

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет  
Кафедра общей физики

ГЕНЕРАЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
(обучающий комплекс для выполнения новых  
лабораторных работ)

Новосибирск  
2012

Обучающий комплекс для выполнения новых лабораторных работ «Генерация лазерного излучения» создан в лаборатории физической оптики ФФ НГУ для демонстрации и изучения процесса возникновения лазерной генерации. Экспериментальная установка, входящая в состав комплекса, позволяет наблюдать за эволюцией во времени интенсивности излучения твердотельного лазера с момента включения источника накачки. Вторая важная составляющая обучающего комплекса – программа компьютерного моделирования процессов поглощения и излучения света в активной среде лазера на основе численного решения балансных уравнений Статца – де Марса. Подбор параметров моделирования – скорости накачки и добротности оптического резонатора – позволяет получить хорошее согласие теоретической модели и результатов эксперимента. Таким образом, наглядно демонстрируется связь оптики с фундаментальными процессами квантовой механики, яснее становится смысл и взаимосвязь основных понятий лазерной техники, таких как накачка, активная среда, инверсная населенность, оптический резонатор.

Автор  
докт. физ.-мат. наук Н.Ю. Мучной

Обучающий комплекс для выполнения новых лабораторных работ подготовлен в рамках реализации Программы развития НИУ-НГУ на 2009–2018 г. г.

©Новосибирский государственный университет, 2012  
©Н.Ю. Мучной, 2012

## Содержание

<b>1. Обоснование целесообразности разработки</b>	<b>4</b>
<b>2. Обучающий комплекс для выполнения новых лабораторных работ: общее описание</b>	<b>5</b>
<b>3. Методические указания</b>	<b>18</b>
3.1 Введение [1] . . . . .	18
3.2 Краткая теория . . . . .	19
3.2.1 Населённости электронных уровней . . . . .	20
3.2.2 Система кинетических уравнений . . . . .	24
3.2.3 Тривиальное стационарное решение . . . . .	25
3.2.4 Нетривиальное стационарное решение . . . . .	26
3.2.5 Переходной процесс . . . . .	27
3.3 Описание лабораторной работы . . . . .	29
3.3.1 Порядок выполнения работы . . . . .	30
3.3.2 Задания . . . . .	31
<b>Библиографический список</b>	<b>32</b>

# 1. Обоснование целесообразности разработки

В лаборатории физической оптики НГУ изучению основ лазерной техники посвящен отдельный блок из 4-х лабораторных работ. Две работы посвящены исследованию спектрального состава лазерного излучения, одна – лазерной интерферометрии и еще одна – генерации гармоник лазерного излучения. На действующих лазерных установках изучаются оптические свойства и экспериментальные методы использования лазерного излучения, в то время как физические основы устройства лазера остаются за пределами рассмотрения. Отчасти, сложившаяся ситуация обусловлена тем, что практикум по физической оптике сопровождает курс классической электродинамики, который дается студентам 2-го курса ФФ НГУ. Для понимания работы лазера, однако, необходимо введение в рассмотрение базовых понятий и эффектов квантовой механики, таких как распределение электронов по уровням, спонтанное и вынужденное излучение. В рассматриваемом обучающем комплексе «ГЕНЕРАЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ» эти понятия вводятся в теоретическое рассмотрение вопроса в доступном научно-популярном изложении. Как показывает практика, такой подход не встречает у студентов непонимания или отторжения, а, напротив, вызывает неподдельный живой интерес.

В новой лабораторной работе используется твердотельный лазер с импульсной светодиодной накачкой. Простой эксперимент позволяет наблюдать на экране цифрового осциллографа момент включения источника накачки, и затем, по превышении порогового уровня инверсной населенности в активной среде лазера, красивый нелинейный процесс возникновения и эволюции лазерной генерации. Входящая в состав комплекса программа численного решения системы балансных уравнений для 4-х уровневого лазера, позволяет, путем интерактивного подбора параметров, получить теоретическое подтверждение наблюдаемого в эксперименте процесса. При этом, расчет позволяет «увидеть» то, что недоступно экспериментальному наблюдению, а именно характер изменения уровня инверсной населенности и осознать его влияние на процесс возникновения лазерной генерации.

## 2. Обучающий комплекс для выполнения новых лабораторных работ: общее описание

В работе используется твердотельный инфракрасный лазер ЛТИ-101 на кристалле иттрий-алюминиевого граната, активированного трёхвалентными ионами неодима. Импульсная оптическая накачка лазера осуществляется двумя полупроводниковыми светодиодами.

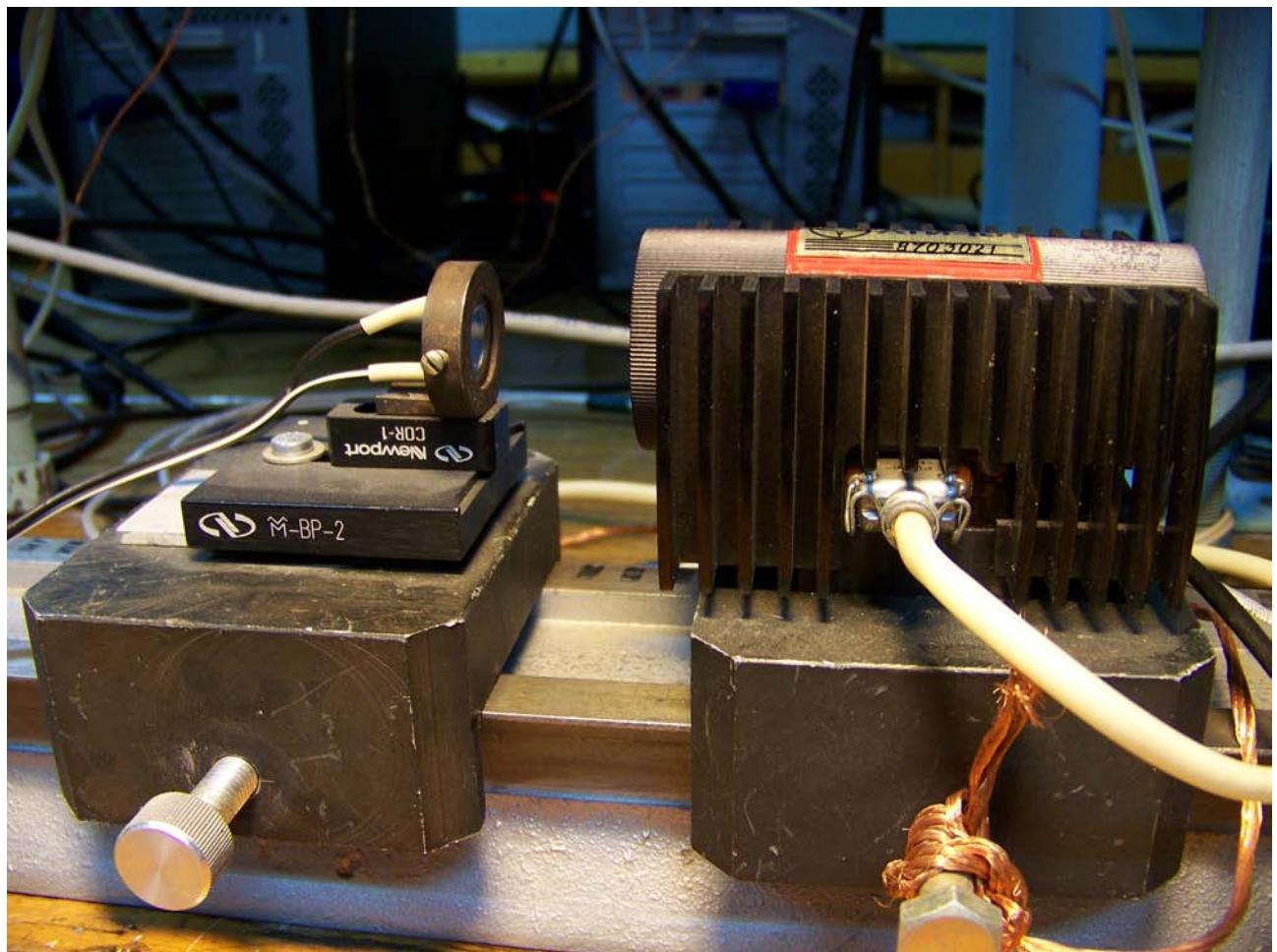


Рис. 1. Лазер ЛТИ-101 и фотодиод ФД-24 установлены на оптическом рельсе, что позволяет легко менять расстояние между ними.

Лазер ЛТИ-101 подключается к импульсному источнику питания с помощью кабеля. Корпус лазера имеет радиатор воздушного охлаждения, при больших частотах повторения импульсов накачки дополнительно может быть подключено жидкостное охлаждение.

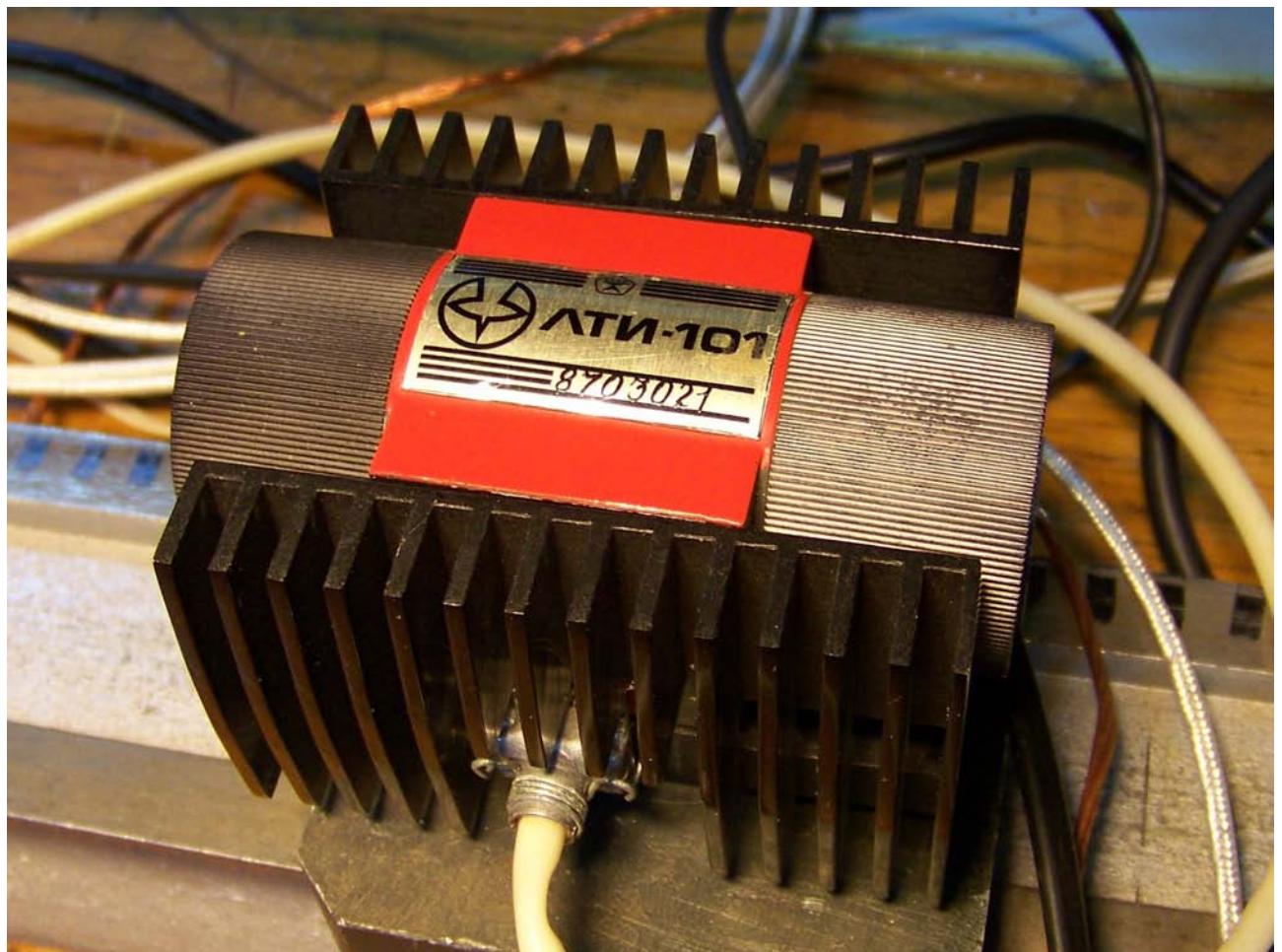


Рис. 2. Лазер ЛТИ-101 в составе установки.

В установке используется заводской источник импульсного питания для накачки лазера. Источник позволяет регулировать частоту, длительность и ток импульсов. Выход синхронизации позволяет запускать развертку осциллографа до начала процесса лазерной генерации.

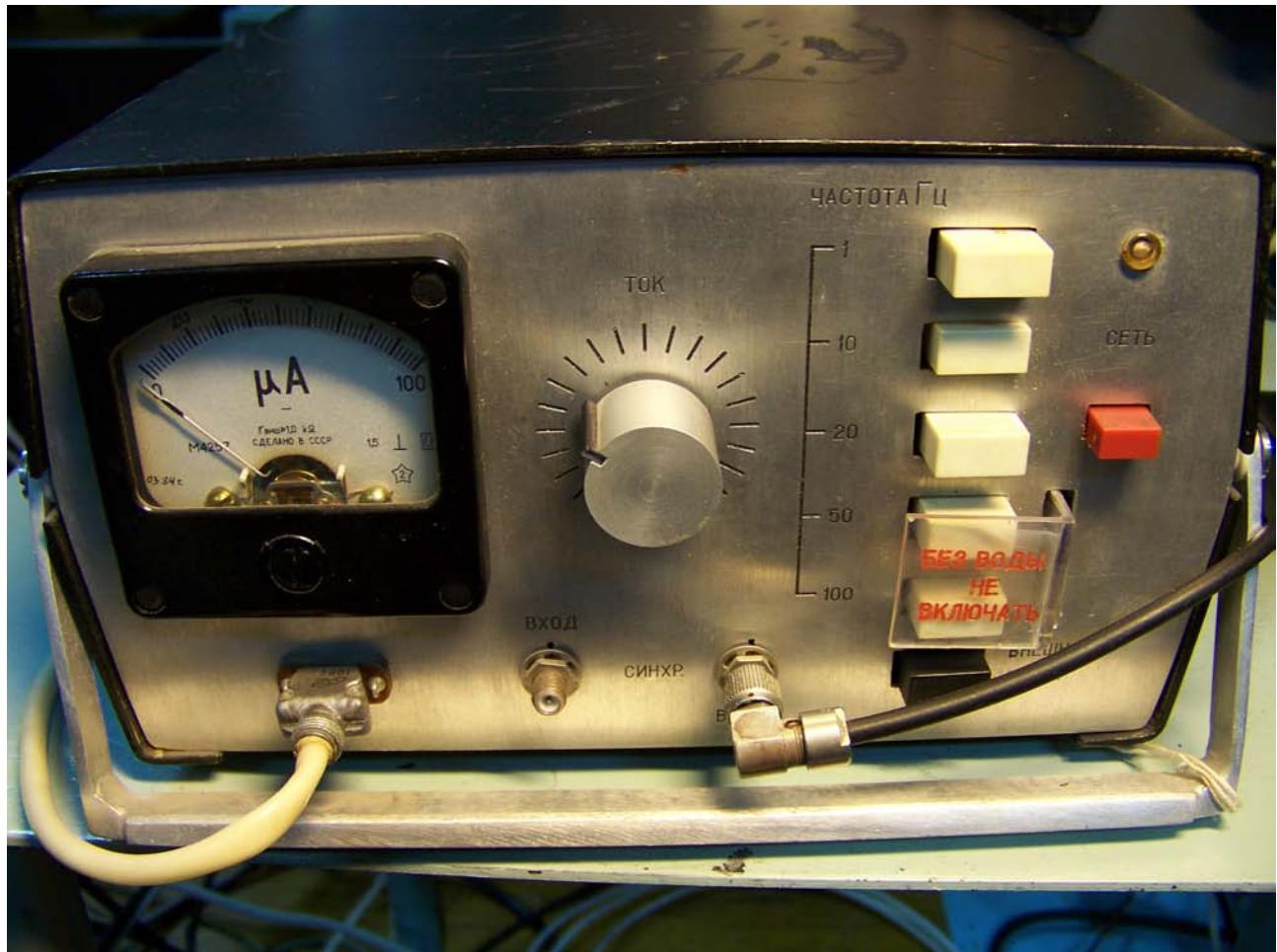


Рис. 3. Источник импульсного питания лазера ЛТИ-101

Инфракрасное излучение лазера с длиной волны  $\lambda = 1.064$  мкм не видимо глазом, но может быть заснято любой дешевой фотокамерой.

Длительность импульсов накачки составляет 0.5–1 мс при токе до 6 А. Средняя мощность лазерного излучения при частоте повторения импульсов 20 Гц – около 1 мВт. Длина лазерного резонатора  $L \simeq 3$  см. Лазер ЛТИ-101 относится ко II классу опасности в соответствии с «Санитарными нормами и правилами устройства и эксплуатации лазеров»

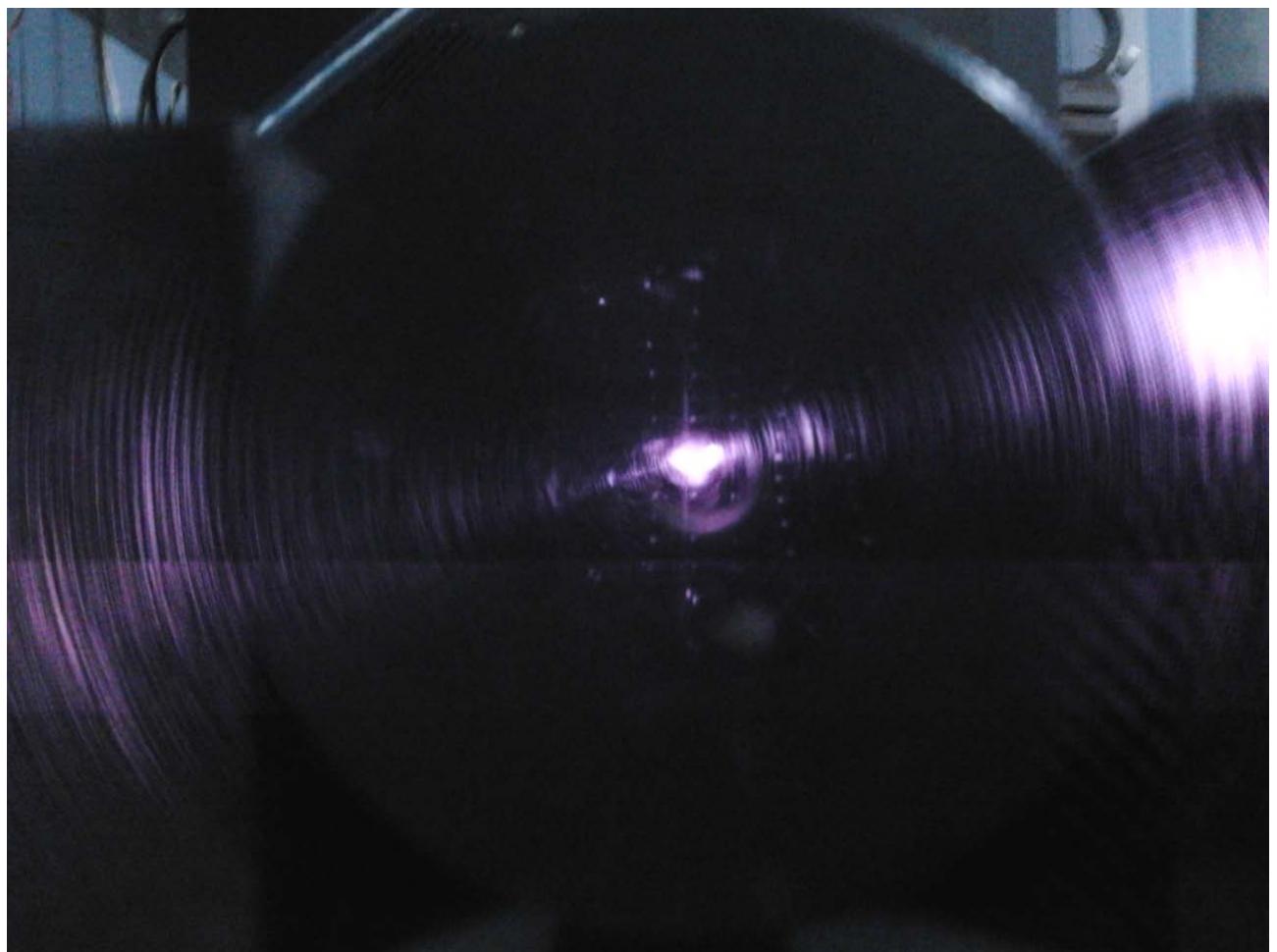


Рис. 4. Инфракрасное излучение лазера на камере мобильного телефона

Фотодиод ФД-24 подключается к осциллографу по схеме с обратным смещением на нагрузку 50 Ом.

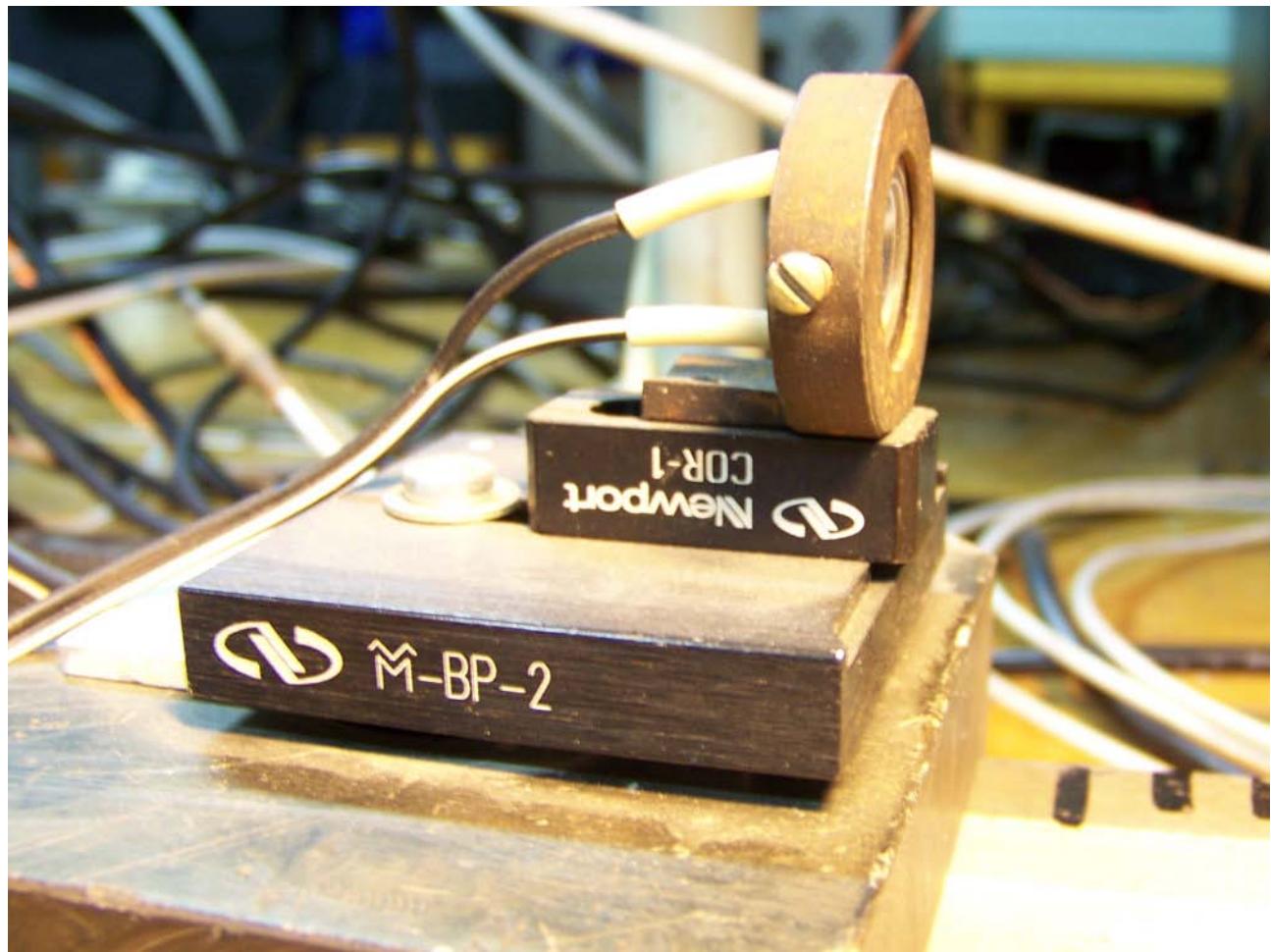


Рис. 5. Фотодиод ФД-24 в составе установки

В установке используется цифровой 2-х канальный USB осциллограф с частотой пропускания 100 МГц. К 1-му каналу подключен сигнал с фотодиода (на входе стоит нагрузка 50 Ом). Второй канал используется для запуска измерений по импульсу синхронизации источника питания лазера.



Рис. 6. Фотодиод ФД-24 в составе установки

Для регистрации сигналов с USB осциллографа и для проведения математического моделирования используется компьютер с ОС Windows.

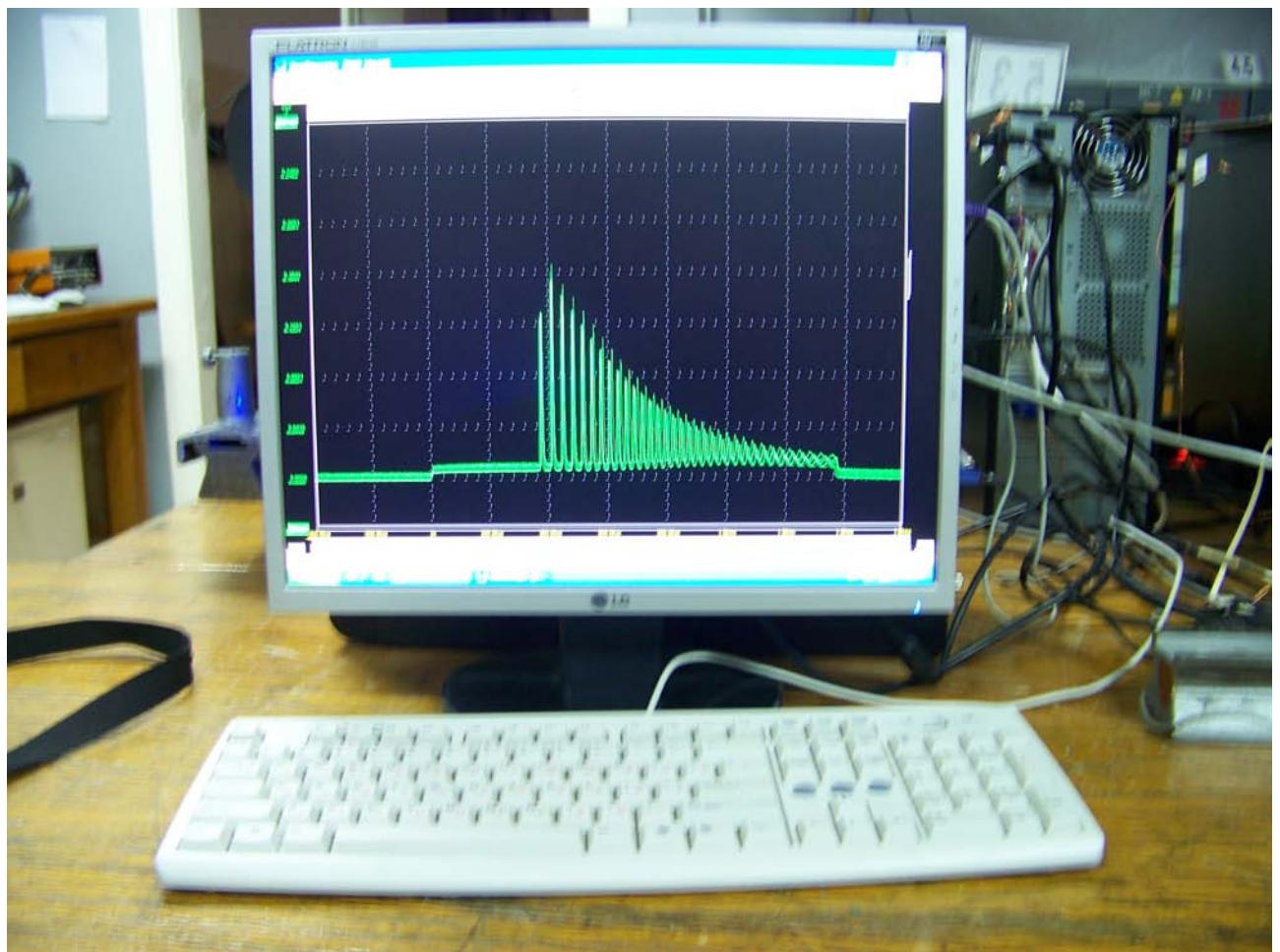
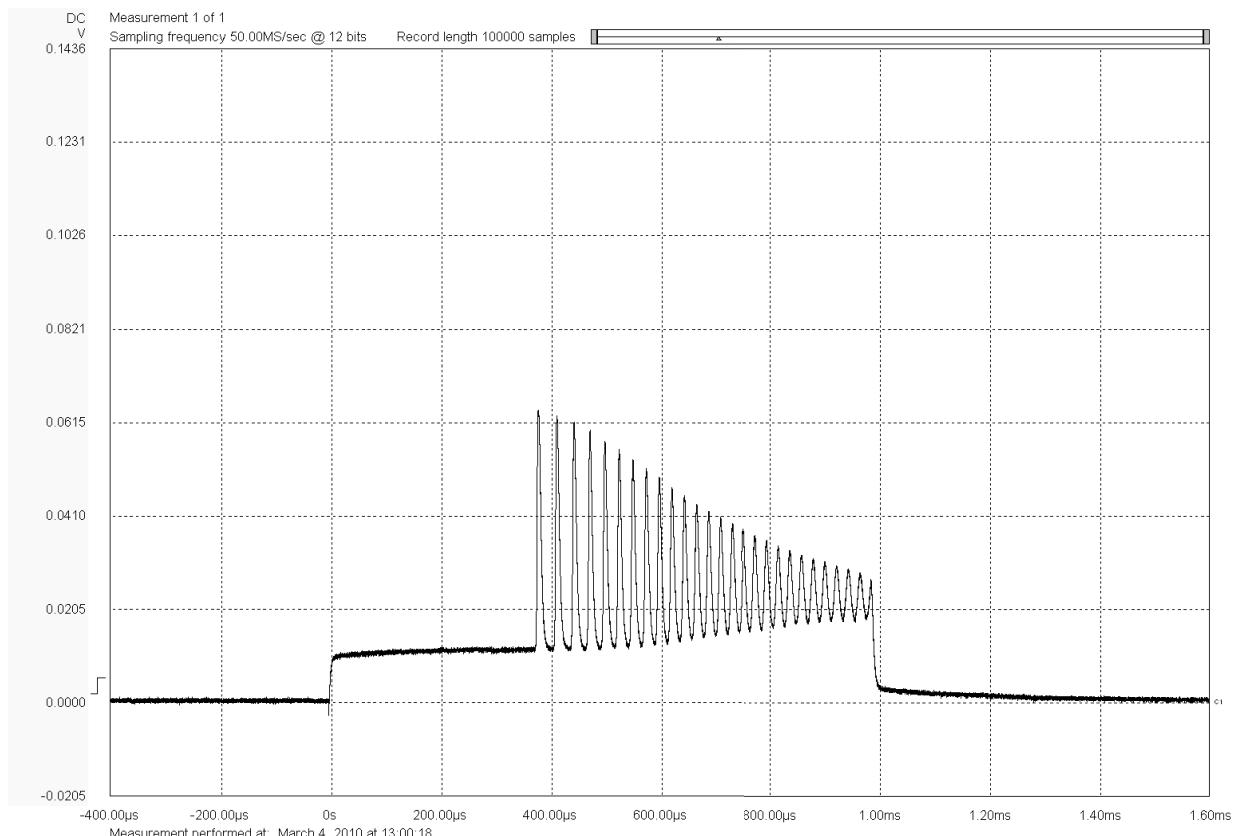


Рис. 7. Компьютер на столе

Стандартная программа работы с цифровым осциллографом позволяет сохранять осцилограммы в виде картинок (см. рисунок 8), что достаточно для выполнения основных заданий лабораторной работы. Для более детального анализа результатов измерений, осцилограмма может быть записана в data-файл.

Optics  
NSU



TiePie engineering Handyscope HS3-100 version 2.87 Serial number: 19177

Рис. 8. Пример сохраненной осцилограммы

Фотодиод способен регистрировать как излучение накачки, так и лазерное излучение, как это показано на рисунке 8.

Для моделирования процесса возникновения лазерной генерации автором была написана программа численного решения системы балансных уравнений с использованием метода Рунге-Кутты 4 порядка. Программа реализована на языке программирования Python с использованием графических библиотек Tk/Tk и Matplotlib. Такое решение позволяет использовать код без модификации на различных операционных системах (Linux, Windows, MacOS).

Ниже приведен текст программы.

```

#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-
import matplotlib
matplotlib.use('TkAgg')

from numpy import arange, ndarray
from matplotlib.backends.backend_tkagg import FigureCanvasTkAgg, NavigationToolbar2TkAgg
from matplotlib.figure import Figure

import Tkinter as Tk
import sys

class Simulations(): # class class class class class class class class
    def __init__(self):
        c = 3.0e+11          # speed of light, um/ms
        cs = 2.8e-11         # cross section, um^2
        n = 1.5
        self.WI = (c/n)*cs    # 18.0, um^3/ms
        self.Nv = 5.0e+7       # 5.0e+7 1/um^3 - density of active particles
        self.W2 = 1./0.23      # 1/ms - 1/spontaneous emission lifetime (2->1 transitions)
        self.W3 = 1.e-3*self.W2 # 1/ms - 1/spontaneous emission lifetime (3->2 transitions)
        self.eta = 1.e-16
        tb, te, self.ts = 0.0, 1.0, 1.0e-4

        self.x = arange(tb,te,self.ts)
        self.Np = len(self.x)
        self.y1 = ndarray(shape=(self.Np), dtype='float')
        self.y2 = ndarray(shape=(self.Np), dtype='float')
        self.y4 = ndarray(shape=(self.Np), dtype='float')

        self.PlotWindow = Tk.Toplevel()
        self.PlotWindow.title('численное решение кинетических уравнений')
        fig = Figure(figsize=(10,6), dpi=100)
        self.g1 = fig.add_subplot(211)
        self.g2 = fig.add_subplot(212)
        self.canvas = FigureCanvasTkAgg(fig, self.PlotWindow)
        self.canvas.show()
        self.canvas.get_tk_widget().pack(side=Tk.TOP, fill=Tk.BOTH, expand=1)
        self.toolbar = NavigationToolbar2TkAgg( self.canvas, self.PlotWindow)
        self.canvas._tkcanvas.pack(side=Tk.TOP, fill=Tk.BOTH, expand=1)

```

```

def Plot(self,event):

    def Eq1(N1,N):
        return -N1*(Wp+0.5*self.W2) + 0.5*self.W2*(self.Nv-N)

    def Eq2(N1,N,U):
        return N1*(Wp+self.W3-0.5*self.W2) +
            0.5*self.W2*(self.Nv-N) -
            self.W3*(self.Nv+N) -
            2.0*N*U*self.WI

    def Eq3(N,U):
        if Tc>0.0:
            return self.WI*N*U - U/Tc
        else:
            return 0.0

    Wp = 1.e-3*self.WPv.get() # pump power 1/ms
    Tc = 1.e-6*self.TLv.get() # photon life time, ms
    Zn = Wp*self.W2 + Wp*self.W3 + self.W2*self.W3
    if Wp==0.0:
        Ne = self.Nv
    else:
        Ne = self.Nv*Wp*(self.W2-self.W3)/Zn
    To = (2.*Wp+self.W2)/Zn
    N1, N, U = self.Nv, 0.0, 0.0
    if Tc==0.0:
        No = 0.0
        Uo = 1.0
        Wt = 1.0
    else:
        No = 1.0/(self.WI*Tc)
        Uo = Tc/To*(Ne-No)
        Wt = self.W3*No/(self.Nv-No)
    print 'Ne/Nv=% .2e No/Nv=% .2e Uo=% .2e Wp/Wt=% .2e'
          % (Ne/self.Nv, No/self.Nv, Uo, Wp/Wt)
    dt = self.ts
    p = 0
    for t in self.x:
        self.y1[p] = N/Ne
        self.y2[p] = No/Ne
        if U/Uo<50.0:
            self.y4[p] = U/Uo
        else:
            self.y4[p] = 0.0
        p+=1
    n11 = dt*Eq1(N1,           N,           )
    n1  = dt*Eq2(N1,           N,           U,           )

```

```

u1 = dt*Eq3(N, U)
n12 = dt*Eq1(N1 + 0.5*n11, N + 0.5*n1)
n2 = dt*Eq2(N1 + 0.5*n11, N + 0.5*n1, U + 0.5*u1)
u2 = dt*Eq3(N + 0.5*n1, U + 0.5*u1)
n13 = dt*Eq1(N1 + 0.5*n12, N + 0.5*n2)
n3 = dt*Eq2(N1 + 0.5*n12, N + 0.5*n2, U + 0.5*u2)
u3 = dt*Eq3(N + 0.5*n2, U + 0.5*u2)
n14 = dt*Eq1(N1 + n13, N + n3)
n4 = dt*Eq2(N1 + n13, N + n3, U + u3)
u4 = dt*Eq3(N + n3, U + u3)
dN1 = (n11 + 2.*n12 + 2.*n13 + n14)/6.
dN = (n1 + 2.*n2 + 2.*n3 + n4)/6.
dU = (u1 + 2.*u2 + 2.*u3 + u4)/6.
N1 += dN1
N += dN
if N<No and U<=self.eta*Uo: U = self.eta*Uo
else: U += dU

self.g1.clear()
self.g1.grid(True)
self.g1.plot(self.x,self.y1,color='b')
self.g1.plot(self.x,self.y2,color='r')
self.g1.set_ylabel('N/Ne, No/Ne')
self.g1.legend(["N/Ne", "No/Ne"],loc=2)

self.g2.clear()
self.g2.grid(True)
self.g2.set_xlabel('time, ms')
self.g2.set_ylabel('U/Uo')
self.g2.plot(self.x,self.y4,color='b')
self.g2.legend(["U/Uo"],loc=2)
self.canvas.show()
self.toolbar.update()

```

```
class Application(Tk.Frame,Simulations): # class class class class class
    def __init__(self, master=None):
        Tk.Frame.__init__(self, master)
        self.grid()
        Simulations.__init__(self)

        self.WPv, self.TLv = Tk.DoubleVar(), Tk.DoubleVar()
        self.S1 = Tk.Scale(self, orient=Tk.HORIZONTAL, length=400,
                           label='Скорость накачки, 1/мкс',
                           variable=self.WPv, from_=0.0, to_=5.0,
                           resolution=0.05, tickinterval=2.5, command=self.Plot)
        self.S2 = Tk.Scale(self, orient=Tk.HORIZONTAL, length=400,
                           label='Время жизни фотона в резонаторе, нс',
                           variable=self.TLv, from_=0.0, to_=50.0,
                           resolution=1.0, tickinterval=25.0, command=self.Plot)
        self.S1.set(1.0); self.S2.set(0.0)
        self.S1.grid( row=0, column=0); self.S2.grid( row=1, column=0)

app = Application()
app.master.title("четырёхуровневый Nd:YAG лазер")
app.mainloop()
```

При запуске программы моделирования она выглядит так:

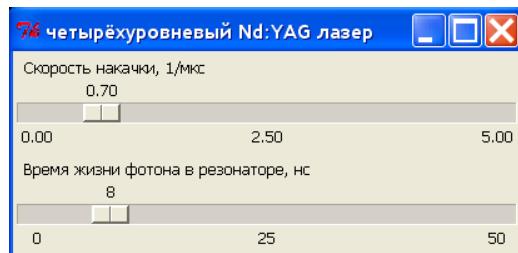


Рис. 9. Окно интерактивного управления свободными параметрами задачи

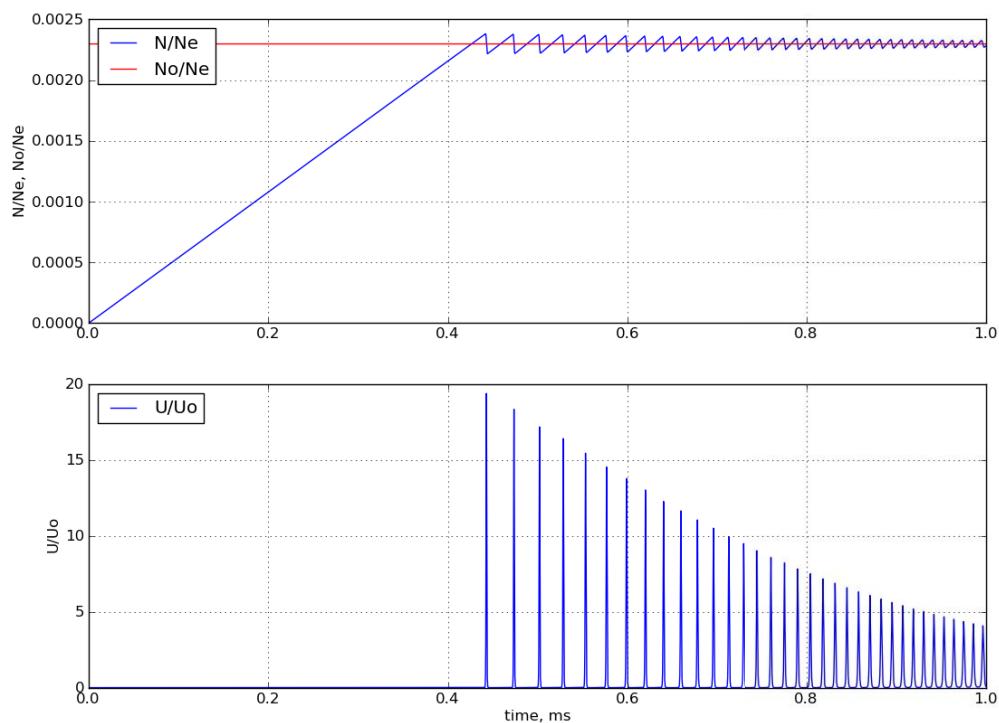


Рис. 10. Окно с результатами моделирования. Вверху – график изменения инверсной населенности в активной среде. Красная линия – пороговый уровень. Внизу – график изменения интенсивности лазерного излучения.

### 3. Методические указания

#### 3.1 Введение [1]

Лазер (англ. laser, сокр. от Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation — «усиление света посредством вынужденного излучения»), оптический квантовый генератор — устройство, преобразующее энергию накачки (световую, электрическую, тепловую, химическую и др.) в энергию когерентного монохроматического узконаправленного потока излучения. Первый работающий лазер был сделан Теодором Майманом в 1960 году в исследовательской лаборатории компании Хьюза с привлечением групп Таунса из Колумбийского Университета и Шалоу из компании Bell laboratories. Майман использовал рубиновый стержень с импульсной накачкой, который давал красное излучение с длиной волны 694 нанометра. Примерно в то же время иранский физик Али Яван представил газовый лазер. Позднее за свою работу он получил премию имени Альберта Эйнштейна.

Физической основой работы лазера служит явление вынужденного (индущированного) излучения [2]. Суть явления состоит в том, что возбуждённый атом способен излучить фотон под действием другого фотона без его поглощения, если энергия последнего равняется разности энергий уровней атома до и после излучения. При этом излучённый фотон когерентен фотону, вызвавшему излучение (является его «точной копией»). Таким образом происходит усиление света. Этим явление отличается от спонтанного излучения, в котором излучаемые фотоны имеют случайные направление распространения, поляризацию и фазу. Вероятность того, что случайный фотон вызовет индуцированное излучение возбуждённого атома, в точности равняется вероятности поглощения этого фотона атомом, находящимся в невозбуждённым состояниях. Поэтому для усиления света необходимо, чтобы возбуждённых атомов в среде было больше, чем невозбуждённых (так называемая инверсия населённостей). В состоянии термодинамического равновесия это условие не выполняется, поэтому используются различные системы накачки активной среды лазера (оптические, электрические, химические и др.).

## 3.2 Краткая теория

Все лазеры состоят из трёх основных частей:

- активной (рабочей) среды;
- системы накачки (источник энергии);
- оптического резонатора.

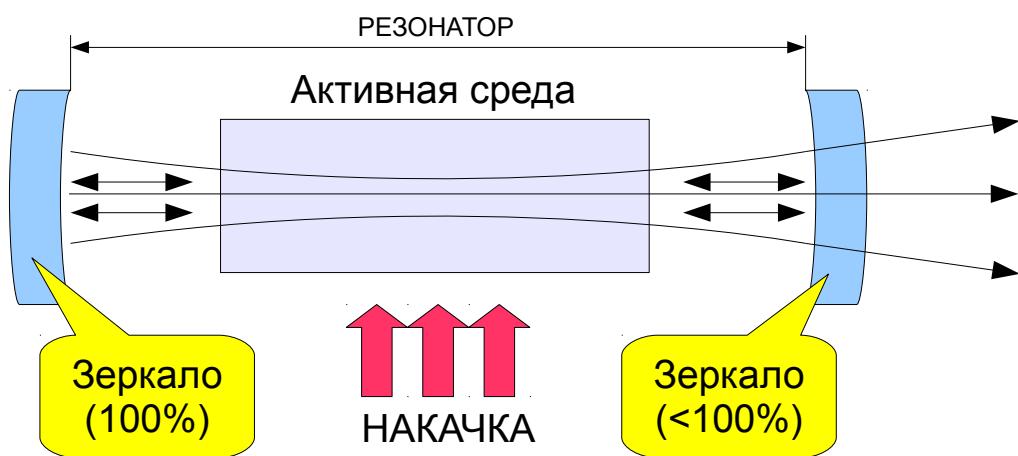


Рис. 11. Общая схема устройства лазера. Стрелками показано направление распространения лазерного излучения.

В работе используется твердотельный инфракрасный лазер на кристалле иттрий-алюминиевого граната, активированного трёхвалентными ионами неодима. Общепринятое сокращённое название – Nd:YAG лазер, химическая формула –  $\text{Nd}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ . Лазер работает по четырёх-уровневой схеме. Под действием *накачки* ( $\lambda \simeq 808$  нм) электроны с 1-го уровня переводятся на короткоживущий 4-ый уровень, откуда очень быстро «сваливаются» на третий.

*Накачкой* называют внешний источник энергии, за счёт которой происходят переходы электронов на более высокие энергетические уровни.

### 3.2.1 Населённости электронных уровней

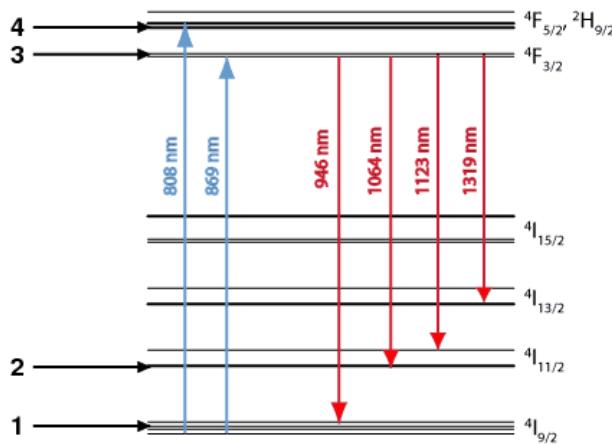


Рис. 12. Структура энергетических уровней и переходов для трёхвалентного иона неодима в кристалле Nd:YAG [3].

Для каждого электронного уровня введём понятие *населённости* уровня, т.е. объёмной плотности электронов, находящихся на этом уровне. Пусть  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$  – населённости первых трёх уровней, а  $N_4 = 0$ , так как скорость спонтанных переходов  $4 \rightarrow 3$  мы считаем очень большой. В таком случае энергия накачки переводит электроны с основного (1-го) уровня на третий, а вероятность прямых спонтанных переходов  $3 \rightarrow 1$  считаем малой величиной (запрещённый переход) и не берём в расчёт. Изменение во времени населённости 1-го уровня можно описать дифференциальным уравнением:

$$\frac{dN_1}{dt} = -w_P N_1(t) + w_{21} N_2(t); \quad (1)$$

где  $w_P$  – скорость переходов  $1 \rightarrow 3$  под действием накачки (Рис. 13),  $w_{21}$  – скорость переходов  $2 \rightarrow 1$  за счёт *спонтанного* излучения (Рис. 14). Размерность величин  $w_P$  и  $w_{21}$  – [ $\text{с}^{-1}$ ].

Важно понять следующее: скорость убывания электронов с 1-го уровня пропорциональна его населённости, коэффициент пропорциональности – константа  $w_P$ . Увеличение же населённости 1-го уровня пропорционально населённости 2-го уровня, коэффициент пропорциональности – константа  $w_{21}$ .

Второй уровень в рассматриваемой нами системе (Рис. 12) является нижним энергетическим уровнем «рабочего» перехода  $3 \rightarrow 2$  с длиной волны излучения  $\lambda = 1.064$  мкм. Предположим, что наш лазер уже работает, тогда в его резонаторе мы имеем стоячую электромагнитную волну (Рис. 11). Введём в рассмотрение плотность энергии этой волны  $U(t)$ . Для простоты будем считать её зависящей только от времени, а единицей измерения этой

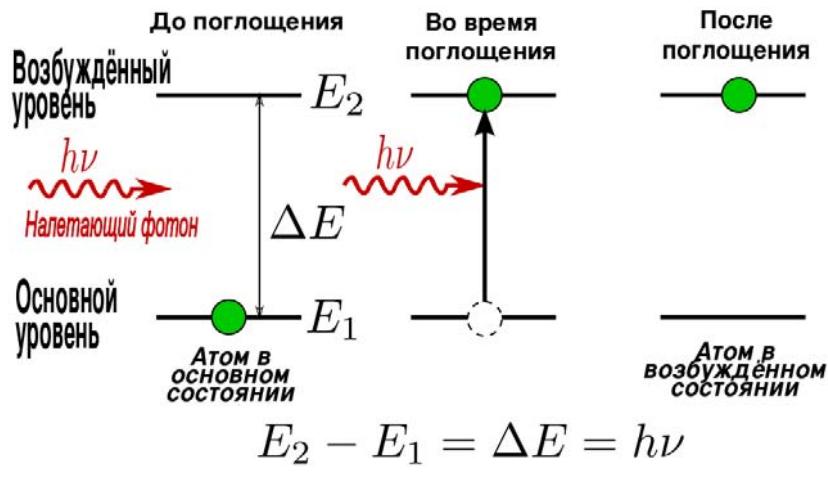


Рис. 13. Поглощение фотона переводит атом в возбуждённое состояние.

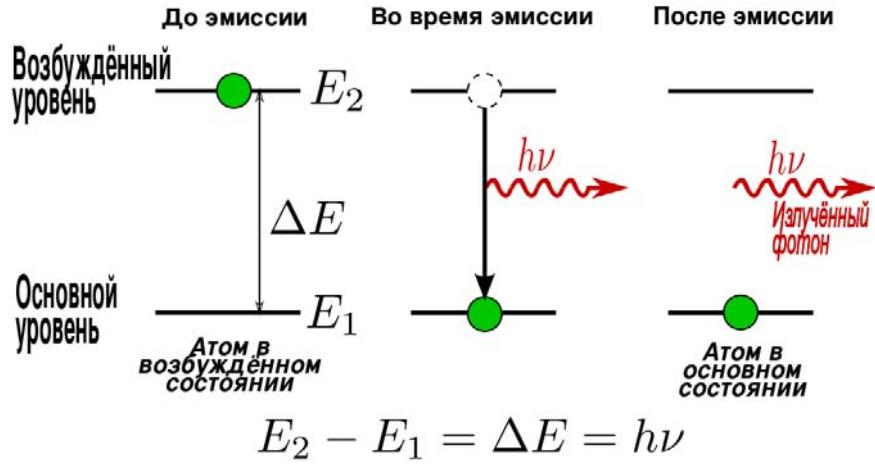


Рис. 14. Спонтанное излучение переводит атом в невозбуждённое состояние.

величины выберем [см <sup>3</sup>]: в этом случае  $U(t)$  описывает объёмную плотность числа фотонов с длиной волны  $\lambda = 1.064$  мкм внутри (на оси) лазерного резонатора. Предположив наличие фотонов в резонаторе лазера, мы должны дополнительно учитывать два процесса, а именно:

- Переходы электронов со 2-го на 3-й уровень, аналогично переходам 1 → 3 под действием накачки.
- Переходы электронов с 3-го на 2-й уровень за счёт механизма *вынужденного излучения*.

Вынужденное излучение – генерация нового фотона при переходе квантовой системы из возбуждённого состояния на меньший энергетический уровень под воздействием индуцирующего фотона, энергия которого равна разности энергий уровней (Рис 15). Созданный фотон имеет те же энергию, им-

пульс, фазу и поляризацию, что и индуцирующий фотон (который при этом не поглощается).

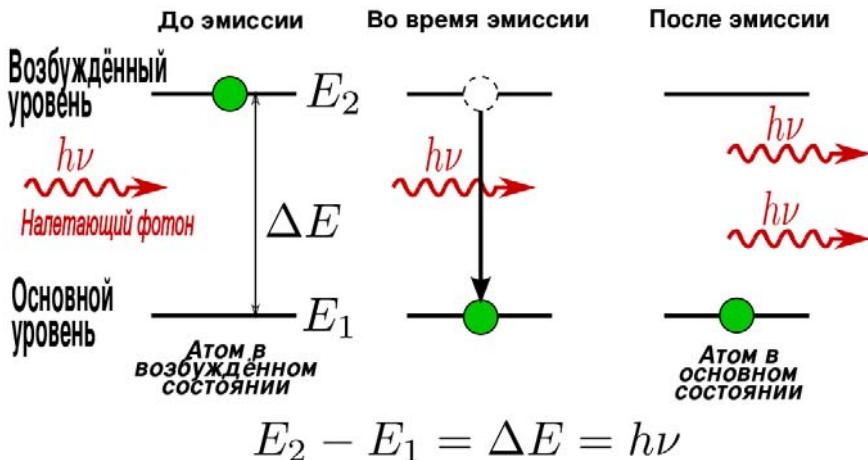


Рис. 15. Вынужденное излучение переводит атом в невозбуждённое состояние.

Теперь мы можем записать уравнение для изменение во времени населённости 2-го уровня:

$$\frac{dN_2}{dt} = -w_{21}N_2(t) - w_{32}N_3(t) + w_iN_2(t)U(t) + w'_iN_3(t)U(t). \quad (2)$$

Ясно, что член  $w_{21}N_2(t)$  – такой же по величине, как и в (1), но отрицательный. Второй член,  $w_{32}N_3(t)$ , описывает уже знакомое нам спонтанное излучение, но для перехода  $3 \rightarrow 2$ , где  $w_{32}$  – соответствующая константа скорости перехода. Феноменологические константы  $w_i$  и  $w'_i$  (размерность – [ $\text{см}^3/\text{с}$ ]) отвечают за механизм вынужденных переходов  $2 \rightarrow 3$  и  $3 \rightarrow 2$  ( $\lambda = 1064 \text{ нм}$ ). Такие переходы происходят под действием оптического поля, поэтому вероятности переходов линейно зависят от плотности фотонов в резонаторе лазера  $U(t)$ . Принцип детального равновесия гласит, что в любой изолированной системе вероятности квантовых переходов между любыми двумя уровнями  $m$  и  $n$  одинаковы. Отсюда следует, что  $w_i = w'_i$ .

Уравнение, описывающее населённость 3-го уровня выглядит так:

$$\frac{dN_3}{dt} = -w_{32}N_3(t) + w_P N_1(t) + w_iN_2(t)U(t) - w'_iN_3(t)U(t). \quad (3)$$

В нём участвуют уже обсуждённые выше процессы и константы, так что вывод уравнения (3) не нуждается в особых комментариях. Отметим ещё раз, что мы пренебрегаем населённостью самого верхнего, 4-го уровня в силу того,

что скорость спонтанных переходов  $4 \rightarrow 3$  мы считаем очень большой, т.е. в нашей «новой» терминологии  $w_{43} \gg w_{32}, w_P$ .

Введём в рассмотрение полную плотность числа активных частиц в лазере  $N_V$ , которая, очевидно, не зависит от времени. Тогда

$$N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) = N_V . \quad (4)$$

Введём разность населённостей рабочих уровней:

$$N(t) \equiv N_3(t) - N_2(t) . \quad (5)$$

Если эта величина положительна, т.е.  $N_3 > N_2$ , рабочее вещество лазера находится в состоянии *инверсии населённостей*. В состоянии термодинамического равновесия инверсия населённостей, очевидно, невозможна, она может быть получена только за счёт энергии накачки. Рабочая среда в состоянии инверсии населённостей становится активной, т.е. приобретает свойства когерентного усилителя электромагнитной волны за счёт механизма вынужденного излучения. Из (2) и (3), и равенства  $w'_i = w_i$ , получим:

$$\frac{dN}{dt} = w_P N_1(t) - 2w_{32} N_3(t) + w_{21} N_2(t) - 2w_i N(t)U(t) . \quad (6)$$

Населённости  $N_2$  и  $N_3$  можно выразить через  $N_V$ ,  $N$ ,  $N_1$ :

$$N_2 = \frac{N_V - N - N_1}{2} ; \quad N_3 = \frac{N_V + N - N_1}{2} . \quad (7)$$

Запишем уравнение для изменения плотности числа лазерных фотонов в резонаторе:

$$\frac{dU}{dt} = -U(t)/\tau_c + w_i N(t)U(t) . \quad (8)$$

Здесь  $\tau_c$  – константа, описывающая экспоненциальное во времени уменьшение плотности фотонов в «холодном» резонаторе (когда  $N = 0$ ). Константу  $\tau_c$  называют временем жизни фотона в резонаторе, которое определяется добротностью резонатора (выводом излучения из через полупрозрачное зеркало, рассеянием, нерезонансным поглощением в примесях и т.д.). Второй член описывает влияние механизма вынужденного излучения (и поглощения) фотонов. Заметим, что его абсолютная величина ровно в два раза меньше аналогичного члена в уравнении (6), т.к. излучение (поглощение) одного фотона изменяет инверсную населённость на двойку.

### 3.2.2 Система кинетических уравнений

Соберём вместе уравнения (1), (6), (8) и, с учётом замены переменных (7), запишем полную систему *кинетических уравнений лазерной генерации* для рассматриваемой нами четырёхуровневой системы:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = (w_P + w_{32} - \frac{w_{21}}{2})N_1 + \frac{w_{21}}{2}(N_V - N) - w_{32}(N_V + N) - 2w_iNU \\ \frac{dN_1}{dt} = -(w_P + \frac{w_{21}}{2})N_1 + \frac{w_{21}}{2}(N_V - N) \\ \frac{dU}{dt} = -U/\tau_c + w_iNU \end{cases} \quad (9)$$

Эту же систему называют ещё системой балансных уравнений или, по именам авторов, уравнениями Статца – де Марса (Statz – de Mars). Просуммируем предположения и упрощения, сделанные при выводе этой системы уравнений:

- Лазер считается одномодовым по поперечным индексам, а рабочие уровни – невырожденными.
- Мы пренебрегли пространственными неоднородностями в распределениях плотности энергии электромагнитного поля и населённостей энергетических уровней.
- Для упрощения дальнейшего анализа, в последнем уравнении системы (9) не учитывается спонтанное излучение. Поэтому, с помощью системы (9) невозможно описать начальный этап зарождения лазерной генерации: при однородных начальных условиях ( $U = 0$ ) и для  $t > 0$  мы всегда будем иметь  $U = 0$ . Первоначальные фотоны, дающие начало генерации лазерного излучения, могут быть введены в виде начальных условий.

### 3.2.3 Тривиальное стационарное решение

У системы (9) есть стационарное ( $dN_1/dt = 0$ ,  $dN/dt = 0$ ,  $dU/dt = 0$ ) тривиальное решение, когда  $U = 0$ ;  $N = N^e$ . Физический смысл такого решения – установившееся при  $t \rightarrow \infty$  распределение электронов по рассматриваемым в задаче уровням в отсутствие лазерной генерации. Такое распределение установится в активном веществе, если включить накачку и убрать резонатор. Чтобы найти его, выразим  $N_1$  через  $N$  из первого уравнения

$$N_1^e = \frac{w_{21}}{2w_P + w_{21}}(N_V - N), \quad (10)$$

и подставим во второе. Получим:

$$N^e = N_V \frac{w_P(w_{21} - w_{32})}{w_P w_{21} + w_{21} w_{32} + w_P w_{32}}. \quad (11)$$

Из выражения (11) видно, что инверсная населённость положительна, когда скорость накачки  $w_P > 0$ , а  $w_{21} > w_{32}$ , т.е. время жизни второго уровня за счёт спонтанного излучения меньше, чем третьего. Для Nd:YAG лазера справедливо соотношение  $w_{21} \gg w_{32}$ , тогда:

$$N^e \simeq N_V \frac{w_P}{w_P + w_{32}}. \quad (12)$$

### 3.2.4 Нетривиальное стационарное решение

Нетривиальное стационарное решение системы (9) описывает установившийся режим лазерной генерации  $U = U_0 (> 0); N = N_0$ . Сократив  $U_0$  в последнем уравнении системы (9) найдём  $N_0$ :

$$N_0 = (w_i \tau_c)^{-1}. \quad (13)$$

Чтобы найти равновесное значение  $U_0$ , подставим  $N_0$  в первое уравнение системы (9), найдём равновесное значение  $N_1$ , и подставим его и  $N_0$  во второе уравнение. В результате получим:

$$U_0 = \frac{\tau_c}{\tau_0} (N^e - N_0), \quad (14)$$

где

$$\tau_0 = \frac{2w_P + w_{21}}{w_P w_{21} + w_{21} w_{32} + w_P w_{32}}. \quad (15)$$

Параметр  $\tau_0$  имеет размерность времени, и является комбинацией скоростей переходов электронов под действием накачки и за счёт спонтанного излучения. Из (15) видно, что физически значимое решение, соответствующее неотрицательным значениям плотности числа фотонов, имеется лишь при превышении порога:

$$N^e > N_0. \quad (16)$$

При этом, поскольку  $N_0 > 0$  и  $N^e > 0$ , порог генерации достигается только при инверсии населённостей рабочего перехода. Условие (16) фактически является пороговым условием для скорости стационарной накачки  $w_P \geq w_P^t$ . Используя (16) и (12) вычислим пороговую скорость накачки:

$$w_P^t = w_{32} \frac{N_0}{N_V - N_0}. \quad (17)$$

### 3.2.5 Переходной процесс

Рассмотрим теперь процессы, происходящие в лазере после включения источника накачки.

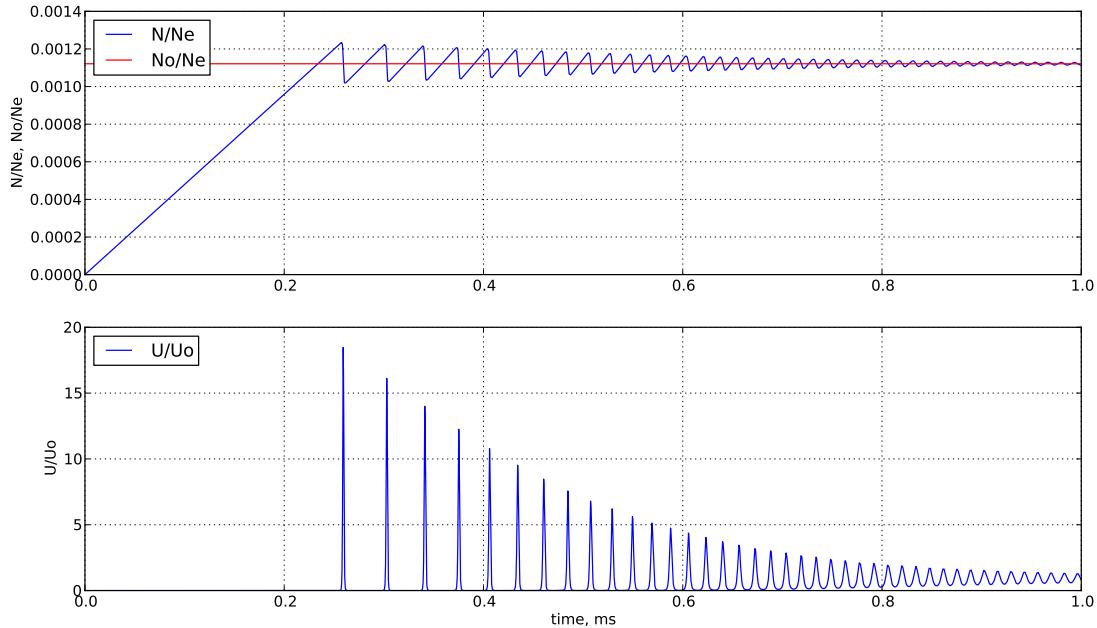


Рис. 16. Пример численного решения системы уравнений (9). Вверху – график изменения инверсной населённости в единицах  $N/N_e$ , внизу – график мощности лазерного излучения в единицах  $U/U_0$ .

Предположим, что в момент времени  $t = 0$  мы включили накачку. Соответственно, начальными условиями для решения системы (9) будут:  $N_1 = N_V$ ,  $N = 0$ , а в качестве начального значения для  $U$  подойдет ненулевое, но очень маленькое число, скажем  $U = U_0 \times 10^{-20}$ . Систему балансных уравнений можно решать численно с использованием итерационных методов дифференцирования. Для этого была создана специальная программа (с использованием метода Рунге-Кутты 4 порядка). Эта программа используется в ходе выполнения работы.

Из Рис. 16 видно, что на начальном этапе растёт уровень инверсной населённости, при этом мощность излучения близка к нулю. Как только  $N/N_0$  становится больше 1, мощность излучения лавинообразно увеличивается, что приводит к опустошению верхнего уровня лазерного перехода и к падению инверсной населённости ниже порогового значения. Дальнейшее поведение описывается релаксационными колебаниями, амплитуда которых со временем затухает и устанавливается стационарный режим генерации с  $N \rightarrow N_0$ ;

$$U \rightarrow U_0.$$

Некоторые из введённых выше констант для Nd:YAG лазеров могут быть взяты из справочников. В программе моделирования переходного процесса используются следующие значения параметров:

- Объёмная плотность активных частиц  
 $N_V = 0.5 \times 10^{20} \text{ 1/cm}^3$ .
- Время жизни 3-го уровня за счёт спонтанного излучения  
 $1/w_{32} = 0.23 \text{ мс}$
- $w_i = 1.8 \times 10^{-11} \text{ см}^3/\text{мс}$

В программе численного моделирования «свободными» параметрами являются скорость накачки  $w_P$  и время жизни фотона в резонаторе  $\tau_c$

### 3.3 Описание лабораторной работы

Схема установки представлена на Рис. 17:

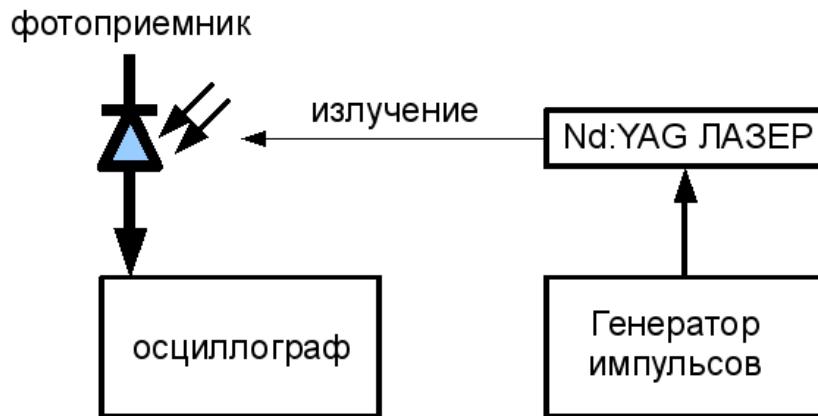


Рис. 17. Схема экспериментальной установки. В качестве осциллографа используется компьютер, внешний АЦП, программное обеспечение.

В работе используется твердотельный Nd:YAG лазер ЛТИ-101. Генерация происходит на длине волны 1064 нм: это невидимое глазом инфракрасное излучение. Инверсная населённость электронных уровней достигается путём импульсной накачки излучением светодиодов на основе гетеропереходов в системе AlAs-GaAs. Длительность импульсов накачки составляет 0.5–1 мс при токе до 6 А. Средняя мощность лазерного излучения при частоте повторения импульсов 20 Гц – около 1 мВт. Длина лазерного резонатора  $L \approx 3$  см. Лазер ЛТИ-101 относится ко II классу опасности в соответствии с «Санитарными нормами и правилами устройства и эксплуатации лазеров».

Для регистрации выходящего из лазера излучения используется фотодиод типа ФД-24, работающий в режиме с внешним запирающим напряжением. В этом режиме ток через фотодиод пропорционален количеству носителей заряда, освободившихся в результате внутреннего фотоэффекта.

### 3.3.1 Порядок выполнения работы

1. Ручку регулировки тока генератора импульсов накачки установите в минимальное положение, частоту повторения импульсов 1 Гц (или 20 Гц). Включите компьютер, генератор, напряжение смещения фотоприёмника. Кабель ко входу осциллографа подключается с использованием согласованной нагрузки (50 Ом). Запустите программу-осциллограф.
2. Медленно вращая ручку регулировки тока накачки установите ток  $I \simeq 20$  мА по стрелочному индикатору на передней панели генератора. При превышении необходимого для проведения эксперимента значения тока срабатывает защита, генератор импульсов накачки выключается, и его надо включать заново.
3. Наблюдайте на осциллографе импульсы с фотодиода прямоугольной формы и длительностью около 1 мс. Посмотрите, как амплитуда импульсов зависит от расстояния между лазером и фотодетектором.
4. Медленно вращая ручку регулировки тока накачки увеличивайте ток до тех пор ( $\simeq 30$  мА), пока на фоне прямоугольного импульса не появятся импульсы большей амплитуды. Изменяя в небольших пределах ток накачки получите картинку, на которой будет видна регулярная последовательность коротких импульсов уменьшающейся амплитуды и сохраните её для отчёта. Слегка увеличив ток, наблюдайте более сложные осциллограммы, сохраните ещё одну-две картинки.

### 3.3.2 Задания

1. С помощью численного моделирования подберите свободные параметры задачи так, чтобы теоретический расчёт удовлетворительно описывал экспериментальные данные: время от момента включения накачки до генерации первого импульса, период следования импульсов и их количество. Сохраните (распечатайте) картинку для отчёта.
2. Определите насколько импульсная мощность в первом пике лазерной генерации выше мощности непрерывной генерации.
3. Определите скорость накачки  $w_P$ . Посчитайте, насколько она превосходит пороговую скорость накачки  $w_P^t$ .
4. Определите время жизни фотона в резонаторе лазера  $\tau_c$ , оцените добродотность лазерного резонатора.

## Библиографический список

- [1] <http://ru.wikipedia.org/wiki/Лазер>
- [2] [http://ru.wikipedia.org/wiki/Вынужденное\\_излучение](http://ru.wikipedia.org/wiki/Вынужденное_излучение)
- [3] Rüdiger Paschotta.  
Encyclopedia of Laser Physics and Technology.  
[http://www.rp-photonics.com/yag\\_lasers.html](http://www.rp-photonics.com/yag_lasers.html)
- [4] Лазеры: сборник работ по физической оптике.  
Ч. III. Новосибирск, НГУ, 2002.
- [5] Н.И. Коротеев, И.Л. Шумай.  
Физика мощного лазерного излучения.  
Москва, «Наука», 1991