf{E}X = \frac{1}{p}. \tag{5}$$

- Закон больших чисел

  Теорема 1 *Для любой последовательности $X_1, X_2, X_3, \ldots$ независимых и одинково распределенных случайных величин, математическое ожидание которых существует, верно*

$$\frac{X_1 + \ldots + X_n}{n} \longrightarrow \mathbf{E}X_1. \tag{6}$$

У каждого игрового автомата есть такой показатель, как **RTP** или Return to Player. Если RTP= 95%, и мы возмем в качестве последовательности случайных величин последовательность $X_1, X_2, X_3, \ldots$ выигрышей на данном игровом автомате, то

$$\frac{X_1 + \ldots + X_n}{n} \longrightarrow \mathbf{E}X_1 = 0,95. \tag{7}$$

То есть мы видим, что с каждого рубля в среднем мы будем получать 95 копеек. Это не значит, что в казино нельзя выиграть, но как перспективу долгосрочного заработка игровые автоматы рассматривать не стоит. Затем мы задались другим вопросом. Что если посмотреть на эту ситуацию со стороны казино? По статистике 60% посетителей казино интересуют именно игровые автоматы. И мы видим, что в такой ситуации, казино всегда в плюсе(в среднем на 5%).