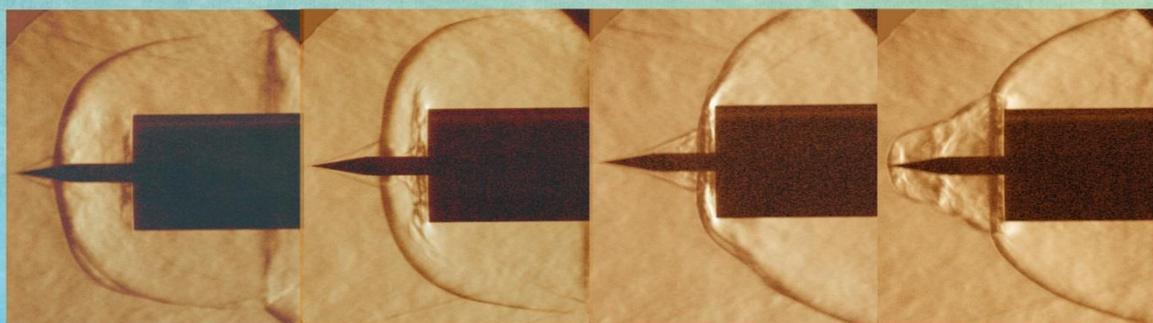


**В. М. БОЙКО, А. М. ОРИШИЧ,  
А. А. ПАВЛОВ, В. В. ПИКАЛОВ**

**МЕТОДЫ  
ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ  
В АЭРОФИЗИЧЕСКОМ  
ЭКСПЕРИМЕНТЕ**



**В. М. БОЙКО, А. М. ОРИШИЧ,  
А. А. ПАВЛОВ, В. В. ПИКАЛОВ**

**МЕТОДЫ ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ  
В АЭРОФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ**

НОВОСИБИРСК  
2008



**Бойко Виктор Михайлович**, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией оптических методов диагностики газовых потоков Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, доцент кафедры общей физики Новосибирского государственного университета. Выпускник физического факультета НГУ 1970 г. Автор 90 научных публикаций. Область научных интересов – методы оптической диагностики потоков, исследование микроструктуры ударно-волновых процессов в двухфазных средах.

**Оришич Анатолий Митрофанович**, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий лабораторией лазерных технологий Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, заведующий кафедрой общей физики Новосибирского государственного университета. Выпускник физического факультета НГУ 1969 г. Автор 5 монографий, свыше 270 научных публикаций, патентов и авторских свидетельств на изобретения. Специалист в области физики плазмы, мощных лазеров и взаимодействия лазерного излучения с веществом.



**Павлов Александр Алексеевич**, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории оптических методов диагностики газовых потоков Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, доцент кафедры общей физики Новосибирского государственного университета. Выпускник физического факультета НГУ 1973 г. Автор свыше 120 научных публикаций. Основная научная деятельность связана с разработкой и внедрением оптических методов диагностики газовых потоков применительно к аэрофизическим исследованиям.

**Пикалов Валерий Владимирович**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории гиперзвуковых течений Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН. Выпускник физического факультета Кыргызского государственного университета 1971 г. Автор 4 монографий, свыше 240 научных публикаций. Специалист в области томографической диагностики потоков газа и плазмы. Член международных научных обществ: OSA, IEEE, ACM.



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ  
им. С. А. ХРИСТИАНОВИЧА

**В. М. Бойко, А. М. Оришич,  
А. А. Павлов, В. В. Пикалов**

**МЕТОДЫ ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ  
В АЭРОФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ**

Ответственный редактор  
академик РАН *В.М. Фомин*

НОВОСИБИРСК  
НГУ  
2009

УДК 532.5/535.8  
ББК В253.33<sub>я</sub>73-1  
Б 772

**Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В.**  
Методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте:  
Монография / Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т теоретической и  
прикладной механики им. С. А. Христиановича. Новосибирск:  
НГУ, 2009. 450 с.

ISBN 978-5-94356-842-8

В книге изложены основы оптической диагностики газовых потоков и приведены примеры их современной реализации на реальных аэродинамических установках. Рассматриваются основные свойства электромагнитного излучения, закономерности его взаимодействия с исследуемой средой и общие вопросы, касающиеся наиболее распространенных современных методов оптической диагностики. Приведены оригинальные разработки в области панорамных оптических измерений в потоке и на поверхности моделей. Обсуждаются особенности применения этих методов в эксперименте на больших аэродинамических установках. Затрагиваются некоторые методы обработки оптической информации, в частности алгоритмы, используемые в оптической томографии.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся экспериментальными аэрофизическими исследованиями, в том числе и с применением оптических методов, а также для студентов и аспирантов университетов и других высших учебных заведений.

Рецензенты:

доктор технических наук *В. И. Запрягаев*  
доктор физико-математических наук, профессор *Б. А. Князев*  
доктор физико-математических наук *В. И. Корнилов*

Утверждено к печати

ученым советом Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича

ISBN 978-5-94356-842-8

© Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А.,  
Пикалов В. В., 2009  
© Ин-т теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, 2009

## Оглавление

Предисловие .....	11
Введение .....	13
1. Особенности и возможности оптических методов .....	13
2. Краткий обзор оптических методов .....	15
<b>Часть 1</b>	
<b>Физические принципы оптических методов диагностики</b>	
<b>газовых потоков</b>	
<b>Глава 1</b>	
Основные параметры электромагнитной (оптической) волны .....	20
1.1. Плоские волны .....	21
1.2. Гармонические волны .....	22
1.3. Разложение плоской электромагнитной волны на гармонические волны .....	24
1.4. Разложение пространственно модулированной монохроматиче- ской волны на плоские волны .....	25
1.5. Интенсивность .....	27
1.6. Поляризация .....	29
<b>Глава 2</b>	
Прохождение оптической волны через слабоионизированный газ .....	33
2.1. Система уравнений Максвелла для электромагнитного излучения в веществе .....	33
2.2. Усредненные (макро-) уравнения Максвелла в среде .....	35
2.3. Взаимодействие излучения с частично ионизованным газом .....	37
2.4. Значения показателя преломления среды ( $n$ ) при различных длинах волн зондирующего излучения .....	39
2.5. Ход рефракции и коэффициента поглощения вблизи линии поглощения .....	41
2.6. Диэлектрическая проницаемость свободных заряженных частиц (электронов) .....	42
<b>Глава 3</b>	
Оптические спектры атомов .....	44
3.1. Атомные уровни энергии .....	44
3.2. Спектры атомов с одним электроном на верхней подоболочке .....	48
3.3. Спектры атомов щелочных металлов .....	51
3.4. Спектры атомов с двумя и более электронами на верхней подоболочке .....	53
3.5. Спектры атомов с р-электронами .....	55
3.6. Спектры рентгеновского излучения .....	59

Глава 4	
Спектры молекул .....	61
4.1. Колебательная и вращательная структуры энергетических уровней (термов) двухатомных молекул .....	61
4.2. Электронные спектры двухатомных молекул .....	61
4.3. Колебательные и вращательные спектры двухатомных молекул .....	65
4.4. Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул .....	65
Глава 5	
Ширина линии излучения атома и молекулы .....	69
5.1. Оценка параметров взаимодействия .....	69
5.2. Вероятность испускания и поглощения фотона атомной системой в единицу времени .....	70
5.3. Уширение спектральных линий, излучаемых атомами и молекулами .....	70
Глава 6	
Распространение излучения через вещество .....	75
6.1. Уравнение баланса для плотности фотонов .....	75
6.2. Сечение поглощения и вынужденного излучения фотона. Коэффициент поглощения .....	75
6.3. Спектральная интенсивность собственного излучения плоского слоя возбужденного газа. Оптическая толщина .....	76
6.4. Измерение концентрации частиц методом регистрации поглощения излучения. Распространение излучения через плоский слой возбужденного газа .....	77
6.5. Изменение поглощения под влиянием падающего излучения .....	81
Глава 7	
Термодинамические свойства газовой смеси .....	82
7.1. Понятие равновесной температуры отдельных степеней свободы газовой смеси .....	82
7.2. Кинетика колебательного обмена энергией .....	84
Глава 8	
Рассеяние фотона на атомах .....	86
8.1. Рассеяние света .....	86
8.2. Резонансная флуоресценция .....	87
8.3. Упругое рассеяние .....	89
Глава 9	
Рассеяние фотонов на молекулах .....	90
9.1. Рэлеевское рассеяние .....	90

9.2. Рассеяние света крупными монодисперсными частицами (рассеяние МИ) .....	93
9.3. Комбинационное (рамановское) рассеяние света молекулами ...	97
Глава 10	
Нелинейная оптика .....	106
10.1. Двухфотонное поглощение .....	106
10.2. Вынужденное комбинационное рассеяние .....	109
10.3. Генерация третьей гармоники и комбинационное антистоксово рассеяние (КАРС) .....	110
Список литературы .....	113
<b>Часть 2</b>	
<b>Оборудование и некоторые оптические схемы, используемые при диагностике потоков</b>	
Глава 11	
Приемники оптического излучения .....	114
11.1. Основные характеристики приемников излучения .....	114
11.2. Глаз как приемник оптического излучения .....	118
11.3. Световая чувствительность .....	120
11.4. Яркостная адаптация .....	123
11.5. Оптика глаза .....	126
Глава 12	
Приемники излучения на основе внешнего фотоэффекта .....	128
12.1. Принцип действия приемников .....	128
12.2. Электровакуумные фотоэлементы .....	129
12.3. Фотоэлектронные умножители .....	132
12.4. Электронно-оптические преобразователи .....	135
Глава 13	
Приемники излучения на основе внутреннего фотоэффекта .....	138
13.1. Принцип действия приемников на основе внутреннего фотоэффекта .....	138
13.2. Фоторезисторы .....	141
13.3. Фотоприемники с $p-n$ -переходом .....	142
13.4. Фотогальванический и фотодиодный режимы .....	147
13.5. Фотодиоды на основе $p-i-n$ -структур. Лавинные фотодиоды ...	149
13.6. Спектральная чувствительность .....	150
13.7. Приборы с зарядовой связью .....	152
13.8. ПЗС-линейка .....	153
13.9. ПЗС-матрица .....	155
13.10. Блюминг .....	158
13.11. Динамический диапазон .....	161
13.12. Аналого-цифровой преобразователь .....	162

Глава 14	
Источники оптического излучения .....	163
14.1. Источники непрерывного теплового излучения .....	163
14.2. Излучение абсолютно черного тела .....	164
14.3. Излучение нечерных тел .....	166
14.4. Модели абсолютно черного тела .....	168
14.5. Лампы накаливания .....	169
14.6. Термические плазменные излучатели .....	170
14.7. Светоизлучающие диоды .....	171
Глава 15	
Лазеры .....	173
15.1. Принцип работы и устройство лазера .....	173
15.2. Поглощение и коэффициенты усиления слабого сигнала .....	174
15.3. Накачка. Создание инверсной населенности .....	174
15.4. Пороговые условия .....	176
15.5. Оптический резонатор .....	177
15.6. Гауссовы пучки .....	181
15.7. Режимы работы лазеров .....	183
15.8. Режим модулированной добротности (режим генерации гигантских импульсов) .....	184
15.9. Метод синхронизации продольных мод .....	185
15.10. Свойства лазерного излучения .....	186
Глава 16	
Интерференция света .....	188
16.1. Интерференция двух монохроматических волн .....	188
16.2. Двухлучевая интерферометрия в исследовании газовых потоков (фазовых неоднородностей) .....	190
Глава 17	
Лазерный доплеровский анемометр .....	195
17.1. Принципы лазерной анемометрии .....	196
17.2. Дифференциальная схема ЛДА .....	197
17.3. Измерительный объем .....	200
17.4. Практические схемы ЛДА .....	201
Глава 18	
Диагностика поля скоростей в газодинамических течениях	
Метод PIV-диагностики .....	203
18.1. О возможности панорамных измерений скорости .....	203
18.2. Основные принципы PIV-диагностики .....	205
18.3. Техника PIV-измерений .....	206
18.4. Оптические ограничения на размеры трассирующих частиц ...	211
18.5. Пример реализации PIV-метода .....	215
Список литературы .....	220

**ЧАСТЬ 3****Использование оптических методов**

Глава 19	
Интегральные методы. Прямотеневой метод .....	223
19.1. Основные принципы теневых и интерференционных методов .....	224
19.2. Прямотеневой метод (метод светящейся точки) .....	225
19.3. Использование интегральных методов для получения количественных данных .....	230
19.4. Влияние размеров источника света на качество прямотеневых изображений .....	232
19.5. Примеры использования прямотеневых методов .....	234
Глава 20	
Теневые и интерференционные методы .....	237
20.1. Теневые методы .....	237
20.2. Интерференционные методы .....	242
Глава 21	
Особенности использования интегральных методов в аэрофизическом эксперименте .....	244
21.1. Влияние эффектов рефракции .....	244
21.2. Влияние эффектов дифракции .....	248
21.3. Вибрации .....	250
Глава 22	
Применение теневых и интерференционных методов для исследования потоков, характеризующихся малыми градиентами плотности .....	252
22.1. Точность определения сдвига интерференционных полос .....	252
22.2. Исследование магнитогидродинамического эффекта .....	254
22.3. Теневые методы с использованием адаптивных визуализирующих транспарантов .....	257
22.4. Теоретическое обоснование метода .....	261
22.5. Примеры использования АВТ для визуализации дозвуковых потоков .....	265
22.6. Примеры использования АВТ для визуализации сверхзвуковых потоков .....	268
22.7. Использование АВТ для визуализации возмущений от импульсно-периодического оптического разряда .....	271
Глава 23	
Интерферометрия с формированием опорного пучка от отдельного источника света .....	276

23.1. Сложности реализации интерференционных методов на крупных аэрофизических установках .....	276
23.2. Обоснование метода .....	277
23.3. Проверка работоспособности и использование метода для исследования газовых неоднородностей .....	282
Глава 24	
Методы диагностики параметров потока в выделенном сечении – метод лазерного ножа .....	287
24.1. О возможности исследования параметров газового потока в выделенном сечении .....	287
24.2. Оптические схемы формирования лазерного ножа .....	289
24.3. Регистрация изображений .....	293
24.4. Требования к параметрам светорассеивающих частиц .....	297
24.5. Влияние светорассеивающих частиц на поток .....	301
24.6. Примеры использования метода .....	303
Глава 25	
Использование метода лазерного ножа для регистрации полей скорости .....	309
25.1. Панорамные оптические методы регистрации полей скорости .....	309
25.2. Обоснование возможности использования полевых оптических интерферометров для регистрации полей скорости ...	309
25.3. Схемы с многолучевыми интерферометрами .....	311
25.4. Схемы с двухлучевыми интерферометрами .....	313
Глава 26	
PIV диагностика в аэродинамическом эксперименте .....	318
26.1. Особенности использования PIV-методов на крупномасштабных аэродинамических установках .....	318
26.2. К измерению поля скоростей в высокоградиентных газовых потоках .....	320
26.3. Экспериментальное определение длины релаксации трассирующих частиц .....	320
26.4. Примеры использования PIV-диагностики при исследовании структуры высокоскоростных струйных течений ...	330
26.5. Коррекция эффектов скоростного запаздывания трассеров в высокоградиентных струйных течениях .....	338
Глава 27	
Оптический метод регистрации поверхностного трения .....	340
27.1. О возможности оптической регистрации поверхностного трения .....	340
27.2. Использование полевых интерферометров .....	342

27.3. Реализация метода при малых скоростях .....	344
27.4. Реализация метода при сверхзвуковых скоростях .....	347
27.5. Особенности применения метода в градиентных течениях .....	349
27.6. Регистрация поверхностного трения на искривленных произвольно ориентированных поверхностях .....	353
Глава 28	
Регистрация параметров на поверхности модели	
Оптические методы регистрации тепловых потоков .....	358
28.1. Краткий обзор методов регистрации тепловых потоков .....	358
28.2. Регистрация температуры с помощью жидкокристаллических покрытий .....	361
28.3. Описание и теоретическое обоснование растрового метода .....	363
28.4. Возможные конфигурации схем реализации метода .....	366
28.5. Методика измерений и примеры ее использования .....	366
Глава 29	
Оптический интерференционный метод регистрации полей тепловых потоков .....	
29.1. Обоснование метода .....	372
29.2. Чувствительность и точность метода .....	375
29.3. Оптические схемы измерений .....	377
29.4. Результаты тестовых измерений .....	379
29.5. Экспериментальная оценка пространственного разрешения метода .....	382
29.6. Регистрация тепловых потоков на дельта-крыле при гиперзвуковых режимах обтекания .....	386
Список литературы .....	389
<b>Часть 4</b>	
<b>Методы решения обратных задач в диагностике газа и плазмы</b>	
Глава 30	
Основные принципы томографии .....	399
Глава 31	
Одномерные алгоритмы томографии .....	403
31.1. Случаи редукции двумерных задач томографии к одномерным .....	403
31.2. Однокурсная томография: инверсия Абеля .....	403
31.3. Эллиптические изолинии .....	405
31.4. Изолинии произвольной формы .....	411
31.5. Двух- и трехкурсная томография .....	413

Глава 32	
Двумерные задачи томографии .....	417
32.1. Сверточные алгоритмы .....	417
32.2. Регуляризация сверточных алгоритмов сглаживающими сплайнами .....	419
32.3. Метод Фурье-синтеза .....	420
32.4. Итерационный алгоритм Гершберга – Папулиса .....	422
32.5. Алгоритм алгебраической реконструкции .....	423
32.6. Метод итерационного восстановления синограммы .....	424
32.7. Мультипликативные алгоритмы: MART и максимума энтропии (MENT) .....	425
Глава 33	
Практика применения методов томографии .....	426
33.1. Пример томографии электродуговой плазмы .....	426
33.2. Характерные ошибки алгоритмов томографии .....	428
33.3. Проблемы предварительной обработки экспериментальных измерений и обнаружение систематических сбояв .....	431
33.4. Классификация изображений в томографии .....	432
33.5. Примеры композиции составного фантома и его реконструкций .....	436
Список литературы .....	439
Приложение 1. Первые работы по томографии плазмы .....	443
Приложение 2. Программа инверсии Радона: фильтрация и обратное проецирование .....	445
Приложение 3. Преобразование Радона некоторых функций .....	447

## Предисловие

Совершенствование авиационной и космической техники предъявляет все более высокие требования к количеству и качеству информации, получаемой при изучении трехмерного обтекания летательных аппаратов в широком диапазоне параметров. Существует большое количество экспериментальных методик, используемых в аэрофизических исследованиях. Особый интерес представляют оптические методы, обладающие рядом преимуществ по сравнению с традиционными (измерения с помощью термометров, пневмонасадков, термоанемометров и т. д.). В связи с прогрессом вычислительной техники, появлением современных эффективных лазерных источников света и телевизионных фотоприемников наблюдается особенно бурный всплеск в их развитии.

В настоящее время имеются либо краткие обзоры в журналах авиакосмического профиля, посвященные различным методам оптической диагностики газов и пламен, либо очень подробные монографии по отдельным оптическим методам. Данная книга написана с тем, чтобы заполнить пробел между этими двумя полюсами, и может служить кратким пособием по современной оптической диагностике потоков применительно к аэрофизическому эксперименту. В ней изложены не только основы оптической диагностики газовых потоков, но и приведены примеры их современной реализации на реальных аэродинамических установках.

В основу монографии положен курс лекций, на протяжении ряда лет читаемых авторами студентам и аспирантам Новосибирского государственного университета, специализирующимся по кафедре аэрофизики и газовой динамики, и Новосибирского государственного технического университета, специализирующимся по кафедре аэрогазодинамики. Сигнальный вариант книги был выпущен в НГУ в качестве учебного пособия (Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В. Теоретические основы и методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте. Учебн. пособие. Новосибир. гос. ун-т. Новосибирск, 2008. 412 с.), которое вызвало большой интерес не только у аспирантов и студентов, но и у специалистов, занимающихся экспериментальными аэрофизическими исследованиями. В текст данного издания внесены некоторые изменения и исправлены обнаруженные опечатки.

Книга состоит из четырех основных частей. В первой части в довольно упрощенном виде рассматриваются основные свойства электромагнитного излучения и основные закономерности его взаимодействия с исследуемой средой. Даны общие принципы, лежащие в основе регистрации параметров излучения, зависящих от свойств исследуемого газового потока. Во второй части рассмотрены вопросы, касающиеся оборудования и наиболее распространенных современных методов оптической диагностики. В третьей части приведены оригинальные разработки лаборатории оптических методов диагностики газовых потоков Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН в области панорамных оптических измерений в потоке и на поверхности моделей, обсуждаются особенности примене-

ния этих методов в эксперименте на больших аэродинамических установках. Четвертая часть посвящена некоторым вопросам обработки оптической информации, а именно алгоритмам, используемым в методах оптической томографии.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся экспериментальными аэрофизическими исследованиями, в том числе и с применением оптических методов, а также для студентов и аспирантов университетов и других высших учебных заведений, изучающих и просто интересующихся физическими основами и методами оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте. Авторы не ставили целью дать исчерпывающий список литературы по всем рассматриваемым вопросам. Ссылки давались обычно в случаях, когда приводились конкретные результаты исследований авторов, и для указания источников, в которых проблема изложена более подробно.

Работа авторов над книгой распределилась следующим образом: введение и гл. 18 написаны совместно В. М. Бойко и А. А. Павловым, гл. 1-3 – совместно А. М. Оришичем и А. А. Павловым, гл. 4-10 – А. М. Оришичем, гл. 11-15, 17 и 26 – В. М. Бойко, гл. 16, 19-25, 27-30 – А. А. Павловым, Часть 4 (гл. 30-33 и приложения 1-3) – В. В. Пикаловым.

Авторы выражают искреннюю признательность сотрудникам ИТПМ СО РАН М. П. Голубеву, Г. М. Жарковой, В. И. Запрягаеву, М. С. Иванову, В. И. Корнилову, А. В. Локотко, С. Б. Никифорову, Ал. А. Павлову, А. М. Харитонову, А. М. Шевченко, совместно с которыми была получена значительная часть оригинальных экспериментальных результатов, представленных в данном пособии. Считаю необходимым выразить особую благодарность С. А. Юмановой за помощь в подготовке рукописи.

## ВВЕДЕНИЕ

### 1. Особенности и возможности оптических методов

Под оптическими подразумеваются методы, основанные на регистрации изменения характеристик собственного (для излучающих объектов) или внешнего излучения, взаимодействующего с исследуемым объектом, в зависимости от регистрируемого параметра. Несмотря на очевидность приведенного определения, его необходимо несколько расширить. Действительно, если к оптическим методам отнести только методы, основанные на изменении параметров излучения в зависимости от оптических свойств потока, то мы исключим методы, основанные на изменении оптических свойств датчиков, внесенных, непосредственно в поток. При этом термин «датчик» необходимо понимать в широком смысле.

Например, при использовании лазерных доплеровских измерителей скорости (ЛДИС) регистрируется изменение частоты зондирующего излучения при отражении (рассеянии) от движущегося объекта. В обычных условиях интенсивность рассеянного излучения в чистых газах настолько мала, что использование метода становится невозможным. Тем не менее ЛДИС широко применяются для измерения скорости газа. При этом регистрируется сдвиг частоты излучения, рассеянного на специально введенных или изначально присутствующих в потоке частицах. Иначе говоря, определяется скорость не газа, а частиц, которые в данном случае являются датчиком данного параметра. При соблюдении соответствующих ограничений на размеры частиц их скорость с достаточной точностью совпадает со скоростью потока, что и делает возможным проведение подобных измерений.

Можно привести довольно большое количество методов, основанных на оптической регистрации состояния датчиков в зависимости от свойств исследуемого течения. К ним относятся простейшие методы визуализации – такие, как методы сажемасляной визуализации предельных линий тока, метод ворсинок, методы, использующие различные оптические метки и трассеры и др. Более сложными являются методы регистрации поверхностного трения, тепловых потоков, распределения поверхностной температуры и давления, локальные и панорамные ЛДИС, в том числе и с использованием локальных световолоконных датчиков и др.

В свете сказанного под оптическими мы будем понимать методы, основанные на регистрации изменения характеристик собственного или внешнего излучения, взаимодействующего с исследуемым объектом, и / или на регистрации изменения оптических свойств датчиков в зависимости от измеряемого параметра.

Диагностика, основанная на применении излучения для контроля состояния газового потока, обладает рядом преимуществ. К наиболее существенным достоинствам оптических методов относятся:

- возможность бесконтактных измерений, т. е. получение информации без внесения существенных искажений в исследуемый поток;

- возможность получения информации сразу в большом поле исследуемого течения, в том числе и полной, т. е. трехмерной, картины регистрируемого параметра;
- возможность получения «мгновенной», по сравнению с характерным временем исследуемого процесса, информации (время регистрации определяется характеристиками источников и приемников излучения, чувствительностью и временем релаксации оптических датчиков, минимально необходимым временем измерения, зависящим от регистрируемого параметра и используемого метода; например, применение импульсных лазеров позволяет получать информацию о структуре потока теньевыми и интерференционными методами, методом лазерного ножа и др. меньше чем за  $10^{-8}$  с);
- высокое, до 1 мкм, потенциальное пространственное разрешение (зависит от качества используемых оптических элементов, метода и свойств исследуемого объекта);
- возможность ввода оптической информации (изображений) в ЭВМ с последующей обработкой по заданному алгоритму;
- возможность в некоторых случаях получения информации, недоступной при использовании других методов.

Любой оптический метод сводится к регистрации изменений параметров оптической волны, к основным из которых относятся:

- циклическая частота излучения  $\omega = 2\pi\nu$ ;
- интенсивность  $I$ ;
- фаза  $\varphi$ ;
- направление распространения, для монохроматических волн определяемое волновым вектором  $\mathbf{k} = 2\pi\mathbf{n} / \lambda$ ;
- направление поляризации, задаваемое ориентацией вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ .

Здесь  $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ ;  $\lambda = c / n\nu$ ;  $\nu$  и  $\lambda$  – частота и длина волны излучения;  $c$  – скорость света в вакууме;  $n$  – показатель преломления среды;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, совпадающий с направлением распространения волны. В связи с векторным характером ряда величин имеется семь независимых скалярных параметров монохроматической электромагнитной волны. В общем случае все указанные параметры приобретают целый спектр значений в зависимости от частоты  $\omega$ .

Наиболее важными параметрами газового потока являются пространственные и временные распределения плотности  $\rho$  или концентрации молекул в единице объема  $N$ , температуры  $T$ , макроскопические скорости  $V$ , а также флуктуации перечисленных параметров  $\delta\rho$  или  $\delta N$ ,  $\delta T$ ,  $\delta V$ .

При нарушении равновесия возникают дополнительные параметры, например электронная, колебательная, вращательная и поступательная температуры и т. п. Наличие многокомпонентности, например, при исследовании двухфазных потоков или смесей газов требует отдельной регистрации параметров отдельных компонент.

Кроме перечисленных величин, относящихся непосредственно к исследуемому потоку, для решения многих научно-прикладных задач необходимо знать распределение параметров, реализующихся на обтекаемой поверхно-

сти, и их пульсации. К основным из них относятся давление, тепловой поток, температура, поверхностное трение.

Таким образом, существует большое количество параметров, регистрация которых необходима при решении тех или иных задач. Теоретически все эти величины могут быть измерены различными оптическими методами. Однако на практике их реализация связана с рядом ограничений, что в некоторых случаях делает затруднительным, а иногда и невозможным их использование.

## 2. Краткий обзор оптических методов

Возможны различные подходы к классификации оптических методов. С точки зрения экспериментатора, занимающегося непосредственно исследованием газовых потоков, наиболее естественным является разделение методов в зависимости от регистрируемого параметра. Однако при изучении, разработке и использовании методов как таковых для понимания физических эффектов и механизмов, лежащих в их основе, а также для грамотной и наиболее приемлемой их реализации на конкретных аэрофизических установках основополагающими критериями являются измеряемые параметры светового излучения, способы их регистрации и связь со свойствами исследуемого объекта. С этой точки зрения оптический подход при классификации методов является более предпочтительным.

Обоснованием такого подхода могут служить следующие моменты. С одной стороны, для регистрации какого-либо газодинамического параметра возможно применение методов, существенно отличающихся по физическим эффектам, лежащим в их основе, и по регистрируемым параметрам оптического излучения (табл. 1). С другой стороны, регистрация разных газодинамических параметров может быть основана на однотипных оптических эффектах, которые имеет смысл рассматривать в общем случае, без привязки к конкретным методам регистрации. Приведем несколько характерных примеров.

Для *визуализации структуры потока* могут применяться теневые и интерференционные методы; методы лазерного ножа с использованием эффектов рассеяния зондирующего излучения на присутствующих в потоке светорассеивающих частицах или на молекулах газа; различные оптические метки и трассеры и т. д.

Для *регистрации плотности* – теневые и интерференционные методы; методы лазерного ножа на молекулярном рассеянии света; методы, основанные на регистрации параметров собственного излучения и т. д.

*Регистрация скорости* производится с помощью ЛДИС. Существует большое количество различных модификаций ЛДИС и возможностей их реализации. Они позволяют регистрировать как скорость в отдельной точке (локальные методы), так и распределение скорости в выбранном сечении потока (панорамные методы). Существуют схемы с использованием оптического гетеродирования и прямой оптической регистрации доплеровского сдвига частоты как собственного излучения газа, так и зондирующего излучения при рассеянии на присутствующих в потоке частицах или на молекулах газа.

Таблица 1

Оптические методы диагностики газовых потоков,  
основанные на различных видах взаимодействия излучения с веществом

		Параметры электромагнитной волны				
		$\omega$	$I$	$\varphi$	$k$	$n$ (поляризация)
Параметры потока	$\rho$	Качественная спектроскопия 1, 2, 3, 4	Количественная спектроскопия 1, 2, 3, 4	Интерферометрия Дифракционные методы Метод фазового контраста 2	Теневые методы 2	Наличие взвеси в потоке 3
	$T$		Количественная спектроскопия 1 2 3 4			
	$V$	Доплеровские методы 1, 3, 4				
Параметры на обтекаемой поверхности	$T$		Жидкие кристаллы 5	Интерферометрия 5		ЖК 5
	$P$		Бароиндикаторные покрытия 5			
	$T$	Термоиндикаторные покрытия, ЖК 5	Индикаторы плавления Тепловизоры 5			
	$Q$	Термоиндикаторные покрытия, ЖК 5	Тепловизоры 5	Интерферометрия 5		

Обозначения: 1 – методы, основанные на регистрации собственного излучения объекта; 2 – просвечивание объекта внешним излучением; 3 – рассеяние излучения в среде; 4 – внешнее возбуждение; 5 – оптические датчики; ЖК – жидкокристаллические покрытия;  $\rho$  – плотность;  $T$  – температура;  $V$  – скорость;  $\tau$  – поверхностное трение;  $Q$  – тепловой поток.

Известны ЛДИС с голографической регистрацией рассеянного излучения. Кроме ЛДИС широко используются различные модификации оптических времяпролетных методов и примыкающие к ним методы, основанные на оптической регистрации смещения различных специально введенных или изначально присутствующих в потоке меток (трассеров) за известный промежуток времени. Данные методы применяются как для локальных, так и для панорамных измерений. Последние получили в современной литературе название PIV (Particle Image Velocimetry) методов.

Интерференционные методы могут использоваться для визуализации и регистрации полей плотности, для измерений тепловых потоков и поверхностного трения. Различные оптические интерферометры используются в ряде схем прямого оптического определения доплеровского сдвига частоты при регистрации скорости потока. Эффекты интерференции лежат в основе ЛДИС с оптическим гетеродированием и ЛДИС с голографической регистрацией рассеянного излучения, объясняют визуализацию полей температур с помощью жидкокристаллических покрытий и т. д.

Приведенные примеры, далеко не исчерпывающие весь спектр оптических методов, показывают предпочтительность их классификации и изучения, по крайней мере на этапе рассмотрения общих принципов, лежащих в основе их работы, исходя из закономерностей взаимодействия излучения с веществом и возможности регистрации параметров электромагнитного излучения. В первом приближении все оптические методы можно отнести к следующим основным категориям.

1. Методы, основанные на регистрации собственного излучения объекта. Преимущество этих методов заключается в относительной простоте, связанной с отсутствием внешнего источника излучения. Регистрация интенсивности и спектрального распределения характеристического излучения позволяет идентифицировать объект, определить его форму, а также распределение плотности, температуры и скорости. К основным недостаткам можно отнести равномерное распределение излучения по направлению, поляризации и фазе, т. е. указанные параметры не содержат информации об объекте. Информацию несут только интенсивность излучения  $I$  и ее зависимость от частоты. Кроме этого, для того чтобы излучение стало возможным, газ должен быть нагрет до высокой температуры, т. е. должны быть возбуждены электронные состояния. Это наблюдается в условиях горения, детонации и т. п. Для большинства аэродинамических экспериментов собственное свечение лежит в далекой инфракрасной области, и его регистрация затруднена. В этих случаях применяются специальные методы и оборудование (тепловизоры).

2. Методы, основанные на просвечивании объекта излучением внешнего источника. Требуется внешний источник излучения. Возможна регистрация изменения всех параметров волны после прохождения через среду. Методы достаточно просты в реализации и широко используются в аэрофизическом эксперименте. Позволяют проводить локальные и панорамные измерения в двумерных потоках с высоким пространственным и временным разрешением. К основным недостаткам можно отнести интегральный характер изменения

параметров волны по всему пути зондирующего излучения, что затрудняет их использование для проведения локальных измерений в трехмерных потоках.

3. Методы, основанные на регистрации рассеянного в среде излучения. Также нужен внешний источник. Обладают всеми преимуществами методов просвечивания. Позволяют проводить как локальные, так и панорамные измерения в трехмерных потоках с высоким пространственным и временным разрешением. В настоящее время для измерений на воздухе являются самыми универсальными и информативными. Зачастую требуют использования относительно дорогого оборудования, в частности мощных источников излучения и чувствительных фотоприемников.

4. Внешнее возбуждение. К оптическим методам следует отнести также и методы, основанные на регистрации излучения газа, в том числе и холодного, возбуждаемого в результате различных внешних воздействий и физико-химических процессов в газе, таких как процессы диссоциации и рекомбинации, химические реакции, возбуждение под действием электрических разрядов и т. п. Например, возбуждение газа электронным пучком позволяет не только визуализировать поток, но и измерять практически все газодинамические параметры. Использование электронного пучка особенно эффективно при исследовании разреженных потоков и иногда является единственно возможным методом исследования структуры гиперзвуковых течений.

5. Методы, основанные на применении оптических датчиков. В некоторых случаях, в частности для регистрации параметров на обтекаемой поверхности, используются датчики, оптические свойства которых зависят от регистрируемого параметра. К ним относятся различные термоиндикаторные покрытия (термоиндикаторные краски, индикаторы плавления, жидкокристаллические покрытия), датчики регистрации тепловых потоков, бароиндикаторные покрытия. При регистрации поверхностного трения датчиком является тонкая масляная пленка, нанесенная на поверхность модели. Все эти методы требуют соответствующей обработки поверхности и, как правило, внешнего по отношению к рабочей области датчика источника излучения.

Все оптические методы можно разделить на локальные и панорамные. Локальные методы позволяют получать информацию в отдельной точке (локальной области) потока и зачастую они существенно проще в реализации и обладают более высокой точностью. Для получения информации о пространственном распределении параметра необходимо проводить сканирование интересующей области потока, что существенно увеличивает время эксперимента, а соответственно и его стоимость. Кроме того, в некоторых случаях, особенно при исследовании нестационарных, импульсных и быстропотекающих процессов, использование данного подхода сталкивается с существенными трудностями, а иногда и вовсе неприемлемо.

Альтернативой являются панорамные методы. При этом экспериментальные данные фиксируются в виде отдельных изображений или их серии, что позволяет регистрировать (визуализировать) значение параметра в каждой точке изображения. В многочисленных публикациях и монографиях, посвященных панорамным оптическим методам и их применению в аэрофизическом эксперименте, довольно часто используются такие термины, как «каче-

ственные методы», или «методы визуализации», и «количественные методы». Количественные методы предназначены для получения численного значения регистрируемого параметра. Качественные методы позволяют визуализировать структуру течения. При этом яркость изображения исследуемой области зависит от регистрируемого параметра. В общем случае данная зависимость может быть нелинейной и даже неоднозначной. Однако подобные изображения позволяют определить положение в пространстве характерных особенностей потока, таких как скачки уплотнения, вихри, области перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный и др.

Разделение методов на качественные и количественные достаточно условно и относится в основном к вопросам терминологии, поскольку, во-первых, информация о геометрии потока (угол отклонения скачка уплотнения, толщина пограничного слоя, положение центра вихря и т. п.) сама по себе является количественной, а во-вторых, довольно часто значения геометрических величин используются для верификации теоретических исследований и численных расчетов. Например, нами приводятся некоторые результаты по использованию оптической интерферометрии для исследования влияния магнитогидродинамического (МГД) эффекта на угол отклонения скачка уплотнения (см. гл. 22). Оптическая регистрация изменения положения скачка, позволила проверить обоснованность теории и алгоритмов расчета, используемых для описания процесса. Очевидно, что говорить о результатах (в данном случае значение угла отклонения скачка), используемых для верификации теоретических исследований, как о качественных, несколько некорректно.

Кроме того, информация об общей структуре потока сама по себе является очень важной, особенно на начальной стадии исследований сложных пространственных течений. Она позволяет выявить характерные особенности и наиболее важные области потока для дальнейших более подробных количественных исследований.

## ЧАСТЬ 1 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДИАГНОСТИКИ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

### Глава 1

#### Основные параметры электромагнитной (оптической) волны

Как уже отмечалось, основными параметрами электромагнитной волны, к регистрации которых сводятся оптические методы, являются интенсивность  $I$ , частота излучения  $\omega$ , фаза  $\varphi$ , поляризация, направление распространения (волновой вектор  $\mathbf{k}$ ). Прежде чем перейти к обсуждению влияния свойств исследуемого объекта на зондирующее излучение, рассмотрим более подробно параметры электромагнитной волны в вакууме. Это необходимо потому, что при описании взаимодействия излучения с веществом нам придется оперировать величинами и понятиями, изначально определяемыми в физической оптике для электромагнитной волны в вакууме. Кроме того, при использовании оптических методов конечным звеном системы регистрации в подавляющем числе случаев выступают приборы и устройства, для описания выходного сигнала которых в нашем случае нет необходимости в привлечении материальных уравнений.

#### 1.1. Плоские волны

Электромагнитное поле в вакууме описывается системой уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (1.4)$$

Продифференцировав (1.2) по времени и подставив  $\partial \mathbf{H} / \partial t$  из (1.1), получим

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

Учитывая соотношение (1.3), в результате имеем:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.5)$$

Таким же образом выводится аналогичное соотношение и для вектора магнитного поля  $\mathbf{H}$ :

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.6)$$

Уравнения (1.5) и (1.6), называемые волновыми, линейны по  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Это позволяет свести их к аналогичным скалярным уравнениям, в каждое из которых входит только одна компонента  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{H}$ .

Пусть напряженность электрического и магнитного полей зависит только от одной координаты  $z$  и времени  $t$ . Это случай плоской волны. При этом для  $z$  компоненты из (1.2) имеем

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0.$$

Поскольку  $E_z$  не зависит от времени, то для осциллирующей во времени волны мы должны принять  $E_z = 0$ . Из (1.1) то же самое получим и для магнитного поля  $H_z = 0$ . Таким образом, плоские электромагнитные волны являются поперечными. С учетом полученного перепишем (1.1) и (1.2) в скалярном виде, сгруппировав их следующим образом:

$$(\text{rot}\mathbf{E})_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (\text{rot}\mathbf{H})_x = -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (1.7)$$

$$-(\text{rot}\mathbf{E})_x = \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (\text{rot}\mathbf{H})_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (1.8)$$

Из (1.7) видно, что  $E_x$  зависит только от координаты  $z$ , времени и ортогональной ей компоненты магнитного поля  $H_y$  и наоборот. То же самое относится к  $E_y$  и  $H_x$  (1.8). Таким образом, плоскую электромагнитную волну можно представить в виде суперпозиции двух независимых плоских волн. Обе распространяются вдоль оси  $z$ . Одна характеризуется компонентами  $E_x$  и  $H_y$ , а другая  $E_y$  и  $H_x$ . Волны, для которых вектор электрического поля находится в одной плоскости (меняется только его величина и знак), называются линейно поляризованными. Направление вектора электрического поля условилось называть направлением, или вектором поляризации  $\mathbf{e}$ . Предпочтение, отданное электрическому полю, объясняется тем, что взаимодействие излучения с веществом связано в основном с электрическим полем.

Так как любую плоскую волну можно представить как суперпозицию двух плоских линейно поляризованных независимых волн, то в дальнейшем, при рассмотрении основных параметров электромагнитного излучения, мы, как правило, будем рассматривать только одну из этих волн. Для  $E_x$  волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0. \quad (1.9)$$

Его решением является

$$E_x = f_1(t - z/c) + f_2(t + z/c). \quad (1.10)$$

В общем решении уравнения (1.9) могут присутствовать аддитивные составляющие  $c_1$ ,  $c_2z$ ,  $c_3t$ ,  $c_4tz$ , где  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  и  $c_4$  – константы интегрирования. Из физических соображений мы их приравниваем нулю. Действительно,  $c_1$  соответствует постоянной составляющей, а  $c_2z$ ,  $c_3t$  и  $c_4tz$  – линейно увеличивающимся (уменьшающимся) компонентам поля по соответствующим координа-

там, что не свойственно осциллирующей в пространстве и во времени электромагнитной волне. Решение (1.10) описывает суперпозицию двух волн  $f_1$  и  $f_2$ . Первая распространяется по координате  $z$ , вторая – в обратном направлении со скоростью  $c$ . Используя (1.7) и (1.10), легко доказать, что  $E_x = H_y$ .

Таким образом, плоские электромагнитные волны являются поперечными. Произвольная плоская волна может быть представлена как суперпозиция двух независимых линейно поляризованных волн со взаимно ортогональной поляризацией. Вектор электрического поля равен ортогональному ему вектору магнитного поля. Векторы электрических и магнитных полей удовлетворяют волновому уравнению типа (1.9), а их поведение в пространстве и во времени описывается соотношениями, аналогичными (1.10).

## 1.2. Гармонические волны

Рассмотрим плоскую волну  $E_x(z, t) = f_1(t - z/c)$ , распространяющуюся вдоль оси  $z$ . Пусть  $E_x(0, t) = a \cdot \cos(\omega t)$ . Тогда в области  $z \geq 0$

$$E_x(z, t) = a \cdot \cos(\omega t - \omega z/c) = a \cdot \cos(\omega t - 2\pi z/\lambda) = a \cdot \cos(\omega t - kz). \quad (1.11)$$

Волны, распределение напряженности электрического и магнитного полей в которых подчиняется соотношению (1.11), называются гармоническими. Используемые в (1.11) параметры:  $a$  – амплитуда волны;  $\omega$  – круговая частота;  $\lambda = 2\pi c / \omega$  – длина волны;  $k = 2\pi / \lambda$ . Параметр  $\Phi = \omega t - kz$  называется полной фазой волны. Геометрическое место постоянной фазы  $\Phi = \text{const}$  называют волновым фронтом. На рис. 1.1 представлено поведение векторов электрического и магнитного полей в пространстве (и во времени) для плоской гармонической волны.

В общем случае для плоской линейно поляризованной гармонической волны, распространяющейся в произвольном направлении,

$$E(z, t) = ae \cdot \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0).$$

Здесь  $\varphi_0$  – постоянный сдвиг фазы, определяемый началом системы координат и времени;  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$  – скалярное произведение радиус-вектора  $\mathbf{r}$  и волнового вектора  $\mathbf{k} = 2\pi \mathbf{n} / \lambda$ ;  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{n}$  – единичные вектора, определяющие направление поляризации и распространения волны соответственно.

Частота волны в видимом диапазоне определяет цвет излучения, воспринимаемый глазом. Поэтому гармонические волны называют еще монохроматическими (monos в переводе с греческого означает один, chroma – цвет). Оптическое излучение можно характеризовать не только длиной волны  $\lambda$  и частотой  $\nu$ , но и связанными с ними параметрами: энергией кванта  $h\nu$  (джоули [Дж], электрон-вольты [эВ]), величиной, обратной длине волны  $\lambda^{-1}$  (обратные сантиметры [см<sup>-1</sup>]). Первый параметр

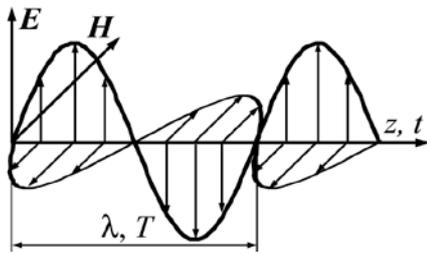


Рис. 1.1. Распределение электрического и магнитного полей в гармонической линейно поляризованной волне

## 1.2. Гармонические волны

используется в основном в ультрафиолетовом (УФ) диапазоне, второй – в инфракрасном (ИК). На рис. 1.2 приведена шкала электромагнитных волн.

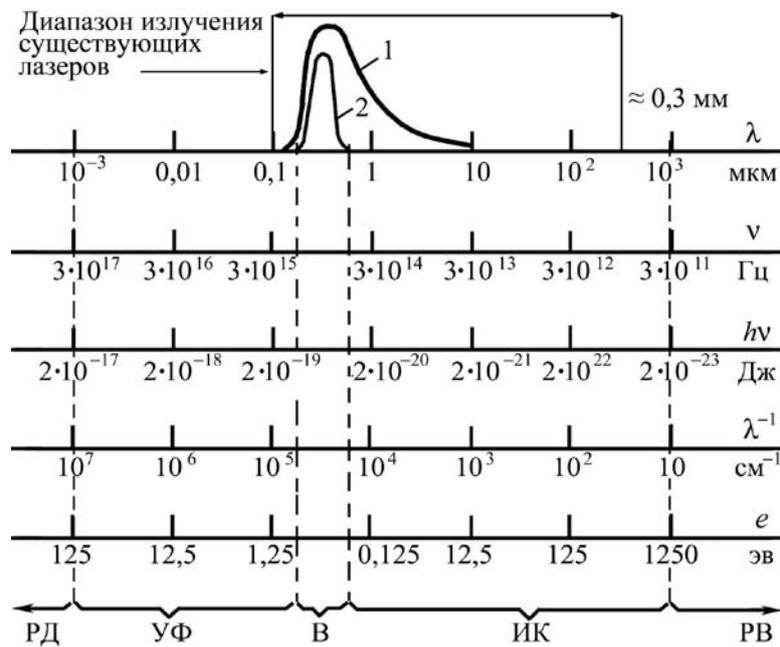


Рис. 1.2. Шкала оптического излучения: 1 – спектр абсолютно черного тела при  $T = 6000$  К; 2 – кривая чувствительности глаза. УФ – ультрафиолетовый, В – видимый, ИК – инфракрасный участки спектра, РД – рентгеновское излучение, РВ – радиоволны

Излучение в диапазоне длин волн  $\lambda \approx 380 \div 780$  нм, регистрируемое человеческим глазом, называется видимым или просто светом. В зависимости от восприятия глазом видимый свет можно разделить на цветовые диапазоны от фиолетового до красного (табл. 1.1). К оптическому диапазону относят также ИК и УФ излучения. УФ – не видимое глазом излучение, спектральная область которого лежит между рентгеновским и видимым излучением в диапазоне  $1 \div 380$  нм. Излучение с  $\lambda < 280$  нм распространяется только в вакууме.

Таблица 1.1

Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	380÷455
Синий	455÷485
Голубой	485÷505
Зеленый	505÷550
Желтый	550÷585
Оранжевый	585÷610
Красный	610÷780

ИК излучение тоже не регистрируется глазом и лежит в диапазоне  $0,780 \div 1000$  мкм. В диагностике потоков жидкостей и газа используется в основном видимое и ИК излучение в диапазоне  $\sim 0,4 \div 1,1$  мкм. В этом диапазоне многие среды являются прозрачными. Кроме того, для данного диапазона длин волн имеются качественные источники излучения и чувствительные фотоприемники.

### 1.3. Разложение плоской электромагнитной волны на гармонические волны

Плоская гармоническая волна является идеализированным объектом. Поле реальных волн может быть произвольно модулированным во времени и в пространстве и существенно отличаться от плоской гармонической волны. Однако в физической оптике эти волны являются хотя и частным, но очень важным случаем. Это объясняется тем, что любую электромагнитную волну можно представить в виде суммы (суперпозиции) непрерывного или дискретного множества плоских гармонических волн. Математически это выражается в виде преобразования Фурье. Особенно важным является то, что подобное разложение с хорошим приближением можно осуществить физически с помощью достаточно простых устройств.

Пусть у нас имеется плоская волна  $E(z, t) = f(t - z/c)$ . Функцию  $f(t - z/c)$  можно представить в виде интеграла Фурье

$$E(z, t) = f(t - z/c) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [f(\omega) \cos[\omega t - kz - \varphi(\omega)] d\omega,$$

т. е. разложить в спектр по гармоническим колебаниям

$$E_{\omega}(z, t) = f(\omega) \cos [\omega t - kz - \varphi(\omega)],$$

где  $f(\omega) = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}$ ,  $\operatorname{tg} \varphi(\omega) = b(\omega) / a(\omega)$ ,

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt, \quad b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt,$$

а полное поле волны

$$E(z, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E_{\omega}(z, t) d\omega.$$

На рис. 1.3 приведена схема физического разложения плоской электромагнитной волны по монохроматическим плоским волнам, применяемая еще Ньютоном при исследовании солнечного света. Пусть на прозрачную стеклянную призму падает плоская, но не монохроматическая волна, например, белого цвета. Для стекол, как и для всех материальных сред, коэффициент преломления для гармонических волн с различными частотами имеет разные значения (данный вопрос более подробно будет обсуждаться в последующих главах). В области прозрачности коэффициент преломления растет с ростом частоты. В результате на выходе призмы мы имеем веер плоских монохроматических волн, выходящих под разными углами в зависимости от частоты. Волна с большей частотой (фиолетовый цвет) выйдет под большим углом преломления, чем волна с меньшей частотой (красный цвет). Используя дополнительную линзу, в ее фокальной плоскости можно получить разложение исходной волны в частотный спектр по пространственной координате.

Схемы, аналогичные приведенной на рис. 1.3, широко используются в современных спектральных приборах. В качестве дисперсионных элементов кроме призм могут применяться различные типы дифракционных решеток.

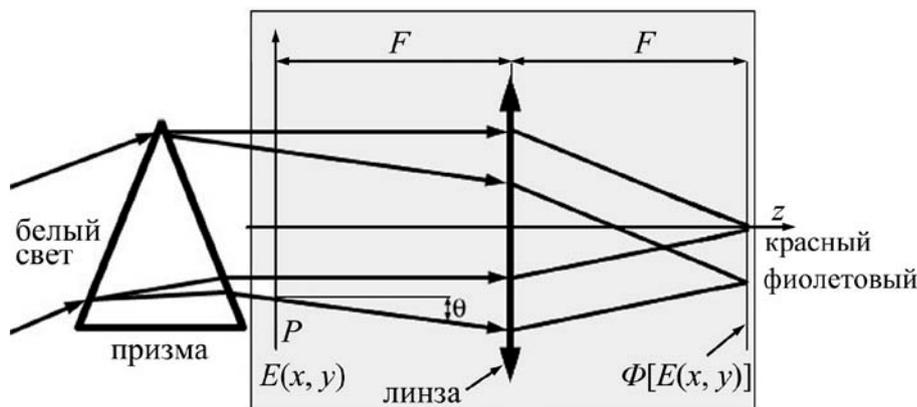


Рис. 1.3. Схема, иллюстрирующая разложение световой волны на гармонические и плоские волны (выделенная часть)

Для более тонкого изучения спектра используются и другие подходы, например различные интерферометры и методики с использованием эффектов интерференции света. Анализ всевозможных методов исследования спектрального состава излучения не входит в нашу задачу. Но поскольку некоторые оптические методы связаны с исследованием спектров, используемые при этом подходы будут рассмотрены в соответствующих разделах.

#### 1.4. Разложение пространственно модулированной монохроматической волны на плоские волны

Достаточно просто осуществляется разложение произвольной волны и по плоским волнам. Простейшая схема представлена на рис. 1.3 (выделенная часть). Предположим, что на линзу падает монохроматический пучок света, имеющий в некоторой плоскости  $P$  распределение напряженности электрического поля  $E(x, y, t)$ . (Для простоты на рисунке изображена только координата  $x$ .) Исходная волна представляет собой суперпозицию конечного или бесконечного набора плоских волн. Каждая из этих волн независимо от других фокусируется линзой в соответствующей точке ее фокальной плоскости.

Математически данная процедура выражается в виде разложения Фурье исходной волны по так называемым пространственным частотам. Пусть у нас имеется монохроматический модулированный в пространстве пучок света. При этом временная зависимость напряженностей полей описывается только одной частотой  $\omega$ , т. е.

$$E(\mathbf{r}, t) = [A(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \text{к. с.}]/2. \quad (1.12)$$

Параметр  $A(\mathbf{r})$  называется комплексной амплитудой. Сокращение (к. с.) означает комплексно-сопряженную величину. Используя (1.12), из волнового уравнения (1.5) получим уравнение Гельмгольца для  $A(\mathbf{r})$

$$\Delta A(\mathbf{r}) + k^2 A(\mathbf{r}) = 0. \quad (1.13)$$

Мы пришли к уравнению для  $A$ , зависящей только от пространственных координат.

Пусть в плоскости  $z = 0$  мы имеем распределение комплексной амплитуды  $A(x, y, 0) = A_0(x, y)$ . Разложим это поле в двумерный интеграл Фурье

$$A_0(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (1.14)$$

Здесь  $k_i$  – проекция волнового вектора на соответствующую ось. При этом  $A_0(k_x, k_y)$  определяется обратным преобразованием Фурье

$$A_0(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(x, y) \exp[i(k_x x + k_y y)] dx dy.$$

Будем искать решение уравнения Гельмгольца в виде, аналогичном (1.14), но с комплексной амплитудой, зависящей от  $z$ :

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_y, z) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (1.15)$$

Правомерность представления решения в таком виде можно обосновать следующими соображениями. В общем случае  $A(x, y, z)$  можно представить в виде трехмерного интеграла Фурье

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A'(k_x, k_y, k_z) \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y dk_z.$$

Перепишем данное соотношение в виде

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2\pi)} \int_{-\infty}^{\infty} A'(k_x, k_y, k_z) \exp(-ik_z z) dk_z \right] \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y$$

Очевидно, что функция, полученная в результате интегрирования по  $k_z$ , зависит только от  $k_x$ ,  $k_y$  и  $z$ . Именно со значением этого интеграла, деленным на  $2\pi$ , мы и связываем  $A(k_x, k_y, z)$  в соотношении (1.15).

Подставляя (1.15) в (1.13), получим уравнение для  $A(k_x, k_y, z)$ :

$$\partial^2 A(k_x, k_y, z) / \partial z^2 + (k^2 - k_y^2 - k_x^2) A(k_x, k_y, z) = 0,$$

решением которого является

$$A(k_x, k_y, z) = A_0(k_x, k_y) \exp(-iz \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}) = A_0(k_x, k_y) \exp(-iz k_z). \quad (1.16)$$

Для  $A(x, y, z)$  из (1.15) и (1.16) получим:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y. \quad (1.17)$$

Таким образом, если для монохроматической волны в плоскости  $z = 0$  известно распределение напряженности вектора электрического поля, то, используя соотношения (1.12), (1.14), (1.17), мы можем представить данную волну в виде дискретного или непрерывного множества плоских волн с комплексными амплитудами  $A_0(k_x, k_y)$ .

Компоненты волнового вектора

$$k_x = 2\pi \cos(\theta_x)/\lambda, \quad k_y = 2\pi \cos(\theta_y)/\lambda, \quad k_z = 2\pi \cos(\theta_z)/\lambda,$$

где  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  – углы между направлением вектора  $\mathbf{k}$  и соответствующей осью, называются пространственными частотами. Интерпретация данного понятия достаточно проста:  $k_i$  соответствует количеству периодов волны на единицу длины вдоль соответствующей оси, умноженному на  $2\pi$ . Иначе говоря, пространственные частоты аналогичны понятию круговой частоты относительно пространственных координат. Иногда используются величины  $\tilde{k}_i = k_i / 2\pi$ , которые соответствуют просто количеству периодов волны на единицу длины вдоль оси. С этой точки зрения модуль волнового вектора является пространственной частотой вдоль оси, совпадающей с направлением распространения плоской монохроматической волны. Иногда  $\cos(\theta_i)$  называют направляющими косинусами. В некоторых работах (при известной и постоянной  $\lambda$ ) пространственными частотами называют непосредственно  $\cos(\theta_i)$ .

Так как пространственные частоты плоской волны однозначно определяются направлением ее распространения,  $A_0(k_x, k_y)$  называют пространственной спектральной амплитудой, а разложение волны по плоским волнам – разложением в пространственный спектр или разложением в спектр по пространственным частотам.

Таким образом, мы показали, что произвольную электромагнитную волну можно разложить по плоским монохроматическим волнам. Подобные волны являются своего рода тестовыми идеализированными объектами. Однако подобное разложение с высокой, зависящей от параметров используемого оборудования, точностью осуществимо физически. Важность подобного разложения определяется тем, что в силу линейности уравнений, описывающих распространение электромагнитных волн, решение многих как теоретических, так и прикладных оптических задач, проще и целесообразнее находить для отдельных монохроматических плоских волн.

Кроме представления излучения в виде суперпозиции плоских волн, возможно разложение также и по другим типам волн, в частности по сферическим волнам. С этим вопросом можно ознакомиться в любом учебнике по физической оптике (см., например, [1; 2]), и мы подробно на этом останавливаться не будем.

### 1.5. Интенсивность

Некоторые параметры электромагнитного излучения однозначно определяются только в приближении плоских монохроматических волн. Например, не имеет смысла говорить о волновом векторе, определяющем направление и длину волны (частоту) излучения для произвольной модулированной во времени и в пространстве электромагнитной волны. Одним из основных оптических параметров является интенсивность света. По большому счету, любые оптические измерения сводятся к регистрации интенсивности.

Как известно, вектор потока энергии электромагнитной волны  $\mathbf{S} = (c/4\pi)[\mathbf{E}\mathbf{H}]$ . При этом связь между модулями векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  определяется соотношением  $\mu^{1/2}\mathbf{H} = \varepsilon^{1/2}\mathbf{E}$ . В вакууме  $\mu = \varepsilon = 1$  и  $S = |\mathbf{S}| = (c/4\pi)E^2$ . Для плоской монохроматической волны в плоскости наблюдения  $P$ , без учета посто-

янной составляющей фазы, модуль вектора  $E$  можно представить в виде  $E = a \cdot \cos(\omega t)$ . При этом

$$S = (c/4\pi)a^2 \cos^2(\omega t) = (c/8\pi)a^2 [1 + \cos(2\omega t)]$$

определяет поток энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны. Таким образом,  $S$  осциллирует с удвоенной частотой относительно среднего значения  $S = (c/8\pi)a^2$ .

Для видимого диапазона, например для излучения зеленого цвета с  $\lambda = 500$  нм, частота света составляет  $\nu = \omega/2\pi = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. В настоящее время не существует приемников, позволяющих регистрировать подобные осцилляции. Практически все приемники света в той или иной степени инерционны и обладают некоторым временем интегрирования  $\tau_{in}$ . Для наиболее быстродействующих из известных в настоящее время устройств (фотоэлектронные умножители, лавинные и pin-фотодиоды) это время составляет несколько наносекунд, что на 6–7 порядков больше периода осцилляций потока энергии световой волны. Поэтому приемники излучения оптического диапазона реагируют на среднее значение потока энергии, т. е. сигнал с фотоприемника пропорционален  $\langle S \rangle \sim \langle E^2 \rangle$ . (Значки  $\langle \rangle$  означают усреднение по времени.) Такие датчики называются квадратичными. Для стационарного случая  $a(t) = \text{const}$ , и мы можем брать среднее значение как по одному периоду световой волны, так и по бесконечности.

В реальных измерениях во многих случаях  $a(t) \neq \text{const}$ . В этом случае время усреднения определяется временем интегрирования фотоприемника, а для устройств, работающих в режиме накопления сигнала (фотокамеры, фотопленка и т. п.), временем экспозиции.

В физической оптике усредненный по времени поток световой энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны, называется интенсивностью  $I = \langle S \rangle$ . С некоторым приближением данное понятие можно обобщить на любые, в том числе и не плоские, волны. Таким образом, если мы имеем распределение напряженности электрического поля в плоскости наблюдения  $E(x, y) = a(x, y) \cos[\omega t + \varphi(x, y)]$ , то распределение интенсивности

$$I(x, y) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle = (c/8\pi) a^2(x, y).$$

При  $a(t) \neq \text{const}$  отклик фотоприемника будет описываться соотношением

$$I(x, y, t) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle = (c/8\pi) \langle a^2(x, y, t) \rangle_\tau, \quad (1.18)$$

где  $\tau$  – время интегрирования фотоприемника.

Отметим, что в справочниках, учебниках, монографиях и публикациях можно найти разные определения понятия интенсивности. Более того, в Международной системе единиц (СИ) вообще нет такой величины, как интенсивность света. При решении задач, связанных с интерференцией, голографией, дифракцией и некоторых других, интенсивность обычно ассоциируется с откликом регистрирующего устройства – почернение фотопластинки, электрический ток или напряжение, восприятие яркости изображения глазом и т. д. Например, восприятие наблюдателем освещенности матового экрана (интенсивность рассеянного света) при одной и той же удельной мощности будет зависеть от длины волны. Самой высокой интенсивность излучения

будет ощущаться для  $\lambda \approx 0,5$  мкм, существенно меньшей для  $\lambda \approx 0,7$  мкм и нулевой для  $\lambda \approx 1$  мкм.

Во многих случаях, например при использовании методов оптической интерферометрии, информацию несут в основном пространственное положение максимумов и минимумов и их относительная интенсивность. При этом постоянные множители в (1.18), не зависящие от пространственных координат, можно не учитывать. Поэтому под интенсивностью мы иногда будем понимать  $I = \langle E(x, y)^2 \rangle$  или  $I \sim \langle E(x, y)^2 \rangle$ . Необходимо, однако, помнить, что при исследовании взаимодействия излучения с веществом (особенно нелинейных процессов – таких, как удвоение частоты лазерного излучения и т. п.) и при расчете реальных энергетических параметров излучения данный подход неприемлем, и необходимо оперировать четко определенными физическими параметрами.

Для регистрации интенсивности света существуют различные методы и приборы, которые мы будем называть фотоприемниками. Некоторые вопросы, связанные с принципами их работы и особенностями применения, будут рассмотрены ниже. Здесь лишь отметим, что фотоприемники могут быть локальными, регистрирующими интегральную по приемному зрачку интенсивность (фотосопротивления, болометры, фотодиоды, фотоэлектронные умножители – ФЭУ и др.), и панорамными, позволяющими регистрировать пространственное распределение интенсивности на площади фотоприемника (фотопленка, фототропные пленки, телекамеры и др.).

### 1.6. Поляризация

В п. 1.1 мы ввели понятие плоской линейно поляризованной волны. При этом в общем случае электромагнитную волну можно представить как суперпозицию двух волн со взаимно ортогональной поляризацией. Для гармонической волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , в плоскости  $z = \text{const}$  напряженность электрических полей в зависимости от времени можно записать в виде

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t + \varphi_1), \quad E_y = E_{y0} \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (1.19)$$

Соотношения (1.19) представляют уравнение эллипса, отображающего движение конца вектора электрического поля  $\mathbf{E}(x, y) = (E_x, E_y)$  в плоскости  $z = \text{const}$  (рис. 1.4). Конец вектора может двигаться как по часовой стрелке – волна с правой поляризацией (рис. 1.4, а, б), так и против часовой стрелки – волна с левой поляризацией (рис. 1.4, в), с частотой, равной частоте электромагнитной волны.

Частными случаями эллиптической поляризации являются круговая, когда полуоси эллипса равны между собой (см. рис. 1.4, б), и линейная, когда одна из полуосей равна нулю (рис. 1.4, в). Круговая поляризация реализуется при условии  $E_{x0} = E_{y0}$ ,  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi/2$ . Линейная – при  $\Delta\varphi = \pm \pi$  для любых  $E_{x0}$  и  $E_{y0}$ . Полуось эллипса поляризации в общем случае наклонена к оси  $x$  под углом  $\alpha$ , который может быть найден из условия экстремума для модуля вектора  $\mathbf{E}$ . Однако очевидно, что всегда существует система координат, в

которой полуоси эллипса поляризации параллельны координатным осям ( $x'$ ,  $y'$ ). Данная система координат для эллипса поляризации называется канонической. Она удобна тем, что в ней всегда  $\Delta\varphi(x', y') = \pm \pi/2$ .

Таким образом, гармоническая волна поляризована. При этом характер ее поляризации остается неизменным в пространстве и во времени, так как для гармонических волн остаются постоянными  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  и  $\Delta\varphi$ . Однако излучение реальных источников света не является гармоническим, и его можно представить как суперпозицию многих гармонических волн, каждая из которых имеет свою частоту. Суммарный вектор электрического поля в плоскости  $z = \text{const}$  будет описывать достаточно сложную геометрическую фигуру. На рис. 1.5 представлены некоторые возможные траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости  $z = \text{const}$  при суперпозиции нескольких гармонических волн.

Интересно рассмотреть следующие ситуации. Во-первых, суперпозицию конечного числа гармонических волн с соизмеримыми частотами, когда выполняется условие  $f_i = (q + i)\Delta f$  ( $\Delta f$  – разница соседних частот;  $q$  и  $i$  – целые числа). Такая ситуация реализуется, например, для излучения лазера, работающего на нескольких продольных модах. На рис. 1.5 этому соответствуют ряды А, Б, В, Г. Траектория, описываемая вектором  $\mathbf{E}$ , повторяется во времени с периодом, равным наименьшему кратному от периодов всех волн. Во-вторых, случай синхронизованных волн (см. рис. 1.5, ряд А), когда в некоторый момент времени все  $\mathbf{E}_i$  параллельны друг другу, например  $\mathbf{E}_i(t = 0) // 0x$ . При этом излучение представляет регулярную последовательность импульсов. Для двух волн это обыкновенные биения с косинусоидальным изменением интенсивности излучения. При увеличении количества волн импульсы излучения становятся все более короткими, а промежуток времени между ними увеличивается. На рис. 1.5 это проявляется в виде сгущения траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в области нулевых значений. На этом эффекте основано получение сверхкоротких импульсов света при синхронизации мод лазерного излучения.

При отсутствии синхронизации для соизмеримых частот с увеличением количества волн траектория вектора  $\mathbf{E}$ , несмотря на ее повторяемость, становится все более запутанной. Для несоизмеримых частот с увеличением количества волн, а тем более для непрерывного континуума волн реального

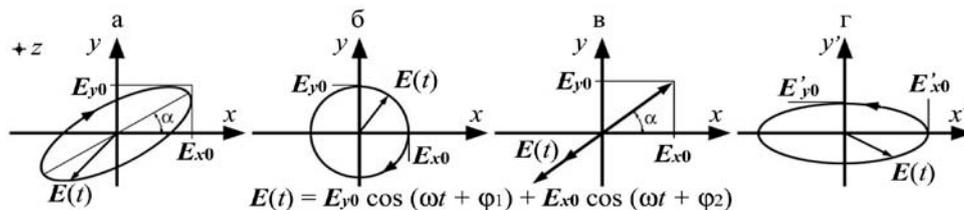


Рис. 1.4. Возможные состояния поляризации плоской монохроматической волны: а – эллиптическая правая; б – круговая правая; в – линейная; г – эллиптическая левая в канонической системе координат

источника света, поведение вектора  $\mathbf{E}$  становится абсолютно хаотичным и непредсказуемым. Говорить о какой-либо поляризации такого излучения не имеет смысла, и такой свет называется естественно, или хаотически, поляризованным. Исключение составляют линейно поляризованные волны. Однако модуль  $\mathbf{E}$  при этом претерпевает случайные хаотические изменения, аналогично поведению проекции  $\mathbf{E}$  на любую из осей координат (см. рис. 1.5).

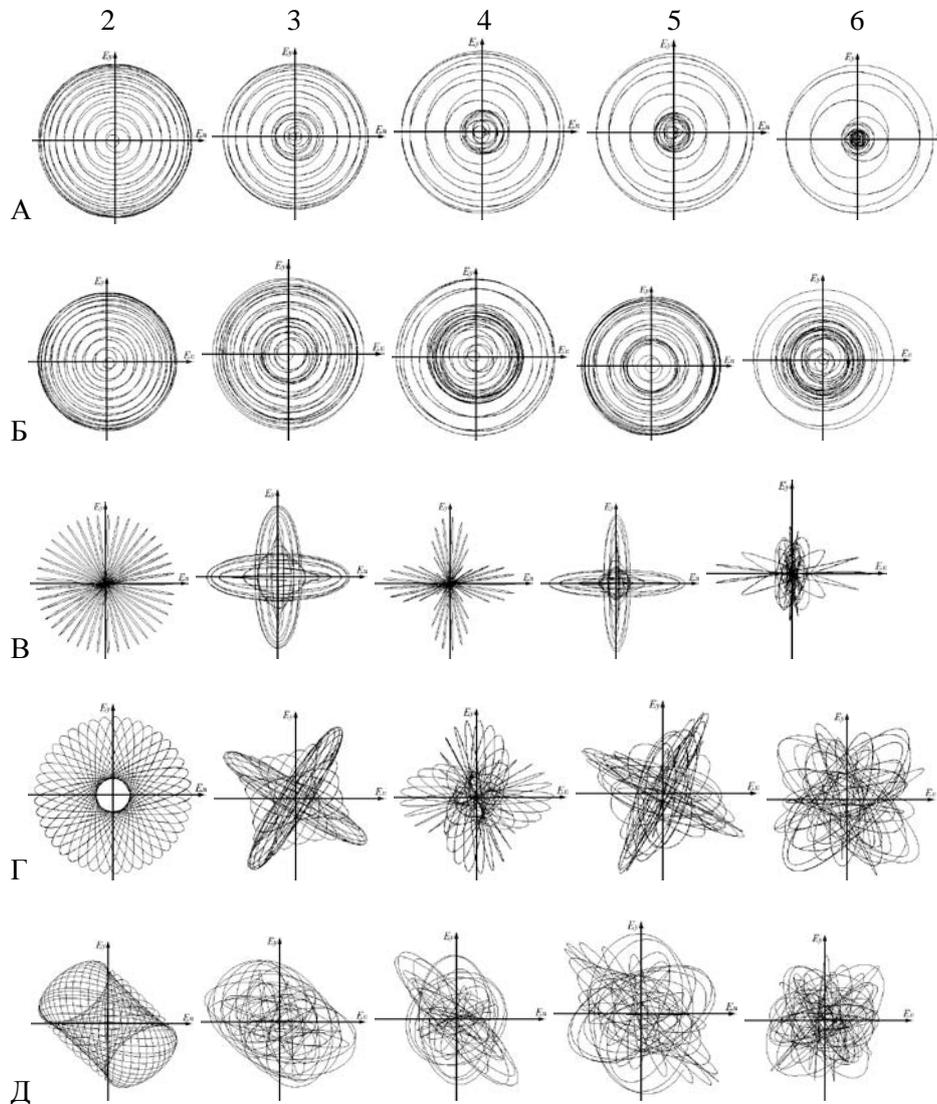


Рис. 1.5. Некоторые возможные траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости  $z = \text{const}$  при суперпозиции нескольких гармонических волн. Столбцы слева направо: 2, 3, 4, 5 и 10 гармонических волн соответственно. А – поляризация круговая правая,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f(m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0) // 0x$ ; Б – поляризация круговая правая,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f(m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0)$  – случайные; В – поляризация круговая левая,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f(m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0) // 0x$ ; Г – поляризация круговая левая,  $f_i = \Delta f(m + i)$ ,  $|\mathbf{E}_i|$  и  $\mathbf{E}_i(t = 0)$  – случайные; Д – поляризация, амплитуды и фазы волн случайные величины

Линейно поляризованный свет на практике получают из неполяризованного излучения с помощью устройств (поляризаторов), изготовленных из веществ, коэффициент преломления или поглощения которых (комплексный коэффициент преломления) зависит от поляризации света [1; 2]. Обычно это анизотропные кристаллы или полимерные пленки. Кристаллические поляризационные призмы позволяют получать линейно поляризованный свет практически со 100 % степенью поляризации. Полимерные пленки (поляризационные светофильтры) позволяют получать свет с поляризацией около 99 %. К их неоспоримым достоинствам относится существенно меньшая по сравнению с кристаллическими устройствами стоимость, что способствовало их широкому распространению. При анализе степени и типа поляризации излучения используются устройства, аналогичные применяемым для получения поляризованного света. При этом в литературе их обычно называют анализаторами. Следует отметить, что излучение лазеров, используемых для диагностики газовых потоков, как правило, изначально обладает линейной (иногда эллиптической) поляризацией.

Поляризация является исключительно важным параметром электромагнитной волны. От нее могут существенно зависеть, например, коэффициенты поглощения и преломления и соответственно эффективность процессов взаимодействия излучения с веществом [3]. При диагностике, излучение может направляться на исследуемую поверхность под произвольным углом падения  $\beta$ , т. е. углом между лучом и нормалью к поверхности. Если вектор  $\mathbf{E}$  плоско поляризованной волны параллелен плоскости падения, то такая электромагнитная волна называется  $P$ -волной, если перпендикулярен, то  $S$ -волной [4]. Обычно  $P$ -волны испытывают меньшее отражение, по сравнению с  $S$ -волнами, в широком диапазоне углов падения.

## Глава 2

### Прохождение оптической волны через слабоионизированный газ

#### 2.1. Система уравнений Максвелла для электромагнитного излучения в веществе

В данной главе мы приступаем к рассмотрению взаимодействия излучения с веществом. Для оптических методов диагностики важным является знание характера изменения параметров оптической волны, проходящей через исследуемый объем, в зависимости от свойств среды, таких как плотность, температура, степень ионизации, атомарный (молекулярный) состав и др. В большинстве случаев для нейтральных или слабоионизированных газов, можно считать среду изотропной, а взаимодействие ее с зондирующим излучением линейным, что существенно упрощает рассмотрение интересующих нас вопросов.

Запишем систему уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_m = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}_m}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_m = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_m}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_m = 4\pi \rho, \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H}_m = 0. \quad (2.4)$$

В отличие от системы (1.1)÷(1.4) здесь учитывается наличие в среде зарядов  $\rho$  и токов  $\mathbf{j}$ . Очевидно, что в вакууме, где  $\rho = \mathbf{j} = 0$  система (2.1)÷(2.4) переходит в (1.1)÷(1.4).

Найдем связь между  $\rho$  и  $\mathbf{j}$ , продифференцировав уравнение (2.3) по времени и подставив значение  $\partial \mathbf{E} / \partial t$  из (2.2),

$$4\pi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c \cdot \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} - 4\pi \operatorname{div} \mathbf{j}. \quad (2.5)$$

Так как дивергенция ротора равна нулю, то (2.5) переходит в уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения заряда:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{j} \quad (2.6)$$

Система (2.1)÷(2.4) описывает как постоянные, так и переменные поля, как в вакууме, так и в среде, и может непосредственно использоваться для решения любых задач, связанных с электромагнитными явлениями. Однако в веществе электрическое и магнитное поля существенно меняются на расстояниях, сравнимых с атомными (молекулярными) размерами. Это заведомо имеет место, например, вблизи отдельных ионов, электронов, поляризованных или обладающих магнитным или электрическим моментом нейтральных атомов и молекул и т. д. По этой причине систему уравнений (2.1)÷(2.4) иногда называют системой уравнений Максвелла, для микрополей  $\mathbf{E}_m$  и  $\mathbf{H}_m$ , что и обозначено символом  $m$ .

Если масштабы изучаемых явлений существенно превышают масштаб изменения электрического и магнитного микрополей, удобнее использовать уравнения для усредненных полей. Это относится к описанию большинства используемых в оптических методах явлений и эффектов, связанных с распространением излучения через вещество. Усреднение должно проводиться по физически малому объему, превышающему, тем не менее, характерный масштаб изменений микрополей. Размером, определяющим правомерность использования усреднения, должны служить длина электромагнитной волны  $\lambda$  и / или масштаб изменения параметров объекта.

Среднее расстояние между молекулами вещества  $\langle d \rangle \approx (M / \rho N_a)^{1/3}$ , где  $M$  – молекулярный вес;  $\rho$  – плотность;  $N_a = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ кмоль}^{-1}$  – число Авогадро. При нормальных условиях, для воздуха  $\langle d \rangle \approx 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}$ , а при плотности  $10^{-3}$  от нормальной атмосферы  $\langle d \rangle \approx 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ мкм}$ . Эти оценки показывают правомерность использования нами усредненных уравнений для газов в широком диапазоне плотности. Однако следует помнить, что эффекты, связанные с неоднородностями микрополей, существуют и имеют одно из определяющих значений при молекулярном рассеянии света.

Прежде чем приступить к выводу усредненных уравнений, отметим несколько важных моментов.

1. В общем случае различают два вида зарядов в среде: свободные и связанные, т. е. в уравнении (2.3)  $\rho = \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}}$ . Под свободными зарядами (иногда их называют сторонними) подразумевают заряды, испытывающие макроскопические смещения под действием электромагнитного поля, и заряды, изначально присутствующие в среде и нарушающие ее нейтральность. Под связанными зарядами понимают заряды, закрепленные вблизи точки равновесия и не претерпевающие макроскопических смещений, по крайней мере за времена, много большие характеризующих исследуемый процесс и период электромагнитной волны. Для слабоионизированных газообразных сред, кроме электронов в атомах и молекулах, к ним следует отнести и свободные электроны и ионы, которые под действием переменного электрического поля световой волны будут претерпевать малые периодические смещения относительно средней точки.

2. Токи  $\mathbf{j}$  в (2.2) в общем случае также являются суммой токов проводимости, соответствующих движению свободных зарядов и определяющих макроскопический ток, и молекулярных токов, обусловленных движением связанных зарядов, т. е.  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{пр}} + \mathbf{j}_{\text{м}}$ .

3. Будем проводить усреднение уравнений (2.1)–(2.4) в предположении  $\mathbf{j}_{\text{пр}} = 0$  и  $\rho_{\text{своб}} = 0$ . Эти условия могут быть несколько смягчены. Если распределение токов проводимости и свободных зарядов является стационарным во времени, по крайней мере по отношению к временному масштабу исследуемых процессов (квазистационарные), то их присутствие приводит к появлению только постоянных электрического и магнитного полей. Нам же необходимо получить уравнения, описывающие распространение электромагнитной волны, характеризующейся быстро изменяющимися во времени полями. Можно показать, что для электромагнитных волн и стационарных полей, если характер их взаимодействия с веществом остается линейным, т. е. незави-

симым друг от друга, систему уравнений Максвелла в силу ее линейности можно разделить на две системы уравнений, описывающих постоянные и переменные электромагнитные поля соответственно. Так как в нашем случае представляет интерес поведение только электромагнитной волны, мы можем без нарушения общности принять  $\mathbf{j}_{\text{пр}} = 0$  и  $\rho_{\text{своб}} = 0$ .

Под действием электрического поля в нейтральном атоме (молекуле) происходит смещение электрона относительно ядра, что приводит к возникновению зарядов, характер движения которых определяет молекулярные токи. Смещение свободного электрона в слабоионизированном газе относительно его среднего положения, также приводит к появлению дополнительного дипольного момента, по крайней мере относительно его среднего значения. Очевидно, что величина этих дипольных моментов будет осциллировать с частотой световой волны.

## 2.2. Усредненные (макро-) уравнения Максвелла в среде

Усредненное магнитное поле принято называть магнитной индукцией и обозначать посредством  $\mathbf{B}$ . Таким образом

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \langle \mathbf{H}_m \rangle, \\ \mathbf{E} &= \langle \mathbf{E}_m \rangle.\end{aligned}$$

(Здесь и далее в данном параграфе значки  $\langle \rangle$  означают усреднение по физически малому объему.) После усреднения (2.1)÷(2.4), имеем:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.7)$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \langle \mathbf{j} \rangle, \quad (2.8)$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi \langle \rho \rangle, \quad (2.9)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (2.10)$$

где  $\langle \rho \rangle = \langle \rho_{\text{связ}} \rangle$  и  $\langle \mathbf{j} \rangle = \langle \mathbf{j}_m \rangle$ .

Анализируя систему (2.7)÷(2.10), можно сделать вывод, что электромагнитную волну в среде можно представить как суперпозицию исходной, в принципе ничем не отличающейся от волны, распространяющейся в вакууме, и волны, возбуждаемой в результате движения связанных зарядов, индуцированных исходной волной. При этом скалярную величину  $\langle \rho \rangle$  можно формально представить в виде дивергенции некоторого вектора:

$$\langle \rho \rangle = -\text{div } \mathbf{P}. \quad (2.11)$$

Рассмотрим дипольный момент зарядов  $\langle \rho \rangle$ , возникших под действием переменного поля. По определению, дипольный момент равен:

$$\int \mathbf{r} \langle \rho \rangle dV = - \int \mathbf{r} \text{div } \mathbf{P} dV = - \oint \mathbf{r} (ds \mathbf{P}) + \int (\mathbf{P} \nabla) \mathbf{r} dV,$$

где  $ds$  – элемент поверхности. Учитывая, что полный заряд остается равным нулю, интеграл по поверхности исчезает, а во втором интеграле имеем  $(\mathbf{P} \nabla) \mathbf{r} = \mathbf{P}$ , т. е.

$$\int \mathbf{r} \langle \rho \rangle dV = \int \mathbf{P} dV.$$

Таким образом вектор  $\mathbf{P}$ , который называется вектором поляризации, можно трактовать как дипольный момент единицы объема среды, причем вне тела  $\mathbf{P} = 0$ .

Несколько сложнее ситуация с  $\langle \mathbf{j} \rangle$ . Для стационарных полей, по аналогии со средним значением связанных зарядов, среднее значение  $\langle \mathbf{j} \rangle$  можно представить как

$$\langle \mathbf{j} \rangle = c \operatorname{rot} \mathbf{M}, \quad (2.12)$$

где  $\mathbf{M}$  – вектор намагниченности среды, представляющий магнитный момент единицы объема тела [5]. Но для переменных полей эта подстановка не является корректной. Ток  $\langle \mathbf{j} \rangle$  должен включать компоненту, определяемую движением связанных зарядов  $\langle \rho \rangle$ . Однако если в (2.6) подставить  $\langle \mathbf{j} \rangle$  из (2.12), то мы получим

$$\partial \langle \rho \rangle / \partial t = -\operatorname{div} \langle \mathbf{j} \rangle = -c \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{M} = 0,$$

откуда  $\langle \rho \rangle = \text{const}$ . Таким образом, соотношение (2.12) не учитывает молекулярные токи, обусловленные движением связанных зарядов, возникающих под действием переменного поля, для которых заведомо  $\partial \langle \rho \rangle / \partial t \neq 0$ . Очевидно, что в общем выражение для  $\langle \mathbf{j} \rangle$  необходимо добавить член для молекулярных токов. Для этого продифференцируем по времени соотношение (2.11) и подставим  $\partial \langle \rho \rangle / \partial t$  в уравнение неразрывности. В результате имеем

$$\langle \mathbf{j}_{\text{мол}} \rangle = \partial \mathbf{P} / \partial t, \quad (2.13)$$

а для полного тока

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \partial \mathbf{P} / \partial t + c \operatorname{rot} \mathbf{M}.$$

В общем случае  $\partial \mathbf{P} / \partial t$  может зависеть от  $\mathbf{M}$ . Это проявляется при нелинейном характере взаимодействия электромагнитного поля с веществом, когда, например, происходит заметная ориентация обладающих собственным магнитным моментом молекул в сильных стационарных полях, а магнитная и электрическая поляризация под действием переменного поля существенно зависит от этих явлений. В линейном случае этого не происходит. При этом  $c \operatorname{rot} \mathbf{M} = \mathbf{j}_{\text{пр}}$ .

В силу принятых выше условий  $\mathbf{j}_{\text{пр}} = c \operatorname{rot} \mathbf{M} = 0$  и  $\rho_{\text{своб}} = 0$ , подставляя  $\langle \rho \rangle$  и  $\langle \mathbf{j} \rangle$  с учетом (2.11) и (2.13) в систему (2.7)–(2.10), имеем

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.14)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P})}{\partial t}, \quad (2.15)$$

$$\operatorname{div} (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}) = 0, \quad (2.16)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.17)$$

Введем новую переменную  $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}. \quad (2.18)$$

Линейность взаимодействия излучения со средой выражается линейной связью  $\mathbf{P}$  с вектором электрического поля, т. е.

$$\mathbf{P} = \alpha \mathbf{E}, \quad (2.19)$$

где  $\alpha$  – поляризуемость. Отсюда следует:

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi\alpha) \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}. \quad (2.20)$$

Параметр  $\epsilon$  называется диэлектрической проницаемостью среды.

В общем случае  $\alpha$  и  $\varepsilon$  являются тензорами второго ранга. В анизотропных средах (например, в кристаллах) направление векторов поляризации может не совпадать с направлением поля. Однако для изотропных сред, к которым относятся и слабоионизированные газы, эти параметры являются скалярами, зависящими только от  $\omega$ . В результате система уравнений (2.14)÷(2.17) запишется в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.21)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.22)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \varepsilon \cdot \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad (2.23)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (2.24)$$

Подстановка типа (2.13), (2.18) и введение связи между напряженностью и индукцией электрического поля в виде (2.19) или (2.20) привлекательны для описания распространения электромагнитной волны по следующим причинам: вектор поляризации  $\mathbf{P}$  имеет ясный физический смысл, что позволяет во многих случаях достаточно просто записать материальные уравнения; итоговая система уравнений (2.21)÷(2.24) достаточно проста, и легко позволяет вывести волновые уравнения для электромагнитной волны в среде.

Продифференцируем уравнение (2.22) по времени. Подставив значение для  $\partial \mathbf{B} / \partial t$  из (2.21), имеем

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

Учитывая соотношение (2.23), получим волновое уравнение для излучения в среде

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.25)$$

Аналогично выводится уравнение и для магнитного поля. Решение уравнения (2.25) для плоской волны имеет вид

$$E_x = f_1(t - z/v) + f_2(t + z/v),$$

где  $v = c/\varepsilon^{1/2} = c/n$  – скорость распространения волны в среде. Параметр  $n = \varepsilon^{1/2}$  называется коэффициентом преломления вещества.

### 2.3. Взаимодействие излучения с частично ионизированным газом

Для описания распространения излучения через вещество необходимо знать зависимость поляризации  $\mathbf{P}$  от поля проходящей волны. В линейном приближении движение связанных зарядов в нейтральном атоме (молекуле) описывается уравнением для гармонического осциллятора, возбуждаемого внешней силой. Сила, действующая на заряд  $e$  (сила Лоренца), движущийся в электромагнитном поле со скоростью  $\mathbf{u}$ , определяется соотношением

$$\mathbf{F} = e (\mathbf{E} + [\mathbf{u}\mathbf{B}]/c). \quad (2.26)$$

Сила Лоренца действует и на электроны, и на ядра атомов. Однако дипольный момент в основном определяется смещением электронов, так как

смещение ядер много меньше из-за их относительно большой массы. Кроме того, реально достижимые скорости электронов под действием поля оптической волны  $u \ll c$ , и вторым слагаемым в (2.26) можно пренебречь. Уравнение движения электрона при данных допущениях (для простоты будем рассматривать одномерное движение вдоль оси  $OX$  [6]) запишется в виде

$$m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \omega_0^2 m X - m \nu \frac{\partial X}{\partial t} = e E_0 e^{i\omega t}, \quad (2.27)$$

где  $X$ ,  $e$  и  $m$  – смещение, заряд и масса электрона соответственно;  $E = E_0 e^{i\omega t}$  – внешнее электрическое поле электромагнитной волны;  $\omega_0$  – резонансная частота атомного осциллятора. Второе слагаемое в соотношении (2.27), включающее параметр  $\omega_0$ , является аналогом возвращающей силы;  $\nu$  – параметр, характеризующий энергетические потери осциллятора (аналог трения в механическом осцилляторе). Для свободных электронов в слабоионизированной плазме  $\nu$  определяется в основном частотой столкновения электронов с нейтральными частицами. В нейтральных газах  $\nu \approx 1/\tau$ , где  $\tau$  – время затухания свободных колебаний электрона в нейтральном атоме (молекуле). При этом удельный дипольный момент среды

$$P = e X N, \quad (2.28)$$

где  $N$  – количество осцилляторов в единице объема.

Решение уравнения ищем в виде

$$X = A \cdot e^{i\omega t},$$

Для  $A$ ,  $X$  и  $P$  из (2.27), (2.28) имеем:

$$A = \frac{e E_0}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\nu\omega},$$

$$X = \frac{e E}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\nu\omega},$$

$$P = \frac{e^2 N}{m} \frac{E}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\nu\omega}.$$

Нами подготовлены все необходимые соотношения для расчета диэлектрической проницаемости  $\varepsilon'$ :

$$\frac{4\pi e}{m} \frac{E}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\nu\omega} = \varepsilon' - 1. \quad (2.29)$$

Для действительной и мнимой частей  $\varepsilon' = \varepsilon + i\sigma$  из (2.29) получим:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \nu^2 \omega^2}, \quad \sigma(\omega) = -\frac{\omega_p^2 \nu \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \nu^2 \omega^2}, \quad (2.30)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi e^2 N/m$ .

Обычно  $\omega_p$  называют плазменной частотой. Причина такого названия будет разъяснена ниже (см. п. 2.5).

Из квантовой механики известно точное значение действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости атомов (молекул), находящихся в состоянии  $p$ :

2.4. Значения показателя преломления среды ( $n$ ) при различных длинах волн

$$\begin{aligned}\varepsilon_p(\omega) &= 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_q \frac{f_{pq}(\omega_{pq}^2 - \omega^2)}{(\omega_{pq}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_{pq}^2 \omega^2}, \\ \sigma_p(\omega) &= -i \frac{4\pi e^2}{m} \sum_q \frac{f_{pq} \gamma_{pq} \omega}{(\omega_{pq}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_{pq}^2 \omega^2}.\end{aligned}\quad (2.31)$$

где  $f_{pq} = \frac{3mc^2}{2e^2 \omega_{pq}^2} \mathfrak{R}_{pq}$  – сила осциллятора;  $\mathfrak{R}_{pq}$  – вероятность дипольного пе-

рехода из состояния  $p$  в состояние  $q$ ;  $\gamma_{pq}$  – ширина линии, соответствующая переходу  $p \rightarrow q$ . Полную диэлектрическую проницаемость единицы объема (действительную и мнимую части) на частоте  $\omega$ , связанную с частицами сорта ( $a$ ), можно получить, умножив (2.31) на плотность  $N_a$  и вероятность нахождения частицы в состоянии  $p$  – ( $\Phi_p$ ) и просуммировав по всем состояниям атома:

$$\varepsilon(\omega) - 1 = N_a \sum_p \Phi_p \varepsilon_p, \quad \sigma(\omega) = -i N_a \sum_p \Phi_p \sigma_p. \quad (2.32)$$

В общем случае  $\varepsilon$  и  $\sigma$  зависят не только от  $\omega$  но и от температуры  $T$ , поскольку от нее зависит  $\Phi_p$  – вероятность заселения уровней частицами сорта ( $a$ ). В частности для равновесного случая это распределение описывается законом Больцмана.

Хорошо известно, что в газе при нормальных условиях ( $T = 300$  К,  $kT \approx 0,025$  эВ) все атомы и молекулы находятся в основном электронном и чаще всего в нижнем колебательном состоянии. При этом в (2.31) и (2.32) присутствует только одно слагаемое, и сила осциллятора  $f_{pq}$  будет удовлетворять следующему условию:  $f_{01} \approx 1$ , и  $f_{0n} \approx 0$  при  $n > 1$ .

Индекс 0 соответствует основному состоянию. При этом точное значение диэлектрической проницаемости (2.31) совпадает с приближенным (2.30), если в качестве  $\omega_0$  считать резонансную частоту  $\omega_{01}$ , а ширина линии  $\nu = \gamma$ .

Таким образом, приближенное выражение (2.30) хорошо описывает газ при нормальных условиях. При исследовании течения сильно возбужденного газа при высокой температуре (горение, детонация, ракетные двигатели, дуговой разряд и т. п.) необходимо применять точные выражения (2.31) и (2.32).

#### 2.4. Значения показателя преломления среды ( $n$ ) при различных длинах волн зондирующего излучения

Прежде чем приступить к анализу полученных выражений, отметим важные обстоятельства, влияющие на значения  $n = \varepsilon^{1/2}$ .

Энергия фотона в видимой области спектра составляет величину масштаба 2 эВ ( $\lambda = 500$  нм), тогда как энергия перехода с основного на первый возбужденный уровень атомов и молекул (т. е. резонансная частота  $\omega_0$ ) обычно превышает это значение (10 эВ для  $H_2$ , 7 эВ для  $N_2$ ). Таким образом, для излучения в видимой области спектра для большинства газов выполняется условие  $\omega \ll \omega_0$ , где  $\omega_0$  рассматривается как резонансная частота.

В газе при нормальных условиях ( $T = 300$  К,  $kT = 0,025$  эВ) ширина линии мала, т. е.  $\nu \ll \omega$ . При этом в видимой области спектра для действительной части  $\varepsilon$  в приближении  $\omega_0 \gg \omega \gg \nu$ , из (2.30) получим

$$\varepsilon \approx 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \approx 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_p^2 \omega^2}{\omega_0^4}. \quad (2.33)$$

Очень часто вместо диэлектрической проницаемости используется поляризуемость отдельного атома  $\chi_a$ , при этом  $\varepsilon - 1 = 4\pi \sum_a N_a \chi_a$ .

В спектральном интервале, который не содержит резонансных частот, диэлектрическая проницаемость газа мало отличается от единицы, и ее зависимость от длины волны согласно (2.33) можно приближенно представить формулой Коши:

$$\varepsilon(\lambda) - 1 = A - B/\lambda^2.$$

Соответственно для поляризуемости запишем:

$$\chi(\lambda) - 1 = a + b/\lambda^2. \quad (2.34)$$

Значения параметров  $a$  и  $b$  для большого числа нейтральных атомов и молекул определены экспериментально (табл. 2.1). Для ионов и возбужденных атомов значения поляризуемости  $\chi(\lambda)$  находятся расчетным путем, хотя и с меньшей точностью (табл. 2.2).

Таблица 2.1

№	Вещество	$\chi, 10^{-24}, \text{см}^{-3}$	$a, 10^{-24}, \text{см}^{-3}$	$b, 10^{-35}, \text{см}^{-1}$
1	He	0,207	0,206	0,474
2	Ar	1,680	1,650	9,290
3	Ne	0,397	0,394	0,947
4	Kr	2,520	2,480	17,300
5	Xe	4,140	4,040	41,000
6	H <sub>2</sub>	0,820	0,805	6,200
7	N <sub>2</sub>	1,760	1,760	13,300
8	O <sub>2</sub>	1,600	1,580	8,000
9	Воздух	1,730	1,700	9,670
10	Hg	5,500	5,200	118,000

Таблица 2.2

Состояние атома	Эксперимент	Расчет
Ar I	1	1,2
Ar I*	60	15,3 (состояние 3 P <sup>0</sup> <sub>2</sub> )
Ar II	—	0,82

## 2.5. Ход рефракции и коэффициента поглощения вблизи линии поглощения

В табл. 2.1 представлены значения поляризуемости некоторых элементов, пересчитанные на длину волны  $\lambda = 632,8$  нм по данным из работы [6]. Там же приведены параметры  $a$  и  $b$  из формулы (2.34). Хорошо видно, что для видимой области спектра  $B/\lambda^2 \ll A$ , рефракцию атомов и молекул можно считать независимой от длины волны. В табл. 2.2 показана (в относительных единицах) зависимость поляризуемости от состояния атома Ar [6].

### 2.5. Ход рефракции и коэффициента поглощения вблизи линии поглощения

Линию будем считать имеющей контур, описанный приближенно выражениями (2.30) и точно (2.31). В случае  $\omega - \omega_0 = \Delta\omega \sim \nu < \omega_0$  соотношение (2.32) можно переписать в виде

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0 - \omega) / 2\omega_0}{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2 / 4}, \quad \sigma(\omega) = -\frac{\omega_p^2 \nu / 2\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2 / 4}.$$

Поведение  $\varepsilon$  и  $\sigma$  представлено на рис. 2.1.

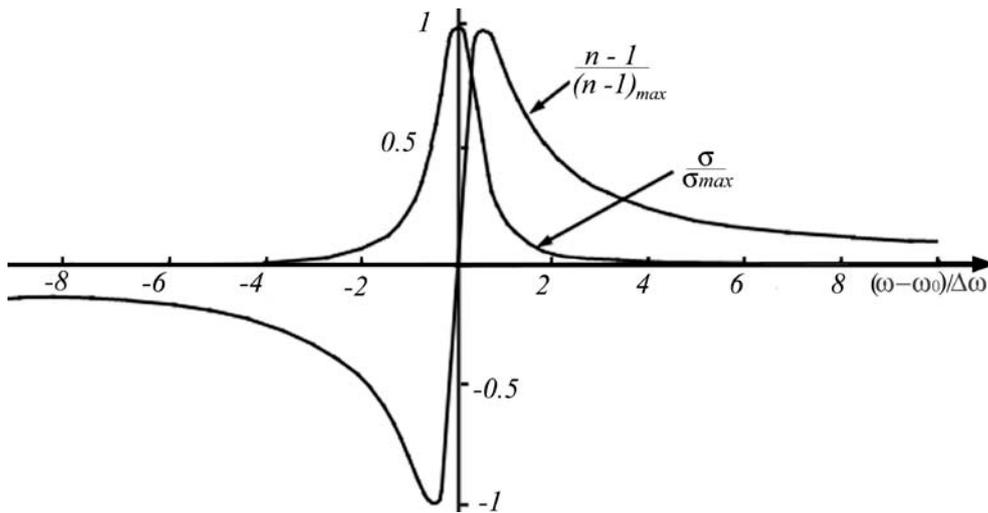


Рис. 2.1. Поведение коэффициентов поглощения и преломления в относительных единицах в окрестности линии поглощения

Видно, что при приближении к линии поглощения рефракция соответствующих атомов резко возрастает, достигая максимума при  $\omega - \omega_0 = \Delta\omega = \nu$ .

Отметим, что в центре линии поглощения максимально, а рефракция равна нулю.

## 2.6. Диэлектрическая проницаемость свободных заряженных частиц (электронов)

В данном случае в выражении (2.30) можно принять собственную частоту  $\omega_0=0$ . Действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости  $\varepsilon' = \varepsilon + i\sigma$  описываются соотношениями

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}, \quad \sigma(\omega) = -\frac{\omega_p^2 \nu}{(\omega^2 + \nu^2)\omega}.$$

В условиях малого затухания  $\omega \gg \nu$  имеем  $\varepsilon \gg \sigma$ , и для действительной части диэлектрической проницаемости получим

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2. \quad (2.35)$$

Выражение (2.35) позволяет сделать важный вывод относительно характера распространения поперечных волн в изотропном газе при наличии ионизированных частиц. Показатель преломления  $n = \varepsilon^{1/2}$  является действительной величиной только при  $\omega_p^2 \leq \omega^2$ , т. е. в области сравнительно высоких частот. При малых частотах показатель преломления – величина мнимая, и поле в ионизированном газе (плазме) быстро затухает, что соответствует хорошо известному явлению полного внутреннего отражения.

Выясним физический смысл параметра  $\omega_p$ . Для этого введем некоторые понятия ионизированной среды. Отношение концентрации электронов  $N_e$  к полной концентрации атомов  $N$  называется степенью ионизации плазмы:

$$\alpha = N_e / N.$$

Сама ионизованная компонента газа должна обладать условием квазинейтральности. Полное число электронов  $N_e$  должно быть равно полному числу положительных зарядов  $\sum_i Z_i N_i$ , где  $Z_i$  – заряд;  $N_i$  – концентрация ионов типа ( $i$ ). В плазме могут присутствовать и отрицательные ионы, которые также должны учитываться. Оценим временной масштаб нарушения квазинейтральности (временной масштаб разделения зарядов) [6]. Пусть в результате произвольного смещения возник некомпенсированный объемный заряд

$$\rho = e \operatorname{div}(N_e \mathbf{X}) = e N_e \operatorname{div} \mathbf{X},$$

где  $\mathbf{X}$  – вектор смещения электронов. Для создаваемого поля имеем

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho = 4\pi e N_e \operatorname{div} \mathbf{X}, \quad \mathbf{E} = 4\pi e N_e \mathbf{X}.$$

Уравнение движения электронов (2.27) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial t^2} = -\frac{e}{m} \mathbf{E} = -4\pi e^2 N_e \frac{\mathbf{X}}{m}. \quad (2.36)$$

Из (2.36) видно, что электронная концентрация изменяется с собственной частотой

$$\omega_p^2 = 4\pi e^2 N_e / m,$$

которая называется плазменной частотой.

Таким образом,  $\omega_p$  является частотой продольных колебаний в плазме (ленгмюровские волны). В то же время  $\omega_p$  разделяет диапазон поперечных электромагнитных волн на способные проходить через ионизованную среду или нет. В области  $\omega \geq \omega_p$  показатель преломления частично ионизованного газа равен

$$n - 1 = \sum_{\alpha} N_{\alpha} A_{\alpha} - 4,49 \cdot 10^{-14} \cdot \lambda^2 N_e,$$

где  $A_{\alpha}$  – коэффициент (см. (2.30)), учитывающий вклад в рефракцию атомов вида  $\alpha$ . В области  $\omega \leq \omega_p$  показатель преломления становится мнимым, и поперечные волны внутри плазмы быстро затухают, а волны, падающие на плазменный объект, отражаются его поверхностью, подобно лучам света, отражающимся от зеркала. Широко известным эффектом подобного рода является отражение радиоволн длинноволнового диапазона ( $\lambda > 20$  м) от ионосферы, что позволяет осуществлять дальнюю радиосвязь.

Отметим два важных обстоятельства. Рефракция плазмы отрицательная. Следовательно, существует некоторая степень ионизации, при которой рефракция частично ионизованного газа равна нулю. Рефракция электронов существенно зависит от длины волны. Это позволяет разделять вклад в показатель преломления нейтральной и ионизованной компонент. Для этого необходимо проводить измерения одновременно на разных длинах волн.

## Глава 3 Оптические спектры атомов

### 3.1. Атомные уровни энергии

Как правило, атомный спектр представляет собой набор отдельных компонент, которые называют *линиями*. Такой спектр принято называть *линейчатым (дискретным)*, в отличие от *сплошного* спектра, такого, например, как спектр тепловых источников излучения. Название «линия» связано с тем, что компоненты спектров атомов при регистрации традиционными щелевыми спектрографами выглядят как вертикальные полоски (линии).

Атом характеризуется атомным номером  $Z$  – порядковый номер в периодической системе элементов. Заряд ядра равен  $+eZ$ , ( $e$  – заряд, численно равный по абсолютной величине заряду электрона). В нейтральном атоме число электронов равно  $Z$ . В общем случае за счет эффектов прилипания число электронов в атоме может быть больше  $Z$ , при частичной ионизации атома число электронов становится меньше  $Z$ . Ионы обозначаются символом нейтрального атома с верхним индексом, соответствующим кратности ионизации, со знаком заряда иона, например:  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  и т. п.

Масса атома характеризуется массовым числом  $M$ , определяющим суммарное количество нуклонов (нейтроны и протоны) в ядре. Атомы одного и того же химического элемента могут иметь различную массу. Разновидности атомов одного элемента называются изотопами. Атом водорода и ионы, состоящие из ядра и одного электрона, обладают сходными оптическими свойствами и называются водородоподобными атомами.

Без учета релятивистских эффектов состояние атома зависит от абсолютных величин суммарного орбитального момента  $L$  и спина  $S$  и не зависит от их направления. При этом уровни энергии оказываются вырождены:  $(2L + 1)(2S + 1)$ . С учетом релятивистских эффектов, энергия атома зависит не только от абсолютных величин  $L$  и  $S$ , но и от их взаимного расположения. Орбитальный момент  $L$  и спин  $S$  уже не сохраняются каждый по отдельности, а сохраняется полный момент  $J = L + S$ . Точные уровни энергии при этом зависят от полного момента  $J$  [7].

*Приближение LS-связи.* Для легких атомов кулоновское взаимодействие между электронами превышает другие типы взаимодействий, например, спин-орбитальное магнитное взаимодействие. Такое приближение называется *рассель-саундеровским случаем* (Russel, Saunders. 1925). Интегралами движения здесь, кроме полного момента всех электронов  $J$ , являются квадрат полного орбитального момента  $L^2$  и квадрат полного спинового момента  $S^2$ . В связи с чем, этот тип связи называется *LS-связью* или *нормальной связью*. Данная схема связи является основой качественного описания состояний атома, получившего названия *векторной модели атома*. В этой модели орбитальные моменты отдельных электронов  $l_i$  рассматриваются независимо от их спиновых моментов  $s_i$ . При этом полный орбитальный момент  $L = \sum_1^k l_i$ ,

а полный спиновой  $S = \sum_i^k s_i$ . Полный момент атома  $J$  определяется векторным сложением  $L$  и  $S$ :  $J = L + S$ .

Уровни, принадлежащие определенной электронной конфигурации с заданными значениями  $L$  и  $S$ , называются *термами*. Термы принято обозначать символами  $nl^{2S+1}L_J$ , в которых численное значение полного орбитального момента  $L$  обозначают прописными буквами латинского алфавита в следующем соответствии:

$L$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обозначение	$S$	$P$	$D$	$F$	$G$	$H$	$I$	$K$	$L$	$M$	$N$

Величина  $(2S + 1)$ , называемая *мультиплетностью* уровня (терма), определяет степень вырождения состояния. Если  $L > S$ , то мультиплетность определяет число различных значений  $J$ , т. е. число уровней, на которые расщепится терм при учете спин-орбитального взаимодействия. Однако при  $L \leq S$  число различных значений  $J$  будет равно  $(2L + 1)$ , следовательно, число расщепленных уровней меньше мультиплетности терма. Несмотря на это, мультиплетностью терма и в этом случае принято считать величину  $(2S + 1)$ . При  $S = 0$ ,  $(2S + 1) = 1$  терм называется *синглетным*; при  $S = 1/2$ ,  $(2S + 1) = 2$  – *дублетным*; при  $S = 1$ ,  $(2S + 1) = 3$  – *триплетным* и т. д.

Для многоэлектронных атомов имеет смысл говорить только о квантовых состояниях атома в целом. Состояние электронов в атоме характеризуется распределением в пространстве его электрического заряда – распределением его электронной плотности. При этом электроны рассматриваются как «размазанные» в пространстве и образуют вокруг ядра электронное облако. Приближенно можно рассматривать квантовые состояния отдельных электронов и характеризовать каждый из них совокупностью квантовых чисел.

В водородоподобном атоме состояние электрона полностью определяется дискретными значениями четырех физических величин: энергии  $E$ ; орбитального момента  $L$ ; проекции орбитального момента на некоторое произвольное направление  $M_z$ ; проекции  $S_z$  спинового момента  $S$ . Возможные значения этих величин характеризуются квантовыми числами:

- $E$  – главным квантовым числом  
 $n = 1, 2, 3, \dots$
- $L$  – орбитальным (азимутальным) квантовым числом  
 $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1;$
- $M_z$  – магнитным орбитальным квантовым числом  
 $m = l, l - 1, \dots, -l;$
- $S_z$  – магнитным спиновым числом  
 $s = \pm 1/2.$

При заданных  $n$  и  $l$ , проекция орбитального момента  $m$  может принимать  $2l + 1$  различных значений, а число  $s$  ограничено двумя значениями  $\pm 1/2$ . Таким образом, при заданных  $n$  и  $l$  имеется всего  $2(2l + 1)$  различных состояний. Такие состояния называются эквивалентными. Полная совокупность эквива-

лентных электронов называется замкнутой оболочкой данного типа. Состояние электрона (уровень) в общем случае обозначается сигнатурой вида  $nl$ , где  $n$  - числовое значение главного квантового числа, а  $l$  - буквенное обозначение орбитального квантового числа. При этом различные значения  $l$  (оболочки) обозначаются строчными буквами латинского алфавита, в той же последовательности, что и для полного орбитального момента атома. Если имеется несколько электронов с одинаковыми значениями  $n$  и  $l$ , то их количество указывается в виде показателя степени. Например,  $3p^2$  - обозначает два электрона с  $n = 3$ ,  $l = 1$ . Совокупность всех электронов с данным  $n$  называется электронным слоем. Слои принято обозначать прописными буквами в следующем соответствии:

$n$	1	2	3	4	5
Обозначение	$K$	$L$	$M$	$N$	$O$

У не возбужденного атома величина характерного изменения энергии в зависимости от главного квантового числа оказывается значительно больше соответствующего изменения в зависимости от орбитального числа. Вследствие этого квантовые состояния атома в одноэлектронном приближении группируются в областях энергий соответствующих данному главному квантовому числу  $n$ . В свободном атоме эти уровни вырождены и, следовательно, число потенциально возможных состояний с заданным квантовым числом  $l$  будет равно числу проекций  $2(2l + 1)$ , множитель 2 учитывает проекции спина электрона.

При полном описании состояния атома указываются не только значения  $L$ ,  $S$ ,  $J$ , но и состояние всех электронов. Например, выражение  ${}_{13}\text{Al}:1s^22s^22p^63s^23p^2P_{1/2}$  полностью описывает электронную конфигурацию основного состояния атома алюминия. Индекс слева от обозначения химического элемента – атомный номер.

Энергия электрона в водородоподобном атоме (без учета спина) выражается формулой Бора:

$$E_n = -\frac{chRZ^2}{n^2}, \quad (3.1)$$

где  $R = 2\pi^2me^4 / ch^3$  - постоянная Ридберга, фундаментальная физическая константа, входящая в выражения для уровней энергии и частот излучения атомов ( $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона соответственно,  $c \cdot h \cdot R = 13,6$  эВ). Выражение для постоянной Ридберга получено в предположении, что масса ядра бесконечно велика по сравнению с массой электрона. При учете движения ядра масса электрона заменяется приведенной массой электрона и ядра, а постоянная Ридберга на  $R_i = R / (1 + m / M)$ , где  $M$  – масса ядра.

Последовательное квантово-механическое описание физики испускания и поглощения атомом энергии в виде кванта с применением методов квантовой электродинамики рассмотрено в специальной литературе [7–10]. Здесь же приведем соотношение, определяющее, с какой скоростью осуществляется самопроизвольный (спонтанный) переход атома из верхнего  $i$ -состояния в более низкое  $j$ -состояние. Эту величину принято называть *вероятностью спонтанного перехода*. Обозначают ее, как правило, символом  $A_{ij}$ . Если при каждом спонтанном переходе излучается фотон, то величиной  $A_{ij}$  определя-

ется число излучаемых атомом фотонов за одну секунду, при условии, что  $i$ -уровень постоянно возбужден (заселен). В дипольном приближении [9]

$$A_{ij} = \frac{4\omega_{ij}^3}{3\hbar c^3} |d_{ij}|^2 = \frac{4e^2 \omega_{ij}^3}{3\hbar c^3} |r_{ij}|^2. \quad (3.2)$$

где  $d_{ij}$  и  $r_{ij}$  – матричные элементы операторов дипольного момента и соответствующего ему радиус-вектора.

Переход атомной системы из одного стационарного состояния (терма) в другое возможен и без излучения фотона. Избыток энергии при этом передается другой атомной системе, например, в виде кинетической энергии. Такие переходы называются *безызлучательными*. Переходы, сопровождающиеся излучением (поглощением) электромагнитной волны, обычно называют *оптическими*, независимо от частоты излучения. Здесь рассматриваются только оптические переходы.

Для анализа спектра стационарных уровней энергии воспользуемся *правилом частот* (второй постулат) *Бора*. Согласно этому правилу монохроматическое электромагнитное излучение возникает при переходе атомной системы из стационарного состояния  $W_i$  в более низкое стационарное состояние  $W_j$ . Частота этого излучения определяется соотношением

$$W_i - W_j = h \nu_{ij} = \hbar \omega_{ij}. \quad (3.3)$$

Соотношение (3.3) выражает закон сохранения энергии для системы атом – поле излучения, а также определяет в шкале частот положение линии перехода  $i \rightarrow j$ . Но в нем не учитывается ширина линии. Подробно этот вопрос будет рассмотрен в гл. 6.

Таким образом, зная энергию одного из дискретных уровней, можно, измеряя  $\omega$ , определить значение энергии другого уровня. Подбирая далее последовательно пары для уже определенных уровней и измеряя частоты соответствующих переходов, можно в принципе определить энергию всех термов атома.

Диапазон частот дискретного спектра испускания можно оценить, воспользовавшись соотношением (3.1). Объединяя его с (3.3), получим соотношение для частоты перехода водородоподобного атома

$$\omega_{ij} = \frac{1}{\hbar} (W_i - W_j) = R \frac{Z^2}{h} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2} \right). \quad (3.4)$$

При  $Z = 100$  (атом фермия),  $n_j \rightarrow \infty$ ,  $n_i = 1$  (основное состояние стократно ионизированного атома фермия) для максимальной частоты оптического перехода имеем

$$\omega_{\max} = \frac{R_{\infty} Z^2}{\hbar} = \frac{13,6 \cdot 10^4}{0,6582 \cdot 10^{-15}} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ Гц.}$$

Это верхняя граница дискретного спектра излучения, генерируемого атомной системой. При этом энергия кванта равна  $h \nu \sim 0,13 \text{ МэВ}$ , что соответствует области гамма-излучения.

Из вышесказанного следует, что постоянная Ридберга  $R$  численно равна энергии ионизации атома водорода из основного состояния, или, что то же

самое, разности энергии между наивысшим уровнем и основным состоянием:  $R = W_\infty - W_0$ .

Следует заметить, что спектры атомов, возникающие в результате переходов внешних (валентных) электронов, легко наблюдаемы. Объясняется это минимальной энергией, требуемой на их возбуждение. Оценку максимальной частоты для соответствующих переходов можно получить из потенциала ионизации атома и эффективного заряда  $Z_{\text{эф}}$ , который с хорошим приближением можно положить равным единице. Учитывая, что средний потенциал ионизации для элементов середины таблицы Менделеева равен примерно 7 эВ, получим  $\omega_{\text{вал.мах}} \sim 10^{16}$  Гц. Это область ультрафиолетового излучения, которую относят к *оптическому диапазону*. В этой связи валентные электроны часто называют *оптическими*. Обычно, если не указывается область спектра, то под спектром атома имеют в виду спектр испускания в оптическом диапазоне частот.

### 3.2. Спектры атомов с одним электроном на верхней подболочке

*Правила отбора для одноэлектронных  $(nlm_l s)$ -состояний.* Вычисляя матричный элемент  $r_{ij}$  (3.1) [7], получим, что переход между двумя уровнями возможен, если квантовые числа  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$ , и  $s$  меняются на величину

$$\Delta l = \pm 1, \Delta m_l = 0, \pm 1, \Delta s = 0, \Delta n - \text{любое число.} \quad (3.5)$$

На рис. 3.1 показаны энергетические уровни и разрешенные переходы в атоме водорода. Такие схемы атомных уровней называются диаграммами Гротриана (W. Grotrian, 1928). За нулевой уровень энергии в них принимается основное состояние атома.

Без учета тонкой структуры частоты переходов и, следовательно, линии (компоненты) спектра водорода определяются формулой (3.4) при  $Z = 1$ .

Спектр водорода состоит из отчетливо выраженных серий линий, частоты которых удовлетворяют следующим формулам:

$$\omega_{1j} = \frac{R}{\hbar} \left( 1 - \frac{1}{n_j^2} \right); \quad n_j = 2, 3, \dots; \quad (\lambda_1 = 1\,216 \text{ Э, УФ}) - \text{серия Лаймана;}$$

$$\omega_{2j} = \frac{R}{\hbar} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_j^2} \right); \quad n_j = 3, 4, \dots; \quad (\lambda_2 = 6\,563 \text{ Э}) - \text{серия Бальмера;}$$

$$\omega_{3j} = \frac{R}{\hbar} \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_j^2} \right); \quad n_j = 4, 5, \dots; \quad (\lambda_3 = 18\,751 \text{ Э, ИК}) - \text{серия Пашена;}$$

## 3.2. Спектры атомов с одним электроном на верхней подболочке

$$\omega_{4j} = \frac{R}{h} \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_j^2} \right); n_j = 5, 6, \dots; (\lambda_4 = 40\,511 \text{ E}) - \text{серия Брекета};$$

$$\omega_{5j} = \frac{R}{h} \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_j^2} \right); n_j = 6, 7, \dots; (\lambda_5 = 74\,578 \text{ E}) - \text{серия Пфунда}.$$

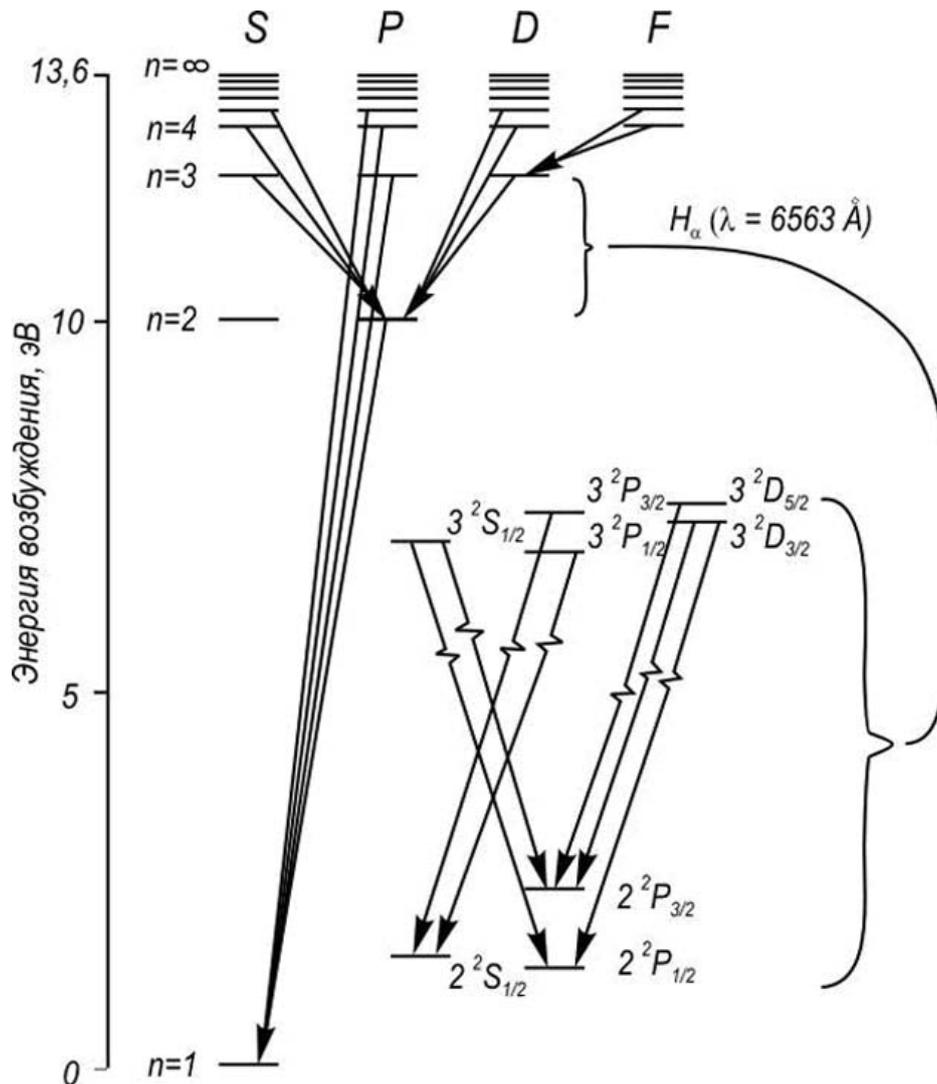


Рис. 3.1. Схема энергетических уровней водорода, демонстрирующая возникновение некоторых наиболее интенсивных спектральных линий. В правом нижнем углу изображены подробные структуры уровней с  $n = 2$  и  $n = 3$ , а также переходы, которые приводят к появлению различных компонент  $H_{\alpha}$ -линии

В скобках приведены значения наиболее длинноволновых (*головных*) линий каждой серии. *Резонансной* линией, т. е. линией, соответствующей переходу из первого возбужденного состояния в основное (нормальное) состояние, является, очевидно, головная линия серии Лаймана  $\lambda_1 = 1\,216\text{ Е}$ . Непрерывный фон, примыкающий к коротковолновой границе серии, связан с переходами из состояний непрерывного спектра в дискретные состояния.

Водородные линии разных серий принято обозначать специальными символами: серия Лаймана – *L*, Бальмера – *H*, Пашена – *P*, Брекета – *B*, Пфундта – *Pf*. Первые линии каждой серии обозначают строчными буквами греческого алфавита справа внизу от символа серии в следующей последовательности:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta$ . Приведем значения длин волн первых восьми линий серии Бальмера:

$$\begin{aligned} H_\alpha &= 6563\text{ Е}, & H_\beta &= 4861\text{ Е}, & H_\gamma &= 4341\text{ Е}, & H_\delta &= 4102\text{ Е}, \\ H_\epsilon &= 3970\text{ Е}, & H_\zeta &= 3889\text{ Е}, & H_\eta &= 3835\text{ Е}, & H_\theta &= 3798\text{ Е}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В (3.6), как это принято, приведены экспериментально измеренные значения длин волн, т. е.  $\lambda_{\text{атм}}$ . Для перехода к  $\lambda_{\text{вак}}$  их необходимо умножить на показатель преломления  $n$  воздуха, воспользовавшись следующей эмпирической формулой:

$$n = 1 + 28,71 \cdot 10^{-5} (1 + 5,67 \cdot 10^{-3} \lambda_{\text{атм}}^2),$$

где  $\lambda$  выражена в микронах.

При учете *спин-орбитального взаимодействия* для определения пары уровней, между которыми возможны оптические переходы, нужно применить правило отбора по квантовому числу  $j$ . Сделать это можно, выполнив сначала по общему правилу переход от  $nlm_l s$ -представления к  $n l j m_j$ -представлению [11; 12], а затем, вычислив матричные элементы возмущения  $V$ . В результате, в дипольном приближении получается следующее правило отбора для квантового числа  $j$  [11; 13]:

$$\Delta j = j - j' = 0, \pm 1. \quad (3.7)$$

Совмещая (3.4) с (3.7) и воспользовавшись схемой на рис. 3.1, определим следующие пять компонент тонкой структуры линии  $H_\alpha$  (переход  $n = 3 \rightarrow n = 2$ ):

$$\begin{array}{ccc} & & 3^2 s_{1/2} \searrow \\ & & 2^2 p_{3/2} \\ 3^2 d_{5/2} \rightarrow 2^2 p_{3/2} & & 3^2 d_{3/2} \nearrow \\ & & 2^2 p_{1/2} \end{array}$$

$$0,00018\text{ см}^{-1} \left\{ \begin{array}{l} 3^2 p_{3/2} \rightarrow 2^2 s_{1/2} \\ 3^2 d_{3/2} \rightarrow 2^2 p_{1/2} \end{array} \right\} 0,03529\text{ см}^{-1}$$

$$0,01050\text{ см}^{-1} \left\{ \begin{array}{l} 3^2 s_{1/2} \rightarrow 2^2 p_{1/2} \\ 3^2 p_{1/2} \rightarrow 2^2 s_{1/2} \end{array} \right\} 0,03529\text{ см}^{-1}$$

Таким образом, учет спин-орбитального взаимодействия и лэмбовского сдвига приводит к полному снятию вырождения водородных уровней по  $l$ .

Согласно (3.5) и правилам отбора (3.4) линии дискретного спектра могут образовываться при переходах между высоковозбужденными уровнями. Особый интерес представляют переходы между соседними уровнями при  $n > 60$ , которые попадают в сантиметровый диапазон, и поэтому соответствующие линии называют радиолиниями. Радиолинии широко используются при изучении межзвездного газа. Возникают они в результате рекомбинации, т. е. образования атома водорода при столкновениях протонов с электронами с одновременным излучением избыточной энергии в виде оптического кванта. Отсюда следует их другое название – *рекомбинационные радиолинии*. Наиболее интенсивное излучение радиолиний наблюдается из туманностей, областей нейтрального водорода вокруг скоплений ионизованного водорода и остатков сверхновых. Их диапазон составляет от 1 мм до 21 см.

Радиолинии принято обозначать тремя символами. Сначала записывается символ химического элемента (в данном случае – водорода), затем главное квантовое число нижнего уровня  $n_i$  и наконец греческая буква, обозначающая разность  $\Delta n = n_j - n_i$  по следующей схеме:

$$\Delta n = \begin{array}{cccc} \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ 1, & 2, & 3, & 4. \end{array}$$

Например, H109 $\alpha$  обозначает переход со 110-го на 109-й уровень водорода, а H137 $\beta$  – переход между его 139-м и 137-м уровнями. Приведем частоты (МГц) и длины волн (см) трех переходов атома водорода, часто используемые для исследования космических объектов: H66 $\alpha$  – 22364 (1,340); H109 $\alpha$  – 5008,9 (5,9853); H137 $\beta$  – 5005,03 (5,9900).

### 3.3. Спектры атомов щелочных металлов

Атомы щелочных металлов имеют в верхней оболочке один электрон. Однако их спектр существенно отличается от спектра водорода (рис. 3.2).

Отличие обусловлено в первую очередь снятием вырождения по орбитальному моменту внешнего электрона. Причем энергия уровня зависит от  $l$  настолько сильно, что нельзя уже говорить о расщеплении уровня с данным  $n$ . Скорее, уровни с заданным  $l$  описываются водородоподобно (см. [9]) с эффективным квантовым числом  $n^*$ . Каждый из энергетических уровней, показанных на рис. 3.2, кроме S-термов, расщеплен на два за счет спин-орбитального взаимодействия. Значение  $j$  равно  $J = L \pm 1/2$  при  $L \neq 0$  и  $J = 1/2$  при  $L = 0$ .

Правила отбора для многоэлектронных атомов можно получить также путем вычисления матричных элементов, соответствующих типу связи. Для LS-связи дипольного приближения они определяются следующими соотношениями:

$$\Delta J = J - J' = 0, \pm 1; \quad J + J' \geq 1; \quad \Delta m_J = m_J - m_{J'} = 0, \pm 1. \quad (3.8)$$

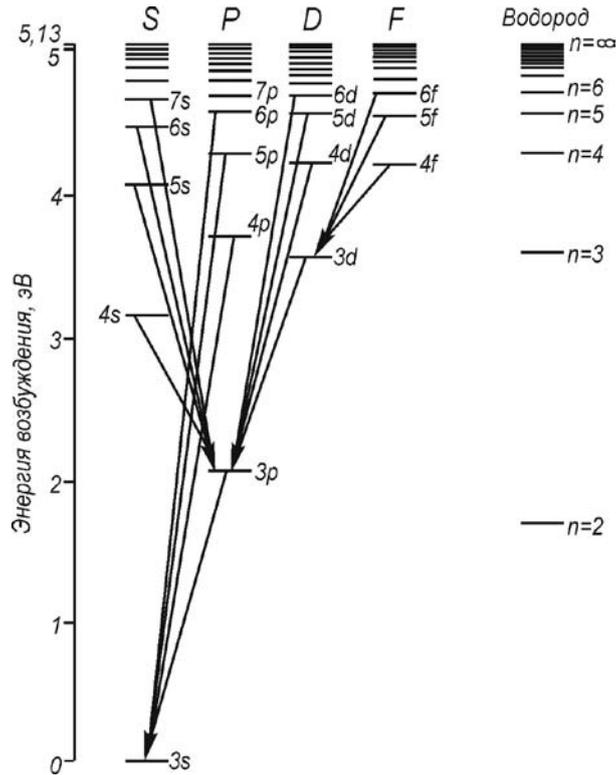


Рис. 3.2. Схема энергетических уровней натрия (для сравнения приведены также энергетические уровни водорода)

Правила отбора по четности дают соотношение для орбитального квантового числа  $L$ , а из независимости нерелятивистского гамильтониана от спина следует правило для спина  $S$ . Следовательно,

$$\Delta L = \pm 1, \quad \Delta S = 0.$$

Видно, что правила отбора (3.8) аналогичны (3.5).

Поскольку при переходах главное квантовое число  $n$  может измениться на любое значение, допустимы переходы в состояние  $2^2S_{1/2}$  из любых состояний  $n_j P_{1/2,3/2}$ , где  $n_j = 2, 3, \dots$  (*главная серия*). Каждая линия расщеплена на две:

$$2^2S_{1/2} \begin{cases} n_j^2P_{1/2} \\ n_j^2P_{3/2} \end{cases} \quad n_j = 2, 3, 4, \dots$$

Аналогично устроена одна из побочных серий:

$$\begin{cases} 2^2P_{3/2} \\ 2^2P_{1/2} \end{cases} \rightarrow n_j^2S_{1/2}, \quad n_j = 3, 4, 5, \dots$$

### 3.4. Спектры атомов с двумя и более электронами на верхней подболочке

Только в этом случае дублетная структура обусловлена расщеплением нижнего уровня  $2P$ .

Вторая побочная серия имеет более сложный состав – состоит из трех линий:

$$\begin{array}{l} 2^2P_{1/2} \\ 2^2P_{3/2} \\ 2^2P_{3/2} \end{array} \begin{array}{l} \searrow \\ \searrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} n_j 2D_{1/2}, \\ n_j 2D_{3/2}. \end{array} \quad n_j = 3, 4, 5\dots$$

Однако учитывая, что расщепление  $D$  уровней много меньше  $P$ , данный переход обычно регистрируется как диффузно-размытый (*диффузная серия*).

### 3.4. Спектры атомов с двумя и более электронами на верхней подболочке

Схема энергетических уровней и разрешенных переходов атома гелия показана на рис. 3.3. Указанные уровни энергии атома отвечают конфигурациям, когда один электрон находится в нижнем  $1s$ -состоянии, а другой – в возбужденном. Правила отбора аналогичны (3.4).

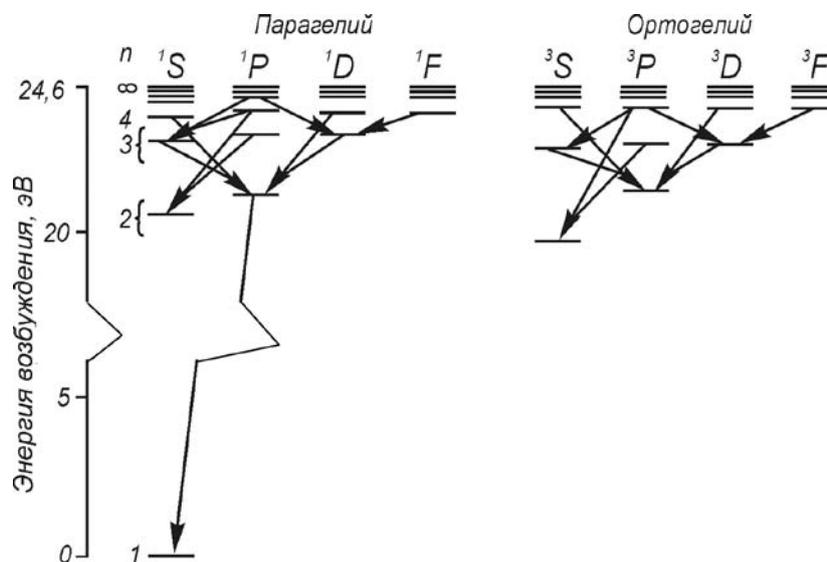


Рис. 3.3. Схема энергетических уровней гелия, распадающихся на синглетные состояния (парагелий) и триплетные состояния (ортогелий). Состояние  $1^3S_1$  отсутствует

Особенность спектра He и аналогичных ему атомов и ионов (два электрона на верхней подоболочке) состоит в разделении всех состояний на синглетные ( $S = 0$ , паратеглий) и триплетные ( $S = 1$ , ортогелий). Поскольку разрешены переходы только при  $\Delta S = 0$ , между синглетными и триплетными состояниями нет дипольных переходов.

Нижнее состояние  $2^3S$  ортогелия (конфигурация  $1s^12s^1$ ) называют метастабильным. Его энергия связи (4,77 эВ) мала по сравнению с энергией связи (24,59 эВ) нижнего состояния паратеглия (конфигурация  $1s^2$ ). Переход атома He из триплетного состояния в синглетное возможен безызлучательно, например при столкновении с другой частицей. При этом наиболее вероятны переходы  $2^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$ , обладающие минимальным различием энергии.

В принципе возможен переход  $2^3S_1 \rightarrow 1^1S_0$  с излучением (или поглощением) фотона. Однако вероятность его мала. Она может быть описана квадрупольным приближением при расчете матричного элемента [7].

В атоме He наблюдается самая большая разность между основным и первым возбужденным состояниями (19,82 эВ), которая объясняется сильной связью электронов в первой замкнутой оболочке ( $1s^2$ ). По этой же причине He имеет самую большую энергию ионизации атома (24,59 эВ).

На рис. 3.4 показана схема энергетических уровней и разрешенных переходов атома ртути, конфигурация которого ( $5s^25p^65d^{16}6s^2$ ) состоит из двух электронов на верхней  $6s^2$  подоболочке и 78 электронов, образующих остов

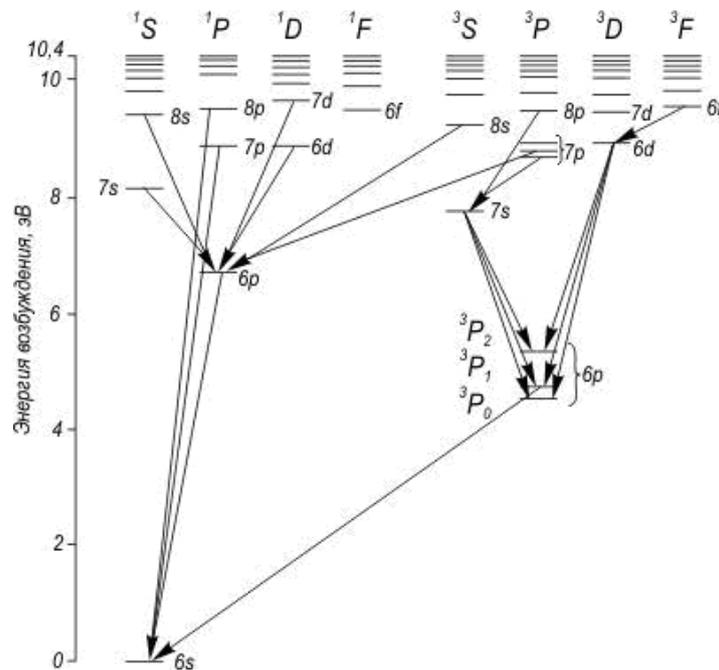


Рис. 3.4. Схема энергетических уровней ртути. Каждому возбужденному уровню соответствует один электрон, находящийся в основном состоянии (обозначение уровней на схеме соответствует состояниям одного электрона)

из замкнутых оболочек и подоболочек. Как и в случае He, ожидается разделение состояний на триплетные и синглетные. Однако атом тяжелый, и возможно нарушение  $LS$ -связи. И действительно, в спектре ртути наблюдается несколько линий в нарушение правила отбора  $\Delta S = 0$ . В частности имеется переход  ${}^3P_1 \rightarrow {}^1S_0$ , приводящий к появлению интенсивной линии с  $\lambda = 2537$  Е в ультрафиолетовой области спектра.

Анализ спектров элементов с несколькими электронами на верхней оболочке необходимо начинать с нахождения возможных термов атомов (правило нахождения термов см.: [9]). При возбуждении одного электрона правила отбора (3.4) определяют возможные переходы между состояниями, описанными в понятиях термов.

Мы рассмотрели спектры с одним и двумя  $s$ -электронами. Ниже кратко остановимся на особенностях спектров с несколькими  $p$ -электронами (подробнее о спектрах атомов см.: [9]).

### 3.5. Спектры атомов с $p$ -электронами

Один  $p$ -электрон вне замкнутой подоболочки присутствует в атомах В, Al, Ga, In, Tl. Например, В имеет конфигурацию  $1s^2 2s^2 2p^1$ , основной терм  ${}^2P_{1/2}$ ; конфигурация Al:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$ , основной терм  ${}^2P_{1/2}$ .

Вблизи основного терма лежит терм  ${}^2P_{3/2}$  (спин-орбитальное расщепление). Возбуждение  $p$ -электрона приводит к структуре уровней и переходов, показанных на рис. 3.5. Термы приведены в табл. 3.1, из которой видно, что наряду с возбуждением  $p$ -электрона, возможно возбуждение  $s$ -электрона.

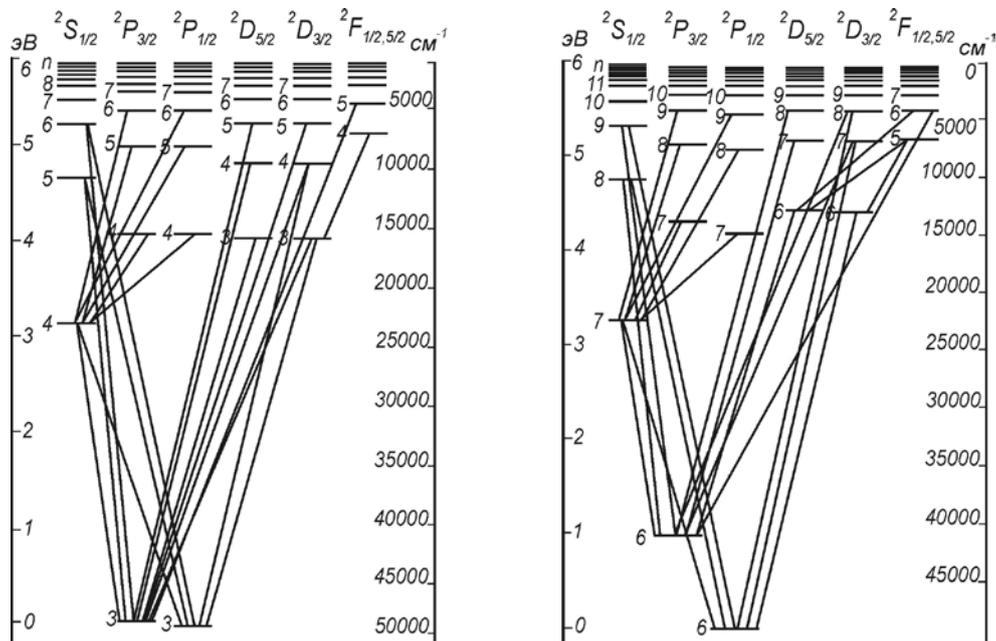


Рис. 3.5. Схема термов алюминия и таллия

Элементы с двумя  $p$ -электронами: C, Si, Ge, Sn, Pb. Возможные термы углерода C представлены в табл. 3.2. Конфигурация C:  $1s^2 2s^2 2p^2$ , основной терм:  $^3P_0$ . Схема основных термов и переходов углерода и германия показана на рис. 3.6.

Элементы с тремя эквивалентными  $p$ -электронами: N, P, As, Sb, Bi. Возможные термы азота N представлены в табл. 3.3. Конфигурация N:  $1s^2 2s^2 2p^3$ , основной терм:  $^4S_{3/2}$ . Схемы переходов в атоме азота показаны на рис. 3.7.

Таблица 3.1

Электронные конфигурации						Термы
2s	2p	3s	3p	3d	4f	
2	1					$^2P_{1/2,3/2}$
2		1				$^2S_{1/2}$
2			1			$^2P_{1/2,3/2}$
2				1		$^2D_{3/2,5/2}$
2					1	$^2F_{5/2,7/2}$
1	2					$^2S_{1/2}$ $^2P_{1/2,3/2}$ $^4P_{1/2,3/2,5/2}$ $^2D_{3/2,5/2}$

Таблица 3.2

Электронные конфигурации						Термы	
2s	2p	3s	3p	3d	4f	триплеты	синглеты
2	2					$^3P_{0,1,2}$	$^1S_0$
2	2	1				$^3P_{0,1,2}$	$^1P_1$
2	1		1			$^3S_1$ $^3P_{0,1,2}$ $^3D_{1,2,3}$	$^1S_0$ $^1P_1$ $^1D_2$
2	1			1		$^3P_{0,1,2}$ $^3D_{1,2,3}$ $^3F_{2,3,4}$	$^1S_0$ $^1D_2$ $^1F_3$
2	1				1	$^3D_{1,2,3}$ $^3F_{2,3,4}$ $^3G_{3,4,5}$	$^1D_2$ $^1F_3$ $^1G_4$

Таблица 3.3

Электронные конфигурации				Термы
2p	2s	3p	3d	
3				$^2P$ $^2D$ $^4S$
2	1			$^2P$ $^4P$ $^2D$ $^2S$
2		1		$^2S$ $^2P$ $^2D$ $^2F$ $^4S$ $^4D$
2			1	$^2P$ $^2D$ $^2F$ $^2G$ $^4P$ $^4D$ $^4F$

3.5. Спектры атомов с *p*-электронами

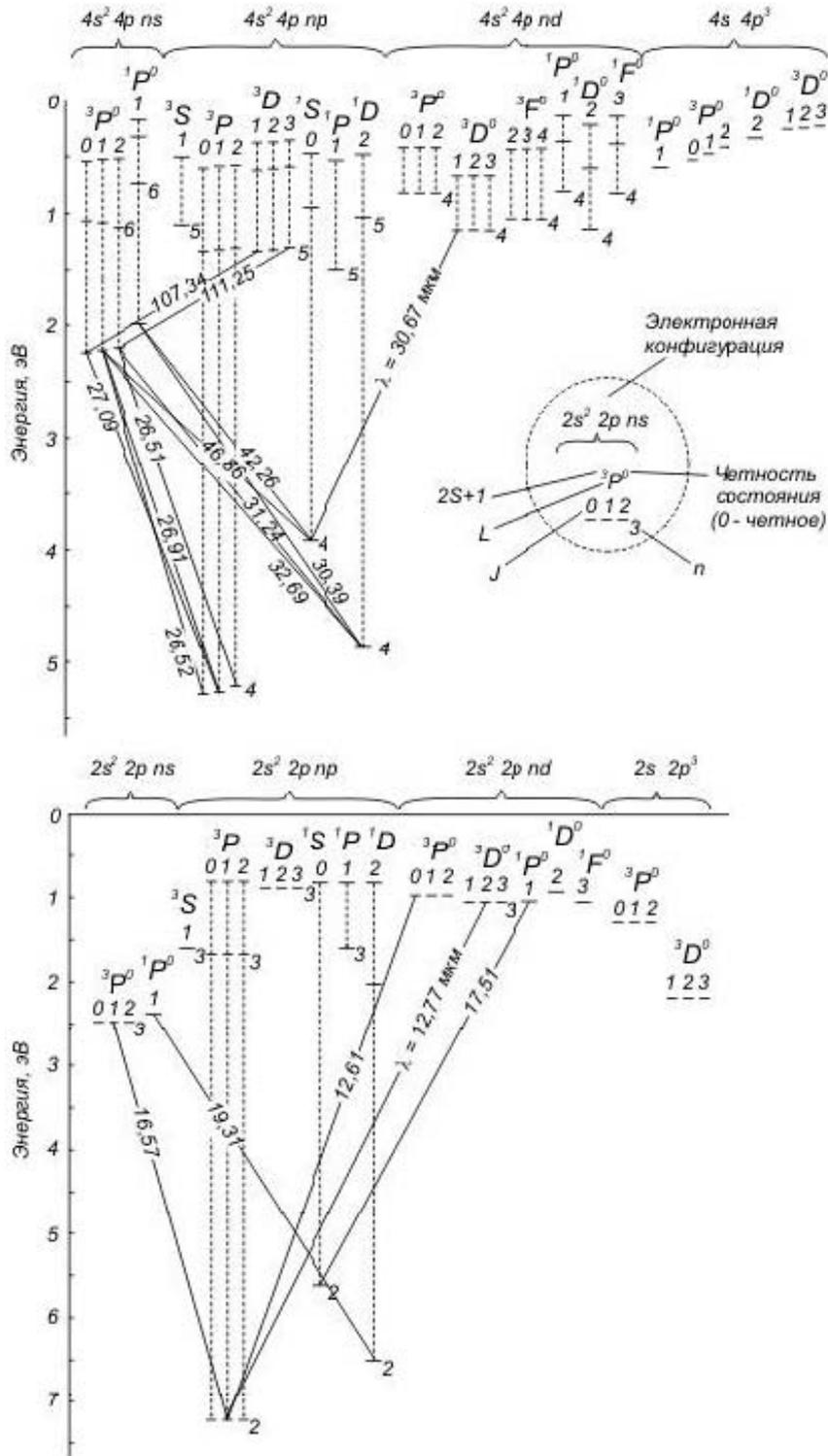


Рис. 3.6. Схема термов углерода СI (вверху) и германия GeI



Состояния атомов, у которых в верхней подоболочке число электронов превышает половину максимального числа, могут быть определены по состояниям атомов, число электронов в верхней подоболочке которых равно количеству, недостающему до максимума, т. е. группы  $p^1$  и  $p^5$ ,  $p^2$  и  $p^4$  имеют соответственно одинаковые основные термы. Возбужденные состояния этих атомов подробно рассмотрены в [10].

### 3.6. Спектры рентгеновского излучения

Мы рассмотрели переходы с участием внешних электронов. Однако в определенных условиях, например при бомбардировке вещества быстрыми электронами, из атома может быть выбит внутренний электрон. При этом энергетические затраты существенно возрастают. Так, в натрии для удаления электрона (ионизации атома) необходима следующая энергия:  $3s - 5,15$  эВ;  $2p - 31$  эВ;  $2s - 63$  эВ;  $1s - 1041$  эВ.

При отсутствии внутреннего электрона возможен переход одного из внешних электронов с излучением кванта в рентгеновском диапазоне спектра. Обозначение переходов в этом случае показано на рис. 3.8.

Энергия электрона на внутренней оболочке может быть представлена в виде, аналогичном (3.4):

$$W_n = -\frac{R}{n^2} Z_{n,\text{эф}}^2 = -\frac{R}{n^2} (Z - a_n)^2,$$

где  $a_n$  – параметр, учитывающий экранировку ядра внутренними электронами. Важно, что величина  $a_n$  зависит только от главного квантового числа  $n$  и не зависит от  $Z$ , что подтверждается экспериментом. Поэтому внутренние оболочки тяжелых атомов структурно схожи и зависят только от  $Z$ , что принципиально отличает их от энергетических состояний атомов при возбуждении внешних электронов. Мы видели, что структуры спектров различных элементов при возбуждении внешних электронов отличаются существенно.

Для внутренних оболочек работает закон Мозли, который может быть записан в виде

$$\sqrt{\frac{E_n}{R}} = \frac{Z - a_n}{n} \text{ и выполняется}$$

для всех тяжелых элементов.

К особенностям взаимодействия фотонов с внутренними оболочками относится различие спектров поглощения и испускания.

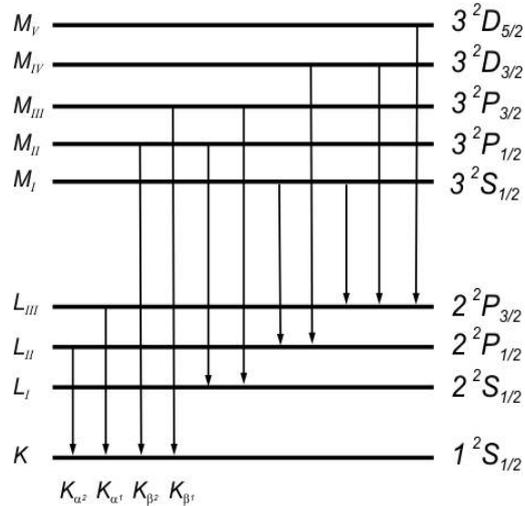


Рис. 3.8. Схема рентгеновских уровней и квантовых переходов

В результате поглощения рентгеновского кванта атомом электрон не может перейти на ближайшее верхнее энергетическое состояние. Оно занято. Поэтому происходит ионизация атома. Возможен переход электрона в верхние связанные состояния, однако энергетическое различие этих процессов мало. Таким образом, спектр поглощения практически сплошной, образует полосу с резким длинноволновым краем, соответствующим началу процесса фотоионизации, т. е. вырывания электрона с соответствующей оболочки.

Спектр испускания в рентгеновской области линейчатый с правилами отбора  $\Delta l = \pm 1$  и  $\Delta j = 0, \pm 1$  (см. рис. 3.8). Структура термов определяется из условия, что состояния термов замкнутой оболочки без одного электрона эквивалентны термам с одним электроном.

В  $K$ -оболочке имеем два электрона с квантовыми числами  $n = 1, l = 0, s = 1/2, j = 1/2$  у каждого. Если один электрон убрать, то оставшаяся оболочка (один электрон) имеет  $l = 0, s = 1/2, j = 1/2$ , т. е. состояние  ${}^2S_{1/2}$  (один уровень энергии).

Электронная конфигурация  $L$ -оболочки  $2s^2 2p^6$ . В этой оболочке в  $p$ -состоянии находятся два электрона с  $j = 1/2$  и четыре электрона с  $j = 3/2$ . Действительно, полный момент всех электронов в подоболочке  $P$  равен нулю. Полный момент  $j$  каждого электрона может быть сосчитан методом определения всех значений проекций  $m_j = m_l + m_s$ . Величины проекций орбитального  $m_l$  и спинового моментов  $m_s$  имеют значения  $m_l = +1, 0, -1$  и  $m_s = \pm 1/2$  для каждого  $m_l$ . Тогда возможные значения  $m_j$  следующие:

$$m_j = 3/2 = (1 + 1/2);$$

$$m_j = 1/2 = \begin{cases} +1 - 1/2 \\ 0 + 1/2 \end{cases}; \quad m_j = -1/2 = \begin{cases} -1 + 1/2 \\ 0 - 1/2 \end{cases};$$

$$m_j = -3/2 = (-1 - 1/2).$$

Максимальные значения проекции  $|m_s| = 3/2$ . Следовательно, максимальный полный момент  $j = 3/2$ , и его должны иметь четыре электрона, отличаясь проекциями ( $m_s = \pm 3/2, \pm 1/2$ ). Оставшиеся два электрона  $p$ -подоболочки имеют проекции  $m_s = \pm 1/2$ , которые соответствуют полному моменту  $j = 1/2$ .

Если вырывается один электрон из  $2s$ -состояния, то оставшаяся оболочка, аналогично  $K$ , имеет  ${}^2S_{1/2}$ -терм. Если вырывается электрон с  $j = 1/2$ , то возникает  ${}^2P_{1/2}$ , если  $j = 3/2$ , то  ${}^2S_{3/2}$ -терм. Следовательно,  $L$ -оболочка имеет три энергетических уровня, которые фиксируются в спектрах (см. рис. 3.8).

В целом, рентгеновские спектры находятся в хорошем соответствии с рассмотренными выше представлениями об оболочечной структуре атомов.

В заключение отметим, что атом, у которого отсутствует внутренний электрон, может также потерять энергию возбуждения не в результате испускания рентгеновского фотона, а передавая ее другому электрону из внешних оболочек. Это приводит к дополнительной ионизации атома, а всю энергию уносит вылетевший электрон.

## Глава 4 Спектры молекул

### 4.1. Колебательная и вращательная структуры энергетических уровней (термов) двухатомных молекул

Энергетические уровни молекул складываются из трех независимых частей:

$$W = W_e + W_K + W_{\text{вр.}}$$

$W_e$  – отрицательная электронная энергия, определяющая энергию связи молекулы, включая электростатическое взаимодействие ядер.

$W_{\text{вр.}} = B_e K(K+1)$  при  $K > \Lambda$  – положительная энергия ротатора;  $K$  – сохраняющийся полный момент количества движения молекулы, включающий орбитальный момент электронов  $L$  и момент вращения ядер  $J$ ;  $B_e(R_0) = \hbar^2 / 2MR_0^2 = \hbar^2 / 2I$ . Абсолютную величину проекции орбитального момента  $L$  на ось принято обозначать буквой  $\Lambda$ .  $M$  – приведенная масса молекулы,  $R_0$  – расстояние между атомами.

$W_K = \hbar\omega_0(v + 1/2)$  – положительная колебательная энергия.

Поскольку  $\omega_0 \sim M^{-1/2}$ , а  $B_e \sim 1/M$ , то легко получаем оценку отношения энергий

$$W_e : W_K : W_{\text{вр.}} = 1 : (m/M)^{1/2} : m/M,$$

где  $m$  – масса электрона.

Таким образом, распределение энергетических уровней молекулы имеет сложный характер. Колебательное движение расщепляет электронные термы, а вращательное движение, в свою очередь, осуществляет еще более тонкое расщепление каждого электронно-колебательного состояния. В следующих приближениях разделение на чисто вращательную и колебательную энергии становится невозможным. Они начинают зависеть друг от друга. При сильных колебаниях необходимо учитывать ангармонизм колебательного движения молекул [14].

Оценим порядок величин колебательной и вращательной энергии. Например, молекула CO имеет приведенную массу  $M = 1,14 \cdot 10^{-26}$  кг,  $R_0 = 0,113$  нм,  $I = 1,46 \cdot 10^{-46}$  кг·м<sup>2</sup>. Минимальная энергия вращения ( $J = 1$ ) равна  $\hbar/I = 5 \cdot 10^{-4}$  эВ. Угловая скорость вращения  $\omega_{\text{вр.}} = (2W_{\text{вр.}} / I)^{1/2} \sim 3 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>. Напомним, что при комнатной температуре  $kT \sim 2,6 \cdot 10^{-2}$  эВ, что в  $\sim 10^k$  раз больше кванта вращательной энергии. Колебательная энергия молекулы CO  $W_v \sim \hbar\omega_0 \sim 8,4 \cdot 10^{-2}$  эВ, и частота колебаний  $\omega_0 \approx 1,3 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>.

### 4.2. Электронные спектры двухатомных молекул

Как видно, расстояние между электронными уровнями энергий ( $\geq 1$  эВ) существенно больше и колебательных, и вращательных уровней энергии. При электронном переходе изменяется конфигурация электронной оболочки и, следовательно, изменяются силы притяжения между ядрами, колебательные и вращательные движения ядер. Поэтому при электронных переходах изменяется вращательно-колебательное состояние молекулы.

Электронный переход происходит за малую долю времени колебания молекулы (скорость электронов велика по сравнению со скоростью ядер). Поэтому можно считать, что во время перехода взаимное расстояние и импульс ядер остается неизменным (принцип Франка – Кондона). Для электронного спектра молекул наиболее существенны (как и в атомах) электрические дипольные переходы, подчиняющиеся следующим правилам отбора:

$$\Delta S = S_1 - S_2 = 0, \quad \Delta L = L_1 - L_2 = 0, \pm 1,$$

причем для двух  $\Sigma$ -термов:  $\Sigma^+ \rightarrow \Sigma^-$  и  $\Sigma^- \rightarrow \Sigma^+$ . Для гомоядерных молекул выполняется правило  $g \rightarrow u$  и  $u \rightarrow g$ .

При анализе электронных переходов не существует никакого правила отбора для колебательного квантового числа  $v$ , характеризующего колебательный уровень молекулы. Переход между этими уровнями осуществляется по специальному правилу (принципу), который мы поясним ниже.

На рис. 4.1 показана зависимость энергии молекул  $E_M = W_e + W_K$  от расстояния между атомами  $r$ . На больших расстояниях взаимодействие мало и энергия системы определяется энергией отдельных атомов. На малых расстояниях сильно кулоновское отталкивание ядер. На расстоянии  $r_0$  зависимость  $E_M$  от  $r$  минимальна, т. е. реализуется устойчивое состояние молекулы. Таким образом, функция  $E_M(r)$  имеет форму потенциальной ямы.

Учет движения ядер обуславливает появление дополнительной положительной энергии  $W_K$ , уровни которой показаны на рис. 4.1. Полная энергия молекулы увеличивается. На каждом электронно-колебательном уровне показано распределение плотности вероятности  $|\Psi|^2$  для соответствующей волновой функции гармонического осциллятора. В колебательно-возбужденных состояниях ( $v \geq 1$ ) плотность вероятности нахождения атомов увеличивается у границ потенциальной ямы, т. е. у точек поворота. Хорошо известно, что любая колеблющаяся система проводит значительную долю времени вблизи точек поворота.

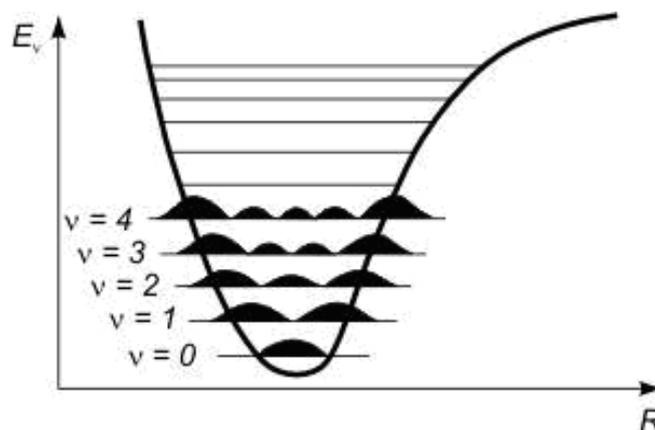


Рис. 4.1. Электронно-колебательная энергия. Колебательные уровни. Плотность вероятности  $|\Psi|^2$  для различных колебательных состояний  $v = n$

По принципу Франка – Кондона электронный переход совершается при постоянном расстоянии между ядрами. Это означает, что переход с максимальной вероятностью может осуществляться при условии максимума произведения вероятностей пребывания атома на соответствующем участке колебательной траектории верхнего и нижнего уровней. Практически это означает, что переходы осуществляются между теми колебательными состояниями, у которых максимумы  $|\Psi|^2$  лежат на одном  $r$ .

Приведем три характерные ситуации, иллюстрирующие эти правила отбора переходов (рис. 4.2, а–в). Нижние потенциальные кривые относятся к основному электронному состоянию молекулы, верхние – к возбужденному. Видно, что смещение потенциальных кривых приводит к тому, что с нулевого колебательного уровня  $v = 0$  возбуждаются все более высокие колебательные состояния верхнего электронного терма.

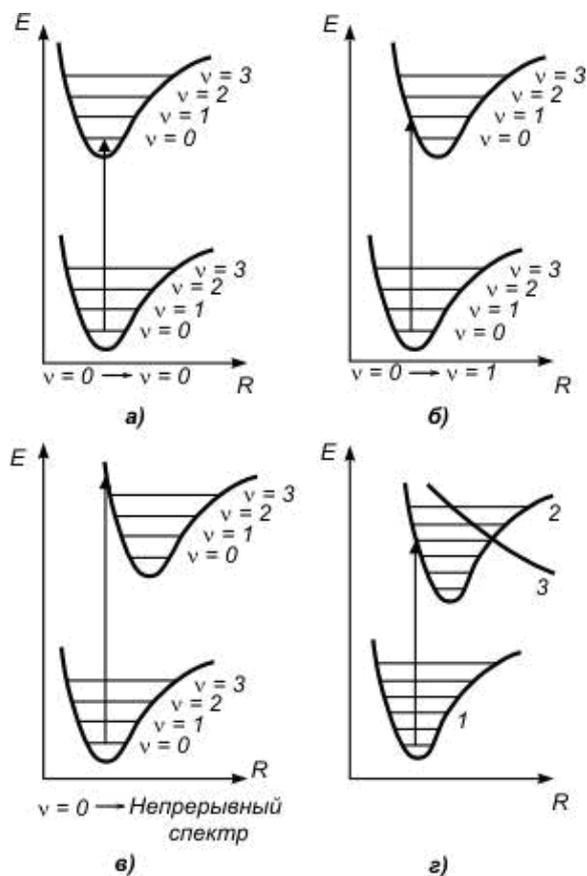
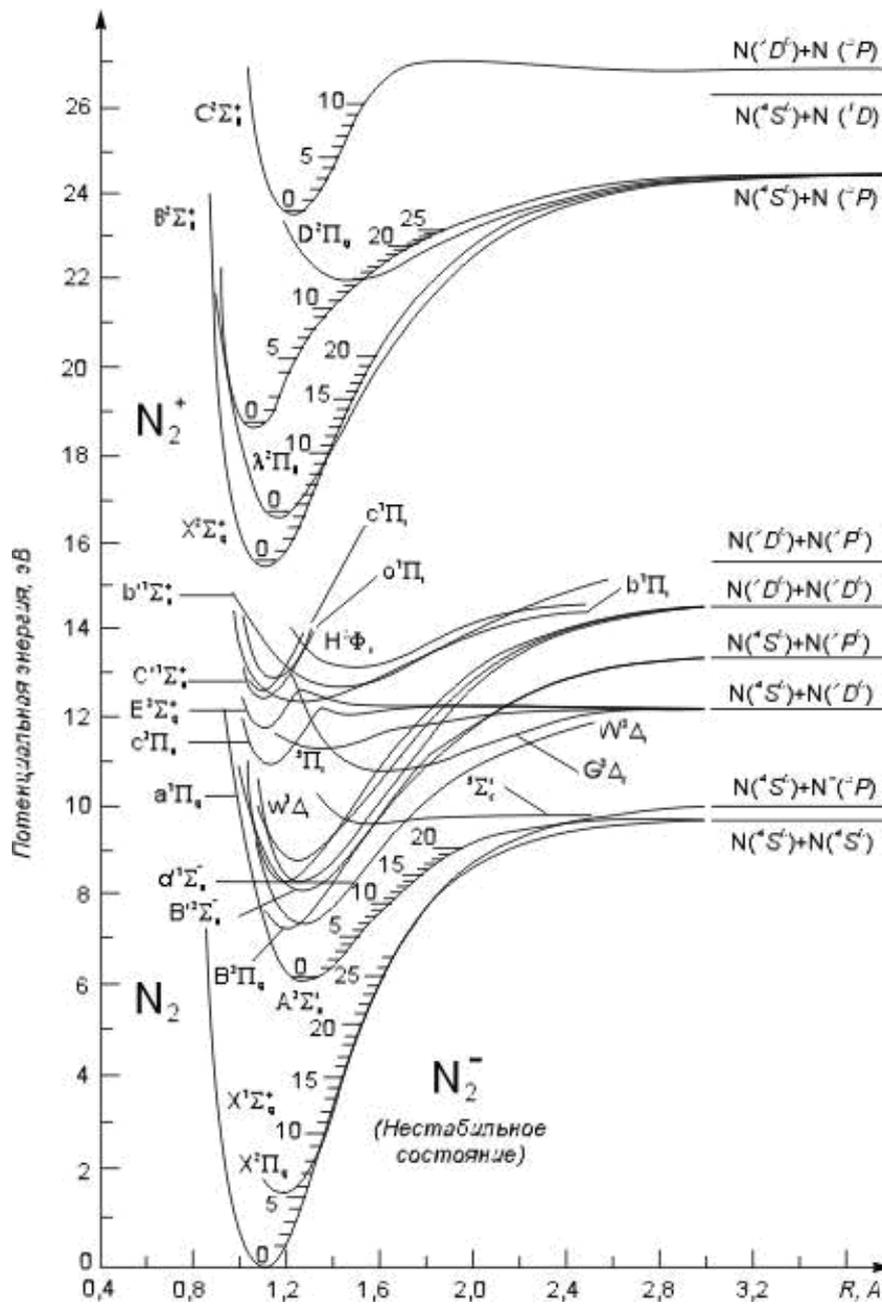


Рис. 4.2. Схемы реализации отбора переходов по принципу Франка – Кондона и преддиссоциации

Рис. 4.3. Схема электронных термов молекул  $N_2$ ,  $N_2^+$  и  $N_2^-$ 

Если потенциальные кривые пересекаются (рис. 4.2, *г*), причем одна из них соответствует распадному состоянию, то возможна преддиссоциация. Происходит возбуждение электронного состояния 2 и переход без изменения энергии в нестабильное состояние 3. На рис. 4.3 в качестве примера приве-

дены схемы электронных термов молекул  $N_2$ ,  $N_2^+$  и  $N_2^-$ . Более подробно со структурами молекул можно ознакомиться, например, в [4].

### 4.3. Колебательные и вращательные спектры двухатомных молекул

Молекулы с дипольным электрическим моментом дают чисто *вращательный* спектр при следующих правилах отбора:  $\Delta J = \pm 1$ ,  $\Delta M_J = 0$ . Для двухатомных молекул  $W_{вр} = \hbar^2 J(J+1)/2I$ , и частота излучаемого кванта  $\omega = (W_{вр,J+1} - W_{вр,J})/\hbar = \hbar(J+1)/I$ . Разность частот между соседними линиями  $\Delta\omega = (\omega_{J+1,J} - \omega_{J,J-1}) = \hbar/I$ , и, следовательно, спектр состоит из набора линий, отстоящих друг от друга по частотам на равном расстоянии.

В гармоническом приближении правило отбора для переходов между чисто *колебательными* состояниями молекулы равно  $\Delta\nu = \pm 1$ . Для ангармонического осциллятора правила отбора имеют вид  $\Delta\nu = \pm 1, \pm 2, \dots$ , однако вероятность перехода с увеличением  $\Delta\nu$  сильно уменьшается и доминирующими остаются  $\Delta\nu = \pm 1$ .

В чистом виде колебательные спектры можно наблюдать только в жидкости, поскольку здесь из-за сильного взаимодействия вращательное движение подавлено.

В газах каждое колебательное состояние имеет широкий набор вращательных состояний с различными  $J$ . Энергия вращательного кванта мала, поэтому даже при комнатной температуре оказываются возбужденными состояния с большими  $J$ .

Каждая линия колебательного спектра превращается в совокупность очень большого числа близко расположенных линий, возникающих вследствие переходов между вращательными уровнями, в результате чего возникает *колебательно-вращательная* полоса.

Колебательно-вращательное состояние молекулы имеет, например, энергию

$$W_{\nu,J} = \hbar\omega_0(\nu + 1/2) + \hbar^2 J(J+1)/2I.$$

При переходе из состояния  $\nu = 1$  в состояние  $\nu = 0$  образуется две ветви спектра:  $P$ -ветвь, для которой  $\Delta J = -1$ , и  $R$ -ветвь, для которой  $\Delta J = +1$ . Соответственно для частот находим

$$\omega_P = (W_{1,J-1} - W_{0,J})/\hbar = \omega_0 - J\hbar/I \quad (J = 1, 2, 3\dots);$$

$$\omega_R = (W_{1,J+1} - W_{0,J})/\hbar = \omega_0 + J\hbar/I \quad (J = 0, 1, 2\dots).$$

Линия с частотой  $\omega_0$  не излучается, потому что переходы с  $\Delta J = 0$  запрещены правилами отбора. Расстояние в частотах между отдельными линиями как в  $P$ -, так и в  $R$ -ветви равно  $\hbar/I$  (рис. 4.4).

### 4.4. Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул

Проблема многоатомной молекулы очень многогранна, ее изучение должно явиться предметом отдельного курса. Поэтому здесь мы лишь кратко обозначим основные особенности, свойства и методы анализа подобных структур.

В отличие от рассмотренных выше двухатомных молекул для многоатомных молекулярных образований характерно определенное пространственное

распределение атомов, образующих молекулу. Это так называемые структурные молекулярные формулы. Практически все многоатомные молекулы обладают той или иной пространственной симметрией.

Из механики известно [9; 15], что выбором нормальных координат достигается ситуация, когда каждое нормальное колебание осуществляется независимо и одновременно и в своей совокупности представляет любое сложное внутреннее движение молекулы. Всего многоатомная молекула имеет  $3N - 6$  типов нормальных колебаний. Линейная молекула имеет  $3N - 5$  типов колебаний.

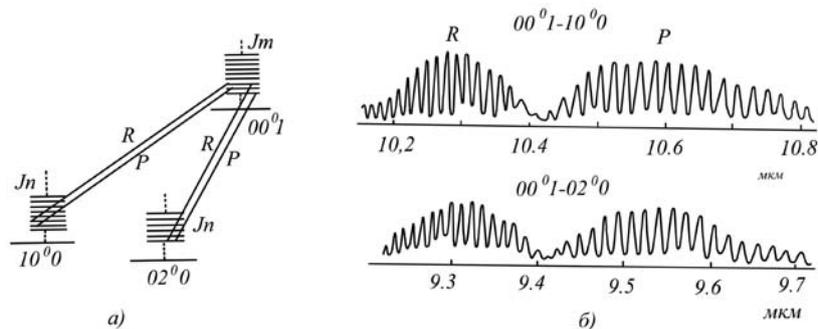


Рис. 4.4. Колебательно-вращательный переход (а) и наблюдаемый спектр излучения молекулы  $\text{CO}_2$  (б)

Двухатомная молекула ( $N = 2$ ) имеет одну внутреннюю степень свободы ( $2 \cdot 3 - 5 = 1$ ) и обладает, следовательно, одним нормальным колебанием. Молекула воды ( $\text{H}_2\text{O}$ ) обладает  $3N - 6 = 3$  нормальными колебаниями (рис. 4.5, а). Мода 1 является симметричным изгибным колебанием, 2 – симметричным растяжением и сжатием, 3 – асимметричным колебанием деформаций. Молекула  $\text{CO}_2$  является линейной и обладает  $3N - 5 = 4$  модами колебаний (рис. 4.5, б). Две моды 1 являются изгибными колебаниями в двух взаимно перпендикулярных направлениях, имеющими одинаковые энергии. Мода 2 – симметричное, и 3 – асимметричное колебание.

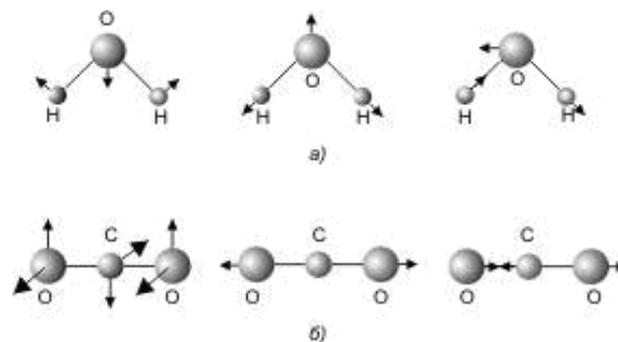


Рис. 4.5. Нормальные колебания: а – молекула воды  $\text{H}_2\text{O}$ ; б – молекулы углекислого газа  $\text{CO}_2$

В сложной многоатомной молекуле могут существовать нормальные колебания, в которых группы атомов движутся как целое, а их относительное движение внутри группы несущественно. Такие группы имеют характерную частоту колебаний. Например, группа ОН имеет характерную частоту  $1,1 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\text{NH}_4 - 1,1 \cdot 10^{14}$  Гц. Характерные частоты колебаний зависят, естественно, от характера связей между атомами группы и связей с другими атомами молекулы:

$$\begin{aligned} \equiv\text{C}-\text{C}\equiv & \text{имеет частоту } 3,3 \cdot 10^{13} \text{ Гц} \\ =\text{C}-\text{C}= & 5,3 \cdot 10^{13} \text{ Гц} \\ -\text{C}\equiv\text{C}- & 6,7 \cdot 10^{13} \text{ Гц} \end{aligned}$$

Остается учесть вращательное движение многоатомной молекулы.

Нахождение собственных значений энергии вращающегося тела (волчка) наиболее просто для случая, когда все три главных момента энергии тела одинаковы  $I_x = I_y = I_z \equiv I$  (шаровой волчок) и значения вращательной энергии равны  $W_{\text{вр}} = \hbar^2 J(J+1) / 2I$ . Каждый уровень вырожден  $(2J+1)$  раз по направлениям момента относительно самого тела. Аналогичный спектр вращательной энергии наблюдается у линейных и двухатомных молекул (см. рис. 4.5).

При  $I_x = I_y \neq I_z$  (симметричный волчок) получим:

$$W_{\text{вр}} = \hbar^2 J(J+1) / 2I_x + \hbar^2 (1/I_z - 1/I_x) M_y^2 / 2.$$

Уровни энергии только двукратно вырождены при данном  $J$  и  $M_y$  по направлению проекции момента. В частном случае линейной молекулы  $I_x = I_y$  и  $I_z = 0$  мы, естественно, имеем

$$W_{\text{вр}} = \hbar^2 J(J+1) / 2I.$$

При  $I_x \neq I_y \neq I_z$  (асимметричный волчок) вычисление уровней энергии в общем виде невозможно. Вырождение снимается полностью. Имеем  $2J+1$  уровней энергии. Приведем здесь лишь результат расчета энергии  $W$  [14]:

$$\begin{aligned} J=1 & \quad W_1 = \hbar^2 (1/I_x + 1/I_y) / 2; \\ & \quad W_2 = \hbar^2 (1/I_x - 1/I_z) / 2; \\ & \quad W_3 = \hbar^2 (1/I_z + 1/I_y) / 2. \\ J=2 & \quad W_{1,2,3} = 2\hbar^2 / I_{x,y,z} + \hbar^2 (1/I_{y,z,x} + 1/I_{z,x,y}) / 2; \\ & \quad W_{4,5} = \hbar^2 (1/I_x + 1/I_y + 1/I_z) / 2 \pm \hbar^2 [(1/I_x - 1/I_y - 1/I_z) - \\ & \quad - 3(1/I_x I_z + 1/I_x I_y + 1/I_y I_z)]^{1/2}. \end{aligned}$$

Для многоатомных молекул спектры существенно усложняются. Например, молекула  $\text{CO}_2$  (рис. 4.6) имеет три типа колебаний: симметричный ( $\nu_1$ ); дважды вырожденный деформационный ( $\nu_2$ ) и асимметричный ( $\nu_3$ ).

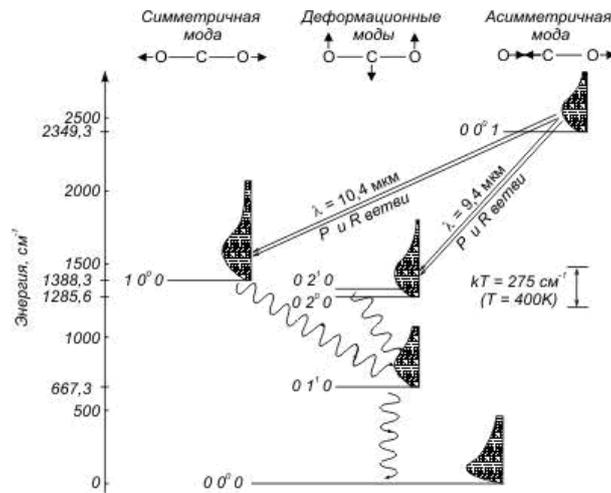


Рис. 4.6. Нижние колебательные уровни основного электронного состояния  $\text{CO}_2$ . Колебательные уровни обозначены числами  $v_1, v_2, v_3$ , где  $l = v_2, v_2 - 2, \dots, 0$  для четных  $v_2$  и  $l = v_2, v_2 - 2, \dots, 1$  для нечетных  $v_2$ . Населенности вращательных подуровней колебательных уровней показаны линиями разной длины. Дипольные переходы  $\text{CO}_2$  удовлетворяют правилу отбора  $\Delta J = \pm 1$ , где  $\Delta J$  – изменение вращательного квантового числа, соответствующее наблюдаемым  $R$ - и  $P$ -ветвям в спектре излучения. Линии обозначены символами  $P(J)$  или  $R(J)$ , где  $J$  – вращательное квантовое число нижнего уровня

Колебательное состояние обозначается  $(v_1, v_2, v_3)$ . Возможны переходы с изменением сразу нескольких колебательных квантовых чисел. Например, генерация хорошо известного  $\text{CO}_2$ -лазера  $\lambda = 10,6$  мкм получена на переходе  $[(00\ 1) \rightarrow (10\ 0)]$ , т. е.  $v_3 = 1 \rightarrow v_3 = 0$  и  $v_1 = 1 \rightarrow v_1 = 0$ . Естественно, что данный переход сопровождается  $P$ - и  $R$ -ветвями, обусловленными вращательными переходами, аналогичными показанным на рис. 4.4.

В сложных молекулах за счет перекрытия колебательно-вращательных полос образуется практически сплошной спектр.

## Глава 5

### Ширина линий излучения атомов и молекул

Воздействие электромагнитного излучения на вещество, состоящее из атомов и молекул, осуществляется в основном посредством воздействия составляющих волну переменных полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на атомные и молекулярные электроны или на обобществленные электроны твердых кристаллических тел. Рассмотрение задачи этого взаимодействия опирается на решение уравнения движения электрона под действием силы Лоренца (2.26). Действительно, сила Лоренца для электронов, имеющих скорость  $v \sim \alpha c$ , во много раз превышает таковую для массивных и малоподвижных ядер. Удастся решить, например, такие задачи, как поглощение и рассеяние света, прохождение излучения через вещество и многие другие.

#### 5.1. Оценка параметров взаимодействия

Поскольку характерная скорость электрона в атомах (молекулах) много меньше скорости света, то в нулевом приближении атомную систему и электромагнитное поле можно считать невзаимодействующими, а их взаимодействие, приводящее к переходам между дискретными состояниями, рассматривать в рамках теории возмущений [9; 15]. При этом малым параметром теории возмущений является отношение скорости электрона к скорости света.

Размер водородоподобного атома с зарядом ядра  $Z$  равен  $a = a_0 / Z$ , а скорость электрона в атоме

$$v \sim p/m \sim \frac{paZ}{ma_0} \sim \frac{\hbar Z}{ma_0} \cong c\alpha Z,$$

т. е. релятивистские эффекты необходимо учитывать для тяжелых ядер  $cZ \sim v/\alpha$ . В данных оценках использованы обозначения:  $a_0 = \hbar^2 / me^2$  – боровский радиус,  $\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$  – постоянная тонкой структуры.

Важным параметром при взаимодействии излучения с атомами и молекулами является также отношение длины волны к размеру атома молекулы. Оценку этого соотношения можно получить следующим образом.

При переходе с уровня с главным квантовым числом  $n_1$  на уровень с  $n_2$  ( $n_1 > n_2$ ) атомная система излучает фотон с частотой

$$\omega = \frac{\Delta W_{n_1 n_2}}{\hbar} = \frac{mc^2 Z^2 \alpha^2}{2\hbar} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

того же порядка, что и классическая частота обращения электрона на орбите

$$\omega \sim \frac{v}{a} \sim \frac{c\alpha Z^2}{a_0} \sim \frac{me^2 Z^2 \alpha^2}{\hbar}.$$

При этом длина волны излучения оказывается существенно больше размеров атома

$$ka = \frac{2\pi a_0}{Z\lambda} \cong 2\pi \frac{a_0 \omega}{Zc} \sim 2\pi \frac{v}{c} \ll 1$$

при  $Z \leq 1/\alpha$ .

### 5.2. Вероятность испускания и поглощения фотона атомной системой в единицу времени

Используя метод квантования электромагнитного поля, усредняя по величине угла между векторами дипольного момента  $\mathbf{d}$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  и суммируя по двум поляризациям, для случая неполяризованного света получим окончательное выражение для вероятности излучения фотона [16]

$$\mathfrak{R}_{if}(N_\omega \rightarrow N_\omega + 1) = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} (N_\omega + 1) |d_{if}|^2 g_f. \quad (5.1)$$

Подобным образом можно найти вероятность поглощения фотона

$$\mathfrak{R}_{fi}(N_\omega + 1 \rightarrow N_\omega) = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} N_\omega |d_{if}|^2 g_j, \quad (5.2)$$

где  $N_{k,p}$  – целые числа, характеризующие число фотонов с заданными  $\omega$ ,  $\mathbf{k}$  и поляризацией, в объеме  $\Omega$ .

Очевидно, что при  $N_\omega = 0$  из (5.1) мы получаем соотношение для вероятности спонтанного излучения атомной системы, совпадающее при  $g_f = 1$  с (3.2).

### 5.3. Уширение спектральных линий, излучаемых атомами и молекулами

Из (5.1) следует, что при  $N_\omega = 0$  время жизни атомной системы в состоянии  $j$  относительно перехода в нижнее состояние  $f$  определяется выражением

$$\tau_{if} = 1/\mathfrak{R}_{if} = \frac{3\hbar c^3}{4\omega^3 |d_{if}|^2 g_f}. \quad (5.3)$$

Очевидно, что полное время жизни на уровне  $j$  определяется полной вероятностью переходов на все нижележащие уровни ( $f < j$ ):  $\tau_j = 1/\mathfrak{R}_j$ , где  $\mathfrak{R}_j = \sum_{f < j} \mathfrak{R}_{if}$ . Зная время жизни системы в состоянии  $j$  и используя соотношение неопределенности Гейзенберга, определяем энергетическую ширину уровня  $j$ :

$$\frac{\Delta W_j}{\hbar} = \Delta\omega_j \stackrel{df}{=} \gamma_j \sim \frac{1}{\tau_j}.$$

Определим, как распределена мощность излучения атомной системы с шириной уровня  $\Delta W_j$  в интервале частот  $\Delta\omega_j = \gamma_j$ . Для электромагнитной волны интенсивность излучения определяется вектором Пойтинга:

$$\mathbf{I} = c \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{4\pi} = c \frac{E^2 \mathbf{k}}{4\pi k}. \quad (5.4)$$

Спектральное распределение напряженности электрического поля излучаемой волны определяется выражениями

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(i\omega t) dt, \quad E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (5.5)$$

В системе отсчета атома величина электрического поля волны с учетом конечного времени жизни состояний  $j$  и  $f$  (5.3) может быть записана в виде [15]

$$E(t) = E_0 \exp(i\omega_{jf}t - \gamma_{jf}t/2) \quad (5.6)$$

при  $t \geq 0$  и  $E(t) = 0$  при  $t < 0$ . Здесь  $\gamma_{jf}$ , как будет показано ниже, определяет спектральную ширину линии перехода атомной системы из состояния  $j$  в состояние  $f$ :  $\gamma_{jf} = \gamma_j + \gamma_f$ .

Спектральное распределение интенсивности можно найти, используя теорему Парсеваля [15]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)^2 dt = 2 \int_0^{\infty} |E(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi},$$

откуда для мощности, излучаемой одним атомом (молекулой) за все время в виде волн с частотами в интервале  $d\omega / 2\pi$  (т. е. спектральной интенсивности), можно получить выражение из (5.4), (5.5) заменой  $E(t)$  на  $E(\omega)$ , т. е. компонентами Фурье и одновременным умножением на 2:

$$dI_{\omega} = dI(\omega) = \frac{c}{2\pi} E(\omega) E^*(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (5.7)$$

Если атом участвует в движении, то в лабораторной системе отсчета нами будет регистрироваться волна с частотой, измененной за счет *эффекта Доплера*:  $\omega_{jf} = \omega_{jf}^0 + \mathbf{kV}$ , и, следовательно, напряженность электрического поля волны согласно (5.6) будет равна

$$E'(t) = E_0 \exp[i(\omega_{jf}^0 + \mathbf{kV})t - \gamma_{jf}t/2]. \quad (5.8)$$

В этом случае из (5.5) имеем

$$E(\omega) = \frac{E_0}{2\pi} \frac{1}{\gamma_{jf}/2 + i\left(\omega_{jf}^0 - \omega + \mathbf{kV}\right)},$$

и с учетом (5.7) формулу для контура линии излучения:

$$\begin{aligned} dI_{\omega} &= \frac{cE_0^2}{2\pi} \frac{1}{\left(\omega_{jf}^0 - \omega + \mathbf{kV}\right)^2 + \left(\gamma_{jf}/2\right)^2} \frac{d\omega}{2\pi} = \\ &= c \left[ E(\omega_{jf}^0 + \mathbf{kV}) \right]^2 \frac{\left(\gamma_{jf}/2\right)^2 d\omega}{\left(\omega_{jf}^0 - \omega + \mathbf{kV}\right)^2 + \left(\gamma_{jf}/2\right)^2}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

С другой стороны, учитывая соотношения (5.3), можно переписать выражение (5.9) в следующем виде:

$$dI_{\omega} = I_{\omega} d\omega = N_j \hbar \omega \mathfrak{R}_{jf}^0 S(\omega) d\omega, \quad (5.10)$$

где  $\mathfrak{R}_{jf}^0 = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} |d_{jf}|^2 g_f \sim \gamma_{jf}$  – вероятность спонтанного перехода (5.3);  $N_j$  – концентрация атомов в состоянии  $j$ . Сравнивая (5.9) и (5.10), для распределения интенсивности по спектру имеем нормированную на единицу ширину линии излучения:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_{jf}}{(\omega - \omega_{jf} - \mathbf{kV})^2 + (\gamma_{jf}/2)^2}. \quad (5.11)$$

Учитывая, что атомы участвуют в тепловом движении, спектральное распределение интенсивности будет определяться выражением

$$I_\omega \sim \int S(\omega) F(\mathbf{V}) d\mathbf{V} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\gamma_{jf} F(\mathbf{V}) d\mathbf{V}}{(\omega - \omega_{jf} - \mathbf{kV})^2 + (\gamma_{jf}/2)^2}, \quad (5.12)$$

где  $F(\mathbf{V})$  – функция распределения частиц по скоростям.

Рассмотрим предельный случай  $\gamma_{jf} \rightarrow 0$ , что на практике означает преобладание уширения линии из-за разброса скоростей. Хорошо известно, что

$$\frac{1}{2\pi} \lim_{\gamma_{jf} \rightarrow 0} \frac{\gamma_{jf}}{(\omega - \omega_{jf} - \mathbf{kV})^2 + (\gamma_{jf}/2)^2} = \delta(\omega - \omega_{jf} - \mathbf{kV}).$$

Таким образом, из (5.12) при  $\gamma_{jf} \rightarrow 0$  получим

$$I_\omega \sim F(|(\omega - \omega_{jf}) / k_x|), \quad (5.13)$$

т. е. доплеровский контур линии в направлении оси  $x$ . Выражение (5.13) получено в приближении, что в течение всего времени излучения атома его скорость оставалась постоянной.

В условиях термодинамического равновесия распределение скорости частиц в газе подчиняется закону Максвелла. Используя условие  $V = c(\omega - \omega_0) / \omega_0$ , для спектральной интенсивности излучения получим

$$I_\omega = I_{\omega_0} \exp \left[ -\beta c^2 \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right].$$

Профиль линии можно описать выражением

$$S(\omega) = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \exp \left[ -\beta c^2 \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right], \quad (5.14)$$

причем функция  $S(\omega)$  удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega = 1,$$

где  $\beta = m / 2kT$ . Ширина линии при этом

$$\Delta\omega_D = 2\omega_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{mc^2}} \approx \omega_0 \frac{V}{c}.$$

Доплеровская ширина при нормальных параметрах среды ( $V \cong 4,6 \cdot 10^4$  см/с) для  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см  $\Delta\omega_D \cong \omega_0 V / C \sim 4 \cdot 10^9$  с $^{-1}$ .

В другом предельном случае ( $V \rightarrow 0$ ) уширение линии, обусловленное (5.11), оказывается существенно больше эффектов теплового разброса скоростей. В этом случае профиль линии описывается выражением

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_{jf}}{(\omega - \omega_{jf})^2 + (\gamma_{jf}/2)^2}. \quad (5.15)$$

Данный профиль линии называют *лоренцевским*. Подобная ситуация возникает в случае низких температур газа, когда можно пренебречь изменением

частоты излучения атомной системы из-за эффекта Доплера. Ширина спектральной линии, обусловленная конечным временем жизни возбужденного состояния невзаимодействующей атомной системы, называется *естественной* шириной спектральной линии.

Собственное время жизни (5.3), с учетом  $|d_{j\bar{j}}| \approx ea_0$  и  $\omega = me^2Z^2a^2/\hbar$ , можно записать в виде  $\tau = 3mc^3/2e^2\omega^2 \approx 4,53 \cdot \lambda^2$ . При  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см получим  $\tau \sim 10^{-8}$  с, т. е.  $\Delta\omega_j \sim 1/\tau \approx 10^8$  с<sup>-1</sup>. Доплеровская ширина при нормальных параметрах среды ( $V \approx 4,6 \cdot 10^4$  см/с) и для  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см  $\Delta\omega_D \approx \omega_0 V/C \sim 4 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>, т. е. она в 40 раз больше естественной ширины  $\gamma_{j\bar{j}}$ .

Таким образом, в подавляющем числе аэродинамического эксперимента естественная ширина не наблюдается. Для ее реализации необходимо понизить температуру в 1 600 раз, т. е. до уровня 0,18 К.

В результате внешних воздействий время жизни атомной системы может измениться (уменьшиться). Так, например, в результате столкновений атомов в газе, уровни энергии могут существенно ушириться из-за воздействия электрического поля налетающего атома. Это приведет к изменению времени жизни атома. Так же, как и в случае естественного уширения, профиль линии описывается выражением (5.15).

С точки зрения излучаемой волны (5.8) обычно говорят о сбое фазы колебаний. В этом случае имеем  $\gamma_{j\bar{j}} \sim 2\nu_\alpha \approx 2\sigma N_\alpha V$ , где  $\nu_\alpha, \sigma$  – частота и сечение атомных столкновений соответственно;  $N_\alpha$  – концентрация атомов. Необходимо отметить, что  $\gamma_{j\bar{j}} \sim 2\nu_\alpha$ , если каждое столкновение будет приводить к сбою фазы, т. е. к безызлучательному переходу атома из состояний  $j$  и  $\bar{j}$  в какие-то другие состояния. Однако реально это не всегда так. Вероятность безызлучательного перехода при столкновении может быть и не равна единице, и тогда требуется несколько столкновений, чтобы произошел сбой фазы. В этом случае  $\gamma_{j\bar{j}} \sim \xi \nu_\alpha$ , где  $\xi < 1$ .

Очевидно, что при заданной температуре существует некоторая критическая плотность, при превышении которой столкновительное уширение будет превышать доплеровское. Возьмем  $\gamma_{j\bar{j}}$  по порядку величины равной частоте столкновений атомов  $\nu_\alpha$  и определим давление, при котором доплеровский контур линии станет по ширине равным лоренцевскому. Учитывая, что

$$\gamma_{j\bar{j}} \sim \nu_\alpha \approx \sigma N_\alpha V \approx 2,5 \cdot 10^{-10} N_\alpha,$$

при  $\sigma \approx 5,5 \cdot 10^{-15}$  см<sup>2</sup>,  $V \approx 4,6 \cdot 10^4$  см/с (азот при нормальных условиях) получим  $\Delta\omega_D \sim \omega V/c \sim 4 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup> ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см), что дает  $\nu_\alpha > \Delta\omega_D$  при  $n_\alpha \geq 1,6 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, т. е. соответствует давлению  $p \geq 0,6$  атм при  $T = 300$  К. Следовательно, в условиях рассмотренного примера при постоянной температуре увеличение давления газа до  $p > 0,6$  атм приведет к увеличению ширины линии, и ее профиль станет не доплеровским (5.14), а лоренцевским (5.15). На рис. 5.1 приведены для сравнения профили линии, обусловленные эффектом Доплера и эффектом ограничения времени жизни за счет столкновений.

Таким образом, профиль линии описывается функцией  $S(\omega)$ , которая в предельных случаях имеет вид (5.14) или (5.15). Важно отметить, что доплеровское и ударное уширения имеют одинаковую зависимость от температуры, и изменение характера уширения происходит только при изменении концентрации газа.

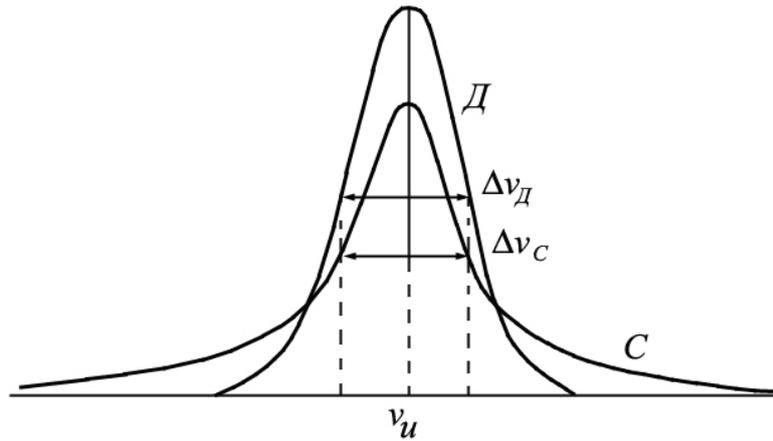


Рис. 5.1. Профили линий:  $D$  – доплеровский;  $C$  – лоренцевский, столкновительный

Учитывая, что  $\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega = 1$ , величина  $\mathfrak{R}_{ff} = \mathfrak{R}_{ff}^0$  характеризует полную вероятность перехода под действием поля излучения. Причем, как это видно из (5.1) и (5.2) с исключением спонтанного процесса, вероятность поглощения  $\mathfrak{R}_{ff}(N_{\omega}+1 \rightarrow N_{\omega})$  и вынужденного испускания  $\mathfrak{R}_{ff}(N_{\omega} \rightarrow N_{\omega}+1)$  связаны соотношением

$$\mathfrak{R}_{ff} = \mathfrak{R}_{ff} g_f / g_j \quad (5.16)$$

при условии, что контуры линий поглощения и вынужденного излучения совпадают. Здесь предположено, что уровень  $f$  энергетически ниже уровня  $j$ .

## Глава 6 Распространение излучения через вещество

### 6.1. Уравнение баланса для плотности фотонов

Уравнение баланса для плотности  $N_\omega$  фотонов с частотой  $\omega$  (волновой вектор  $\mathbf{k}$  не указан) имеет вид

$$\frac{dN_\omega}{dt} = \frac{\partial N_\omega}{\partial t} + (\mathbf{c}\nabla)N_\omega = -c\mu_\omega N_\omega + \Re_{jf}^o N_j S(\omega).$$

В одномерном случае можно записать

$$\frac{dN_\omega}{dt} = \frac{\partial N_\omega}{\partial t} + c \frac{\partial N_\omega}{\partial z} = -c\mu_\omega N_\omega + \Re_{jf}^o N_j S(\omega)$$

и в стационарном случае  $\partial N_\omega / \partial t = 0$  преобразовать к виду

$$\frac{dI_\omega}{dz} = -\mu_\omega I_\omega + \hbar\omega \Re_{jf}^o N_j S(\omega). \quad (6.1)$$

Здесь  $I_\omega = \hbar\omega N_\omega c$  – интенсивность излучения фотонов с частотой  $\omega$  через единицу поверхности, а

$$\mu_\omega = \sigma_{jf} N_f - \sigma_{if} N_j \quad (6.2)$$

есть коэффициент поглощения ( $\mu_\omega > 0$ ) или усиления ( $\mu_\omega < 0$ ) потока фотонов на единице пути;  $N_j$  и  $N_f$  – концентрация атомов на верхнем  $j$  и нижнем  $f$  энергетических уровнях;  $\sigma_{if}$  и  $\sigma_{jf}$  – сечения вынужденного излучения и поглощения.

Напомним, что сечение является классической величиной и, по определению, сечение  $\sigma_{if}$  равно отношению вероятности индуцированного излучения в единицу времени (рассчитанной квантово-механическим методом: см. ниже, формулы (6.4) и (6.12) к классической плотности потока фотонов).

### 6.2. Сечение поглощения и вынужденного излучения фотона Коэффициент поглощения

Плотность потока фотонов, приходящаяся на единичный интервал частот  $cU_\omega / \hbar\omega$ , найдем из следующих условий. Энергия электромагнитного поля в объеме  $\Omega$  в классическом приближении равна  $\Omega U_\omega d\omega$ . С другой стороны, она равна произведению энергии фотона  $\hbar\omega$  на их среднее число  $N_\omega$ , на число состояний  $\Omega dk^3 / (2\pi)^3$  и на число состояний поляризации  $g_\omega = 2$ , т. е.

$$\Omega U_\omega d\omega = 2 \cdot \hbar\omega \cdot \Omega \frac{dk^3}{(2\pi)^3} \cdot N_\omega = \Omega \frac{\hbar\omega^3 d\omega}{\pi^2 c^3} \cdot N_\omega, \quad (6.3)$$

где учтено, что  $dk^3 = 4\pi k^2 dk$ . Следовательно, можно получить связь между классической плотностью энергии и квантовой плотностью фотонов:

$$U_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} N_\omega. \quad (6.4)$$

В соответствии с определением сечения  $\sigma_{if}$ , используя соотношение (6.3), получим

$$d\mathfrak{R}_{jf} = \sigma_{jf} c \frac{U_\omega}{\hbar\omega} d\omega = N_\omega \mathfrak{R}_{jf}^0 S(\omega) d\omega,$$

откуда с учетом (6.4) для сечения вынужденного излучения фотона атомом получим

$$\sigma_{jf} = \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} \mathfrak{R}_{jf}^0 S(\omega). \quad (6.5)$$

Учитывая связь вероятности прямой и обратной реакции (соответствующие контуры линий тождественны, т. е. выполняется (5.16), из (6.5) получим сечение поглощения атомом фотона:

$$\sigma_{fj} = \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} \mathfrak{R}_{jf}^0 S(\omega) \frac{g_j}{g_f}. \quad (6.6)$$

Подстановка (6.5) и (6.6) в (6.2) дает коэффициент поглощения

$$\mu_\omega = \sigma_{fj} N_f \left( 1 - \frac{N_j g_f}{N_f g_j} \right), \quad (6.7)$$

где  $j, f$  – индексы верхнего и нижнего уровней атома;  $g_j, g_f$  – статвеса (плотности квантовых состояний).

### 6.3. Спектральная интенсивность собственного излучения плоского слоя возбужденного газа. Оптическая толщина

Рассмотрим слой газа, бесконечный в направлении осей  $X$  и  $Y$  и имеющий вдоль оси  $Z$  толщину  $l$ . В подобной постановке излучение в направлении оси  $Z$  можно описывать в одномерном приближении.

*Случай малого поглощения.* Предположим, что  $\mu_\omega l \ll 1$ , т. е. поглощение очень мало. Тогда из (6.1) для спектральной интенсивности излучения с единицы поверхности среды получим

$$I_\omega = \frac{1}{2} \hbar\omega \mathfrak{R}_{jf}^0 N_j S(\omega) l. \quad (6.8)$$

Коэффициент  $1/2$  обусловлен наличием излучения через две границы  $z = 0$  и  $z = l$ . В этом случае регистрируемая ширина линии будет обусловлена процессами, определяющими условия излучения отдельного атома, т. е. эффектом Доплера и лоренцевским профилем, формирование которых было рассмотрено ранее (см. гл. 5).

*Случай сильного поглощения.* В другом предельном случае  $\mu_\omega l \gg 1$  (предполагаем, что в среде присутствует поглощение, т. е.  $\mu_\omega > 0$ ) излучение свободно, без поглощения, выходит наружу только из пограничной области масштабом  $\Delta z \sim \mu_\omega^{-1}$ . Тогда интенсивность спонтанного излучения в спектральном интервале вблизи центра (при максимуме поглощения) [9; 15]

$$I_\omega \sim \frac{\mathfrak{R}_{jf}^0 N_j S(\omega) \hbar\omega}{\frac{\lambda^2}{4} \mathfrak{R}_{jf}^0 S(\omega) \frac{g_i}{g_f} N_f} \sim \frac{4\hbar\omega}{\lambda^2} \frac{N_j}{N_f},$$

т. е. не зависит от профиля линии излучения.

Следовательно, в некотором спектральном интервале вблизи центра линии, для которого  $l > \mu_\omega^{-1}$ , интенсивность уменьшается по сравнению с (6.8) в  $1 / kl$ . Необходимо отметить, что при различных  $\omega$  в пределах ширины линии значение  $\mu_\omega$  различно, следовательно, изменяется и глубина области, из которой выходит излучение.

*Определение оптической толщины среды.* Среда считается «тонкой» для данной  $\omega$ , если  $\mu_\omega l \ll 1$ , и оптически «толстой», если  $\mu_\omega l \geq 1$ . При частоте, для которой  $\mu_\omega^{-1} > l$ , интенсивность излучения снова начинает определяться профилем линии  $S(\omega)$ .

*Эффективная вероятность перехода атомной системы.* Уменьшение интенсивности излучения в центре линии можно интерпретировать как уменьшение вероятности спонтанного излучения. Проинтегрировав (6.8) по всем частотам, получим для «тонкого» слоя

$$I = \hbar \omega N_j \Re_{jf} \ell \quad (6.9)$$

и для «толстого» слоя

$$I = \frac{\hbar \omega N_j}{\frac{\lambda}{4} N_f} \Delta \omega^* = \frac{\hbar \omega N_j \Delta \omega^*}{\mu_\omega^0} \Re_{jf} \frac{2}{\pi \gamma_{jf}}. \quad (6.10)$$

Сравнение (6.9) и (6.10) показывает, что

$$\Re_{jf, \text{эфф}} \cong \frac{\Re_{jf} \Delta \omega^*}{\gamma_{jf} \mu_\omega^0 l},$$

где  $\Delta \omega^*$  – новая ширина линии, определяемая из условия  $\mu_\omega(\Delta \omega^*) l \cong 1$ ;  $\mu_\omega^0$  – коэффициент поглощения в центре линии;  $\gamma_{jf}$  – ширина невозмущенной линии.

Таким образом, если поглощение велико, то условие  $\mu_\omega l \cong 1$  может выполняться только на краю линии поглощения, профиль которой определяется  $S(\omega)$ . Следовательно,  $\Delta \omega^*$  будет существенно шире, чем линия излучения оптически «тонкой» среды.

#### 6.4. Измерение концентрации частиц методом регистрации поглощения излучения Распространение излучения через плоский слой возбужденного газа

Вновь (как и в параграфе 6.3) рассмотрим слой газа, бесконечный в направлении осей  $X$  и  $Y$  и имеющий вдоль оси  $Z$  толщину  $l$ . Однако в данном случае этот слой облучается плоской волной со спектральной интенсивностью  $I_\omega = \hbar \omega N_\omega^0 c S_R(\omega)$ , распространяющейся в направлении  $Z$ . Здесь в качестве спектральной плотности фотонов  $N_\omega$  использовано обозначение  $N_\omega = N_\omega^0 S_R(\omega)$ , где  $N_\omega^0$  – полная плотность фотонов в потоке;  $S_R(\omega)$  – ширина линии падающего (зондирующего) излучения.

В подобной постановке излучение в направлении оси  $Z$  можно описывать в одномерном приближении. Предполагая, что интенсивность внешнего излучения достаточно большая, что позволяет пренебречь собственным свечением газа, из (6.1) для стационарного случая получим

$$dI_\omega / dz = -\mu_\omega I_\omega, \quad (6.11)$$

где коэффициент поглощения описывается выражением  $\mu_\omega = \sigma_{ff} N_f - \sigma_{fi} N_i$ , т. е. зависит от сечения поглощения и концентрации атомов на верхнем  $j$  и нижнем  $f$  энергетических уровнях. Таким образом, уравнение (6.11) должно быть дополнено уравнениями для концентраций.

Составим балансные уравнения для заселенностей начального и конечного состояний атома:

$$\frac{dN_i}{dt} = A_i - \frac{N_i}{\tau_i} - c\sigma_{fi0} N_i \left( 1 - \frac{N_f g_i}{N_i g_f} \right) n_\phi, \quad (6.12)$$

$$\frac{dN_f}{dt} = A_f - \frac{N_f}{\tau_f} + \nu_{fi} N_i + c\sigma_{fi0} N_i \left( 1 - \frac{N_f g_i}{N_i g_f} \right) n_\phi.$$

Здесь  $A_i$  и  $A_f$  – скорости возбуждения атомов на уровнях  $i$  и  $f$ ;  $\tau_{if}$  – времена жизни, определяемые как собственным временем жизни, так и столкновениями;  $\nu_{fi}$  – полная частота переходов с уровня  $i$  на уровень  $f$  в результате столкновений и спонтанного излучения;  $n_\phi = \int N_\omega d\omega$  – плотность фотонов в пучке.

Видно, что наличие излучения может изменять заселенность энергетических уровней.

Рассмотрим ситуацию, когда внешнее излучение хотя и превышает собственное свечение, однако остается достаточно слабым и не влияет на заселенность. Коэффициент поглощения  $\mu_\omega$  определяется формулой (6.7). Если атомы находятся в термодинамическом равновесии, то

$$N_i = \frac{N_f g_i}{g_f} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT}\right); \quad (\Delta E_{fi} = \hbar\omega),$$

и коэффициент поглощения

$$\mu_\omega = \sigma_{ff} N_f [1 - \exp(-\hbar\omega/kT)]. \quad (6.13)$$

Напомним, что в большинстве аэродинамических экспериментов выполняется условие  $\hbar\omega \gg kT$ , и коэффициент поглощения можно записать в виде

$$\mu_\omega = \sigma_{fi} N_f = \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} \Re_{ff}^0 S(\omega) \frac{g_j}{g_f} N_f.$$

Уравнение (6.11) можно переписать в виде

$$\frac{d[\hbar\omega N_\omega^0 c S_R(\omega)]}{dz} = -\frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} \Re_{ff}^0 N_\omega^0 \frac{g_j}{g_f} N_f \hbar\omega c S(\omega) S_R(\omega). \quad (6.14)$$

Мы видим, что в уравнение (6.14) входят две быстро меняющиеся с частотой  $\omega$  функции:  $S_R(\omega)$  – ширина линии падающего излучения;  $S(\omega)$  – ширина линии поглощения атомной системы. Это усложняет его интегрирование, которое в общем случае можно выполнить численно.

Выражение (6.14) записано без учета параметров регистрирующей аппаратуры. Подробнее свойства регистрирующей системы, которая может включать спектральный прибор и датчик, будут рассмотрены ниже. Здесь мы лишь учтем, что любая аппаратура регистрирует мощность, т. е. она интегрирует

6.4. Измерение концентрации частиц методом регистрации поглощения излучения

спектральную плотность мощности излучения в некотором интервале  $\Delta\omega$ . С учетом этого обстоятельства выражение (6.14) надо переписать в виде

$$\frac{d \int_{\Delta\omega} (\hbar\omega N_{\omega}^0 c S_R(\omega)) d\omega}{dz} = - \int_{\Delta\omega} \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} \mathfrak{R}_{j\omega}^0 N_{\omega}^0 \frac{g_j}{g_f} N_f \hbar\omega c S(\omega) S_R(\omega) d\omega. \quad (6.15)$$

Здесь мы рассмотрим два простых и наиболее важных случая решения уравнения (6.14).

В первом случае, когда ширина падающего внешнего излучения  $S_R(\omega)$  много меньше ширины линии поглощения  $S(\omega)$  и полосы регистрации  $\Delta\omega$  (рис. 6.1). Подобная ситуация может быть получена, если применяется источник излучения с очень узким спектром, например лазер. При этом центр линии зондирующего излучения  $\omega_R^0$  может не совпадать с центром линии поглощения  $\omega_a^0$ . Интегралы в (6.15) отличны от нуля в пределах линии  $S_R(\omega)$ , и в этих пределах можно считать все остальные функции постоянными, со значением переменной  $\omega = \omega_R^0$ . Фактически мы рассматриваем  $S_R(\omega)$  как дельта-функцию

$$S_R(\omega) = \delta(\omega - \omega_R^0). \quad (6.16)$$

Интегрируя (6.15), с учетом (6.16) получим

$$\begin{aligned} \frac{d(\hbar\omega_R^0 N_{\omega}^0 c)}{dz} &= - \frac{\pi^2 c^2}{(\omega_R^0)^2} \mathfrak{R}_{j\omega}^0 N_{\omega}^0 \frac{g_j}{g_f} N_f \hbar\omega_R^0 c S(\omega_R^0 - \omega_a^0), \\ \frac{dI_R}{dz} &= - \frac{\pi^2 c^2}{(\omega_R^0)^2} \mathfrak{R}_{j\omega}^0 \frac{g_j}{g_f} N_f S(\omega_R^0 - \omega_a^0) I_R = \mu(\omega_R^0 - \omega_a^0) I_R, \end{aligned} \quad (6.17)$$

где  $\mu(\omega_R^0 - \omega_a^0)$  – коэффициент поглощения на частоте зондирующего луча  $\omega_R^0$ , который реально зависит от величины расстройки, т. е. от разности частоты зондирующего излучения  $\omega_R^0$  и частоты центра линии поглощения  $\omega_a^0$ .

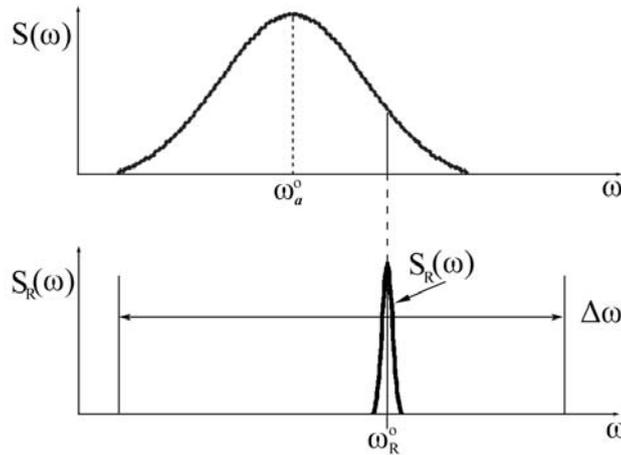


Рис. 6.1. Условия регистрации поглощения с узкой полосой зондирующего излучения

Выражение (6.17) легко интегрируется по  $z$ :

$$\frac{\ln\left(\frac{I_R^0}{I_R}\right)}{\frac{\pi^2 c^2}{(\omega_R^0)^2} \Re_{if} \frac{g_j}{g_f} S(\omega_R^0 - \omega_a^0)} = \int_0^l N_j dx \approx N_j l. \quad (6.18)$$

Измеренное изменение интенсивности  $I_R^0 / I_R$ , равное отношению зондирующего падающего  $I_R^0$  к прошедшему  $I_R$  излучению, при известной линии поглощения позволяет определить среднюю по длине измерения  $l$  концентрацию газа  $N_j$  в состоянии  $j$ .

Во втором случае источник обладает широким спектром, существенно превышающим ширину линии поглощения (рис. 6.2), но приемная регистрирующая аппаратура имеет очень высокое спектральное разрешение, существенно превышающее ширину линии поглощения.

В этом случае величина  $\Delta\omega$  принимается настолько малой, что под интегральное выражение в (6.15) можно вынести из-под знака интеграла при значении  $\omega = \omega_p$ , т. е. частоте  $\omega_p$ , на которую настроена регистрирующая аппаратура. Важно, что регистрируемая интенсивность  $I$  в этом случае зависит от величины  $\Delta\omega$ :

$$I_p = \int_{\Delta\omega} \hbar\omega N_\omega^0 c S(\omega) d\omega = \int_{\Delta\omega} I_\omega d\omega \approx I_\omega(\omega_p) \Delta\omega,$$

где  $I_\omega(\omega_p)$  – интенсивность источника на частоте регистрации  $\omega_p$ .

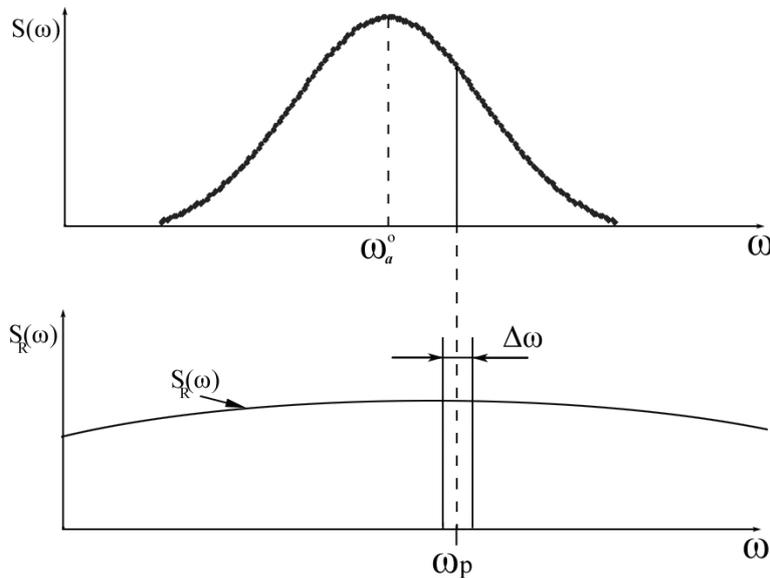


Рис. 6.2. Условия регистрации поглощения с широкой полосой зондирующего излучения

После указанных преобразований из выражения (6.15) легко получим

$$\frac{\ln \left[ \frac{I_{\omega}^0(\omega_p)\Delta\omega}{I_{\omega}(\omega_p)\Delta\omega} \right]}{\frac{\pi^2 c^2}{(\omega_p)^2} \Re_{if}^0 \frac{g_j}{g_f} S(\omega_p - \omega_a^0)} = \int_0^l N_j dx \approx N_j l,$$

которое, как и (6.18), позволяет измерять среднее значение концентрации атомов  $N_j$ .

### 6.5. Изменение поглощения под влиянием падающего излучения

Рассмотрим стационарный режим. Пренебрегая  $A_f$  и решая систему (6.12), для стационарного режима и однородно уширенной линии (столкновительное уширение) получим

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \int_{\Delta\omega} \frac{\tau}{\hbar\omega} \sigma_{fi} I_{\omega} d\omega}.$$

Здесь  $\mu_0$  – невозмущенный коэффициент поглощения;  $\mu$  – коэффициент поглощения при наличии излучения;  $\tau$  – характерное время релаксации энергии, установление равновесия.

Как видно, под действием поля излучения инверсия заселенности уровней снижается, так что коэффициент  $\mu$  меньше коэффициента поглощения  $\mu_0$  в отсутствие поля излучения. Величину  $I_{\text{нас}} = \hbar\omega / \tau\sigma_{fi}$  обычно называют энергией насыщения, и критическое значение мощности  $\int I_{\omega} d\omega = I_R$ , при котором коэффициент поглощения уменьшается в два раза, равно  $I_R = I_{\text{нас}}$ .

Несколько иная картина взаимодействия наблюдается при доплеровском (т. е. неоднородном) контуре уширения линии поглощения и узком однородно уширенном зондирующем излучении. Не останавливаясь на анализе этого случая подробно, отметим, что в этом случае уменьшение поглощения будет наблюдаться только в пределах ширины линии зондирующего луча. Интенсивность этого процесса будет зависеть как от скорости диффузии молекул в пространстве скоростей, которая приводит к формированию равновесного распределения, так и от интенсивности лазерного излучения, и требует детального анализа.

## Глава 7

### Термодинамические свойства газовой смеси

При оптической диагностике газового потока важную роль играет заселенность отдельных уровней энергии, от которой определяющим образом зависит эффективность взаимодействия зондирующего излучения с веществом. Заселенность уровней при этом определяется процессами в газе, состояние которого очень часто существенно отличается от равновесного, и именно это состояние газа мы и желаем определить оптическим методом. Однако поскольку даже в неравновесной газовой системе мы будем предполагать наличие подсистем, в которых реализуется частичное состояние равновесия, остановимся вначале на основных закономерностях, характеризующих состояние полного или частичного равновесия. При этом отметим, что при подготовке диагностических систем и выборе метода диагностики важно понимать, в каком состоянии находится объект исследования.

#### 7.1. Понятие равновесной температуры отдельных степеней свободы газовой смеси

При наличии равновесия *поступательные степени свободы* описываются распределением Максвелла. Средняя кинетическая энергия молекулы  $W = 3kT/2$  и средняя скорость  $V = 8kT/\pi m$ . Характерное время установления равновесия определяется частотой столкновений

$$\gamma_{if} \sim \nu_a \cong \sigma N_a V \cong 2,5 \cdot 10^{-10} N_a \text{ с}^{-1}.$$

При  $\sigma \cong 5,5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ ,  $V \cong 4,6 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ ,  $N_a \geq 1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$  (азот при нормальных условиях) получим  $\gamma_{if} \sim \nu_a \cong 4 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Характерное время установления равновесия  $\tau_{\text{столк}} = 1/\nu_a = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ с}$ .

Энергия *вращательного* кванта мала (см. гл. 5). Время установления равновесия совпадает с временем поступательной релаксации  $\tau_{\text{столк}}$ . Энергию вращательного уровня двухатомной молекулы можно записать как

$$W_{\text{вр}} = \hbar^2 J(J+1) / 2I = BJ(J+1).$$

Концентрация атомов определяется распределением Больцмана:

$$N(J, \nu) = (N_\nu / Q_{\text{вр}})(2J+1) \exp[-BJ(J+1)hc / kT], \quad (7.1)$$

где  $N_\nu$  – концентрация молекул на колебательном уровне  $\nu$ ;  $Q_{\text{вр}}$  – нормировочный множитель. Распределение заселенности по вращательным уровням показано на рис. 4.5.

Величина  $\theta_{\text{вр}} = hcB / k$  имеет размерность температуры и называется характеристической вращательной температурой. Значение  $\theta_{\text{вр}}$  для простейших молекул равно 85,4 К ( $\text{H}_2$ ), 2,86 К ( $\text{N}_2$ ), 0,57 К ( $\text{CO}_2$ ). Для подавляющего ко-

## 7.1. Понятие равновесной температуры отдельных степеней свободы газовой смеси

личества аэродинамических экспериментов величина характеристической температуры много меньше поступательной температуры газа. Важно отметить, что во всех практически важных случаях, вращательная температура равна поступательной.

Величина статистической суммы [17; 18]

$$Q_{\text{вр}} = T / \sigma \theta_{\text{вр}},$$

где  $\sigma$  – фактор симметрии:  $\sigma = 1$  для асимметричных молекул (например, CO) и  $\sigma = 2$  для симметричных двухатомных ( $O_2$ ,  $N_2$  и т. д.) и линейных ( $CO_2$ ) молекул. В отношении нелинейных молекул выражение для статистической суммы сложнее. Таким образом, для линейных молекул средняя энергия:

$$W_{\text{вр}} = kT / 2,$$

и нелинейных

$$W_{\text{вр}} = 3kT / 2.$$

В простейшей модели невырожденного гармонического *осциллятора* для уровней энергии  $W_k = \hbar\omega_0 (v + 1/2)$  и равновесное распределение для заселенности:

$$N_k = \left(\frac{N}{Q_k}\right) \exp\left(-\frac{\hbar\omega_0 v}{kT_k}\right),$$

где  $\omega_0$  – частота колебаний;  $T_k$  – колебательная температура;  $Q_k$  – статистическая сумма по колебаниям. Комбинацию  $\vartheta_k = \hbar\omega_0 / k$  называют характеристической колебательной температурой, значения которой для двухатомных молекул равны 465 К ( $Br_2$ ), 807 К ( $Cl_2$ ), 2 240 К ( $O_2$ ), 3 084 К (CO), 3 354 К ( $N_2$ ), 6 000 К ( $H_2$ ); для трех основных типов нормальных колебаний молекулы  $CO_2$  – 1 997 К ( $\nu_1$ ), 960 К ( $\nu_2$ ), 3 380 К ( $\nu_3$ ).

Статистическая сумма по колебаниям

$$Q_k = [1 - \exp(-\vartheta_k / T_k)].$$

Запас колебательной энергии в отдельной моде в расчете на одну молекулу (средняя энергия)

$$W_k = k\vartheta_k [\exp(\vartheta_k / T_k) - 1]^{-1}.$$

С увеличением температуры данной колебательной моды величина  $W_k$  растет от нуля до своего классического значения  $kT$ , так что, например,  $W_k / kT$  равно 0,313; 0,582 и 0,771 при  $T_k / \vartheta_k$ , равном 0,5; 1 и 2 соответственно.

Для возбуждения *электронных уровней* энергии требуются высокие температуры ( $kT = 1$  эВ и более), которые достигаются в электрических разрядах, например дугах, при детонации и при распространении мощных ударных волн. Простую модель возбуждения построить трудно. Обычно приходится проводить рассмотрение каждого электронного состояния индивидуально, опираясь на описание электронных спектров атомов и молекул (см. гл. 4, 5).

## 7.2. Кинетика колебательного обмена энергией

В неравновесном случае изменение заселенности энергетических уровней может происходить либо при столкновении молекул между собой, либо при излучении или поглощении излучения. Различные аспекты взаимодействия излучения с веществом обсуждались в предыдущих главах. Здесь кратко рассмотрим безызлучательные переходы, происходящие при столкновении молекул.

В молекулярной газовой среде можно рассматривать следующие процессы энергетического обмена:

- установление равновесия поступательных степеней свободы или  $TT$ -обмен (такие столкновения называются упругими);
- столкновения молекул сопровождаются переходом части энергии во вращение, колебания или электронное возбуждение (неупругие столкновения);
- столкновения могут приводить к изменению химического состава газа, т. е. сопровождаться химическими реакциями.

В п. 7.1 дан анализ скорости обмена энергией для упругих и неупругих столкновений при возбуждении вращательных степеней свободы. Рассмотрим более подробно характерные времена неупругих столкновений, обеспечивающих релаксацию колебательных уровней энергии [17]. Можно выделить следующие случаи:

- установление равновесного распределения внутри одной моды, т. е.  $VV$ -обмен;
- обмен энергией между разными колебательными модами как одной многоатомной молекулы, так и разных молекул,  $V^1V^2$ -обмен;
- релаксация колебательной энергии в поступательные степени свободы, или  $VT$ -обмен.

Рассмотрим  $VT$ -обмен [17]. Возбуждение колебательных уровней происходит с изменением колебательного квантового числа  $\nu$  на единицу. Сечение возбуждения

$$\sigma_{01} = \sigma_A P_{01}, \quad (7.2)$$

где  $\sigma_A$  – сечение упругого столкновения;  $P_{01}$  – вероятность возбуждения первого колебания  $\nu = 1$ . Вероятность возбуждения уровней с  $\nu > 1$  растет пропорционально  $\nu$ :

$$P_{\nu-1,\nu} = \nu P_{01},$$

$$P_{01} \approx \exp\left(-\frac{3\mathcal{G}'}{2T_K}\right)^{\frac{1}{3}},$$

где  $\mathcal{G}' = 4\pi^2 \mu \omega_0^2 / \alpha k$ ;  $\mu$  – приведенная масса сталкивающихся молекул;  $\alpha = (\pi / \sigma_A)^{1/2}$  – обратный радиус взаимодействия.

Используя принцип детального равновесия для обратного процесса – передачи энергии от колебаний в тепло, получим

$$P_{01} = P_{10} \exp(-\mathcal{G}_K / T_K). \quad (7.3)$$

Релаксационное уравнение для колебательной энергии:

$$d\omega_K / dt = (\omega - \omega_K) / \tau_K,$$

где время колебательной релаксации

$$\tau_K = (v_A P_{10})^{-1} \cdot [1 - \exp(-\vartheta_K / T_K)]^{-1}.$$

Полуэмпирическая формула для VT-релаксации приведена в [18]:

$$\ln(p\tau_K) = 1,16 \cdot 10^{-3} \mu^{1/2} \vartheta_K^{4/3} (T_K^{-1/3} - 0,015 \cdot \mu^{1/4}) - 18,42$$

( $\tau_K$  выражено в секундах,  $p$  - в атмосферах,  $T$  - в градусах Кельвина).

Колебательно-колебательный обмен в принципе подчиняется тем же закономерностям: (7.2) и (7.3). Принципиальную роль в нем играют разность энергетических уровней или дефекты энергии, которые экспоненциально сильно ослабляют скорости процесса. Ниже в качестве примера, демонстрирующего масштабы характерных времен, приведены некоторые экспериментальные данные времен релаксации (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Тушащий газ	He	N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
$\tau_K$ , [с/торр] для газов CO <sub>2</sub> (001), N <sub>2</sub> , O <sub>2</sub>	$\tau_K = 1 / 85 p$	$\tau_K = 1 / 110 p$	$\tau_K = 1 / 365 p$

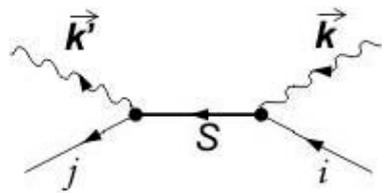
Приведено время релаксации VT-процесса для больших квантов колебательной энергии в зависимости от давления  $p$  в миллиметрах ртутного столба (торр). Время релаксации VT  $\tau_K$  [с/атм] для малого кванта колебательной энергии CO<sub>2</sub> (01<sup>1</sup> 0) → CO<sub>2</sub> (00<sup>0</sup> 0) составляет 5·10<sup>-6</sup> (Ar), 1,5·10<sup>-6</sup> (N<sub>2</sub>), 10<sup>-7</sup> (He), 10<sup>-8</sup> (H<sub>2</sub>O). Время резонансного (т. е. когда дефект энергии мал) колебательного обмена между N<sub>2</sub> и CO<sub>2</sub> (001) составляет  $\tau_K$  [с/мм. рт. ст.] = 1/(16·10<sup>3</sup>).

## Глава 8 Рассеяние фотона на атомах

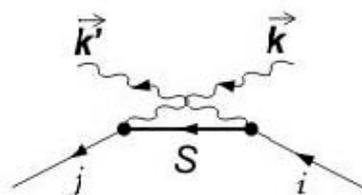
### 8.1. Рассеяние света

Рассеяние света является одним из самых перспективных методов диагностики газодинамического потока. Полная интенсивность рассеянного сигнала в большинстве случаев пропорциональна концентрации. Это позволяет, применяя, например, метод лазерного ножа (см. ч. 3), получить пространственное распределение концентрации газа. Регистрация спектра рассеянного сигнала позволяет определить скорость (на основе эффекта Доплера) и температуру различных степеней свободы, т. е. поступательную, вращательную и колебательные температуры газа. В этой и последующих двух главах мы рассмотрим основные особенности рассеяния света на атомах, молекулах и частицах примеси в газах, которые обуславливают возможности каждого из этих процессов и позволяют планировать постановку диагностики в газодинамическом эксперименте.

Рассмотрим процесс рассеяния, в котором начальное состояние содержит атом в  $i$ -состоянии и падающий фотон с энергией  $\hbar\omega$ , а конечное – атом в  $j$ -состоянии и фотон с энергией  $\hbar\omega'$  [6]. Процесс включает поглощение падающего кванта и затем испускание конечного (рис. 8.1, а). В промежуточном состоянии квантов нет, атом же находится в промежуточном (виртуальном) состоянии  $s$  с энергией  $W_s = E_s$ . В другом способе (рис. 8.1, б) атом сначала испускает конечный квант, а затем поглощает начальный.



а)



б)

Рис. 8.1. Диаграммное описание трех видов взаимодействия, дающих вклад в процесс рассеяния

Промежуточное состояние включает атом и два кванта и имеет энергию

$$W_s = E_s + \hbar\omega + \hbar\omega'.$$

Эксперименты показывают, что при облучении среды наблюдается рассеяние света, длина которого содержит различные компоненты:

а) совпадающие с длиной волны падающего света (рэлеевское рассеяние на атомах), и  $E_i = E_j$ ;

б) отличающиеся от падающего на величину энергии кванта, характеризующего переходы в атоме,  $\hbar\omega' = \hbar\omega \pm \Delta E_{ij}$ .

Различают две компоненты рассеянного излучения: стоксову  $\hbar\omega' = \hbar\omega - \Delta E_{ij}$  и антистоксову  $\hbar\omega' = \hbar\omega + \Delta E_{ij}$ .

Вероятность процесса [19]

$$d\mathcal{R}_{ji} = (2\pi/\hbar) |V_{ji}|^2 \rho \delta(E_i + \hbar\omega - E_j - \hbar\omega') \hbar d\omega', \quad (8.1)$$

где  $\rho$  – плотность конечных состояний

$$\rho = \frac{Vk^2 dk d\Omega}{(2\pi)^3 dE} \approx \frac{V\omega^2}{(2\pi)^3 \hbar c^3} d\Omega. \quad (8.2)$$

Матричный элемент процесса определяется вторым порядком теории возмущений:

$$V_{ji} = \sum_s \frac{V_{js} V_{si}}{E_i + \hbar\omega - W_s}. \quad (8.3)$$

Для оценки матричных элементов используем эффективное дипольное взаимодействие:

$$V_{si} = -(\varepsilon d_{si}) \text{ и } \varepsilon = -\partial A / c \partial t. \quad (8.4)$$

Подставляя (8.4) в (8.3) и учитывая два возможных канала рассеяния с  $W_s = E_s$  и  $W_s = E_s + \hbar\omega + \hbar\omega'$ , для матричного элемента получим

$$V_{ji} = \frac{\omega\omega' A_\omega A_{\omega'}}{c^2} \frac{\exp(i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\mathbf{r})}{\hbar} \left[ \frac{(\mathbf{d}_{js}\mathbf{e}_{\omega'}) (\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_\omega)}{(\omega - \omega_{si})} - \frac{(\mathbf{d}_{js}\mathbf{e}_\omega) (\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_{\omega'})}{(\omega' + \omega_{si})} \right], \quad (8.5)$$

где  $\hbar\omega_{si} = E_s - E_i$ ,  $|A_\omega|^2 = (2\pi\hbar c^2 / \omega)(N_\omega / V)$  и  $|A_{\omega'}|^2 = 2\pi\hbar c^2 / \omega V$ , т. е.  $N_{\omega'} = 1$  – рассеян один фотон.

Для нахождения эффективного сечения рассеяния кванта в элемент телесного угла  $d\Omega$  нужно вероятность  $d\mathcal{R}_{ji}$  (8.1) проинтегрировать по энергии  $\hbar\omega' = \hbar\omega - \hbar\omega_{ji}$  и воспользоваться соотношением

$$d\mathcal{R}_{ji} = (2\pi / \hbar) |V_{ji}|^2 \rho = (N_\omega / cV) d\sigma. \quad (8.6)$$

Здесь  $(N_\omega / V) / c$  – плотность потока налетающих фотонов. Из (8.6) с учетом (8.5) и (8.2) получим соотношение, называемое дисперсионной формулой Крамерса – Гейзенберга:

$$\frac{d\sigma_{ji}}{d\Omega} = \frac{\omega\omega'^3}{\hbar^2 c^4} \left| \sum_s \left[ \frac{(\mathbf{d}_{js}\mathbf{e}_{\omega'}) (\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_\omega)}{(\omega - \omega_{si})} - \frac{(\mathbf{d}_{js}\mathbf{e}_\omega) (\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_{\omega'})}{(\omega' + \omega_{si})} \right] \right|^2. \quad (8.7)$$

## 8.2. Резонансная флуоресценция

При приближении к резонансу ( $\omega \rightarrow \omega_{si}$ ) сечение (8.7) неограниченно растет. Как и при рассмотрении поглощения (2.31), необходимо учитывать естественную ширину уровней, т. е. сделать замену  $E_s \rightarrow E_s - (i\hbar/2)\gamma_s$ . Тогда главный (резонансный) член сечения (8.7) примет вид:

$$\frac{d\sigma_{ji}}{d\Omega} = \frac{\omega\omega'^3}{\hbar^2 c^4} \left| \sum_s (\mathbf{d}_{js}\mathbf{e}_{\omega'}) (\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_\omega) \right|^2 \left[ \frac{1}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2 / 4)} \right]. \quad (8.8)$$

Здесь – суммирование по состояниям системы  $v_s$ , имеющим энергию  $E_s$  (например, по проекциям момента).

Полное резонансное поперечное сечение  $\sigma$  получается из (8.8) посредством интегрирования по телесному углу  $\Omega$  (определяемому направлением волнового вектора рассеянного фотона) и суммирования вкладов двух поляризаций

$$2 \int |\mathbf{d}_{js} \mathbf{e}_{\omega'}|^2 d\Omega = \frac{8\pi}{3} |\mathbf{d}_{js}|^2.$$

До сих пор при вычислении рассматривалось рассеяние на одном атоме. В этом случае угол между  $\mathbf{d}_{si}$  и поляризацией  $\mathbf{e}_{\omega}$  имеет некоторое значение, случайным образом определенное в интервале  $\theta = 0/\pi$ . Для сравнения с экспериментом необходимо учесть, что поток фотонов рассеивается на большом числе атомов, и сечение получается усредненное по всем возможным углам  $\theta$ . Учитывая, что при равновероятном распределении по углам  $dW(\Omega) = \sin\theta d\theta/2$  среднее значение  $\cos^2\theta$  равно  $1/3$ , получим

$$\sigma_{ji} = \frac{8\pi \omega \omega'^3}{9 \hbar^2 c^4} \frac{|\mathbf{d}_{js}|^2 |\mathbf{d}_{si}|^2}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2/4)}. \quad (8.9)$$

Напомним, что  $\gamma_s = \sum_k \Re_{ks}$  [17], где

$$\Re_{ks} = (4\omega_{sk}^3 / 3\hbar c^3) |\mathbf{d}_{ks}|^2 \quad (8.10)$$

есть вероятность перехода с уровня  $s$  на уровень  $k$ . С учетом (8.10) и того, что  $\gamma_s \ll \omega$  вблизи резонанса  $\omega \approx \omega_{si}$  и  $\omega' \approx \omega_{sj}$ , выражение (8.9) может быть записано в виде

$$\sigma_{ji} = \frac{\pi \omega \omega'^3 c^2}{2 \omega_{si}^3 \omega_{sj}^3} \frac{\Re_{si} \Re_{js}}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2/4)} \approx \frac{\pi c^2}{2 \omega_{si}^2} \frac{\Re_{si} \Re_{js}}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2/4)}. \quad (8.11)$$

Таким образом, выражение (8.11) описывает полное сечение резонансной флуоресценции с поглощением фотона с энергией  $\hbar\omega$ , возбуждением атома из состояния  $i$  в состояние  $s$ , последующим высвечиванием фотона  $\hbar\omega' = \hbar\omega + E_i - E_j$  и переходом атома в состояние  $j$ . Полное сечение неупругого рассеяния можно получить из (8.11) суммированием по всем конечным состояниям  $j$ , лежащим ниже  $s$ :

$$\sigma_i = \sum_{j < s} \sigma_{ji} = \frac{\pi c^2}{2 \omega^2} \frac{\Re_{si} \gamma_s}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2/4)},$$

где  $\omega \sim \omega_{si}$  и  $\gamma_s = \sum_{j < s} \Re_{js}$ .

Рассмотрим случай  $i = j$  и  $\omega' = \omega$ , т. е. *упругое резонансное рассеяние*. Примем также, что атом первоначально находился в основном состоянии. Тогда из (8.11) резонансное сечение

$$\sigma = \frac{\pi c^2}{2 \omega^2} \frac{\Re_{1s}^2}{(\omega - \omega_{s1})^2 + (\gamma_s^2/4)},$$

и в случае точного резонатора  $\omega = \omega_{s1}$  получим

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{\Re_{1s}^2}{\gamma_s^2}.$$

Отметим, что  $\gamma_s = \sum_n \mathfrak{R}_{ns}$ , и, следовательно,  $\mathfrak{R}_{1s}$  – частный вклад в ширину состояния  $s$ . Если  $s$  – первое возбужденное состояние, то  $\mathfrak{R}_{1s} = \gamma_s$  и  $\sigma = \lambda^2/2\pi$ .

Таким образом, удивительные свойства резонансного рассеяния одинаково присущи как упругому, так и неупругому процессам.

### 8.3. Упругое рассеяние

Теперь рассмотрим случай упругого рассеяния при энергии начального кванта  $\hbar\omega$ , много большей энергии первого возбужденного состояния. Простая оценка полного сечения может быть получена из (8.7) в предположении  $|d_{s1}|^2 \approx e^2 a^2$  и  $\hbar\omega \sim e^2/a$ . Тогда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{\omega^2 e^4 a^4}{\hbar^2 c^4} \approx \alpha^4 a^2 \approx Z^2 r_0^2.$$

Здесь  $r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона. Таким образом, сечение нерезонансного взаимодействия оказывается очень мало. Точное выражение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z^2 r_0^2 (\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_{\omega'})$$

получим, используя (8.7), учитывая влияние всех уровней на рассеяние и применяя правило сумм осцилляторов.

Другой предельный случай, когда  $\hbar\omega$  много меньше энергии атомных переходов из основного состояния (рэлеевское рассеяние). Оценка сечения получается из (8.7), если предположить, что  $|d_{s1}|^2 \approx e^2 a^2$  и  $\hbar\omega \sim e^2/a$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\omega^4 e^4 a^4}{\omega_{s1}^2 \hbar^2 c^4} \approx \alpha^4 a^2 \left( \frac{\omega}{\omega_{s1}} \right)^4 \approx Z^2 r_0^2 \left( \frac{\omega}{\omega_{s1}} \right)^4.$$

Точное выражение из (8.7) с суммированием вклада всех состояний может быть получено для атома водорода:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{81}{64} r_0^2 \left( \frac{\omega}{\omega_R} \right)^4 (\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_{\omega'})^2, \quad (8.12)$$

где  $\hbar\omega_R = me^4 / 2\hbar^2$ .

Рассмотренный случай описывает рассеяние фотонов оптических частот в газах. В частности, сильное рассеивание голубого цвета, т. е. больших частот, объясняет голубой цвет неба и красный цвет солнца на закате.

## Глава 9 Рассеяние фотонов на молекулах

### 9.1. Рэлеевское рассеяние

С точки зрения классической физики в основе рассеяния света лежит эффект поляризуемости молекул (см. также гл. 3) под действием внешнего поля. Так как молекула принимается исходно изотропной, то ось дипольного момента согласно (2.19) направлена вдоль электрического вектора возбуждающего поля. Под действием падающего света молекулы совершают вынужденные колебания и излучают волны. Если среда оптически однородна, в которой диэлектрическая проницаемость (2.29), (2.30), а значит, и показатель преломления не зависят от координат и являются постоянными по всему объему среды, то вследствие равномерного расположения молекул рассеяние такой среды отсутствует. Вторичные волны гасят друг друга в результате интерференции, так как для каждого микрообъема газа найдется такой объем, рассеянная волна от которого будет в противофазе.

Однако в реальных газах расположение молекул в пространстве не регулярное, а хаотическое, и их концентрация претерпевает малые изменения во времени и в пространстве (флуктуации). Это, наряду с тепловым движением, приводит к тому, что полного гашения рассеянного излучения не происходит, т. е. излучение от различных микрообъемов газа становится независимым и некогерентным, и происходит сложение интенсивностей, а не фаз отдельных рассеянных потоков. Следовательно, рассеяние в единицу телесного угла из единицы объема, содержащего  $N_\alpha$  молекул, в  $N_\alpha$  раз больше дифференциального сечения рассеяния одной молекулы. Сечение рассеяния на отдельной молекуле можно получить методами квантовой механики. Подобное рассеяние в газах при размерах неоднородностей плотности не более  $(0,1-0,2)\lambda$  называют рэлеевским рассеянием.

Рассеяние света на молекулах можно получить также и в рамках классических приближений, рассматривая поляризацию малой частицы с радиусом  $r \leq 0,03\lambda$  [20] во внешнем электромагнитном поле. Сечение рассеяния отдельной молекулой, отнесенное к единице телесного угла, оказывается равным

$$\sigma_p(\theta) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \sin^2 \theta, \quad (9.1)$$

где  $r$  – размер молекулы;  $n$  – показатель преломления среды;  $\theta$  – угол между осью диполя (направление наведенного диполя совпадает с направлением поляризации поля) и направлением наблюдения. Ясно, что для рассматриваемого случая линейной поляризации и неполярной молекулы диаграмма рассеяния имеет вращательную симметрию относительно вектора поляризации или оси диполя, т. е. имеет форму тора с бесконечно малым отверстием вдоль

оси диполя. Рассеянное излучение сохраняет линейную поляризацию, причем электрический вектор последнего лежит в плоскости, образованной осью диполя и направлением наблюдения.

Отметим, что рассеяние на молекуле (9.1) полностью соответствует рассеянию на атоме (8.12). Полное сечение рассеяния можно определить следующим образом:

$$\sigma_p = \int_0^{4\pi} \sigma_p(\theta) d\Phi,$$

где  $d\Phi = 2\pi \sin\theta d\theta$ . В результате получим

$$\sigma_p = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2.$$

При  $\lambda = 0,55$  мкм для молекулы азота  $\sigma_p = 4,6 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup>.

Полученная величина сравнима с рассеянием на атоме. Для столь малых частиц применимо понятие эффективности рассеяния  $Q_p$ , равное отношению сечения рассеяния к его метрическому сечению частицы  $\pi r^2$ ,

$$Q_p = \frac{128\pi^4}{3} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \cdot \left( \frac{r}{\lambda} \right)^4.$$

Рассеяние с единицы объема можно описать выражением

$$\beta_p(\theta) = N_a \sigma_p(\theta) = \frac{16\pi^4 r^6}{\lambda^4} N_a \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \sin^2 \theta.$$

На рис. 9.1 показаны диаграммы рассеяния в плоскости, проходящей через ось диполя (вверху), и в плоскости, перпендикулярной к этой оси (внизу). В случае неполяризованного излучения выражение (9.1) трансформируется в следующее выражение:

$$\beta_p(\vartheta) = \frac{8\pi^4 r^6}{\lambda^4} N_a \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 (1 + \cos^2 \vartheta),$$

где угол  $\vartheta$  отсчитывается от направления волнового вектора  $\mathbf{k}$  падающей волны. На рис. 9.2 показано, что в этом случае рассматриваются две волны  $\mathbf{E}_\perp$  и  $\mathbf{E}_\parallel$ , распространяющиеся вдоль оси X.

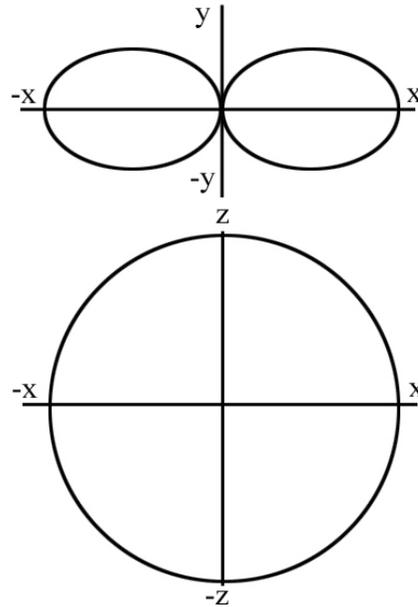


Рис. 9.1. Диаграммы рассеяния диполя

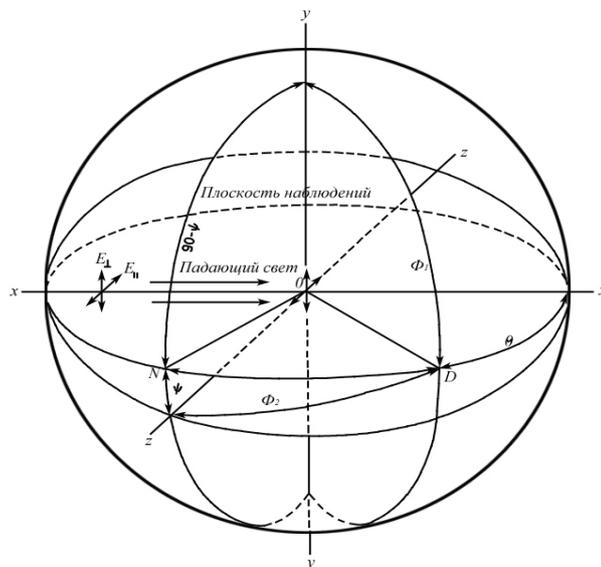


Рис. 9.2. Система координат, поясняющая геометрию рассеяния для не поляризованного падающего света

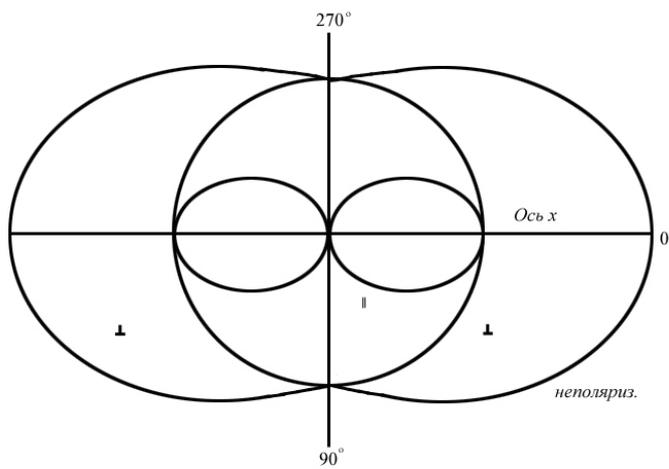


Рис. 9.3. Диаграмма рассеяния неполяризованного света в плоскости наблюдения

Рассеянный свет (рис. 9.3) состоит из двух линейно поляризованных компонент, электрические векторы которых перпендикулярны и параллельны плоскости наблюдения соответственно. И только под углом  $\vartheta = 90^\circ$  рассеянный свет полностью поляризован. Отметим, что полный коэффициент рассеяния не зависит от вида поляризации:

$$\beta_p = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} N_a \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2. \quad (9.2)$$

## 9.2. Рассеяние света крупными монодисперсными частицами (рассеяние МИ)

Рассеяние света частицами, радиус которых превышает  $\sim 0,03$  длины волны падающего света, называют рассеянием МИ. По мере роста отношения размера частицы к длине волны, т. е. параметра  $\alpha$ , происходит постепенный переход от рэлеевского рассеяния к рассеянию МИ. Параметр

$$\alpha = 2\pi r/\lambda = (kr)$$

называется оптическим радиусом частицы. Рассеяние МИ с ростом  $\alpha$  характеризуется следующими особенностями:

- сложная зависимость интенсивности рассеянного света от угла наблюдения;
- увеличение отношения рассеяния вперед к рассеянию назад;
- малая зависимость величины рассеяния от длины волны при больших значениях параметра  $\alpha$ .

Например, голубой цвет неба является иллюстрацией рэлеевского рассеяния на молекулах воздуха и сильной зависимости его интенсивности от длины волны. Облака с большими частицами воды – белые, это рассеяние МИ. Характерные размеры частиц в атмосфере воздуха приведены в табл. 9.1. [20].

Таблица 9.1

Тип рассеивающих частиц	Радиус, мкм	Концентрация, см <sup>-3</sup>
Молекулы воздуха	$10^{-4}$	$3 \cdot 10^{19}$
Частицы дымки	$10^{-2} - 1,0$	$10^3 - 10$
Капли тумана	$1,0 - 10$	$100 - 10$
Капли облаков	$1,0 - 10$	$300 - 10$
Капли дождя	$10^{-2} - 10^4$	$10^{-2} - 10^{-5}$

Угловое распределение интенсивности для нескольких значений параметра  $\alpha$  приведено на рис. 9.4.

Свет, рассеянный частицей под углом  $\vartheta$ , может быть описан двумя компонентами интенсивности  $I_{\perp}(\vartheta)$  и  $I_{\parallel}(\vartheta)$ , определяемыми направлением поляризации падающей волны, соответственно перпендикулярной и параллельной

плоскости наблюдения. Эти компоненты пропорциональны двум функциям распределения интенсивности  $i_1$  и  $i_2$  соответственно, которые зависят от  $\alpha$ , угла наблюдения  $\vartheta$  и комплексного показателя преломления  $n$ :

$$c(\lambda) = n(\lambda) + n_i(\lambda), \quad (9.3)$$

где  $n$  и  $n_i$  – действительная и мнимая части показателя преломления, зависящие от длины волны.

Если частицу облучают плоско поляризованной волной, электрический вектор которой перпендикулярен к плоскости наблюдения, то угол относительно вектора поляризации  $\vartheta = 90^\circ$ , и сечение рассеяния

$$\sigma_{P\perp}(\vartheta) = (\lambda^2 / 4\pi^2) i_1.$$

Если падающий свет поляризован и электрическое поле волны параллельно плоскости наблюдения, т. е.  $\theta = 0$ , сечение описывается выражением

$$\sigma_{P\parallel}(\vartheta) = (\lambda^2 / 4\pi^2) i_2.$$

Для неполяризованного света сечение рассеяния определяется как

$$\sigma_P = (\lambda^2 / 4\pi^2) ((i_1 + i_2) / 2).$$

На рис. 9.5 показана интенсивность рассеяния  $i_1$  и  $i_2$  на каплях воды, в зависимости от угла наблюдения, для некоторых значений параметра  $\alpha$ . Указанные значения радиусов капель соответствуют длине волны 0,55 мкм, поглощение равно нулю, и  $n = 1,33$ . Нижние кривые очень близки к рэлеевским характеристикам рассеяния. Функция  $i_1$  практически не зависит от угла  $\vartheta$ . А функция  $i_2$  изменяется сильно, приблизительно пропорционально  $\cos^2 \theta$ , и становится равной нулю при  $\vartheta = 90^\circ$ .

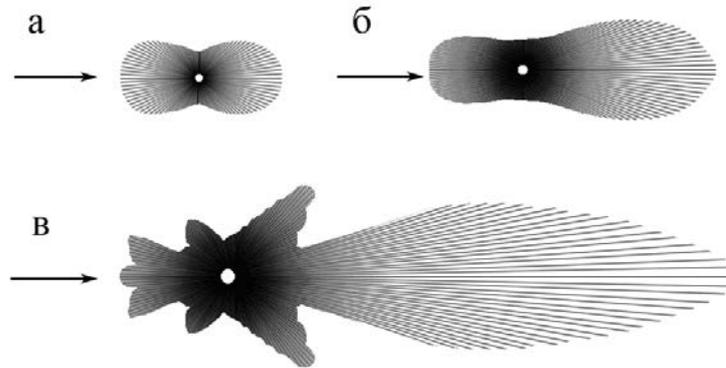


Рис. 9.4. Угловое распределение интенсивности рассеянного света для частиц с различными значениями  $\alpha$ :  $a$  – малые частицы ( $\alpha \leq 1$ );  $b$  – средние частицы ( $\alpha \sim 1$ );  $c$  – большие частицы ( $\alpha \gg 1$ )

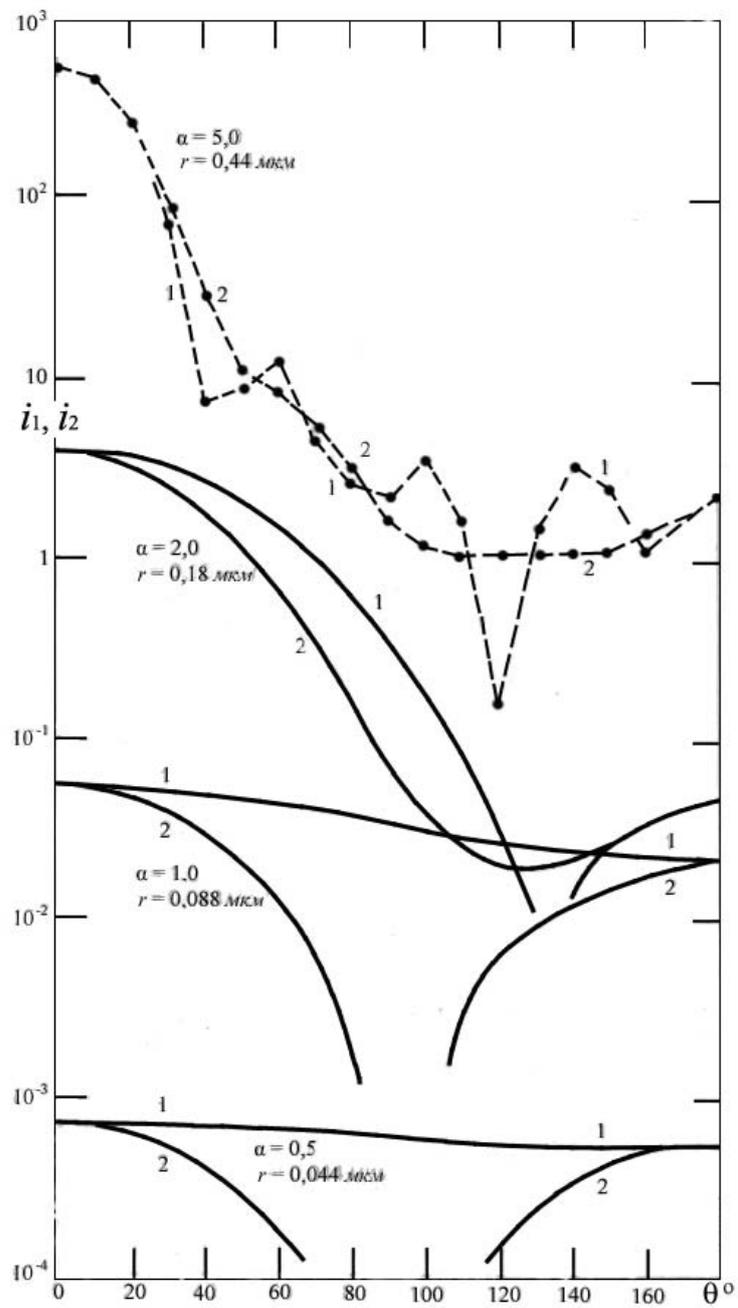


Рис. 9.5. Функция распределения интенсивности для малых непоглощающих сфер с показателем преломления  $n = 1,33$  [17]

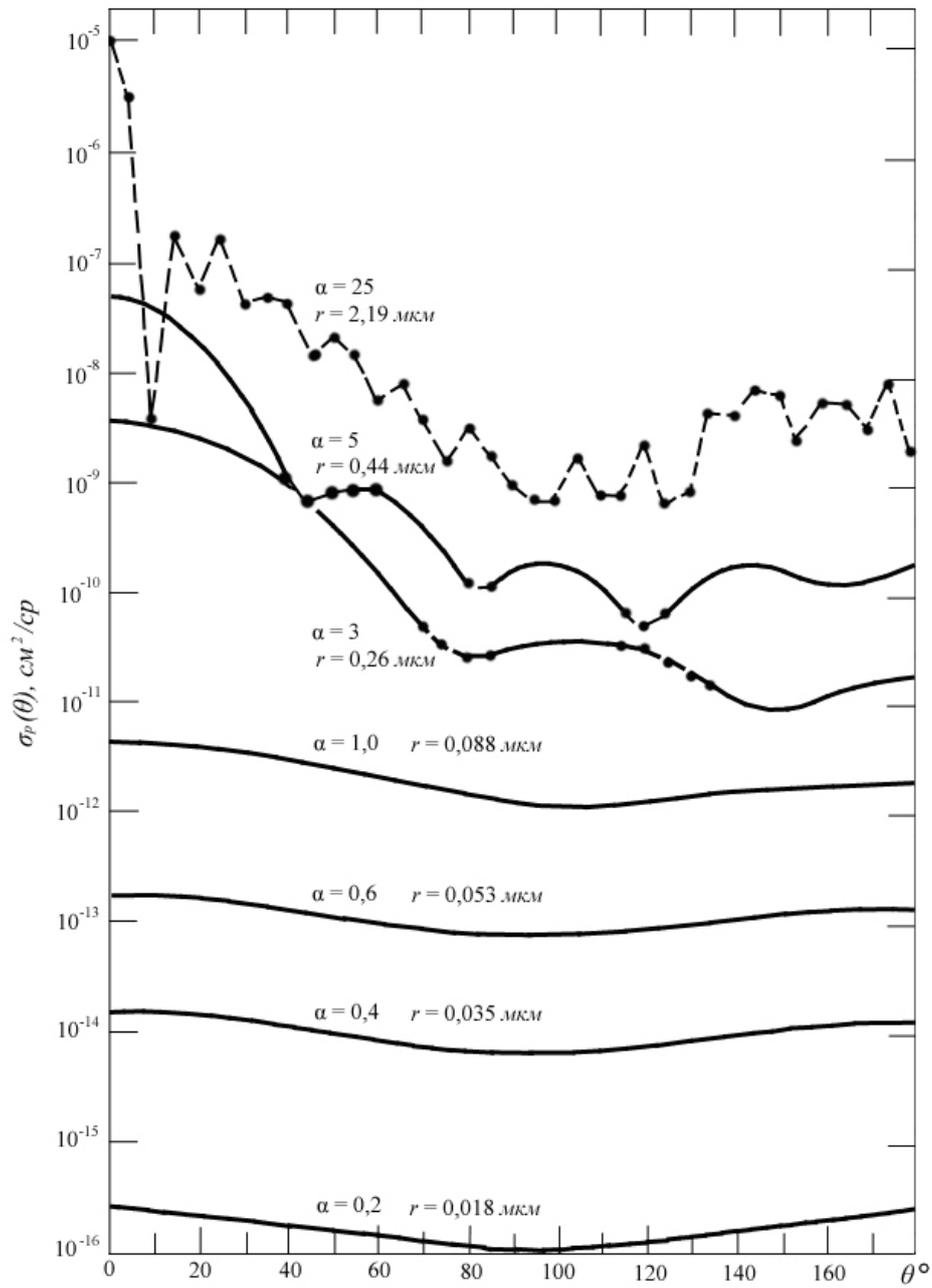


Рис. 9.6. Сечение для углового рассеяния света каплями воды, облучаемыми неполяризованным светом с длиной волны 0,55 мкм [17]

При малых значениях  $\alpha \leq 0,2$  или  $r \leq 0,33\lambda$  для неполяризованного рассеяния справедливо следующее выражение для углового сечения:

$$\sigma_p(\vartheta) = \frac{8\pi^4 r^6}{\lambda^4} \left| \frac{\tilde{n}^2 - 1}{\tilde{n}^2 + 2} \right|^2 (1 + \cos^2 \theta),$$

которое отличается от рэлеевского только заменой  $n$  на комплексный показатель преломления  $c$  и взятием модуля от комплексного выражения.

Как видно из рис. 9.6, с ростом параметра  $\alpha$  индикатриса рассеяния сильно изменяется, появляются дополнительные максимумы и при  $\alpha > 10$  начинает преобладать рассеяние вперед. При монодисперсных частицах по диаграмме рассеяния можно определить размер частиц. При полидисперсных частицах диаграмма рассеяния становится более сглаженной.

### 9.3. Комбинационное (рамановское) рассеяние света молекулами

Комбинационное рассеяние является неупругим нерезонансным процессом, который изменяет внутреннее состояние молекулы. Молекула переходит из состояния, описываемого обобщенным квантовым числом  $i$ , в состояние, описываемое обобщенным квантовым числом  $j$ . Энергия рассеянного фотона  $\hbar\omega'$  отличается от падающего на величину энергии кванта, характеризующего переходы в молекуле:

$$\hbar\omega' = \hbar\omega \pm \Delta E_{ij}.$$

Различают две компоненты рассеянного излучения: стоксову  $\hbar\omega' = \hbar\omega - \Delta E_{ij}$  и антистоксову  $\hbar\omega' = \hbar\omega + \Delta E_{ij}$ . При этом выполняется условие

$$\hbar\omega > \Delta E_{ij}. \quad (9.4)$$

Обобщенное квантовое число включает квантовые числа, определяющие электронные, колебательные и вращательные состояния молекулы. Сечение рассеяния в общем случае описывается дисперсионной формулой Крамерса – Гейзенберга (8.7), в которой суммирование осуществляется по всем вращательным, колебательным и электронным состояниям  $S$  и отсутствует резонансное взаимодействие  $\omega \neq \omega_{sj}$ .

*Чисто вращательный спектр комбинационного рассеяния.* Величина  $\Delta W_{ij}$  определяется только изменением вращательного состояния молекулы. Необходимо отметить, что такое рассеяние не находит широкого применения. Это связано со следующим. Энергия вращательного кванта мала. Для молекул в воздухе ( $N_2$  и  $O_2$ ) она более чем в  $10^3$  раз меньше, чем энергия фотона, используемого для диагностики. Это накладывает жесткие ограничения на спектральную ширину источника облучения и разрешающую способность применяемой спектральной регистрирующей аппаратуры.

Подробнее с чисто колебательным спектром комбинационного (рамановского) рассеяния можно познакомиться в [21; 22]. Здесь лишь отметим некоторые закономерности, присущие спектрам двухатомных молекул. Интенсивность рассеянного излучения в единицу телесного угла пропорциональна

$$I_{\omega,\Omega} \cdot \hbar\omega_j \sigma_p(\vartheta) I_{\omega}^0 b_{j,j\pm 2} N_{v,j},$$

где  $\hbar\omega_J$  – энергия рассеянного фотона при возбуждении молекулы с уровня с вращательным квантовым числом  $J$ ;  $I_\omega^0$  – спектральная интенсивность зондирующего излучения;  $N_{v,J}$  – число молекул в единице объема на заданном уровне с колебательным квантовым числом  $v$  и вращательным  $J$ ;  $b_{J, J\pm 2}$  – коэффициенты, учитывающие зависимость вероятности перехода от  $J$ .

Учитывая, что энергия вращательного кванта двухатомной молекулы

$$W_{\text{вр}}(J) = \hbar^2 J(J+1) / 2I,$$

и в комбинационном спектре возможны переходы с  $\Delta J = \pm 2$ , легко получить величину  $\hbar\omega_J$ .

Для стоксовой компоненты ( $S$ -полоса) вращательная добавка энергии перехода  $J \rightarrow J+2$

$$\Delta W_{\text{вр}}(J) = W_{\text{вр}}(J) - W_{\text{вр}}(J+2) = -4 \frac{\hbar^2}{2I} \left( J + \frac{3}{2} \right), \quad (9.5)$$

а энергия рассеянного кванта

$$\hbar\omega_J = \hbar\omega - 2 \frac{\hbar^2}{I} \left( J + \frac{3}{2} \right).$$

Здесь  $\hbar\omega$  – энергия фотона зондирующего излучения.

Для антистоксовой компоненты ( $O$ -полоса) перехода  $J \rightarrow J-2$  аналогично (9.5) для энергии рассеянного фотона получим

$$\hbar\omega_J = \hbar\omega + 2 \frac{\hbar^2}{I} \left( J - \frac{1}{2} \right).$$

Коэффициенты (Placzek-Teller коэффициенты)

$$b_{J, J+2} = \frac{3(J+1)(J+2)}{2(2J+1)(2J+3)},$$

$$b_{J, J-2} = \frac{3J(J-1)}{2(2J+1)(2J-1)}.$$

Распределение концентрации молекул по колебательно-вращательным уровням  $N_{v,J}$  определяется температурой газа и условиями равновесия. Как уже отмечалось (см. гл. 7) в условиях аэродинамического эксперимента обычно наблюдается равновесие поступательной и вращательной температур. С колебательной температурой ситуация сложнее. Необходимо анализировать каждую конкретную ситуацию отдельно. Для случая условий, близких к нормальным ( $T \leq 300$  К), все молекулы ( $N_2$ ,  $O_2$ ) находятся в нижнем колебательном состоянии, и распределение по вращательным уровням

$$N_J = \frac{N_v}{Q_{\text{вр}}} g_I (2J+1) \exp \left[ - \frac{W_{\text{вр}}(J)}{kT} \right].$$

Здесь использованы обозначения:  $Q_{\text{вр}}$  – статистическая сумма по всем вращательным состояниям;  $g_I = (2I+1)$  – вырождение по спину ядра I;  $N_v = N$  – концентрация молекул в состоянии с колебательным числом  $v$ , которая в рассматриваемом случае совпадает с полной концентрацией молекул  $N$ , а  $v = 0$ .

В табл. 9.2 [21; 22] даны ядерные спины и некоторые другие параметры двухатомных молекул, интересных для газовой динамики и проблем горения. На рис. 9.7 в качестве примера приведены результаты расчета вращательного спектра комбинационного рассеяния молекул  $N_2$  при различных температурах. Относительная интенсивность линий найдена из расчета величин  $b_{J,J\pm 2} N_J$ .

Таблица 9.2

Показатель	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
Ядерный спин, $I$	0	1/2	1
Вырождение ( $2I + 1$ )	1	2	3
Статистический вес:			
нечетные $J$	1	3	3
четные $J$	0	1	6
Относительная интенсивность линий комбинационного рассеяния:			
нечетные $J$	1	3	1
четные $J$	0	1	2

*Колебательно-вращательный спектр комбинационного рассеяния.* В этом случае энергия возбуждающего фотона должна удовлетворять условию (9.4), где  $\Delta E_{ij}$  должна включать энергию вращательного и колебательного переходов молекулы. Разрешены переходы с  $\Delta v = \pm 1$  и с  $\Delta J = 0 \pm 2$ .

Для стоксова ( $v, J \rightarrow v + 1, J$ ) и антистоксова ( $v, J \rightarrow v - 1, J$ ) спектра  $Q$ -полосы ( $\Delta J = 0$ ) энергия рассеянных фотонов

$$\omega_{v+1,J;v,J} = \omega - [\omega_0 - 2\omega_0 x_e(v + 1) - \alpha_e J(J + 1)],$$

$$\omega_{v,J;v-1,J} = \omega + [\omega_0 - 2\omega_0 x_e(v + 1) - \alpha_e J(J + 1)],$$

где  $\omega_0$  – частота колебаний;  $x_e$  – коэффициент, учитывающий ангармонизм колебаний молекулы;  $\alpha_e$  – коэффициент, учитывающий колебательно-вращательное взаимодействие. Отметим, что в отсутствие ангармонизма реализуется только по одной стоксовой и антистоксовой колебательной линии, на которые накладывается сложный спектр вращательных переходов полос  $S$  ( $\Delta J = +2$ ),  $O$  ( $\Delta J = -2$ ) и  $Q$  ( $\Delta J = 0$ ), а также колебательно-вращательное взаимодействие.

На рис. 9.8 приведен пример комбинационного рассеяния на молекуле азота при разных температурах. Эффект ангармонизма ( $x_e \omega_0$ ) позволяет разделить переходы с разными начальными колебательными состояниями, которые уширены вращательной компонентой спектра ( $\alpha_e = 0,017$ ). В табл. 9.3 [21; 22] приведены сечения комбинационного рассеяния в единицу телесного угла для наиболее часто встречающихся в аэродинамическом эксперименте молекул.

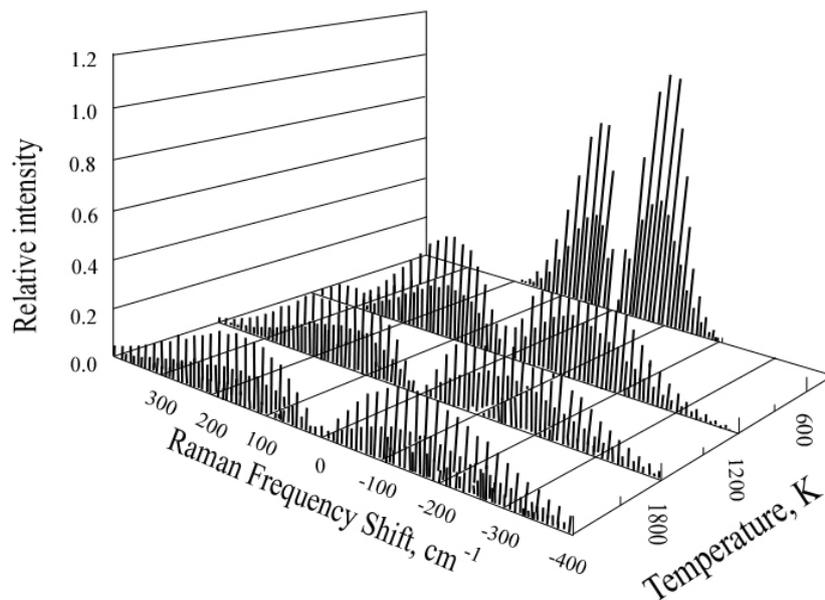


Рис. 9.7. Вращательный спектр комбинационного рассеяния при различных температурах [15; 19]

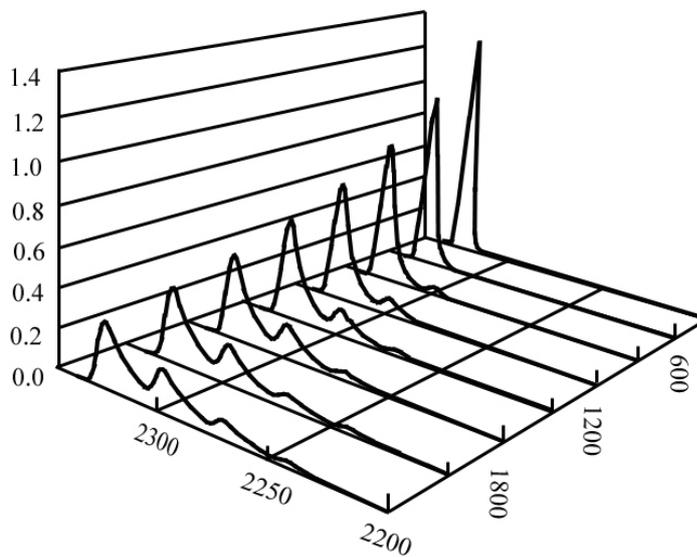


Рис. 9.8. Колебательно-вращательный спектр ( $Q$ -полоса) комбинационного рассеяния при различных температурах газа [15; 19]

*Лазерно-индуцированная флуоресценция (ЛИФ).* Как было показано выше, сечение комбинационного рассеяния очень мало и определяется масштабом  $10^{-28}$ – $10^{-30}$  см<sup>2</sup>/ст. рад, что стимулирует применение в диагностике резонансных процессов рассеяния. В этом случае сечение резко возрастет (см. гл. 8).

Таблица 9.3

Газ	Частота колебаний, см <sup>-1</sup>	Сечение колебательного комбинационного рассеяния, 10 <sup>-30</sup> см <sup>2</sup> /ст. рад			Сечение вращательного рассеяния	
		Длина волны возбуждения, нм				
		337	488	532		488
N <sub>2</sub>	2330,7	3,5	0,68	0,46	5,4(6 → 8)	
H <sub>2</sub>	4160,2	8,7	1,32	0,943	1,0(1 → 0)	
O <sub>2</sub>	1556	4,6	0,72	0,65	14(7 → 9)	
NO	1877	1,5	0,15	0,2		
NO <sub>2, v1</sub>	1320	51		7,37		
NO <sub>2, v2</sub>	754	24		3,63		
NH <sub>3</sub>	3334	11	2,75	1,3		
CO	2145	3,6		0,48	0,27 (6 → 8)	
CO <sub>2, v1</sub>	1388	4,2	0,77	0,6	53 (16 → 18)	
CO <sub>2, v2</sub>	1285	3,1	0,49	0,45		

Принципиальные схемы возбуждения ЛИФ показаны на рис. 9.9. Схема (а) иллюстрирует резонансный переход из определенного нижнего электронно-колебательного состояния молекулы на верхний электронно-колебательный уровень и последующую флуоресценцию, а также регистрацию отдельных электронно-колебательных переходов. Обмен энергией внутри электронного состояния между разными колебательными состояниями осуществляется за счет колебательной релаксации (см. гл. 8). На схеме (б) показан пример возбуждения внешним излучением одновременно различных состояний, и как следствие спектр ЛИФ получается широким.

Простейший анализ ЛИФ возможен на примере двухуровневой схемы типа представленной на рис. 4.5. Концентрация молекул на этих уровнях, которые обозначены номерами 1 и 2, описывается системой уравнений типа (6.12):

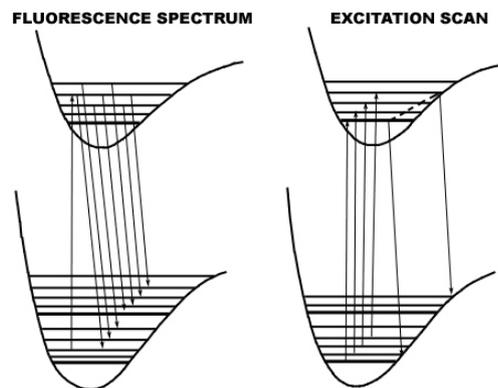


Рис. 9.9. Принципиальные схемы лазерно-индуцированной флуоресценции

$$\begin{aligned}
\frac{dN_1}{dt} &= -\sigma_{12}I_r N_1 \frac{1}{\hbar\omega} + (\sigma_{21}I_r \frac{1}{\hbar\omega} + \frac{1}{\tau_{21}} + A_{21})N_2, \\
\frac{dN_2}{dt} &= +\sigma_{12}I_r N_1 \frac{1}{\hbar\omega} - (\sigma_{21}I_r \frac{1}{\hbar\omega} + \frac{1}{\tau_{21}} + A_{21})N_2, \\
N_1 + N_2 &= N_M^0 = N_1^0.
\end{aligned} \tag{9.6}$$

Данная система уравнений, в отличие от подхода, рассмотренного в п. 7.1, позволяет учесть процессы тушения, определяемые временем жизни уровня (2) –  $\tau_{21}$  и вероятностью спонтанного перехода (2)  $\rightarrow$  (1) –  $A_{21}$ . Сигнал флуоресценции зависит от концентрации молекул на уровне (2) т. е.:

$$I_{\text{рас}} \sim A_{21}N_2.$$

Нестационарное решение системы уравнений (9.6):

$$N_2(t) = \frac{\sigma_{12}I_r N_1^0 \frac{1}{\hbar\omega}}{r} [1 - \exp(-rt)], \tag{9.7}$$

$$r = (\sigma_{12} + \sigma_{21}) \frac{I_r}{\hbar\omega} + \frac{1}{\tau_{21}} + A_{21}.$$

Из (9.7) видно, что выход на стационарные концентрации, а следовательно, на максимальный сигнал рассеянного излучения зависит от мощности зондирующего излучения. При  $rt > 1$  имеем стационарное решение, которое с учетом (9.6) позволяет получить зависимость для рассеянного сигнала:

$$\begin{aligned}
I_{\text{рас}} &= \hbar\omega_{\text{рас}} N_2 A_{21} \Omega \sim N_1^0 \frac{\sigma_{12}}{(\sigma_{12} + \sigma_{21})} \frac{A_{21}}{(1 + I_{\text{нас}}/I_r)}, \\
I_{\text{нас}} &= \frac{(A_{21} + 1/\tau_{21})\hbar\omega}{\sigma_{12} + \sigma_{21}}.
\end{aligned} \tag{9.8}$$

Здесь  $\Omega$  – объем пространства, из которого собирается излучение. Как видно из (9.25), при большой интенсивности падающего сигнала  $I_r$  величина рассеянного излучения не зависит от  $I_r$  и оказывается пропорциональна начальной концентрации молекул  $N_1^0$ :

$$I_{\text{рас}} \sim N_1^0 A_{21} \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12} + \sigma_{21}} \Omega. \tag{9.9}$$

В табл. 9.4 приведены спектроскопические данные двухатомных молекул, в том числе и длина волны излучения резонансного перехода, необходимого для ЛИФ.

Эффективность применения ЛИФ зависит от возможности нахождения источника излучения, спектр которого совпадал бы со спектром поглощения молекулы (см. табл. 9.4). В частности, спектр излучения эксимерного ХеСл-лазера ( $\lambda = 306$  мкм) хорошо совпадает с полосой поглощения молекулы ОН. В работах [22; 23] впервые использован ЛИФ молекулы ОН для измерения температуры пламени. Рассмотрим этот опыт как пример, демонстрирующий возможности ЛИФ. Для возбуждения использован электронный переход  $A^2\Sigma^+(v_2) \leftarrow X^2\Pi(v_1)$  и колебательный переход ( $v_1 = 0 \rightarrow v_2 = 0$ ). Флуоресценция

наблюдалась на электронном переходе  $A^2\Sigma^+ \rightarrow X^2\Pi$  и двух колебательных переходах ( $v_2=0 \rightarrow v_1=0$ ) и ( $v_2=0 \rightarrow v_1=1$ ). На рис 9.10 представлен спектр ЛИФ молекулы ОН. Относительная населенность колебательных уровней  $v_2=0$  и  $v_2=1$  электронного состояния  $A^2\Sigma^+$  определялась согласно (9.9) по относительной интенсивности полос флуоресценции 342,8 и 281,1 нм, уширенных за счет вклада вращательных состояний.

Таблица 9.4

Газ	Переход, $\lambda$ , нм	$A_{21}$ , $c^{-1}$	$1/\tau_{21}$
СН	$A^2\Delta - X^2\Pi$ (0,0) 431,5	$1,8 \cdot 10^6$	пламя $1,6 \cdot 10^7 - 20$ торр $3 \cdot 10^9 - 760$ торр
ОН	$A^2\Sigma^+ - X^2\Pi$ (0,0) 306,4	$1,4 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^7 - 20$ торр $5,6 \cdot 10^8 - 760$ торр
СN	$B^2\Sigma - X^2\Sigma$ (0,0) 388,3	$1,7 \cdot 10^7$	$4,7 \cdot 10^9 - 760$ торр
$C^2$	$A^3\Pi_g - X^3\Pi_u$ (0,0) 516,5	$8,3 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^{12} - 760$ торр
NH	$AA^3\Pi - X^3\Sigma^-$ (0,0) 336,0	$2,0 \cdot 10^6$	$1,9 \cdot 10^9$
NO	$A^2\Sigma - X^2\Pi_{1/2}$ (0,0) 226,5	$3,3 \cdot 10^6$	$4,7 \cdot 10^9$
O <sub>2</sub>	$A^3\Sigma_u^+ - X^3\Sigma_g^-$ (0,4) 193,2		

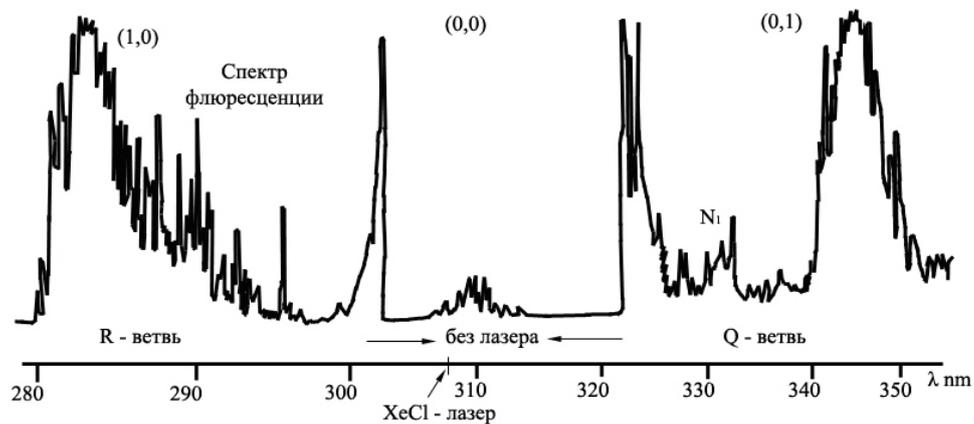


Рис. 9.10. Спектр ЛИФ молекулы ОН. Слева колебательный переход ( $v_2=1 \rightarrow v_1=0$ ) с характерной длиной волны 281 нм. Справа переход ( $v_2=0 \rightarrow v_1=1$ ) с длиной волны 342,8 нм [19: 201]

Для нахождения связи между населенностью уровней и температурой газа необходимо решить уравнение для двухуровневой системы [22]:

$$dN_2/dt = +q_{12}N_1 - (q_2 + q_{21} + A_2)N_2. \quad (9.10)$$

Здесь предполагается, что концентрация  $N_1$  колебательного состояния  $\nu_2 = 0$  поддерживается постоянной, определяемой процессом поглощения внешнего излучения и релаксацией. Концентрация  $N_2$  уровня  $\nu_2 = 1$  определяется столкновительным возбуждением с уровня  $\nu_2 = 0$  со скоростью  $q_{12}$ , а также колебательной релаксацией на уровень  $\nu_2 = 0$  со скоростью  $q_{21}$ , тушением на нижележащие электронные состояния со скоростью  $q_2$  и спонтанным излучением с вероятностью в единицу времени  $A_2$ . Скорости прямого и обратного процессов в предположении, что колебательная температура равна поступательной, связаны соотношением

$$q_{12} = q_{21} \exp(-\Delta E_{21}/kT). \quad (9.11)$$

С учетом (9.11) в стационарном случае уравнение (9.10) имеет решение

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(-\Delta E_{21}/kT)}{1 + (q_2 + A_2)/q_{21}}.$$

Температуру газа можно найти из выражения

$$T = -\frac{\Delta E_{21}}{k} \left\{ \ln \left[ \left( 1 + \frac{q_2 + A_2}{q_{21}} \right) \frac{N_2}{N_1} \right] \right\}^{-1}.$$

Таким образом, при  $q_2 + A_2 \ll q_{21}$ , т. е. при сильной внутримодовой релаксации, распределение по уровням будет бoльцмановским. В противном случае концентрации зависят от скоростей релаксационных процессов. В случае молекулы ОН сечение тушения и релаксации равны  $5 \cdot 10^{-16}$  и  $17 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup> соответственно. Учитывая, что скорость спонтанного излучения обычно мала, получим  $q_2/q_{21} = 0,29$ .

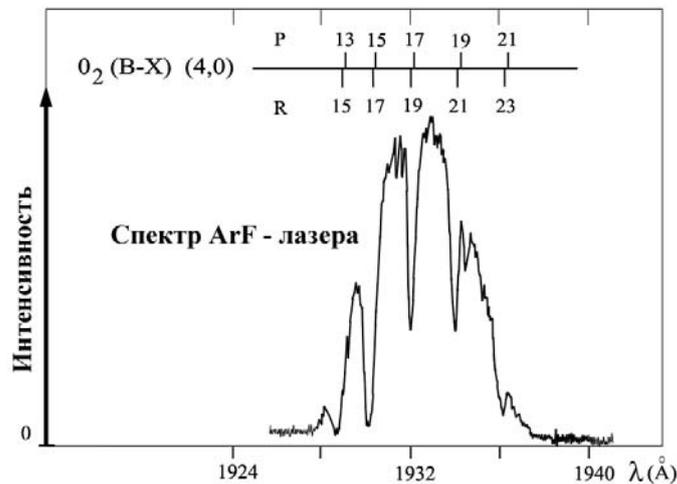


Рис. 9.11. Спектр поглощения ArF-лазера в полосе колебательно-вращательных переходов молекулы  $O_2$  [22]

Для организации диагностики распределения как концентрации, так и температуры, очень перспективным является использование ЛИФ молекулы кислорода. В этом случае спектр излучения эксимерного лазера ArF с длиной волны 193 нм (рис. 9.11) совпадает с определенным электронным переходом  $B^3\Sigma_u^- \leftarrow X^3\Sigma_g^-$ . Колебательное квантовое число изменяется  $v_1=0 \rightarrow v_2=4$ . (Сверху на рисунке показаны вращательные линии перехода [24]).

Сечение поглощения падающего излучения на длине волны, соответствующей вращательным переходам P(17) и R(19), равно  $4 \cdot 10^{-21}$  см<sup>2</sup>. Это означает, что в воздухе при нормальных условиях интенсивность зондирующего излучения 193 нм ослабнет в два раза на длине 15 см. Фактически, это идеальные условия для проведения измерений методом ЛИФ в аэродинамическом эксперименте.

## Глава 10

### Нелинейная оптика

В предыдущих разделах были рассмотрены основополагающие процессы взаимодействия излучения с веществом: поглощение, спонтанное и вынужденное излучение квантов света, а также рассеяние фотонов. Однако при увеличении интенсивности важную роль начинает играть множество других оптических процессов. Возбуждение и ионизация атома может осуществляться за счет одновременного поглощения двух и более фотонов. Пучок монохроматического света при взаимодействии с атомами может частично преобразовываться в свет, частоты которого являются гармониками основной частоты. С другой стороны, пучки с двумя и большим числом различных частот могут при взаимодействии создавать свет с частотой, равной сумме и/или разности исходных частот. Цель настоящего раздела – ознакомить читателя с некоторыми наиболее простыми и в то же время распространенными нелинейными процессами. (Для более детального анализа см. [19].)

На языке квантовой механики нелинейные процессы могут быть описаны членами высших порядков при разложении вероятности перехода. В классической оптике нелинейные процессы обусловлены сложной зависимостью вектора поляризации  $\mathbf{P}$  от интенсивности и частоты излучения. Будем предполагать среду изотропной, а световые пучки одноמודовыми, т. е. имеющими заданные частоту и волновой вектор  $\mathbf{k}$ .

#### 10.1. Двухфотонное поглощение

Расчет двухфотонного поглощения может быть проведен аналогично расчету сечения рассеяния. Оба процесса обусловлены взаимодействием двух различных фотонов с одним атомом. В рассматриваемом случае оба фотона поглощаются. Пусть фотоны имеют различные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и волновые векторы  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ . В результате поглощения атом переходит из состояния  $i$  в состояние  $f$ . Диаграммы трех возможных каналов процесса поглощения показаны на рис. 10.1.

Отметим без доказательств, что процесс, описанный диаграммой  $a$ , дает бесконечно малый вклад в поглощение. Определяющую роль играют процессы  $b$  и  $v$ , в которых система из состояния  $i$  в состояние  $f$  переходит через одно или несколько промежуточных состояний  $s$ . Отметим, что  $s$  – есть собственное состояние невозмущенного атома. Однако при поглощении фотона с энергией  $\hbar\omega_1$  ( $\hbar\omega_2$ ) возбуждение данного состояния носит виртуальный характер. В формуле для вероятности перехода (8.1) учитывается только условие сохранения энергии во всем процессе, т. е.  $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_{fi}$ . В общем случае энергия промежуточного состояния атома не равна энергии поглощенного кванта, т. е.  $\hbar\omega_1 \neq \hbar\omega_{si}$ , хотя для каждого такого состояния в матричном элементе имеется множитель в знаменателе  $\hbar(\omega_1 - \omega_{si})$ , уменьшающий вклад в матричный элемент состояний, энергия возбуждения которых  $\hbar\omega_{si}$  значительно отличается от энергии фотона  $\hbar\omega_1$  ( $\hbar\omega_2$ ). Система проходит через промежу-

точное состояние  $s$  виртуально, закон сохранения энергии не выполняется, так как в эти состояния нет реальных переходов.

Аналогично (8.1) для вероятности перехода

$$\Re_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 g_f \delta(E_f - E_i - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2). \quad (10.1)$$

Здесь принято, что  $dv$  – число конечных состояний системы при наличии одномодового монохроматического пучка равно статвесу атома,  $dv = g_f$ .

Согласно (8.3), во втором порядке теории возмущений для диаграмм  $\bar{b}$  и  $\bar{v}$  (см. рис. 10.1) имеем

$$V_{fi} = \sum_s \left( \frac{V_{fs} V_{si}}{E_s - E_i - \hbar\omega_1} + \frac{V'_{fs} V'_{si}}{E_s - E_i - \hbar\omega_2} \right). \quad (10.2)$$

Ранее было показано (см. (8.5)), что

$$|V_{si}|^2 = 2\pi(\mathbf{d}\mathbf{e}_1)^2 \hbar\omega_1 n_\omega = 2\pi(\mathbf{d}\mathbf{e}_1)^2 J_1 \omega_1 / kc^2, \quad (10.3)$$

где  $\mathbf{d} \approx \mathbf{e}\mathbf{a}$  – дипольный момент;  $\mathbf{e}_1$  – вектор поляризации первого фотона;  $J_1 = \mathbf{k}\hbar n_\omega c^2$  – поток мощности излучения через единицу поверхности. Учет (10.3) позволяет записать квадрат модуля матричного элемента (10.2) в следующем виде:

$$|V_{fi}|^2 = (2\pi/\hbar c)^2 \frac{\omega_1 \omega_2}{k_1 c k_2 c} J_1 J_2 |V_{fi}|^2, \quad (10.4)$$

где

$$|V_{fi}|^2 = \left| \sum_s \left[ \frac{(\mathbf{d}_{fs}\mathbf{e}_2)(\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_1)}{(\omega_{si} - \omega_1)} + \frac{(\mathbf{d}_{fs}\mathbf{e}_1)(\mathbf{d}_{si}\mathbf{e}_2)}{(\omega_{si} + \omega_2)} \right] \right|^2.$$

Наличие собственного времени жизни состояний  $i$  и  $f$  приводит к тому, что дельта-функция в (10.1) превращается в лоренцевскую функцию

$$\delta(E_f - E_i - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) \rightarrow \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{\gamma_{fi}/2}{(\omega_{fi} - \omega_1 - \omega_2)^2 + (\gamma_{fi}/2)^2}. \quad (10.5)$$

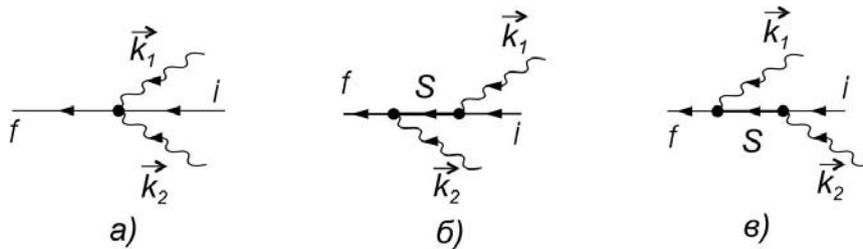


Рис. 10.1 Диаграммное описание трех вкладов в двухфотонное поглощение в первом и втором порядках теории возмущений, зависящих от времени. Диаграмма первого порядка (а) дает скорость перехода, пренебрежимо малую по сравнению со скоростями перехода, определяемыми диаграммами б и в

Окончательно из (10.1), (10.4) и (10.5) получим выражение для вероятности двухфотонного поглощения:

$$\mathfrak{R}_{fi} = \frac{(2\pi)^2}{\hbar^4 c^4} \frac{\omega_1 \omega_2}{k_1 k_2} J_1 J_2 |V_{fj}|^2 \frac{\gamma_{fi}/2}{(\omega_{fi} - \omega_1 - \omega_2)^2 + (\gamma_{fi}/2)^2}. \quad (10.6)$$

В выражении  $|V_{fj}|^2$  должно быть проведено усреднение по ориентациям атомов относительно поляризации световых пучков. Это дает дополнительный числовой множитель и не повлияет на общий характер зависимости вероятности  $W_{fi}$  от основных параметров. Поэтому мы здесь этого делать не будем.

Волновые векторы  $k_1$  и  $k_2$  связаны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  обычным уравнением

$$kc / \omega = n + i\kappa,$$

где  $n$  и  $\kappa$  – действительная и мнимая части показателя преломления. Мнимой частью  $\kappa$  можно пренебречь, если в исследуемой среде отсутствует поглощение на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Однако показатель преломления в общем случае может отличаться от единицы.

Вероятность двухфотонного перехода может быть использована для нахождения характеристик распространения двух световых пучков через среду, состоящую из одинаковых атомов. Допустим, что два пучка распространяются вдоль оси  $x$ . Тогда переход атомов с состоянии  $f$  в некоторой точке  $x$  описывается выражением

$$dN_f / dt = W_{fi} N_i - N_f \Gamma_f.$$

Здесь  $N_f$  – концентрация атомов в единице объема.

Поглощаемая мощность для каждого пучка (пучки предположим квазистационарными):

$$\begin{aligned} dI_1 / dx &= -\hbar \omega_1 \mathfrak{R}_{fi} N_i, \\ dI_2 / dx &= -\hbar \omega_2 \mathfrak{R}_{fi} N_i. \end{aligned} \quad (10.7)$$

Откуда  $dI_1 / \omega_1 dx = dI_2 / \omega_2 dx$ , т. е.  $I_1 / \omega_1 - I_2 / \omega_2 = \text{const} = I_{10} / \omega_1 - I_{20} / \omega_2$ . Это соотношение отражает тот простой факт, что в каждом акте поглощения каждый световой пучок теряет по одному фотону.

Теперь можно в (10.7) разделить систему на уравнения для  $J_1$  и  $J_2$ , решение которых имеет вид

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{10} \frac{(I_{10}/\omega_1) - (I_{20}/\omega_2)}{(I_{10}/\omega_1) - (I_{20}/\omega_2) \exp(-\alpha_2 x)}, \\ I_2 &= I_{20} \frac{(I_{10}/\omega_1) - (I_{20}/\omega_2) \exp(-\alpha_2 x)}{(I_{10}/\omega_1) - (I_{20}/\omega_2) \exp(-\alpha_2 x)}, \end{aligned} \quad (10.8)$$

где коэффициент двухфотонного поглощения  $\alpha_2$  определяется выражением

$$\alpha_2 = \frac{(2\pi)^2}{\hbar^3 c^4} N_i \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{k_1 k_2} |V_{fj}|^2 \frac{\gamma_{fi}/2}{(\omega_{fi} - \omega_1 - \omega_2)^2 + (\gamma_{fi}/2)^2} \left( \frac{I_{10}}{\omega_1} - \frac{I_{20}}{\omega_2} \right). \quad (10.9)$$

Предполагалось, что первый пучок фотонов больше, чем второй ( $I_{10} / \omega_1 > I_{20} / \omega_2$ ), и число атомов в начальном состоянии  $N_i$  не изменялось, т. е. двухфотонное поглощение мало.

Приведенное решение остается в силе и при равенстве потоков фотонов. Однако, когда  $I_{10} / \omega_1 = I_{20} / \omega_2$ , экспоненциальная зависимость в (10.8) заменяется зависимостью  $\propto x^{-1}$ .

Во многих экспериментах один пучок с фиксированной частотой  $\omega_2$  создается мощным лазером, а второй, слабый, создается источником с переменной (регулируемой) частотой, что позволяет настраиваться на резонанс  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_{fi}$ . В этом случае изменение интенсивности пучка  $J_2$  невелико, т. е.  $J_2 \approx \text{const}$ , а для  $J_1$  имеем  $J_1 = J_{10} \exp(-\alpha_2 x)$ . Поведение второго пучка сходно с обычным поглощением.

## 10.2. Вынужденное комбинационное рассеяние

При выводе уравнения для вероятности перехода в случае неупругого рассеяния света атомом предполагалось, что падающий пучок имел определенное число фотонов, а до рассматриваемого акта рассеянных фотонов не было. Такое же вычисление нетрудно провести для более общего случая, когда рассеянные фотоны есть. Математическая запись вероятности такого процесса аналогична двухфотонному поглощению (см. (10.6)), только смысл матричных элементов другой.

Если  $J_1$  – средняя интенсивность падающего и  $J_2$  – рассеянного излучения, то аналогично (10.7) получим

$$\begin{aligned} dI_1 / dx &= -\hbar\omega_1 \Re_{fi} N_i, \\ dI_2 / dx &= +\hbar\omega_2 \Re_{fi} N_i. \end{aligned} \quad (10.10)$$

Здесь для простоты предполагалось, что рассеянное излучение имеет только одну моду. В общем случае число рассеянных мод определяется условиями усиления и конфигурации возбужденной среды  $\Re_{fi}$  аналогично (10.6). Из (10.10) получим

$$I_1 / \omega_1 + I_2 / \omega_2 = \text{const} = I_{10} / \omega_1 + I_{20} / \omega_2.$$

Таким образом, полный поток фотонов сохраняется: каждый фотон, потерянный падающим пучком, компенсируется фотоном рассеянным.

Не будем останавливаться на деталях решения системы уравнений (10.10) с учетом линейной зависимости  $\Re_{fi}$  от интенсивностей. Выпишем лишь выражения для  $J_2$  при следующем предположении: начальный поток рассеянных фотонов определяется спонтанным излучением одного кванта  $I_{20} = \hbar\omega_2^2 / \Omega k_2$ , где  $\Omega$  – объем рассеяния. Если  $\alpha_{BKP} x \ll 1$ , то  $I_2 = (\hbar\omega_2^2 / \Omega k_2) \alpha_{BKP} x$ , т. е. интенсивность растет линейно с расстоянием.

В противоположном случае  $\alpha_{BKP} x \gg 1$ ,  $I_2 = (\omega_2 / \omega_1) I_{10}$ , т. е. весь поток падающих фотонов превращается в поток рассеянных фотонов. И в промежуточном случае  $\alpha_{BKP} x \sim 1$  интенсивность рассеянного пучка возрастает экспоненциально:

$$I_2 = \frac{\hbar\omega_2^2}{\Omega k_2} \exp(\alpha_{BKP} x). \quad (10.11)$$

Здесь  $\alpha_{BKP}$  получается из выражения для  $\alpha_2$  (10.9) заменой  $I_{20} / \omega_2$  на  $\hbar\omega_2 / \Omega k_2$ .

### 10.3. Генерация третьей гармоники и комбинационное антистоксово рассеяние света (КАРС)

В случае генерации третьей гармоники в одном акте взаимодействия требуется уничтожить три фотона с частотой  $\omega_1$  и создать один фотон с частотой  $\omega_4 = 3\omega_1$ . Всего здесь имеется четыре электрических дипольных взаимодействия, т. е. необходима теория возмущений четвертого порядка:

$$d\mathfrak{R}_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar^2} |V_{fi}|^2 \delta(3\omega_1 - \omega_3) dv, \text{ и } V_{fi} = \frac{V_{fs_1} V_{s_1s_2} V_{s_2s_3} V_{s_3i} \hbar^3}{(E_i - E_{s_1})(E_i - E_{s_2})(E_i - E_{s_3})}.$$

Здесь матричные элементы находятся аналогично изложенному в гл. 9. Однако вероятность перехода при генерации третьей гармоники обнаруживает новое свойство, которым не обладают скорости двухфотонного поглощения и вынужденное рассеяние [19]. После окончания двух последних процессов атом остается в конкретном конечном состоянии, и каждый отдельный переход приводит к возбуждению определенного атома. Координатная зависимость электромагнитного поля вычисляется в точке нахождения атома. Поэтому полная скорость перехода равна сумме скоростей переходов для отдельных атомов, а коэффициент поглощения пропорционален числу атомов  $N_i$  (6.9).

Скорость генерации гармоник ведет себя иначе. Поскольку в этом случае конечное состояние  $f$  совпадает с начальным  $i$  ( $f=i$ ), то нет различия между переходами, происходящими с различными атомами. Следовательно, матричный элемент должен быть просуммирован по всем вкладам различных атомов до того, как он будет возведен в квадрат для получения полной скорости перехода. Это означает, что учет числа атомов проводится не на стадии записи уравнения типа (10.7), а при расчете вероятности  $W$ .

Используя координатную зависимость матричных элементов (8.5) в выражении для вероятности перехода [9; 10], получим дополнительный множитель:

$$\left| \sum_r \exp(i\Delta k r) \right| = \sum_{r,r'} \exp\{i(\mathbf{k}_3 - 3\mathbf{k}_1)(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\},$$

где осуществляется суммирование по координатам  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  всех атомов, участвующих во взаимодействии. Суммирование по  $r, r'$  зависит от формы пространственной области, где протекает нелинейный процесс.

Рассмотрим область объемом  $\Omega$ , ограниченную параллельными плоскостями, расположенными перпендикулярно к направлению распространения при  $Z=0$  и  $Z=L$ . Предположим, что размеры области в направлении  $x$  и  $y$  много больше  $Z$ . Тогда, заменяя в (10.11) суммирование интегрированием, получим

$$\begin{aligned} \left| \sum_r \exp(i\Delta k r) \right| &\rightarrow (N/\Omega)^2 \int dr \int dr' \exp\{i\Delta \mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\} dr' = \\ &= 4(N/\Omega)^2 (2\pi)^2 \delta(\Delta k_z) \delta(\Delta k_y) \frac{V \sin^2(\Delta k_x L/2)}{L (\Delta k_x)^2}. \end{aligned} \quad (10.12)$$

Здесь предполагалось, что пределы интегрирования по  $x$  и  $y$  являются достаточно большими, для того чтобы интегрирование привело к дельта-функции. Суммирование по возможным значениям  $k_3$  также сводится к интегралу

$$\begin{aligned} & \sum_{k_3} \left| \sum_r \exp(i\Delta k r) \right| \delta(3\omega_1 - \omega_3) \rightarrow \\ & \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int \left| \sum_r \exp(i\Delta k r) \right|^2 \delta(3\omega_1 - \omega_3) dk_3 = \\ & = \frac{4N^2}{2\pi L} \frac{k_3}{\omega_3} \frac{\sin^2(\Delta k L / 2)}{\Delta k^2}. \end{aligned}$$

Индекс  $Z$  у  $\Delta k$  опущен, так как дельта-функции обращают остальные компоненты волнового вектора в ноль.

Рост квазистационарной интенсивности третьей гармоники  $I_3$  описывается уравнением  $dI_3 / dz = \mathfrak{R}_3 \hbar \omega_3 / \Omega$ , где  $\mathfrak{R}_3$  – полная скорость перехода с учетом всех участвующих атомов.

Запишем выражение для интенсивности третьей гармоники, которое можно получить из (10.12) интегрированием по  $Z$  для объема длиной  $L$ :

$$I_3 \approx \frac{(2\pi)^3}{c^8 \hbar^6} \left( \frac{N}{\Omega} \right)^2 |V_{fj}|^2 \frac{\omega_1^3 \omega_3^3 \sin^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right)}{k_1^3 k_3 (\Delta k)^2} I_{10}^3.$$

Напомним, что в данном случае  $N$  – полное число взаимодействующих атомов, расположенных в объеме  $\Omega$ , и  $I_3$  оказывается пропорциональна квадрату плотности атомов. Кроме этого,  $I_3 \propto I_{10}^3$ . Зависимость  $I_3$  от длины пути определяется тригонометрической функцией, которая имеет максимум при  $\Delta k = 0$ , так как  $\sin^2(1/2 \Delta k L) / (\Delta k)^2 = L^2/4$ . Это соответствует условию фазового согласования, или  $k_3 = 3k_1$ .

Отметим, что одновременно должно выполняться  $\omega_3 = 3\omega_1$ , т. е. должны быть равны показатели преломления  $n_3 = n_1$ , что обычно бывает трудно выполнить на практике. Наблюдение генерации третьей гармоники обычно проводится в экспериментах, в которых  $n_3 \neq n_1$ , и условия фазового согласования не выполняются. Характерная длина фазовой расстройки  $\Delta x \sim \pi / \Delta k$  имеет порядок от 1 до 100 мкм. Фактически это есть длина пути, на котором генерация третьей гармоники достигает своего максимума. Дальнейшее увеличение пути приводит к осцилляциям интенсивности, но она уже не может превысить величину, полученную на расстоянии  $\pi / \Delta k$ .

В заключение отметим, что не будем останавливаться на деталях оценки вероятности перехода  $W_{fi}$ . Все вычисления выполняются аналогично изложенному в п. 5.1 и 5.2. Отметим лишь, что взаимодействия с участием четырех фотонов могут носить различный характер. На рис. 10.2 даны схемы двух из них – трехфотонное преобразование (а) и комбинационный резонанс (б):

- в случае а –  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ ,
- в случае б –  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$ ,
- во всех случаях –  $\sum_i^4 k_i = 0$ .

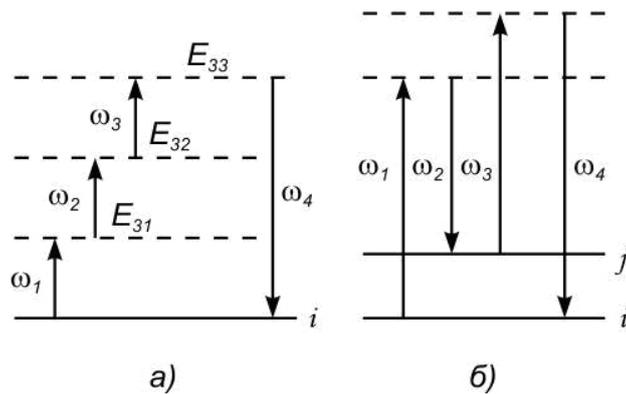


Рис. 10.2. Схемы многофотонного взаимодействия

Аналогично ранее проведенному анализу коэффициенты усиления света на частоте  $\omega_4$  оказываются пропорциональными интенсивности всех пучков  $\alpha \sim J_1 J_2 J_3$ , т. е. нелинейность очень сильна. Если падающие пучки одно-модовые, то и создаваемое излучение с частотой  $\omega_4$  одномодовое и распространяется в направлении  $\mathbf{k}_4$ .

**Список литературы**

1. Ахманов С. А., Никитин С. Ю. Физическая оптика. М.: Наука, 2004. 654 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука. 1970.
3. Забелин А. М., Оришич А. М., Чирков А. М. Лазерные технологии машиностроения: Учеб. пособие. Новосибирск, 2004. 141 с.
4. Радциг А. А., Смирнов Б. М. Справочник по атомной и молекулярной физике. М.: Атомиздат. 1980. 240 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1982. 620 с.
6. Пятницкий Л. Н. Лазерная диагностика плазмы. М.: Атомиздат. 1976. 421 с.
7. Лифшиц Е. М., Ландау Л. Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Физ.-мат. лит. 1963. 702 с.
8. Лоудон Р. Квантовая теория света. М.: Мир. 1976. 485 с.
9. Оришич А. М. Пособие к курсу атомной физики: Учеб. пособие. Новосибирск. 1995. 97 с.
10. Оришич А. М. Физика атомов и молекул: Учеб. пособие. Новосибирск. 1997. 114 с.
11. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физ.-мат. лит. 1963.
12. Ельяшевич М. А. Атомная и молекулярная спектроскопия. М.: Физ.-мат. лит. 1962.
13. Бурмасов В. С., Оришич А. М. Физика и химия атомов и молекул: Учеб. пособие. Новосибирск. 2006. 256 с.
14. McKenzie R. L. Progress in Laser Spectroscopic Techniques for Aerodynamic Measurements // AIAA Journal. 1993. V. 31. № 3. P. 465–477.
15. Спектроскопия газоразрядной плазмы / Под ред. С. Э. Фриш. Л.: Наука. 1970. 360 с.
16. Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г. Оптические генераторы на твердом теле. М.: Сов. радио. 1967. 381 с.
17. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М.: Наука, 1977. 335 с.
18. Веденов А. А. Физика электроразрядных CO<sub>2</sub>-лазеров. М.: Энергоиздат. 1982. 110 с.
19. Лоудон Р. Квантовая теория света. М.: Мир. 1976. 485 с.
20. Мак-Картни Э. Оптика атмосферы. Рассеяние света молекулами и частицами. М.: Мир. 1979. 419 с.
21. Eckbreth A. C. Laser Diagnostics for Combustion Temperature and Species. Gordon & Switzeland, 1987. 430 p.
22. Long D. A. Raman spectroscopy. N. Y.: McGraw-Hill. 1977.
23. Лукашев В. П., Малов А. Н., Поздняков Б. А., Федоров С. Ю. Измерение температуры по флюоресценции ОН возбуждаемой ХеСl-лазером // Тез. докл. I Всесоюз. семинара «Оптические методы исследования потоков». Новосибирск. 1989. С. 183–184.
24. Burnham R., Djeu N. Ultraviolet-Preionized Discharge-Pumped Lasers in ХеF, KrF, and ArF // Appl. Phys. Lett. 1976. Vol. 29. № 11. P. 708–709.

## ЧАСТЬ 2 ОБОРУДОВАНИЕ И НЕКОТОРЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ ПОТОКОВ

### Глава 11 Приемники оптического излучения

Во многих задачах оптической диагностики газовых потоков регистрация оптического излучения и измерение его характеристик является определяющим для успешного проведения эксперимента. Поэтому необходимо с большим вниманием относиться к выбору подходящего приемника оптического излучения для решения каждой конкретной задачи.

Приемником оптического излучения (ПОИ) или фотоприемником называют элемент или устройство, способное обнаруживать наличие излучения путем преобразования его в энергию других видов, более удобную для непосредственного измерения, – тепловую, электрическую, механическую и т. д. [1]. ПОИ реагируют на интенсивность излучения, усредненную по многим периодам колебаний поля, так как время реакции приемника определяется процессами переноса и релаксации, которые происходят медленнее, чем колебания светового поля.

Из всего многообразия фотоприемников рассмотрим принцип действия и некоторые характеристики следующих ПОИ, широко используемых в методах оптической диагностики газовых потоков: глаз, приемники на основе внешнего фотоэффекта, приемники на основе внутреннего фотоэффекта и матричные ПЗС-приемники.

#### 11.1. Основные характеристики приемников излучения

Основными параметрами, характеризующими свойства и возможности различных типов ПОИ, являются параметры *чувствительности* (интегральная, спектральная и пороговая чувствительность), *линейность* преобразования и *временные* параметры.

Мощность излучения большинства источников света обычно не велика. Если учесть различные виды потерь в оптическом тракте, то мощность, подлежащая регистрации, оказывается еще (и значительно) меньше. Поэтому одним из главных требований к приемникам излучения является их высокая чувствительность. *Чувствительностью* ПОИ называют отношение изменения измеряемой величины, вызванного падающим на фотоприемник потоком излучения ( $\Phi$ ), к количественной характеристике этого излучения (например, для фотоэлектрических приемников  $S = I / \Phi$  или  $S = U / \Phi$ ). В зависимости от спектрального состава регистрируемого приемником излучения чувствительность разделяют на *спектральную* (монохроматическую), характеризующую зависимость чувствительности от длины волны излучения ( $S_\lambda = \Delta I / \Delta \Phi_\lambda$ ), и *интегральную*, характеризующую чувствительность к немонахроматическому (сложному) потоку излучения заданного спектрального состава ( $S_{\text{инт}} = I / \Phi$ ).

*Абсолютная спектральная чувствительность* фотоприемника  $S_{\text{абс}}(\lambda)$  характеризует зависимость монохроматической чувствительности  $S(\lambda)$ , измеренной в абсолютных единицах, от длины волны падающего потока излучения. В большинстве случаев спектральные характеристики имеют вид плавных кривых с одним максимумом при  $\lambda_{\text{max}}$ . Измерить абсолютную спектральную характеристику на практике очень трудно, так как она не только изменяется от серии к серии приемников, но и зависит от каждого отдельного приемника внутри серии.

Между тем *относительная спектральная чувствительность* фотоприемника  $S(\lambda)$  – зависимость его монохроматической чувствительности, отнесенной к значению максимальной чувствительности, – практически не меняется от приемника к приемнику одного и того же типа, а зависит от материала чувствительного слоя  $S(\lambda) = S_{\text{абс}}(\lambda) / S_{\lambda_{\text{max}}}$ . Зная  $S(\lambda)$  и измерив  $S_{\lambda_{\text{max}}}$ , можно легко построить  $S_{\text{абс}}(\lambda)$ . В зависимости от характера изменения чувствительности приемника при изменении длины волны падающего излучения приемники излучения разделяют на две большие группы: *неселективные*, чувствительность которых остается постоянной или слабо зависит от длины волны в определенном достаточно широком участке спектра; *селективные*, имеющие на спектральной характеристике четко выраженные максимумы и (или) минимумы.

*Интегральная чувствительность* определяется выражением

$$S = S_{\lambda_{\text{max}}} \frac{\int_0^{\infty} S(\lambda) \hat{O}_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \hat{O}_{\lambda}(\lambda) d\lambda}.$$

*Пороговая чувствительность* приемника характеризуется минимальным потоком излучения, который может быть обнаружен на фоне собственных шумов, отнесенным к единице полосы рабочих частот. Например, для приемников, выходным сигналом которых является напряжение (термопары, фотоэлектрические приемники и т. д.), критерием пороговой чувствительности полагают равенство напряжения выходного сигнала  $U_c$ , частота которого совпадает с частотой модуляции  $f_{\text{мод}}$  оптического сигнала и среднеквадратичного напряжения шума  $U_{\text{ш}}$ , заключенного в полосе  $\Delta f = 1$  Гц с центром при  $f_{\text{мод}}$ . Пороговой чувствительностью или эквивалентной мощностью шума называют мощность оптического излучения  $\Phi_{\text{пор}}$  на входе, соответствующую этому критерию. Следует учесть, что квадрат шумового напряжения на выходе приемника пропорционален ширине полосы частот  $\Delta f$ , поэтому  $U_{\text{ш}} \sim (\Delta f)^{1/2}$ . С другой стороны, в большинстве случаев соблюдается пропорциональность напряжения выходного сигнала  $U_c$  величине мощности оптического сигнала  $\Phi_{\text{вх}}$   $U_c \sim \Phi_{\text{вх}}$ . Таким образом, отношение напряжений сигнала и шума  $U_c / U_{\text{ш}}$  оказывается пропорциональным величине  $\Phi_{\text{вх}} / (\Delta f)^{1/2}$ . Отсюда следует, что пороговая чувствительность  $\Phi_{\text{пор}}$ , или, что то же, эквивалентная мощность шумов, имеет размерность Вт/Гц<sup>1/2</sup>. С физической точки зрения величина  $\Phi_{\text{пор}}$  соответствует такой мощности оптического сигнала на входе приемника, при которой на его выходе отношение напряжений сигнал – шум в полосе, пересчитанной к  $\Delta f = 1$  Гц, равно единице.

*Линейность преобразования.* В тех случаях, когда необходимо измерять излучение в широком диапазоне интенсивностей, особенно важной является характеристика *линейности* ПОИ, т. е. диапазон, в котором выходной сигнал пропорционален мощности падающего излучения.

*Временные параметры приемников.* Отклик фотоприемника на внезапно поданный сигнал не может быть мгновенным. Быстрота реакции приемника связана с физическими процессами, протекающими в нем при освещении. В большинстве случаев в формировании выходного сигнала участвует несколько процессов, и ход нарастания сигнала можно представить в виде суммы нескольких экспонент. Постоянной времени приемника принято считать время, в течение которого сигнал нарастает до значения, отличающегося от стационарного на величину  $1/e$ , т. е. равного  $0,63$  от стационарной величины:

$$U_c = U_\infty \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right), \quad \tau_i \Rightarrow \frac{U_c}{U_\infty} = 1 - \frac{1}{e} = 0,63.$$

Замедленность реакции приемника на быстропеременный сигнал приводит к падению чувствительности при превышении критической частоты модуляции сигнала. При синусоидальном изменении сигнала чувствительность  $S(f)$  на частоте модуляции  $f$  связана с чувствительностью для постоянного сигнала  $S(0)$  соотношением

$$S(f) = S(0) \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau)^2}}.$$

При  $2\pi f \tau \ll 1$  (низкие частоты  $f$  или малая постоянная времени  $\tau$ ) чувствительность  $S(f)$  практически не зависит от частоты. Спад ее начинается, когда величина  $2\pi f \tau$  приближается к единице. При частоте модуляции входного сигнала  $f_{\text{пред}} = 1/2\pi\tau$ , которую можно считать верхним частотным пределом приемника,  $S(f) = 0,71 \cdot S(0)$ . При  $f > f_{\text{пред}}$  чувствительность обратно пропорциональна частоте модуляции. Рабочей полосой частот  $\Delta f_{\text{раб}}$  приемника называют область от  $f = 0$  до  $f = f_{\text{пред}}$ .

Постоянные времени приемников различных типов изменяются в очень широких пределах – от секунд для тепловых до  $10^{-10}$ – $10^{-11}$  с для фотоэлектронных. Полоса частот специальных типов фотоэлектронных приемников может достигать сотен и тысяч мегагерц. Столь малая инерционность необходима, например, для регистрации сверхкоротких импульсов, а также для передачи информации в оптических каналах связи.

Разнообразие типов ПОИ определяется многочисленностью способов преобразования энергии и невозможностью создать ПОИ одинаково чувствительными во всем оптическом диапазоне. По виду энергии, в которую преобразуется излучение, приемники излучения делятся на *тепловые*, *фотоэлектрические*, *фотохимические*, *биологические* и пр.

В *тепловых* приемниках поглощение энергии оптического излучения приводит к повышению температуры, которое в свою очередь вызывает изменение различных параметров вещества: давление газа, электропроводность твердого тела, поляризация диэлектрика и др. Способ регистрации изменения температуры определяет конкретный тип теплового приемника излучения.

В *термоэлементе* изменение температуры приемной площадки вызывает появление электродвижущей силы в контуре, образованном двумя спаянными или сваренными проводниками из различных металлов.

В *болонметре* изменение температуры вызывает изменение электрического сопротивления проводника или полупроводника.

В *оптико-акустическом* приемнике изменение температуры приемной поверхности, образующей одну из стенок газовой камеры, вызывает изменение температуры и объема газа и прогиб мембраны – второй стенки газовой камеры.

В *диэлектрическом* приемнике изменение температуры вызывает изменение диэлектрической проницаемости диэлектрика конденсатора, имеющей сильную температурную зависимость, и регистрируется соответствующее изменение емкости конденсатора. Разновидностью диэлектрического приемника является *пироэлектрический* приемник излучения, в котором диэлектриком конденсатора служит сегнетоэлектрик, т. е. вещество, на поверхности которого появляется электрический заряд при механических деформациях. Неравномерный нагрев конденсатора приводит к деформациям, и на обкладках конденсатора возникают заряды, которые регистрируются.

Большинство тепловых приемников излучения, у которых обеспечивается постоянство коэффициента поглощения приемной площадки при изменении длины волны за счет чернения, относится к *неселективным* приемникам. Они пригодны для измерения электромагнитной энергии в широкой области спектра – от 0,2 до 50 мкм иногда до 1 000 мкм. Порог чувствительности лучших тепловых приемников  $10^{-11}$ – $10^{-10}$  Вт/Гц<sup>1/2</sup> при постоянной времени  $10^{-3}$ – $10^{-1}$  с [2].

В *фотоэлектрических* (фотонных) приемниках энергия излучения преобразуется непосредственно в электрическую. Фотоэлектрические приемники излучения, в которых используется явление внешнего фотоэффекта, называются *фотоэмиссионными* приемниками. К ним относятся вакуумные и газонаполненные фотоэлементы, фотоумножители, электронно-оптические преобразователи (ЭОПы) и некоторые телевизионные передающие трубки (диссектор, иконоскоп, супериконоскоп, ортикон, суперортикон и др.).

Приемники с внутренним фотоэффектом, в которых используется явление изменения электропроводности вещества, называются *фоторезисторами* или *фотосопротивлениями*. Приемники, в которых используется явление возникновения ЭДС, называются *фотогальваническими вентильными фотоэлементами* или *фотоэлементами с запорным слоем*.

Если к чувствительному элементу приемника излучения с запорным слоем приложить напряжение так, что оно препятствует возникновению тока во внешней цепи приемника при освещении, то изменение величины потенциального барьера под действием излучения приводит к изменению сопротивления и падению напряжения на приемнике. Этот режим работы называют *фотодиодным*.

В *фотохимических* приемниках энергия излучения вызывает всевозможные химические превращения. В *фотопластинке*, например, происходит фотохимическая реакция разложения галлоидных солей серебра, причем металлическое серебро выделяется, образуя скрытое изображение источника излучения.

Среди *биологических* приемников оптического излучения следует выделить *глаз* человека – уникальный, непревзойденный ПОИ. Глаз преобразует энергию оптического излучения в импульсы тока, поступающие в головной мозг, который их анализирует и реагирует на световое излучение.

В *люминесцентных* приемниках излучения происходит преобразование излучения одного спектрального состава в излучение другого спектрального состава. Типичным представителем этого типа приемников является *метаскоп* – светосостав, высвечивающийся под действием ИК-излучения за счет накопленной им световой энергии при предварительном облучении ультрафиолетом, синим излучением или радиоактивным веществом.

## 11.2. Глаз как приемник оптического излучения

Глаз является важнейшим приемником излучения, свойства которого необходимо учитывать не только при оценке осветительных приборов, но и при создании различного рода устройств для регистрации и обработки изображений. В этом разделе рассмотрим лишь начальные аспекты изучения зрения человека, в частности физические механизмы и параметры, связанные с процессом формирования изображения в глазу [1–5]. Чуть более подробно рассмотрим разрешающую способность и способность глаза адаптироваться к изменениям освещенности, которые не только представляют познавательный интерес, но и важны в практическом плане.

*Строение глаза.* Глазное яблоко человека (рис. 11.1) имеет почти сферическую форму со средним диаметром около 20 мм. Глаз окружен тремя оболочками. Внешняя его оболочка толщиной около 1 мм состоит из *роговицы*

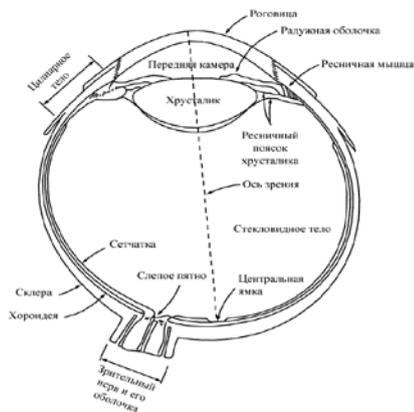


Рис. 11.1. Схема строения глаза человека

и *склеры*. *Роговицей* называется имеющая большую кривизну прозрачная передняя часть внешней оболочки, а *склерой* – непрозрачная оболочка, закрывающая остальную часть оптической сферы глаза. Под внешней оболочкой последовательно расположены *сосудистая оболочка* (хороидея) толщиной около 0,3 мм и *сетчатка* (нейроглиальная оболочка).

В *сосудистой оболочке* проходит сеть кровеносных сосудов, обеспечивающих питание глаза. Даже незначительное повреждение сосудистой оболочки, часто кажущееся неопасным, может привести к серьезному нарушению зрения из-за воспаления, препятствующего нормальному кровотоку. Поверхностный слой сосудистой оболочки сильно пигментирован, что снижает интенсивность попадающего через склеру внешнего света, мешающего восприятию из-за его отражения и рассеяния внутри оптической сферы. Передняя область сосудистой оболочки непосредственно вплетена в *цилиарное тело* и *радужную оболочку* (или *радужку*). Отверстие в центре радужной оболочки (*зрачок*) может сужаться или

расширяться, регулируя тем самым количество попадающего через роговицу света. Диаметр зрачка может изменяться в пределах от 2 до 8 мм. От цвета пигмента на передней поверхности радужки зависит цвет глаза человека, а пигмент на задней поверхности радужки имеет черный цвет, что также снижает внутреннее рассеяние света.

*Хрусталик* (хрусталиковая линза), состоящий из наружной капсулы и внутрихрусталикового вещества, закреплен внутри глаза с помощью передней и задней порций волокон ресничного пояса хрусталика, которые проходят между отростками цилиарного тела и вплетаются в зубчатую линию сосудистой оболочки. Капсула и внутрихрусталиковое вещество состоят из коллагеновых волокон и содержат от 60 до 70 % воды, около 6 % жиров и больше белков, чем любые другие ткани глаза. Внутрихрусталиковое вещество имеет слабо-желтую пигментацию, которая с возрастом усиливается. Ускоренное помутнение вещества хрусталика, связанное с нарушением его питания, приводит к заболеванию, называемому *катарактой*, при котором ухудшается цветовое восприятие и острота зрения. В видимом диапазоне спектра хрусталик поглощает около 8 % света и практически не пропускает более коротковолновое излучение. Свет инфракрасного и ультрафиолетового диапазонов существенно поглощается белком хрусталика и при высокой интенсивности может привести к необратимому нарушению зрения.

Самая внутренняя оболочка глаза – *сетчатка* – выстилает изнутри задний отдел глаза. При правильной оптической фокусировке глаза свет от наружного объекта проецируется в виде изображения на сетчатку. Механизм регистрации света связан со специфическими фотохимическими реакциями в сетчатке глаза. Вся сетчатка выстлана фоторецепторами – клетками, воспринимающими свет и связанными с окончаниями разветвленного в сетчатке зрительного нерва. По своей форме фоторецепторы различаются на *палочки* и *колбочки*. Эти элементы содержат светочувствительные вещества, которые диссоциируют при поглощении света, – *родопсин* (зрительный пурпур) в палочках и *иодопсин* в колбочках. Колбочки содержат три разновидности иодопсина, чувствительные в трех различных областях спектра, что и определяет цветовое восприятие. Ионы, образующиеся при диссоциации, вызывают импульсы тока в нервных клетках (*нейронах*), с которыми связаны палочки и колбочки. Нейроны передают сигналы в зрительный центр головного мозга, который анализирует изображение. Скорость распространения сигнала в мозг по зрительному нерву составляет 20–70 м/с.

Функции колбочек и палочек различны. Колбочки обладают высокой чувствительностью к спектральным составляющим света и располагаются преимущественно в центральной области сетчатки, называемой *желтым пятном*. Общее число их составляет от 6 до 7 миллионов. В центре желтого пятна имеется так называемая *центральная ямка* – область наибольшей остроты зрения. Центральная ямка представляет собой углубление круглой формы в сетчатке, с диаметром около 1,5 мм. В центральной ямке концентрация колбочек особенно высока, а палочки отсутствуют (рис. 11.2). Каждая колбочка центральной ямки связана со своим волоском зрительного нерва. По мере удаления от центральной ямки число колбочек, приходящихся на одно волокно нерва, растет, достигая к периферии сетчатки несколько десятков. Поэтому разрешающая способность глаза (острота зрения) максимальная в цен-

тральной ямке и составляет примерно 1 мин. Плотность колбочек в этой области сетчатки составляет приблизительно 150 тыс. на  $1 \text{ мм}^2$ , а общее количество колбочек в области наибольшей остроты зрения – около 300 тыс. элементов. Наружные мышцы глаза обеспечивают вращение глазного яблока так, чтобы изображение интересующего объекта попадало в область желтого пятна. Колбочки обеспечивают *фотопическое* зрение, или зрение в ярком свете.

Более высокой чувствительностью к свету обладают палочки, кроме того, к одному волокну зрительного нерва их присоединено несколько десятков, что приводит к сложению их сигналов. Благодаря этому палочки работают при малой освещенности. Общее количество палочек в сетчатке составляет от

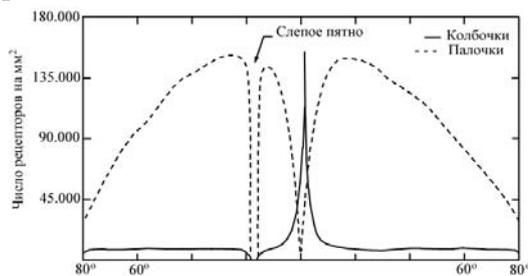


Рис. 11.2. Угол от оси зрения (от центра желтого пятна). Распределение палочек и колбочек по сетчатке [3]

75 до 150 миллионов. Максимальная их плотность под углом  $20^\circ$  от оси глаза и уменьшается к центру и периферии (см. рис. 11.2). Тот факт, что к одному нервному окончанию присоединено сразу несколько десятков палочек, уменьшает разрешающую способность этих рецепторов. Палочки позволяют сформировать общую картину всего поля зрения. Они наиболее чувствительны при

низких уровнях освещенности и не участвуют в обеспечении функций цветного зрения. При большой освещенности концентрация родопсина сильно падает, и палочки практически выключаются. Например, предметы, имеющие яркую окраску при дневном свете, при сумеречном освещении выглядят как лишённые цветов образы, поскольку возбуждаются только палочки. Это явление известно как *скотопическое* (или сумеречное) зрение.

На рис. 11.2 изображено горизонтальное сечение правого глаза в месте выхода зрительного нерва, схема иллюстрирует зависимость плотности распределения палочек и колбочек по сетчатке в зависимости от величины угла между зрительной осью и линией, проведенной из центра хрусталика до сетчатки. (*Зрительной осью* называют линию, которая соединяет рассматриваемую точку и центральную ямку.) Отсутствие рецепторов в области выхода зрительного нерва приводит к появлению так называемого *слепого пятна* (см. рис. 11.1). В остальной области сетчатки распределение рецепторов центрально-симметрично относительно центра желтого пятна.

Поле зрения одного глаза по горизонтали в направлении к носу –  $60^\circ$ , к виску –  $90^\circ$  (всего  $150^\circ$ ), по вертикали вверх –  $50^\circ$ , вниз –  $70^\circ$ . Суммарное поле зрения обоих глаз по горизонтали –  $180^\circ$ . Скорость распространения сигнала в мозг по зрительному нерву, как уже говорилось, составляет 20–70 м/с.

### 11.3. Световая чувствительность

Количественно световая чувствительность  $S_c = 1/L_n$  может быть охарактеризована пороговой (минимальной) яркостью  $L_n$ , которую может восприни-

мать глаз в данных условиях. Световая чувствительность зависит от концентрации светочувствительного вещества в сетчатке. Если яркость падает, то концентрация увеличивается. Чувствительность фоторецепторов сетчатки к свету чрезвычайно велика: рецептор способен генерировать импульс возбуждения при поглощении всего нескольких ( $\geq 2$ ) фотонов.

Следует иметь в виду, что палочковый аппарат много чувствительнее колбочкового, и для восприятия предельно малого светового сигнала (например, едва видимой точки на темном фоне) палочкам необходима примерно в десять раз меньшая мощность, чем колбочкам. Минимальная освещенность на зрачке глаза  $E_n$ , при которой палочки позволяют увидеть точечный объект в полной темноте ( $L_n \leq 10^{-6}$  кд/м<sup>2</sup>), при бинокулярном наблюдении составляет  $E_n = 2 \cdot 10^{-9}$  лк. Для колбочек эта величина составляет  $E_n = 2 \cdot 10^{-8}$  лк.

Из всего спектра оптического диапазона глаз воспринимает электромагнитное излучение как *свет* лишь в узком интервале длин волн – от 380 до 780 нм. Но и в этом узком интервале чувствительность к различным длинам волн сильно отличается. *Спектральная чувствительность* глаза, характеризующая среднюю чувствительность глаза к световым волнам разных длин, определенную в результате обследования большого числа лиц, называется *стандартной кривой* (или *функцией*) *видности*  $K(\lambda)$  (рис. 11.3). Кривая  $K(\lambda)$  соответствует спектральной чувствительности колбочкового (дневного) зрения. Максимум этой кривой, условно принятый за единицу, приходится на длину волны  $\lambda = 0,555$  мкм. Чувствительность глаза уменьшается в два раза при  $\lambda = 0,51$  и  $\lambda = 0,61$  мкм. Соответственно полуширина кривой спектральной чувствительности составляет 0,1 мкм.

При изменении яркости объекта (переход от дневного зрения к сумеречному) доли участвующих в зрительном процессе колбочек и палочек изменяются и, как следствие этого, изменяется и спектральная чувствительность глаза. Спектральная чувствительность палочкового зрения, характеризующая работу глаза при очень малом количестве света, представлена на рис. 11.3 кривой  $K'(\lambda)$ . Максимум этой кривой соответствует  $\lambda = 0,507$  мкм, а уменьшение чувствительности палочек в два раза наблюдается при  $\lambda = 0,455$  и  $\lambda = 0,550$  мкм. Для характеристики оптического излучения, определенного по его действию на человеческий глаз, используют *световые* величины. Для характеристики оптического излучения безотносительно его действия на приемники излучения используют *энергетические* величины. При этом основным энергетическим понятием фотометрии – раздела физической оптики, в котором рассматриваются энергетические характеристики оптического излучения, – является поток излучения  $\Phi_e$ , имеющий физический смысл мощности (Вт).

Основные световые и энергетические величины приведены в табл. 11.1 [2].  $\Phi_{e\lambda} = d\Phi_e / d\lambda$  – спектральная плотность потока излучения (Вт/мкм),

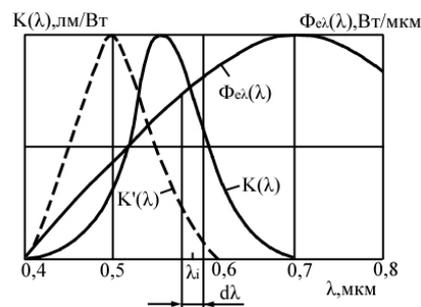


Рис. 11.3. Спектральная чувствительность глаза. Переход от энергетических единиц к световым [1]

Таблица 11.1

Энергетические величины		Световые величины	
Параметр	Формула связи	Параметр	Формула связи
Поток излучения, Вт	$\hat{O}_e = \int_0^{\infty} \hat{O}_{e\lambda}(\lambda) d\lambda$	Световой поток, лм	$\Phi_v = K_m \int_{0,38}^{0,78} \Phi_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda$
Энергия излучения, Дж	$Q_e = \int_0^t \hat{O}_e(t) dt$	Световая энергия, лм·с	$Q_v = \int_0^t \Phi_v(t) dt$
Сила излучения, Вт·ср <sup>-1</sup>	$I_e = d\Phi_e / d\omega$	Сила света, кд (лм·ср <sup>-1</sup> )	$I_v = d\Phi_v / d\omega$
Энергетическое освечивание, Вт·ср <sup>-1</sup> ·с <sup>1</sup>	$\Theta_e = \int_0^t I_e(t) dt$	Освечивание, кд·с	$\Theta_v = \int_0^t I_v(t) dt$
Энергетическая светимость, излучательность, Вт/м <sup>2</sup>	$M_e = d\Phi_e / dA_1$	Светимость, лм·м <sup>-2</sup>	$M_v = d\Phi_v / dA_1$
Энергетическая яркость, лучистость, Вт·м <sup>-2</sup> ·ср <sup>-1</sup>	$L_e = d^2\Phi_e / (d\omega dA \times \cos\Theta) = dI_e / (dA \cos\Theta) = dE_e / (d\omega \cos\Theta)$	Яркость, кд·м <sup>-2</sup>	$L_v = d^2\Phi_v / (d\omega dA \times \cos\Theta) = dI_v / (dA \cos\Theta) = dE_v / (d\omega \cos\Theta)$
Облученность, Вт·м <sup>-2</sup>	$E_e = d\Phi_e / dA_2$	Освещенность, лк (лм·м <sup>-2</sup> )	$E_v = d\Phi_v / dA_2$
Энергетическая экспозиция, Дж·м <sup>-2</sup>	$H_e = \int_{t_1}^{t_2} E_e(t) dt$	Световая экспозиция, лк·с	$H_v = \int_{t_1}^{t_2} E_v(t) dt$

$d\omega = dA_2 / r^2$  – элементарный пространственный угол, в котором распространяется излучение;  $dA_2$  – площадь элементарной освещаемой площадки;  $r$  – расстояние до нее;  $dA_1$  – площадь излучателя;  $\theta$  – угол между нормалью к излучателю и направлением наблюдения.

Связь между энергетическими и световыми единицами осуществляется при помощи стандартной *кривой видности*  $K(\lambda) = K_m V(\lambda)$ . Единственным связующим звеном между энергетическими и световыми единицами является определяющее положение о том, что в максимуме кривой видности ( $\lambda = 0,555$  мкм) 1 Вт (энергетическая шкала) соответствует 680 лм (световая шкала), т. е.  $K_m = 680$  лм/Вт – максимальная спектральная световая эффективность монохроматического излучения при  $\lambda = 0,555$  мкм;  $V(\lambda)$  – относительная спектральная чувствительность глаза. Заметим, что  $V(\lambda)$  характеризует дневное, *фотопическое* зрение, когда работают только колбочки.

Конкретный пример перехода от энергетических единиц к световым приведен в работе [1]. Пусть дан поток излучения с распределением его спектральной плотности по длине волны рис. 11.3. Элементарный поток излучения (в Вт) –  $d\Phi_e = \Phi_{e\lambda}(\lambda_i)d\lambda$ ; световой поток (в лм) –  $d\Phi_v = \Phi_{e\lambda}(\lambda) K(\lambda)d\lambda$ . Интегрируя последнее выражение, получаем формулу связи

$$\hat{\Phi}_v = \int_{0,38}^{0,78} \hat{\Phi}_{e\lambda}(\lambda) K(\lambda) d\lambda = K_m \int_{0,38}^{0,78} \hat{\Phi}_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda.$$

Имея в виду, что поток излучения  $\hat{\Phi}_e = \int_0^\infty \hat{\Phi}_{e\lambda}(\lambda) d\lambda$ , найдем

$$\frac{\hat{\Phi}_v}{\hat{\Phi}_e} = K_m \frac{\int_{0,38}^{0,78} \hat{\Phi}_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty \hat{\Phi}_{e\lambda}(\lambda) d\lambda} = K_m \chi,$$

где отношение интегралов называют КПД глаза или коэффициентом использования глазом излучения данного источника  $\chi$ , который показывает, какую долю в общем потоке излучения составляет световой поток. Из сказанного следует, что перевод любой величины из энергетической системы в световую можно осуществить по формулам:  $\Phi_v = \Phi_e K_m$ ;  $\chi = \Phi_v / 680 \chi$  и т. д.

#### 11.4. Яркостная адаптация

*Яркость* – это та фотометрическая величина, которую мы непосредственно ощущаем. Освещенность изображения предмета на сетчатке пропорциональна яркости предмета. Глаз устанавливает равенство двух яркостей с большой точностью (погрешность в 1 %). Поэтому на сравнении двух яркостей основана почти вся визуальная фотометрия.

Адаптацией называется автоматическая перестройка зрительной системы для наилучшего приспособления к данному уровню яркости. Замечательная особенность глаза – его способность работать в большом диапазоне яркостей – от  $10^4$  до  $10^{-6}$  кд/м<sup>2</sup>, т. е. в пределах 10 порядков от порога чувстви-

тельности скотопического зрения до предела ослепляющего блеска. (Яркость прямого солнечного света, попадающего в зрачок диаметром 2 мм, составляет порядка  $10^3$  кд/м<sup>2</sup>). Такой огромный диапазон интенсивностей перекрывается благодаря включению целого ряда механизмов, которые и обеспечивают адапционную перестройку зрения. В зависимости от знака изменения яркости различают световую адаптацию – перестройку на более высокую яркость, и темновую – перестройку на более низкую яркость. При неизменной освещенности адаптация приходит в соответствие с этой освещенностью.

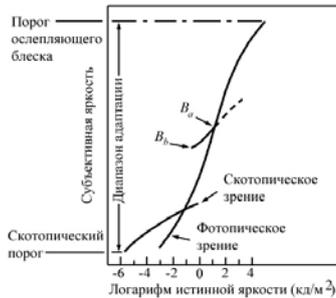


Рис. 11.4. Диапазон субъективно воспринимаемой яркости и конкретный уровень адаптации [2]

Световая адаптация (при отсутствии ослепления) длится 8–10 мин. Выходя из темного помещения на яркий дневной свет, человек бывает ослеплен и в первые секунды почти ничего не видит. Однако глаз не работает только короткое время. При увеличении освещенности автоматически уменьшается зрачок, выцветает зрительный пурпур палочек и их чувствительность падает. Затем начинают действовать колбочки, которые оказывают тормозящее действие на палочковый аппарат и выключают его окончательно. Далее происходит перестройка нервных связей в сетчатке и понижение возбудимости мозговых центров. В результате уже через несколько секунд человек начинает видеть в общих чертах окружающую картину, и минут через 5–8 световая чувствительность его зрения приходит в полное соответствие с окружающей яркостью.

Для получения наивысшей темновой чувствительности необходимо пребывание в темноте в течение 1 ч. Перечислим факторы, способствующие темновой адаптации глаза:

- 1) перестройка корковых центров, воспринимающих свет, повышение их чувствительности;
- 2) увеличение концентрации светочувствительного вещества при понижении яркости;
- 3) увеличение зрачка с понижением яркости;
- 4) переход от фовеального к периферическому зрению;
- 5) возрастание времени инерции с понижением яркости;
- 6) увеличение площади сетчатки, по которой происходит суммирование воздействия света.

Эксперименты показывают, что *субъективная яркость* (т. е. яркость, как она воспринимается зрительной системой человека) является логарифмической функцией от физической яркости света, попадающего в глаз. На рис. 11.4 длинная сплошная кривая представляет диапазон яркостей, в котором способна адаптироваться зрительная система. При использовании одного фотопического (дневного) зрения этот диапазон составляет около  $10^6$ . Постепенный переход от скотопического (сумеречного) зрения к фотопическому происходит в диапазоне приблизительно от 0,003 до 0,3 кд/м<sup>2</sup> (т. е. от –2,5 до

–0,5 по логарифмической шкале), что показано в виде двух ветвей кривой адаптации в этом диапазоне яркостей. Для правильной интерпретации столь впечатляющего динамического диапазона (см. рис. 11.4) важно понимать, что зрительная система не способна работать в этом диапазоне *одновременно*. Она охватывает такой большой диапазон за счет изменения общей чувствительности под воздействием перечисленных выше факторов 2–6.

Общий диапазон одновременно различаемых уровней яркости определяется работой корковых центров (фактор 1) и является относительно малым по сравнению со всем диапазоном адаптации. Для любого данного набора внешних условий текущий уровень чувствительности зрительной системы, называемый *уровнем яркостной адаптации*, соответствует некоторой яркости, например точке  $B_a$  на рис. 11.4. Короткая кривая, пересекающая основной график, представляет диапазон субъективной яркости, которую способен воспринимать глаз при адаптации к указанному уровню. Этот диапазон достаточно ограничен: все уровни яркости ниже  $B_b$  субъективно воспринимаются зрением как черное и, значит, неразличимы. Верхняя (пунктирная) часть этой кривой реально не ограничена, но теряет смысл при большой длине, поскольку при повышении яркости просто повышается уровень адаптации  $B_a$ . Согласно биофизическому закону Вебера – Фехнера, работа корковых центров мозга для органа зрения позволяет различать  $L_n = \Delta L_{\min} = 0,006 L$  в широком диапазоне

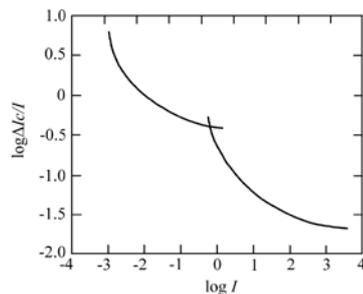


Рис. 11.5. Типичная зависимость отношения Вебера – Фехнера как функции яркости [5]

изменения яркости  $L$ . График зависимости величины  $\log(\Delta L_c / L)$  от  $\log(L)$  имеет общую форму, изображенную на рис. 11.5. Эта кривая показывает, что контрастная чувствительность низкая (большое отношение  $\Delta L_c / L$ ) при малых уровнях яркости и заметно возрастает (отношение  $\Delta L_c / L$  уменьшается) при увеличении фоновой яркости. Наличие двух ветвей кривой отражает тот факт, что при малых уровнях яркости зрение осуществляется благодаря действию палочек, а при высоких – благодаря действию колбочек.

Оценки количественно вклад перечисленных выше факторов, приводящих к адаптации зрения в диапазоне яркостей, как было указано выше, от  $10^4$  до  $10^{-6}$  кд/м<sup>2</sup>.

1. Работа корковых центров органа зрения позволяет различать  $\Delta L_{\min} = (L_1 - L_2)_{\min} = 0,006 L$  в широком диапазоне изменения яркости  $L$ .

2. Увеличение концентрации родопсина увеличивает чувствительность в 13,6 раза.

3. Зрачок расширяется от 2 до 8 мм, по площади – в 16 раз.

4. Переход от фовеального (колбочкового) к периферическому (палочковому) зрению увеличивает чувствительность в 10 раз.

5. Время инерции возрастает с понижением яркости с 0,05 до 0,2 с, примерно в 4 раза.

6. Площадь сетчатки, воспринимающей свет, увеличивается примерно в 6 900 раз.

Соответственно результирующий вклад всех перечисленных факторов в повышение чувствительности определяется величиной  $166,6 \cdot 13,6 \cdot 16 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 900 = 1 \cdot 10^{10}$ .

Таким образом, можно сделать вывод о том, что адаптация – это весьма сложный процесс. Следует особо отметить, что с уменьшением яркости ухудшается острота зрения. Это не просто недостаток зрения, а активный процесс, позволяющий при недостатке света видеть в поле зрения хотя бы крупные предметы или детали.

### 11.5. Оптика глаза

Оптика глаза чрезвычайно сложна. Глаз – система иммерсионная, и изображение строится на сетчатке в среде с показателем преломления  $n$ , отличным от единицы, поэтому переднее фокусное расстояние глаза  $f$  отличается от заднего  $f'$ . Пространство между хрусталиком и роговицей (передняя камера) заполнено водянистым веществом с  $n \sim 1,34$ , а пространство между хрусталиком и сетчаткой (задняя камера) – *стекловидным телом* ( $n \sim 1,34$ ). Среднее значение показателя преломления хрусталика – 1,4.

Преломляющие поверхности не имеют точной сферической формы. Показатель преломления часто трудно поддается измерению: у хрусталика, например, внешняя часть имеет меньший показатель преломления, чем внутренняя. В глазе несколько преломляющих асферических поверхностей с центрами, не лежащими на одной прямой. (При расчетах их считают сферическими с центрами сфер, лежащими на одной прямой, называемой *оптической осью* глаза). Оптическая ось не совпадает со зрительной на  $5^\circ$ .

Фокусировка изображения на сетчатку осуществляется автоматически и называется аккомодацией. У высших животных и человека аккомодация происходит путем изменения кривизны хрусталика за счет усилий цилиарной мышцы, к которой он прикреплен. Изменение формы хрусталика осуществляется путем натяжения или ослабления передней и задней порций волокон ресничного пояска. Для фокусировки зрения на удаленном предмете ресничная мышца расслабляется, хороида сжимается, натягивая при этом волокна ресничного пояска, в результате чего хрусталик приобретает уплощенную форму. Наоборот, для фокусировки на близкорасположенном предмете ресничная мышца сокращается, что приводит к ослаблению натяжения волокон ресничного пояска и округлению хрусталика, т. е. к увеличению его преломляющей способности. Это приводит к изменению его оптической силы, т. е. к построению на сетчатке глаза резкого изображения предметов, находящихся на разных расстояниях. Аккомодация осуществляется в некоторых пределах, определяемых расстоянием до дальней и ближней точек. У нормального глаза расстояние до дальней точки – бесконечность, а до ближней зависит от возраста человека (10 см в двадцать лет, 22 см к сорока годам). Расстояние наилучшего зрения для нормального глаза – 25 см.

Основная характеристика оптической системы – ее *разрешающая способность*. (Разрешающую силу глаза обычно называют *остротой зрения*.) В основном она ограничена хроматической и сферической аберрациями, а также дифракцией. Как видно из рис. 11.3, область спектральной чувствительности глаза достаточно узка, т. е. глаз мало чувствителен к красным и фиолетовым лучам,

что делает слабозаметной хроматическую aberrацию. Радикальный путь исправления сферической aberrации – это линза с переменным показателем преломления. Если построить линзу, у которой показатель преломления максимален в центре, а к периферии вдоль радиуса постепенно уменьшается, сферическую aberrацию можно полностью ликвидировать. Именно так и устроен хрусталик. Таким образом, в оптике глаза aberrации исправлены достаточно хорошо.

Что же касается дифракции, то разрешающая способность глаза определяется хорошо согласующимися размерами светочувствительных элементов сетчатки (диаметр колбочки  $\sim 2\text{--}3$  мкм) и структурой дифракционного изображения точки, рассчитанного по формуле  $r = 1,22 f' \lambda / d$ , где  $d$  – диаметр зрачка;  $f'$  – заднее фокусное расстояние глаза. При изменении преломляющей способности хрусталика с минимального значения до максимального его *фокусное расстояние* изменяется соответственно от 17 (при фокусировке на предметы, удаленные более чем на 3 м) до 14 мм (при фокусировке на близкие предметы). Подставив  $\lambda = 0,5$  мкм,  $f' = 17$  мм и  $d = 5$  мм, получим  $r = 2$  мкм. Кроме того, глаз использует особое средство снижения вредного действия aberrаций. Элементарные светочувствительные приемники сетчатки – колбочки, имеют форму волноводов. Устройство каждого волновода таково, что лучи, проходящие через периферические зоны зрачка, воздействуют на колбочку слабее, чем центральные лучи. Острота зрения глаза максимальна в центральной ямке (составляет примерно 1 мин) и быстро падает от центра к краю сетчатки (через  $16^\circ$  от оси она уменьшается в три раза – до 3 мин). При большой яркости угловой предел разрешения 0,6 мин, а при малой – 50 мин, так как множество рецепторов объединяется для совместного восприятия света.

В заключение отметим, что пропускная способность совокупности, состоящей из оптической системы глаза, сетчатки и отходящих от нее нервных волокон, составляет примерно  $2 \cdot 10^7$  бит/с, так как зрительный нерв состоит из миллиона нервных волокон, каждое из которых может передавать 20 сигналов в секунду при времени инерции 0,05 с. Для сравнения: телевизор создает изображение на экране при скорости передачи информации  $0,5 \cdot 10^6$  бит/с. Однако пропускная способность всего органа зрения в целом, включая высшие нервные центры, воспринимающие и осмысливающие зрительную информацию, составляет максимум 72 бит/с, т. е. периферическая часть органа зрения использует из запасаемой информации ее жизненно важную часть, а запас информации дает свободу выбора того, что нужно в данный момент использовать.

## Глава 12

## Приемники излучения на основе внешнего фотоэффекта

## 12.1. Принцип действия приемников

В приемниках на основе внешнего фотоэффекта поток фотоэлектронов, эмиттируемых под действием падающего излучения одним из электродов (фотокатодом) в вакуум (или газ), ускоряется за счет постоянного внешнего напряжения и улавливается другим электродом (анодом), образуя во внешней цепи электрический ток – фототок (рис. 12.1).

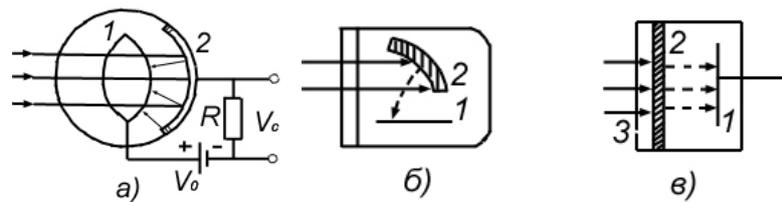


Рис. 12.1. Приемник на внешнем фотоэффекте: а – вакуумный фотоэлемент (1 – анод, 2 – фотокатод); б – непрозрачный фотокатод; в – полупрозрачный фотокатод

В качестве фотокатодов используют некоторые чистые и сложные металлы и полупроводники, фотоэлектронная эмиссия которых состоит из поглощения фотона и передачи его энергии электрону, диффузии возбужденного электрона к поверхности фотокатода и прохождения его в вакуум через поверхностный потенциальный барьер. Энергию, которая необходима электрону для преодоления поверхностного потенциального барьера, называют работой выхода  $E_{\phi}$ . Известны следующие основные законы внешнего фотоэффекта [1; 6–7].

1. Фототок  $I_{\phi}$  в режиме насыщения прямо пропорционален потоку излучения  $\Phi$ , поглощенного фотокатодом, при неизменном спектральном составе падающего потока излучения (закон Столетова):

$$I_{\phi} = \Phi S_{\text{инт}},$$

где  $S_{\text{инт}}$  – интегральная чувствительность фотокатода.

2. Максимальная энергия выбиваемых фотоэлектронов пропорциональна частоте  $\nu$  падающего на фотокатод излучения и не зависит от потока излучения (закон Эйнштейна):

$$(miv^2/2)_{\text{max}} = h\nu - E_{\phi}.$$

Для каждого вещества существует *длинноволновая граница* внешнего фотоэффекта, называемая «красной границей». Пороговая частота фотоэффекта  $\nu_{\text{гр}}$  соответствует энергии падающих фотонов, при которой максимальная энергия фотоэлектронов равна нулю:  $h\nu_{\text{гр}} - E_{\phi} = 0$ , откуда

$$\lambda_{\text{гр}} = c / \nu_{\text{гр}} = hc / E_{\phi} = 1,242/E_{\phi},$$

где  $\lambda_{\text{гр}}$  – граничная длина волны в микрометрах при  $E_{\phi}$  в электрон-вольтах.

Время запаздывания между поглощением кванта и появлением фотоэлектрона меньше  $10^{-12}$  с, что позволяет на основе внешнего фотоэффекта создавать быстродействующие приемники излучения.

## 12.2. Электровакуумные фотоэлементы

Наиболее простыми приемниками на внешнем фотоэффекте являются электровакуумные фотоэлементы, которые основаны на явлении фотоэлектронной эмиссии электронов в вакууме (электронный фотоэлемент) или газе (ионный фотоэлемент) и содержат только фотокатод и анод. Наибольшее распространение получили электровакуумные фотоэлементы (ФЭ), поэтому ограничимся их рассмотрением.

Двумя основными характеристиками светочувствительного слоя фотоэлемента являются чувствительность  $S$  и плотность темнового тока  $i_d$ . При этом согласно [7]:

$$S = \frac{I}{\hat{O}} = \frac{NQe_0}{Nh\nu} = \frac{Qe_0}{h\nu},$$

где  $N = \Phi / h\nu$  — число фотонов, попадающих на фотокатод за одну секунду;  $e_0$  — заряд электрона;  $Q$  — квантовая эффективность фотокатода.

Квантовая эффективность определяется как отношение скорости образования фотоэлектронов  $n_e$  к скорости прихода фотонов  $n_\phi$ :  $Q = n_e / n_\phi$ . Она зависит от материала катода, от формы и толщины фотоэмиссионных слоев и от длины волны падающего излучения. Квантовую эффективность можно представить как произведение трех сомножителей  $Q = n_a n_b n_c$ . Первый сомножитель  $n_a$  соответствует вероятности поглощения падающего фотона. Для материалов с большим коэффициентом поглощения  $\alpha$  — таких, как чистые металлы, велик и коэффициент отражения  $R$  (например, для металлических поверхностей  $R > 0,8-0,9$  в видимой области), и множитель  $n_a$  не может быть больше чем  $(1 - R)$ . С другой стороны, для полупрозрачных фотокатодов толщиной  $d$  поглощение может быть достаточно большим, так что  $ad > 1$ . Второй сомножитель дает вероятность того, что поглощенный фотон действительно создаст фотоэлектрон, а не нагреет материал катода. И, наконец, третий сомножитель устанавливает вероятность того, что фотоэлектрон достигнет поверхности и будет эмиттирован, а не рассеется обратно в объем катода.

Фотоэлементы выпускаются с двумя типами эмиттеров фотоэлектронов: непрозрачные слои, на которые свет падает с той же стороны, куда эмиттируются фотоэлектроны (рис. 12.1, б); полупрозрачные слои (рис. 12.1, в), на которые свет падает со стороны, противоположной направлению эмиссии фотоэлектронов, и поглощается в слое толщиной  $d$ . Из-за обсуждаемых выше двух факторов  $n_a$  и  $n_c$  квантовая эффективность полупрозрачных фотокатодов и ее спектральные изменения критическим образом зависят от толщины  $d$  и достигают значений, характерных для катодов отражательного типа, только при оптимизации  $d$ .

Для оценки спектральной чувствительности фотоэлементов разработана система типовых спектральных характеристик, которые обозначаются с

помощью стандартной номенклатуры, использующей символы от S-1 до S-20. На рис. 12.2 представлены спектральные чувствительности  $S(\lambda)$  некоторых типичных фотокатодов, выраженные в миллиамперах фототока на ватт падающего излучения.

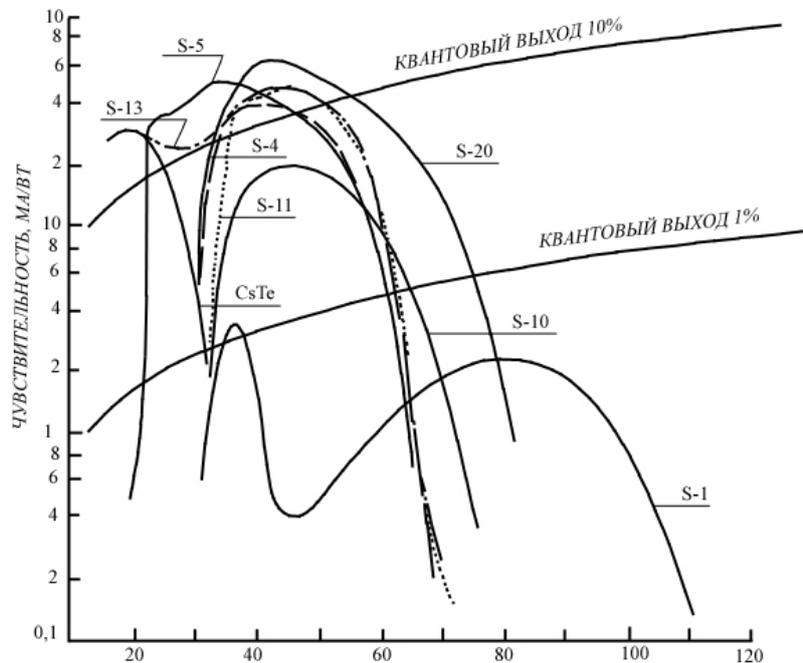


Рис. 12.2. Спектральные чувствительности некоторых типичных фотокатодов

Возможность регистрации излучения с малой интенсивностью ограничивается наличием у ФЭ темнового тока, обусловленного спонтанной эмиссией электронов с фотокатода. Особенно велик темновой ток у ФЭ, чувствительных к красной области спектра, благодаря более низким значениям работы выхода материала фотокатода. Плотности темновых токов для различных светочувствительных фотокатодов приведены в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Тип катода	S-1	S-4	S-11	S-17	S-20
Плотность темнового тока, А/см <sup>2</sup>	$10^{-12}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$10^{-14}$	$10^{-14}$	$10^{-15}$

Примечание: S-1 – кислородно-цезиевый катод; S-4 – сурьмяно-цезиевый катод (баллон ФЭУ из обычного стекла); S-5 – сурьмяно-цезиевый катод (баллон ФЭУ из стекла, пропускающего ультрафиолетовое излучение); S-10 – серебряно-висмута-цезиевый катод; S-20 – многощелочной катод; CsTe – катод из теллурида цезия.

Поскольку основной причиной, обуславливающей темновой ток, является термоэлектронная эмиссия, то для ее уменьшения весьма эффективным оказывается охлаждение фотокатода.

*Световые характеристики* вакуумных фотоэлементов *линейны* в широком динамическом диапазоне (диапазон изменения потока). Нижний предел линейности ограничивают темновые токи (от  $10^{-7}$  до  $10^{-15}$  А у различных фотоэлементов) и шумы фотоэлемента, и нагрузки. Верхний предел линейности ( $10^{-4}$  А) ограничен образованием пространственного заряда у поверхности фотокатода и на стекле колбы, утомлением фотокатода и вторичной эмиссией стекла (слабо покрывающегося пленкой щелочного металла при напылении фотокатода), появляющейся при больших световых потоках. При включении фотоэлемента в цепь нагрузки диапазон линейности уменьшается.

*Временное разрешение* фотоэлементов определяется временем движения электронов от места их образования при освещении до поверхности катода ( $10^{-12}$  с), временем пролета их от катода до анода ( $10^{-11}$ – $10^{-10}$  с) и переходными процессами в цепи фотоэлемент – нагрузка. Переходные процессы в цепи фотоэлемент – нагрузка, ухудшающие временное разрешение и искажающие форму коротких импульсов, зависят от накопления зарядов на стекле при перезарядке и от процесса зарядки и разрядки емкости самого фотоэлемента, которые характеризуются постоянной времени схемной релаксации  $\tau_p$  (постоянной времени  $RC$ -цепочки):

$$\tau_p = R_n C,$$

где  $R_n$  – сопротивление нагрузки и выводов в омах;  $C$  – межэлектродная емкость ФЭ.

Межэлектродная емкость обычных ФЭ 10–50 пФ, у импульсных 3–4 пФ при сопротивлении коаксиального вывода десятки Ом, что дает  $\tau_p = 3 \cdot 10^{-12} \div 10^{-11}$  с, соизмеримую с временем пролета фотоэлектронов. В связи с этим импульсные ФЭ включаются прямо на быстродействующий осциллограф и имеют временное разрешение  $10^{-10} \div 10^{-11}$  с, а пологий участок частотной характеристики простирается до  $10^8$ – $10^9$  Гц.

Для регистрации наносекундных импульсов лазеров разработаны специальные быстродействующие сильноточные ФЭ (рис. 12.3, а). У подобных ФЭ расстояние между катодом и анодом мало, а прикладываемое напряжение между ними 2–5 кВ, что обеспечивает малое время пролета (и малый разброс времени пролета) фотоэлектронов, а следовательно, малую постоянную времени фотоприемника. Подобные приемники имеют коаксиальный выход, малую межэлектродную емкость, низкую индуктивность выводов и позволяют регистрировать сигнал без усилительного тракта непосредственно быстродействующим осциллографом, так как фототок в импульсе может достигать нескольких ампер без искажения пространственным зарядом. Такие быстрые фотоэлементы используются для регистрации субнаносекундных лазерных импульсов.

Если фототок измеряется путем определения падения напряжения на нагрузочном сопротивлении, то отношение сигнал-шум, которое может быть получено при полосе пропускания измерительной схемы  $\Delta f$ , запишется в виде

$$\frac{U_{\text{н}}}{U_{\text{с}}} \approx \frac{S\hat{O}R}{\sqrt{[4kT_R R + 2e_0 R^2 (i_d + S\hat{O})] \Delta f}},$$

где  $T_R$  – температура нагрузочного сопротивления.

Обычно член  $4kT_R R \Delta f$  – тепловой шум нагрузочного сопротивления  $R$  – на несколько порядков превышает член  $2e_0 R^2 (i_d + S\hat{O}) \Delta f$ , описывающий дробовой эффект. Только при увеличении  $R$  до  $10^{10}$ – $10^{12}$  Ом дробовой эффект становится доминирующим, и отношение сигнал-шум достигает своего максимального значения. Применение таких высокоомных нагрузочных сопротивлений связано с большими техническими трудностями. Кроме того, постоянная времени  $RC$  возрастает в этом случае до величины порядка нескольких секунд.

При обычно используемых нагрузочных сопротивлениях минимально регистрируемая величина светового потока значительно превосходит величину минимальной мощности, которая может быть зарегистрирована идеальным квантовым детектором [6]. Поэтому фотоэлементы редко используются для измерения слабых световых потоков.

### 12.3. Фотоэлектронные умножители

Для преобразования слабых световых потоков используется фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). Конструктивно от вакуумного фотоэлемента ФЭУ отличается тем, что кроме фотокатода и анода содержит еще фокусирующую электронно-оптическую систему, диафрагму и дополнительные электроды (диноды), являющиеся эмиттерами вторичных электронов (рис. 12.4, а).

При освещении фотокатод (1) эмиттирует первичные фотоэлектроны, которые ускоряются электрическим полем и фокусируются электронно-оптической системой (2) на первый динод Э<sub>1</sub>, вызывая его увеличенную вторичную электронную эмиссию. Вторичные электроны, вылетевшие из первого динода, ускоряются электрическим полем и направляются на второй динод Э<sub>2</sub>, увеличенный поток электронов со второго динода – на третий и т. д.

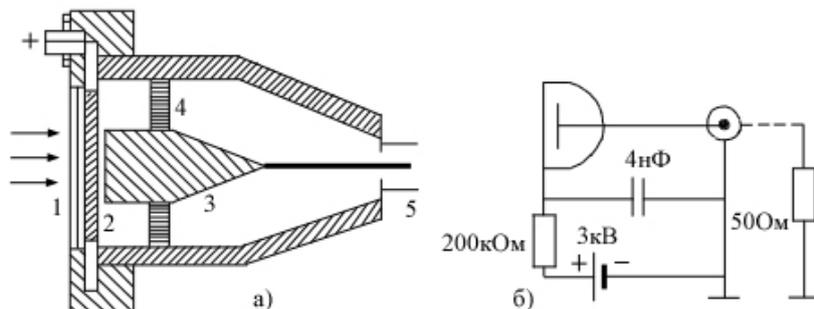


Рис. 12.3. Конструкция быстрого фотоэлемента бипланарной геометрии с коаксиальным выходом (50 Ом) (а) и его электрическая схема (б): 1 – окно; 2 – прозрачный анод; 3 – катод; 4 – крепление катода; 5 – коаксиальный разъем

Электрическое поле, ускоряющее электроны, создается делителем постоянного напряжения  $R_1-R_{11}$ , обеспечивающим большой положительный потенциал каждого последующего каскада относительно предыдущего. Фотокатоды ФЭУ аналогичны фотокатодам ФЭ и могут работать «на просвет» и на «отражение». Форма и распределение электрического потенциала по поверхности фотокатода, фокусирующего электрода (2) и диафрагмы (3) должны обеспечить максимальный сбор фотоэлектронов на первый динод за счет использования законов движения электронов в электрическом поле.

Качество электронно-оптической системы катодной камеры определяется коэффициентом сбора электронов  $\gamma_k$  (отношение числа фотоэлектронов, достигших первого динода, к общему числу эмитированных фотокатодом электронов  $n_k$ ). Коэффициент сбора электронов у современных ФЭУ близок к единице.

Первичные фотоэлектроны, попадая на первый динод, взаимодействуют с электронами его вещества и возбуждают их до более высоких энергетических состояний. Часть электронов перемещается к границе динода с вакуумом. Электроны, достигшие поверхности с энергией, превышающей поверхностный потенциальный барьер, переходят в вакуум и ускоряются электрическим полем в направлении ко второму диноду. Время вторичной электронной эмиссии меньше  $10^{-12}$  с.

Вторичную электронную эмиссию характеризуют коэффициентом вторичной эмиссии

$$\sigma = n_d / (n_k \gamma_k),$$

где  $n_k \gamma_k$  – число первичных электронов, падающих на поверхность динода;  $n_d$  – среднее число эмитируемых динодом электронов.

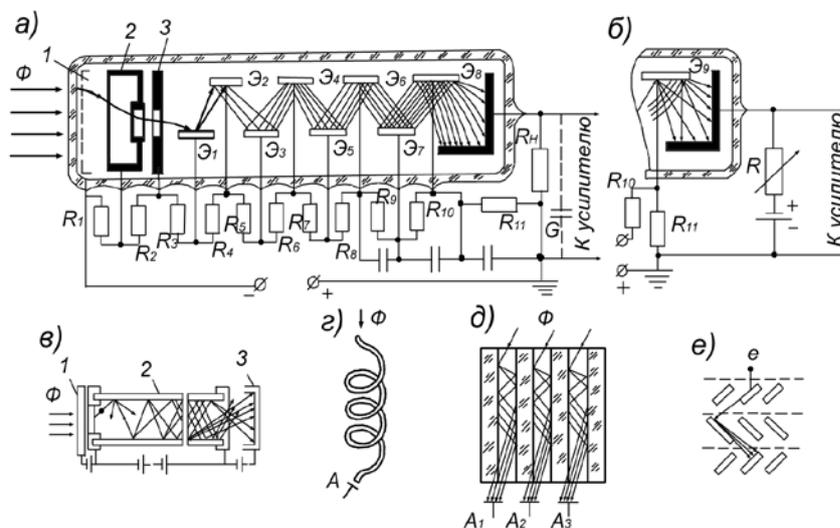


Рис. 12.4. Устройство ФЭУ со схемой его питания (а, б) и пояснение работы канального (в-д) и жалюзийного (е) ФЭУ

Коэффициент вторичной электронной эмиссии динода зависит от энергии первичных электронов, от материала динода и состояния его поверхности. Энергия первичных электронов в диапазоне 100–1 800 эВ дает максимальное значение  $\sigma$ . В качестве вторично-эмиссионных материалов динодов применяют  $\text{SbCs}_3$  и окисленные сплавы  $\text{CuBe}$ ,  $\text{AlMg}$ ,  $\text{AgMg}$ ,  $\text{CuMg}$ ,  $\text{GaP}(\text{Cs})$  и т. д. Форму и расположение динодов выбирают, учитывая максимальный сбор электронов, эмиттированных предыдущим динодом; одинаковое время пролета электронов от фотокатода до анода (траектории электронов должны быть изохронными для обеспечения малой постоянной времени); отсутствие объемного заряда, приводящего к нелинейности световой характеристики.

Часть электронов из-за несовершенства системы рассеивается и попадает на стенки баллона и на нерабочие участки динодов, что учитывает коэффициент эффективности динодного каскада  $\gamma_i$  (отношение числа электронов, попавших на  $i + 1$ -й динод, к числу электронов, вышедших из  $i$ -го динода). У современных ФЭУ  $\gamma_i = 0,7-0,95$ .

Число электронов, собираемых на анод,

$$n_a = n_e \gamma_e \prod_{i=1}^m \sigma_i \gamma_i = n_e \gamma_e M,$$

где  $m$  – число каскадов;  $M$  – коэффициент усиления ФЭУ.

Если  $\sigma_1 = \sigma_2 \dots = \sigma$ , а  $\gamma_k = \gamma_i = 1$ , то  $M = \sigma^m$  или  $I_a = I_k \sigma^m$ , где  $I_a$  – анодный ток ФЭУ;  $I_k$  – ток эмиссии фотокатода.

Для серийных ФЭУ при среднем коэффициенте вторичной эмиссии  $\sigma = 4$  и числе каскадов 12 коэффициент усиления ФЭУ  $M = 10^7$ , что достаточно для регистрации сигнала на выходе от одного упавшего на фотокатод кванта (выбившего один фотоэлектрон).

В последние годы находят широкое применение микроканальные ФЭУ, отличающиеся от обычных построением динодной системы. Большие возможности для миниатюризации ФЭУ представляет использование непрерывного динода с распределенным сопротивлением. В простейшем случае такой динод представляет собой трубку (канал) (рис. 12.4, в–д), изготовленную, например, из специального стекла, на поверхности которого в результате термообработки в водороде образуется слой, обладающий необходимыми электрическим сопротивлением и коэффициентом вторичной электронной эмиссии ( $R = 10^7-10^8$  Ом;  $\sigma = 3-3,5$  при  $E = 300$  эВ).

При подаче высокого напряжения на концы канала через проводящие контакты по его поверхностному слою течет ток, создающий падение напряжения вдоль канала. Вторичный электрон, выбитый из внутренней стенки канала, под действием электростатического поля ускоряется и ударяется о стенку канала в точке с более высоким потенциалом. Усиление в канале зависит от отношения его диаметра к длине (калибр), напряжения на концах канала и вторично-эмиссионных свойств рабочей поверхности. При оптимальном калибре канала, равном 50–100, и напряжении около 2,5 кВ можно получить усиление  $10^6-10^7$ .

Простейшая (прямая) форма канала не позволяет получить больших усилений в ФЭУ из-за увеличения шумов, обусловленных оптической и ионной

обратными связями с анода на фотокатод (прямое видение). Для устранения этого недостатка каналу может быть придана форма спирали (спиральтрон), для чего систему из нескольких соединенных вместе параллельных каналов (например, четырех) закручивают вокруг оси при ее изготовлении (рис. 12.4, з).

Недостаток прямых и изогнутых каналов – низкая эффективность эквивалентного каскада умножения, так как часть вторичных электронов выходит под такими углами к оси трубки, что попадает в тормозящее поле и не участвует в дальнейшем процессе умножения. Кроме того, наблюдается большой разброс времени пролета электронов из-за отсутствия их фокусировки, что увеличивает постоянную времени. Эти недостатки устранены в системах со скрещенными магнитными и электрическими полями, которые используют для изготовления высокочастотных ФЭУ.

Анодный блок ФЭУ состоит из последнего динода и анода. Часто анод выполняют в виде сетки и располагают между предпоследним и последним динодами. В этом случае электроны от последнего динода ускоряются анодом-сеткой и, умножаясь на последнем диноде, собираются на аноде. Недостатком сеточного анода является перехват части электронов на пути к последнему диноду, что ухудшает временное разрешение ФЭУ.

Спектральная чувствительность ФЭУ определяется в основном типом фотокатода и материалом стекла колбы. Спектральные характеристики ФЭУ такие же, как у ФЭ (см. рис. 12.2). Для регистрации излучения с  $\lambda < 105$  нм применяют ФЭУ с открытым входом (нет входного окна).

Временное разрешение ФЭУ зависит от времени внешнего фотоэффекта ( $10^{-12}$  с), времени вторичной эмиссии ( $10^{-12}$  с), времени пролета электронов от фотокатода до анода (с учетом умножения на динодах), изохронности (одновременности) их прихода на анод и постоянной времени схемной релаксации  $\tau_p$ . Постоянная времени по фронту нарастания импульса для обычных ФЭУ составляет 5–10 нс (при  $\tau_p < 1$  нс), что позволяет регистрировать модулированные потоки с частотой в сотни мегагерц.

Благодаря механизму внутреннего электронного размножения ФЭУ величина нагрузочного сопротивления не накладывает ограничений на отношение сигнал-шум. Выражение для отношения сигнал-шум имеет вид

$$\frac{U_{\text{н}}}{U_{\phi}} \approx \frac{S\hat{O}R}{\sqrt{\left[4kT_R R + 2e_0 R^2 M \frac{M\sigma - 1}{\sigma - 1} (i_d + S\hat{O})\right] \Delta f}}$$

Здесь  $M$  – полный коэффициент усиления, а  $\sigma$  – коэффициент вторичной эмиссии.

Таким образом, ФЭУ позволяют полностью использовать возможности светочувствительного слоя катода.

#### 12.4. Электронно-оптические преобразователи

Для преобразования невидимого глазом изображения объекта (в инфракрасных, ультрафиолетовых и рентгеновских лучах) в видимое либо для уве-

личения (усиления) яркости видимого изображения используются электронно-оптические преобразователи (ЭОП). В основе действия ЭОП лежит преобразование изображения, создаваемого на фотокатоде рентгеновскими, видимыми, УФ- или ИК-лучами, в промежуточное электронное, а затем в видимое изображение на флюоресцирующем экране.

Конструктивно простейший ЭОП состоит (рис. 12.5) из стеклянного баллона (5), из которого откачан воздух. На одну стенку баллона нанесен полупрозрачный фотокатод (4), на противоположную – флюоресцирующий экран (7). Между фотокатодом и экраном приложено постоянное напряжение 15–20 кВ. В ЭОП изображение (3) объекта (1) проецируется с помощью объектива (2) на фотокатод (при использовании рентгеновских лучей теневое изображение объекта проецируется на фотокатод непосредственно).

Излучение от объекта вызывает фотоэлектронную эмиссию с поверхности фотокатода, причем величина эмиссии с различных участков последнего изменяется в соответствии с распределением яркости спроецированного на него изображения. Фотоэлектроны ускоряются электрическим полем на участке между фотокатодом и экраном, фокусируются с помощью электрического или (и) магнитного поля (образующего электронную линзу) и бомбардируют экран (7), вызывая его люминесценцию. На экране, благодаря его люминесценции, электронное изображение (6) преобразуется в видимое. Интенсивность свечения отдельных точек экрана зависит от плотности потока фотоэлектронов, вследствие чего на экране возникает видимое изображение объекта.

Различают одно- и многокамерные (каскадные) ЭОП; последние представляют собой такое последовательное соединение двух или более однокамерных ЭОП, при котором световой поток с экрана первого ЭОП (каскада) направляется на фотокатод второго и т. д.

Фотокатоды ЭОП аналогичны ФЭ и ФЭУ, и их спектральные характеристики приведены выше. В качестве флюоресцирующих экранов применяют различные мелкозернистые люминофоры со временем послесвечения  $10^{-6}$ – $10^{-2}$  с. Коэффициент усиления (преобразования) – отношение излучаемого экраном светового потока к потоку, падающему от объекта на фотокатод, – у однокамерных ЭОП составляет несколько тысяч, у каскадных –  $10^6$  и более.

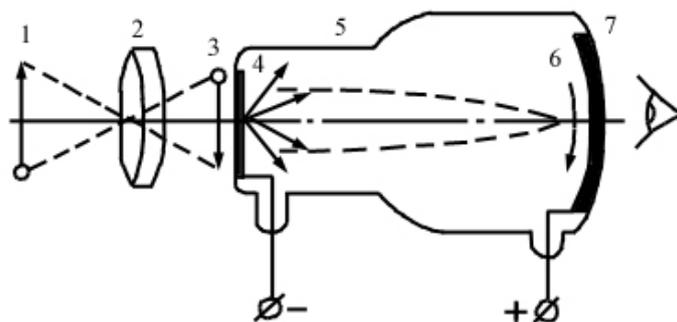


Рис. 12.5. Схема ЭОП

Разрешающая способность ЭОП, определяемая максимальным количеством отдельно видимых штрихов изображения на участке экрана длиной 1 мм; лежит в пределах 6–25 штрихов на 1 мм.

Основные недостатки каскадных ЭОП – малая разрешающая способность и сравнительно высокий темновой фон, приводящие к ухудшению качества изображения. Последний недостаток устранен в ЭОП с микроканальным усилителем. В ЭОП этого типа на пути фотоэлектронов располагается стеклянная пластина, пронизанная миллионами отверстий (каналов) диаметром 6–25 мкм. Внутренние стенки каналов покрыты материалом с высоким коэффициентом вторичной электронной эмиссии. К пластине прикладывают напряжение в несколько киловольт, под действием которого попавшие в каналы фотоэлектроны ускоряются до энергий, достаточных для возникновения вторичной электронной эмиссии из стенок каналов, что позволяет усилить первичный электронный поток в  $10^5$ – $10^6$  раз. Электроны из каждого канала попадают в соответствующую точку экрана, формируя видимое изображение (рис. 12.6). В микроканальных ЭОП отпадает необходимость применения электронной фокусировки.

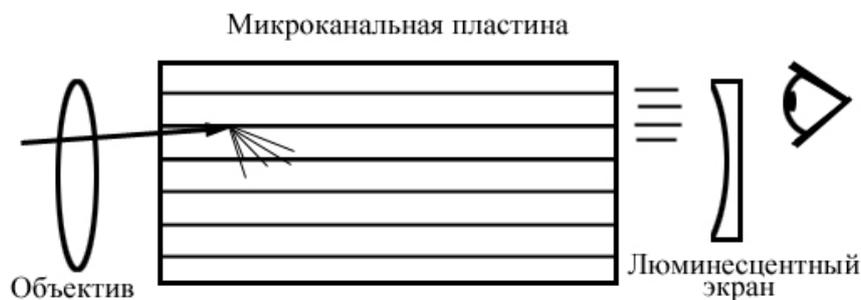


Рис. 12.6. Схема ЭОП с микроканальным усилителем

Использование в фотокатодах поверхности из арсенида галлия и более совершенная конструкция позволили повысить коэффициент усиления до 50 000, а срок службы прибора до 10 тыс. ч. Такой прибор оказывается чувствительным в видимом диапазоне, а также в ближнем участке ИК-диапазона (0,8–3 мкм).

ЭОП используют для высокоскоростного фотографирования в видимой, УФ- и ИК-области спектра; применяют для регистрации быстропротекающих процессов с временным разрешением до  $10^{-14}$  с.

## Глава 13

### Приемники излучения на основе внутреннего фотоэффекта

Рассмотренные в предыдущем разделе сравнительно чувствительные и быстродействующие приемники излучения на основе внешнего фотоэффекта охватывают лишь небольшую часть оптического спектра в видимой и ультрафиолетовой областях. В инфракрасной же области (1–1 000 мкм) положение с приемниками значительно сложнее. Расширение области спектральной чувствительности в ИК-диапазон связано с совершенствованием приемников оптического излучения на основе внутреннего фотоэффекта.

#### 13.1. Принцип действия приемников на основе внутреннего фотоэффекта

Внутренним фотоэффектом называют процесс взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, в результате которого энергия квантов излучения передается электронам вещества, изменяющим в нем свое энергетическое состояние. Внутренний фотоэффект требует меньшей энергии фотонов, чем внешний. Это определяет более длинноволновую спектральную область чувствительности таких приемников. Приемники на основе чистых полупроводников работают в области спектра от видимой области до длин волн 7–8 мкм, полупроводники с примесями чувствительны и в более далекой ИК-области (до 50 мкм) [1; 7–9].

Рассмотрим внутренний фотоэффект с точки зрения зонной теории (ЗТ) с позиций квантовой механики. Согласно ЗТ, энергия электрона в полупроводнике может изменяться в некоторых интервалах почти непрерывно, но одновременно существуют интервалы значений энергии, которые электрон может преодолеть только скачком.

Вводится представление о разрешенных и запрещенных зонах энергии электронов в полупроводнике, наглядно представляемых энергетическими схемами, причем границы различных зон обозначают горизонтальными линиями (рис. 13.1). Здесь  $E_c$  – минимальная энергия, которую может иметь свободный электрон. Возможные значения энергии свободных электронов образуют разрешенную зону, которую называют свободной или зоной проводимости (ЗП). Величина  $E_v$  является максимальной энергией электронов в полностью завершенной связи. Ниже  $E_v$  лежит спектр энергий всех связанных валентных электронов, и эту разрешенную зону называют валентной зоной (ВЗ).

Для того чтобы перевести электрон из связанного состояния в свободное у чистого, т. е. собственного, полупроводника (рис. 13.1, *a*), падающие кванты должны сообщить ему энергию больше, чем  $\Delta E_z = E_c - E_v$ , где  $\Delta E_z$  – ширина запрещенной зоны полупроводника, определяемая природой его химических связей и температурой. Незанятое электроном энергетическое состояние в ВЗ называется дыркой. Дырки в полупроводнике ведут себя как положительно заряженные частицы с зарядом, по абсолютной величине равным  $e$ .

## 13.1. Принцип действия приемников на основе внутреннего фотоэффекта

Разрыв парноэлектронной связи в энергетической диаграмме для собственного полупроводника равнозначен переводу электрона из ВЗ в ЗП, в результате чего появляются свободные дырки в ВЗ, т. е. возникает электронно-дырочная собственная фотопроводимость – свойство вещества изменять свою электропроводность под действием оптического излучения. При введении в собственный полупроводник примесей в запрещенной зоне полупроводника появляются дополнительные разрешенные уровни (рис. 13.1, б, в). Атомы примесей, находящиеся на уровнях внутри запрещенной зоны, могут либо отдавать электроны (*донорные* примеси), либо захватывать их (*акцепторные* примеси). Если примесный уровень является донорным, под действием кванта с энергией, соответствующей расстоянию от донорного уровня до зоны проводимости, происходит переход электрона в зону проводимости, происходит переход электрона в зону проводимости. При этом образуются свободный электрон в зоне проводимости и связанная дырка вблизи примесного атома (рис. 13.1, б). Такой полупроводник имеет *электронную* проводимость (*n*-тип полупроводника). Если примесный уровень является акцепторным, при падении на полупроводник кванта с соответствующей энергией образуются связанный электрон, находящийся на уровне примеси, и дырка в валентной зоне. Дырка может диффундировать по зоне, обеспечивая *дырочную* проводимость (*p*-тип полупроводника) (рис. 13.1, в).

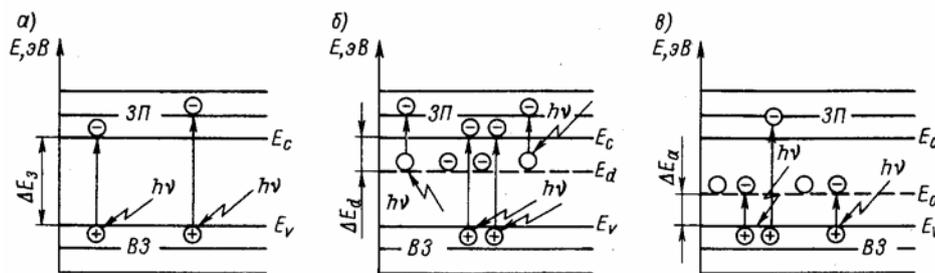


Рис. 13.1. Энергетические диаграммы собственного (а), донорного *n*-типа (б) и акцепторного *p*-типа (в) полупроводников

Собственная фотопроводимость может возникнуть у полупроводника, если падающий квант сообщает электрону в ВЗ достаточную энергию для преодоления запрещенной зоны

$$h\nu = hc / \lambda > \Delta E_3,$$

откуда длинноволновая граница спектральной чувствительности фотоприемника

$$\lambda'' = hc / \Delta E_3 = 1,242 / \Delta E_3, \quad (13.1)$$

где  $\lambda''$  – измеряется в микрометрах, а  $\Delta E_3$  в электрон-вольтах.

В качестве примера приведем значения ширины запрещенной зоны для некоторых полупроводников [1]. В частности, при температуре 295 К для сульфида кадмия CdS  $\Delta E_3 = 0,63$  эВ; для кремния Si  $\Delta E_3 = 1,12$  эВ; для германия Ge  $\Delta E_3 = 0,67$  эВ; для сульфида свинца PbS  $\Delta E_3 = 0,42$  эВ; при температу-

ре 195 К для селенида свинца PbSe  $\Delta E_3 = 0,23$  эВ; для арсенида индия InAs  $\Delta E_3 = 0,39$  эВ; при температуре 77 К для антимонида индия InSb  $\Delta E_3 = 0,23$  эВ.

Для определения *длинноволновой* границы спектральной чувствительности примесных фотоприемников в выражение (13.1) вместо  $\Delta E_3$  подставляют  $\Delta E_a$  или  $\Delta E_d$ . Однако необходимо отметить, что энергия активации многих примесей в полупроводнике меньше средней энергии тепловых колебаний кристаллической решетки полупроводника при комнатной температуре (0,026 эВ), поэтому примесные атомы уже при комнатной температуре ионизированы, и существует проводимость полупроводника.

Добавление в чистый полупроводник атомов примесного вещества существенно изменяет не только количество подвижных носителей, но и характер электропроводности: присутствие атомов донорной примеси с концентрацией  $N_d$  приводит к появлению в полупроводнике подвижных электронов, причем при комнатной температуре  $n \sim N_d$  (проводимость *n*-типа). Аналогично присутствие атомов акцепторной примеси сопровождается появлением подвижных дырок, причем  $p \sim N_a$  (проводимость *p*-типа). Носители заряда могут рекомбинировать, т. е. электрон из зоны проводимости может перейти в валентную зону и заполнить дырку; при этом выделится энергия, равная  $\Delta E_3$ . В условиях термодинамического равновесия число генерируемых электронов равно числу рекомбинирующих. При этом между концентрациями свободных электронов и дырок в полупроводниках *p*- и *n*-типа существует соотношение

$$n_p p_p = n_n p_n = n_i^2, \quad (13.2)$$

где  $n_i = p_i = A \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)$  – количество электронов и дырок в собственном полупроводнике.

Из соотношения (13.2) следует, что чем больше носителей заряда одного типа, тем меньше другого. Соответственно те носители заряда, которые присутствуют в меньшем количестве, называются *неосновными* для данного типа полупроводника ( $p_n, n_p$ ).

Если равновесие нарушается и в полупроводник каким-либо способом (например, при поглощении квантов света) вводится дополнительное количество основных или неосновных носителей, то создается их избыточная, по сравнению с равновесной, концентрация. Во всех случаях нарушения равновесия каждый объем полупроводника остается электронейтральным. Но так как равновесие, характеризуемое соотношением (13.2), в области повышенной концентрации нарушается, то начинает преобладать процесс рекомбинации носителей заряда.

В первом приближении избыточная концентрация  $\Delta p$  неосновных носителей заряда меняется во времени по закону

$$\Delta p(t) = \Delta p(0) \exp(-t/\tau_p).$$

За время жизни  $\tau$  неосновные носители заряда вследствие диффузии из области с повышенной концентрацией перемещаются в среднем на некоторое расстояние – диффузионную длину  $L$ .

Время жизни, диффузионная длина, коэффициент диффузии и подвижность носителей заряда связаны соотношениями

$$L_{p,n} = \sqrt{D_{p,n} \tau_{p,n}}, \quad D_{p,n} = \frac{kT}{e} \mu_{p,n}.$$

На основе явлений, связанных с внутренним фотоэффектом, возможно создание различных типов приемников излучения – фоторезисторов, фотогальванических приемников, фотодиодов и др.

### 13.2. Фоторезисторы

Фоторезистор – это фотоприемник, принцип действия которого основан на эффекте фотопроводимости – свойстве вещества изменять свою электропроводность под действием оптического излучения. Это увеличение проводимости

$$\sigma = e(n_+ \mu_+ + n_- \mu_-)$$

можно осуществить или увеличением концентраций  $n_-$  и  $n_+$  электронов в зоне проводимости (соответственно дырок в валентной зоне), или увеличением подвижностей  $\mu_-$  и  $\mu_+$ .

Фоторезисторы изготавливают из полупроводников с собственной и примесной фотопроводимостью. Примесные полупроводники, чувствительные в ИК области вплоть до 30–50 мкм, должны работать при низких температурах, поскольку из-за малости энергий возбуждения донорные и акцепторные уровни могут легко ионизоваться тепловым образом. Так германий, легированный золотом ( $\Delta E_3 = 0,15$  эВ), требует охлаждения жидким азотом (77 К). Приемники с уровнями, находящимися на расстоянии  $\sim 0,01$  эВ от основной зоны, должны работать при температуре жидкого гелия. Кроме того, с уменьшением температуры чувствительность фоторезисторов повышается, а длинноволновая граница смещается в связи с температурным изменением расстояния между зонами полупроводника. Так, в максимуме спектральная чувствительность охлажденного до 77 К фоторезистора из InSb составляет  $10^4$  В/Вт, а неохлажденного – 1 В/Вт. Величина чувствительности зависит от типа полупроводника, его размеров и неравномерно распределена по рабочей поверхности.

Наибольшее распространение получили фоторезисторы с собственной фотопроводимостью, так как они не требуют охлаждения. Фоторезисторы изменяют свое сопротивление на  $\Delta R = R_T - R_{св}$  от «темнового значения»  $R_T$  в отсутствие облучения до меньшего значения  $R_{св}$  при облучении. Оптимальный сигнал для данной мощности падающего излучения достигается при сопротивлении нагрузки  $R = (R_T R_{св})^{0,5}$ , которое для слабого сигнала ( $\Delta R = R_T$ ) приближенно равно темновому сопротивлению  $R \sim R_T$ . Фоторезисторы неполярны и одинаково проводят электрический ток в любом направлении, что позволяет их включать в цепи постоянного и переменного тока.

В объеме полупроводника может происходить «умножение» электронов – создание фотоэлектронами новых носителей заряда путем ударной ионизации, поэтому эффективный квантовый выход такого фотоприемника может

быть значительно больше единицы. Величина «усиления» фототока зависит от приложенного напряжения, геометрии фоторезистора и свойств его материала и может достигать, например в сульфиде кадмия CdS, значения  $\sim 10^5$ . По этой причине чувствительность фоторезисторов не является таким однозначным параметром, как, например, в случаях вакуумных фотоэлементов с внешним фотоэффектом. Особенностью данных приемников излучения является нелинейность световой характеристики. Только в области очень малых световых потоков ( $10^{-6}$ – $10^{-7}$  Вт) отклик фоторезистора можно считать линейным. В качестве примера на рис. 13.2 приведены относительные спектральные характеристики некоторых фоторезисторов [1].

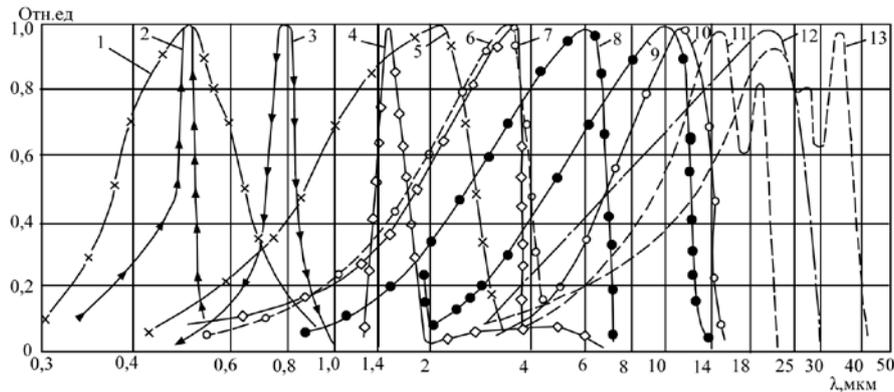


Рис. 13.2. Относительные спектральные характеристики чувствительности некоторых ФР: 1 – напыленный CdS (295 К); 2 – ФСК-М1 (CdS при 295 К); 3 – ФСД (CdSe при 295 К); 4 – монокристалл *p*-типа из Ge : Au при 77 К; 5 – ФСА (PbS при 295 К); 6 – PbSe (295 К); 7 – монокристалл *n*-типа из InAs при 295 К; 8 – монокристалл из InSb при 295 К; 9 – Ge : Hg (30 К); 10 – Ge : Zn : Sb (53 К); 11 – Ge : Cd (4,2 К); 12 – Ge : Cu (4,2 К); 13 – Ge : Zn (4,2 К)

Временное разрешение фоторезисторов определяется скоростями переходных процессов генерации и рекомбинации носителей тока и другими факторами и может быть весьма различной. Для чистых полупроводниковых фоторезисторов эта величина составляет  $10^{-2}$ – $10^{-6}$  с, а для примесных может быть меньше – до  $10^{-6}$ – $10^{-9}$  с.

### 13.3. Фотоприемники с *p-n*-переходом

Структура, состоящая из полупроводников *p*-типа и *n*-типа с промежуточным переходным слоем, называемым *p-n*-переходом, обладает способностью преобразовывать световую энергию в электрическую и наоборот. В первом случае оказывается возможным создавать приемники оптического излучения (рис. 13.3, а). Второй случай – преобразование электрической энергии в световую – осуществляется в светодиодах и полупроводниковых квантовых генераторах.

При контакте двух полупроводников с разными типами проводимости происходит взаимная диффузия электронов и дырок – электроны диффундируют из  $n$ -области в  $p$ -область, дырки – в обратном направлении (рис. 13.3, б). При этом вблизи  $p$ - $n$ -перехода в  $n$ -области возникнет положительный заряд  $Q_1$ , образованный некомпенсированными донорами, а в  $p$ -области – отрицательный заряд  $Q_2$ , образованный некомпенсированными акцепторами. Объемный заряд создает электрическое поле  $E(x)$ , максимальное на границе ( $E_{\max}$ ) и линейно спадающее вглубь области пространственного заряда

$$E_x = \frac{eN_A}{\epsilon\epsilon_0}(W_p - x); \quad E_x = \frac{eN_D}{\epsilon\epsilon_0}(W_n - x); \quad E_{\max} = \frac{eN_A W_p}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{eN_D W_n}{\epsilon\epsilon_0},$$

где  $N_A$  и  $N_D$  – концентрация акцепторов и доноров соответственно;  $W_p$  и  $W_n$  – длина обедненной зоны  $p$ -области и  $n$ -области.

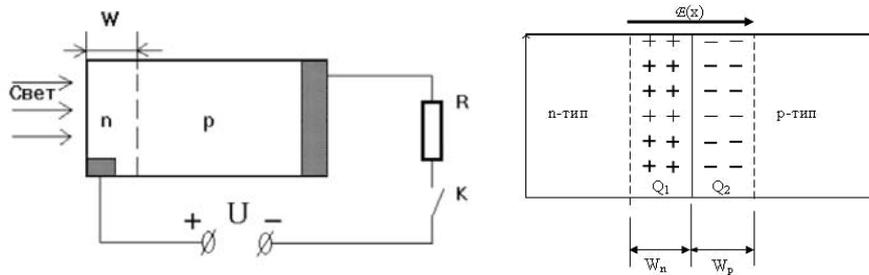


Рис. 13.3. Схематическое изображение фотодиода и его включения (а):  $n$  – эмиттер;  $p$  – база. Область пространственного заряда в  $p$ - $n$ -переходе (б)

Особенности работы приемников излучения, основанных на использовании свойств  $p$ - $n$ -перехода, можно рассмотреть, пользуясь энергетическими диаграммами уровней в полупроводнике (рис. 13.4, 13.5). Образующийся в области перехода потенциальный барьер характеризуется контактной разностью потенциалов, равной

$$\varphi_e = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_n}{n_p} = \frac{kT}{e} \ln \frac{p_p}{p_n},$$

где  $p_p$ ,  $n_n$  – концентрация основных, а  $p_n$ ,  $n_p$  – концентрация неосновных носителей заряда.

Наличие электрического поля  $E$  приведет к тому, что ход потенциала  $\varphi_k(x)$  будет иметь нелинейный вид. Наклон графика  $\varphi_k(x)$  равен напряженности поля  $E(x)$ . Дно зоны проводимости  $E_c(x)$  и потолок валентной зоны  $E_v(x)$  будут повторять ход потенциала  $\varphi(x)$ . В состоянии равновесия уровень Ферми  $F$  должен быть одним и тем же во всей системе и высота потенциального барьера, образованного на границе двух полупроводников, будет равна разности термодинамических работ выхода:

$$\varphi_k = \Phi_n - \Phi_p = \varphi_{0n} + \varphi_{0p}.$$

В условиях термодинамического равновесия в  $p$ - $n$ -переходе существуют четыре компоненты тока (см. рис. 13.5). При этом полный ток  $J$  через переход, складывающийся из диффузионного тока  $J_{\text{диф}}$  (компоненты  $j_{pD}$ ,  $j_{nD}$ ), обусловленного движением носителей заряда вследствие наличия градиента их концентраций, и дрейфового тока  $J_{\text{др}}$  (компоненты  $j_{pE}$ ,  $j_{nE}$ ), создаваемого движением носителей заряда в электрическом поле, должен быть равен нулю:

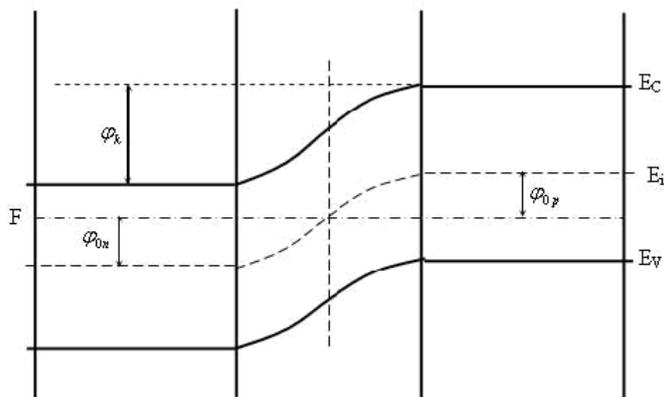


Рис. 13.4. Зонная диаграмма контакта полупроводников  $p$ - и  $n$ -типов в равновесии

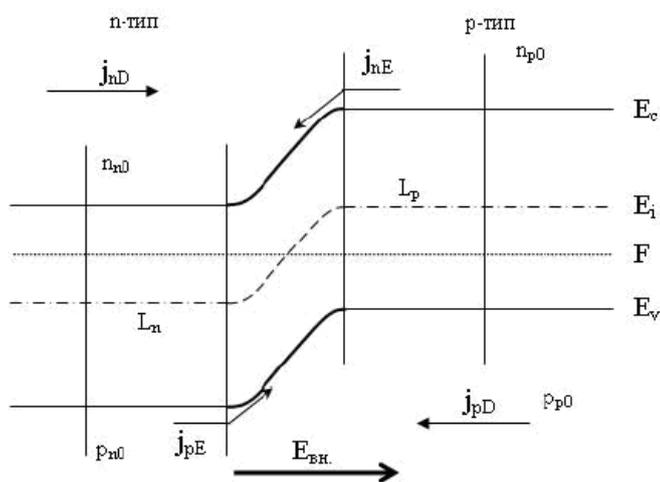


Рис. 13.5. Токи в  $p$ - $n$ -переходе (стрелками показано движение заряженных частиц)

$$J = J_p + J_n = j_{pD} + j_{nD} + j_{pE} + j_{nE} = 0.$$

При приложении внешнего напряжения  $U$  равновесие нарушается и вольт-амперная характеристика (ВАХ) диода будет иметь вид [3]

$$J = J_s \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (13.3)$$

Здесь  $J_s$  – плотность тока насыщения, равная сумме дрейфовых электронной  $j_{nE}$  и дырочной  $j_{pE}$  компонент тока  $J_s = Se \left( \frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right)$ , где  $S$  – площадь перехода;  $p_n$  и  $n_p$  – концентрация неосновных носителей;  $L_p$  и  $L_n$  – диффузионная длина. Положительным напряжением считается такое, когда плюс приложен к области  $p$ . Обратный ток (при  $U < 0$ ) в  $p$ - $n$ -переходе дрейфовый  $J = -J_s$ . Выражение (13.3) описывает вольт-амперную характеристику диода на основе  $p$ - $n$ -перехода (рис. 13.6).

В фотодиодах на основе  $p$ - $n$ -переходов используется эффект разделения на границе электронно-дырочного перехода неосновных неравновесных носителей, созданных оптическим излучением. Очевидно, что при прочих равных условиях зарегистрировать изменение концентрации неосновных носителей проще. Так, например, в  $n$ -GaAs с легирующей концентрацией  $10^{14} \text{ см}^{-3}$  концентрация основных носителей электронов составляет  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация неосновных носителей (дырок)  $1 \text{ см}^{-3}$ . Поэтому если при оптическом поглощении в фотодиоде на основе GaAs возникает  $10^{10} \text{ см}^{-3}$  неравновесных носителей, то проще зарегистрировать изменение концентрации неосновных носителей.

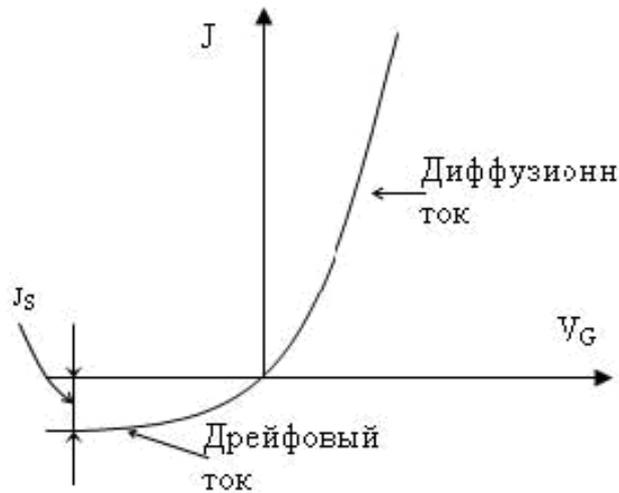


Рис. 13.6. Вольт-амперная характеристика диода на основе  $p$ - $n$ -перехода

Изменение концентрации неосновных носителей вызывает изменение фототока. Величина фототока выражается соотношением

$$J_{\dot{0}} = \frac{eD_p \Delta p}{L_p} + \frac{eD_n \Delta n}{L_n},$$

где  $\Delta p$  и  $\Delta n$  – неравновесная концентрация фотогенерированных неосновных носителей на расстоянии  $L_n$ ,  $L_p$  от области пространственного заряда в квазинейтральном объеме эмиттера и базы диода.

Фототок  $J_{\phi}$  постоянен, не зависит от полярности и величины приложенного напряжения  $U$ , и направлен от  $n$ -области к  $p$ -области полупроводника. Неосновные носители, возникающие под действием светового потока, должны формироваться на расстоянии порядка диффузионной длины от обедненной области  $p$ - $n$ -перехода, для того чтобы принять участие в обратном токе диода. Характерные параметры: диффузионная длина  $L_p$  – порядка 100 мкм, а ширина  $W_p$  обедненной области  $p$ - $n$ -перехода – 1 мкм. Поэтому основной фототок в фотодиоде обусловлен поглощением в квазинейтральном объеме базы фотодиода, и время отклика фотодиода будет определяться временем жизни неосновных носителей.

Таким образом, выражение для вольт-амперной характеристики фотодиода принимает вид

$$J = J_s \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] - J_{\dot{0}} \quad (13.4)$$

При положительных напряжениях  $U$  ток фотодиода быстро возрастает (пропускное направление) с увеличением напряжения. При освещении же общий прямой ток через диод уменьшается, так как фототок направлен противоположно току от внешнего источника (рис. 13.7).

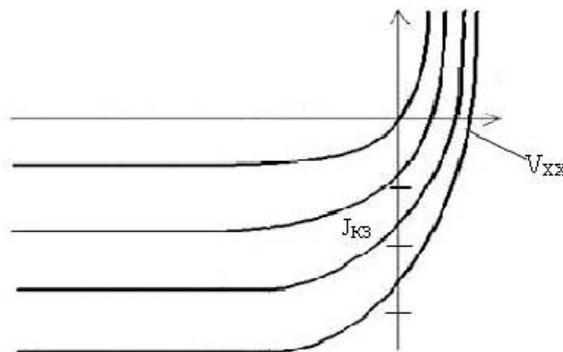


Рис. 13.7. Вольт-амперная характеристика диода на основе  $p$ - $n$ -перехода

### 13.4. Фотогальванический и фотодиодный режимы

Вольт-амперные характеристики  $p$ - $n$ -перехода показывают, что фотодиод можно использовать как в фотодиодном (ВАХ во III квадранте), так и в фотогальваническом режиме (ВАХ во II квадранте). При освещении  $p$ - $n$ -перехода в отсутствие внешнего напряжения он может работать как источник тока. На этом основан принцип работы солнечных батарей на основе  $p$ - $n$ -переходов. На контактах, подведенных к  $p$ - и  $n$ -областям, возникает разность потенциалов  $U_{\text{эдс}}$  (фото-ЭДС), которая может быть зарегистрирована с помощью измерительного прибора (рис. 13.8). При этом напряжение на нагрузочном сопротивлении  $R$  обусловлено фототоком при освещении фотодиода. Рассмотрим два частных случая уравнения (13.4).

1. При *разомкнутой внешней цепи* ( $R_H = \infty$ ) для случая, когда внешнее напряжение отсутствует, ток через внешнюю цепь не протекает. В этом случае напряжение на выводах фотодиода будет максимальным. Эту величину  $U_{\text{эдс}}$  называют напряжением холостого хода  $U_{xx}$ . Из уравнения (13.4), при условии  $J = 0$ , получаем уравнение, позволяющее по известным значениям фототока  $J_{\Phi}$  и тока насыщения  $J_s$  рассчитать напряжение холостого хода  $U_{xx}$ :

$$U_{xx} = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{J_{\Phi}}{J_s} + 1 \right).$$

Напряжение  $U_{xx}$  (фото-ЭДС) можно также определить непосредственно, подключая к выводам фотодиода вольтметр с внутренним сопротивлением много большим сопротивления  $p$ - $n$ -перехода.

2. В *режиме короткого замыкания* напряжение на выводах фотодиода  $U = 0$ . Тогда из уравнения (13.4) следует, что ток короткого замыкания  $J_{кз}$  во внешней цепи равен фототоку  $J_{\Phi}$ :  $J_{кз} = J_{\Phi}$ .

Таким образом, фотогальванические приемники не нуждаются в источнике питания. Эти приемники просты в эксплуатации и сравнительно стабильны. Однако они обладают нелинейной световой характеристикой  $U = f(P_{\text{пад}})$ , причем степень нелинейности зависит от величины сопротивления нагрузки,

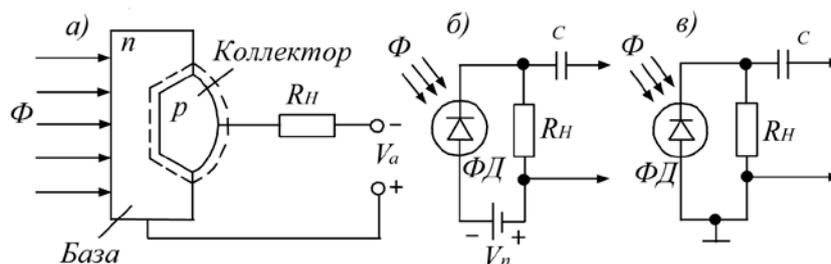


Рис. 13.8. Схема генерирования и разделения пар носителей заряда при освещении  $p$ - $n$ -перехода (а) и способы включения ФД на активную нагрузку: фотодиодный (б) и фотогальванический (в)

т. е. от внутреннего сопротивления измерительного прибора. Характеристика линейна только при нулевом сопротивлении нагрузки, т. е. если измеряется ток короткого замыкания. Поэтому, чтобы нелинейные искажения были минимальны, необходимо пользоваться прибором с малым внутренним сопротивлением.

*Фотодиодный режим* работы отличается от фотогальванического режима тем, что к  $p$ - $n$ -переходу приложено напряжение в запиорном направлении (положительный полюс к  $n$ -области, отрицательный – к  $p$ -области). При отсутствии освещения через  $p$ - $n$ -переход и нагрузочное сопротивление потечет ток термически генерированных неосновных носителей  $J_s$ , называемый темновым током. При освещении области  $p$ - $n$ -перехода через него и сопротивление нагрузки будет протекать дополнительный фототок неосновных носителей  $J_\Phi$ . Суммарный ток складывается из темнового тока и фототока неосновных носителей.

Ток основных носителей в диодном режиме будет пренебрежимо малым, так как прикладываемое обратное напряжение источника питания, складываясь с напряжением поля диффузии  $p$ - $n$ -перехода, препятствует его протеканию. Семейство вольт-амперных характеристик фотодиода при обратном смещении ( $U < 0$ ) рассчитывается по (13.4) и принимает вид, приведенный на рис. 13.9.

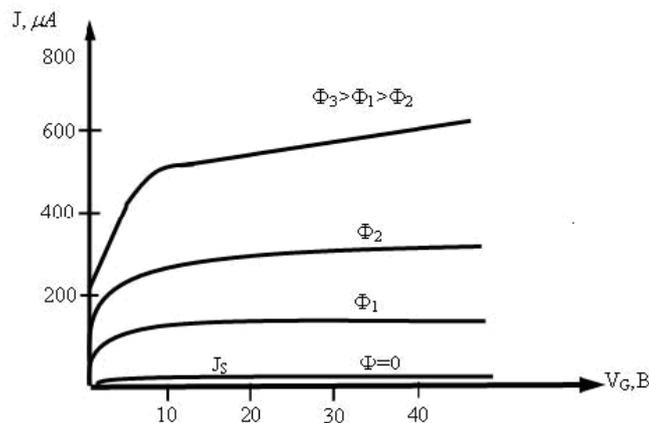


Рис. 13.9. Вольт-амперная характеристика фотодиода при обратном смещении

В случае  $J_\Phi \gg J_s$  чувствительность фотодиода не зависит от его параметров, а если  $J_\Phi \ll J_s$ , она тем больше, чем меньше значение темнового тока. Фотодиоды пригодны для измерения весьма малых световых потоков – вплоть до  $10^{-12}$  Вт. Они обладают линейной световой характеристикой в широких пределах световых потоков, мало зависящей от приложенного напряжения. По характеристикам фотодиоды подобны вакуумным фотоэлементам с внешним фотоэффектом.

Две характеристики  $p-n$ -фотодиодов ограничивают их применение в большинстве приложений. Во-первых, обедненная зона составляет достаточно малую часть всего объема диода, и большая часть поглощенных фотонов не приводит к генерации тока во внешнем контуре. Возникающие при этом электроны и дырки рекомбинируют на пути к области сильного поля. Для генерации тока достаточной силы требуется мощный световой источник. Во-вторых, наличие медленного отклика, обусловленного медленной диффузией, замедляет работу диода, делая его непригодным для средне- и высокоскоростных применений. Это позволяет использовать фотодиод на основе  $p-n$ -перехода только в килогерцовом диапазоне.

### 13.5. Фотодиоды на основе $p-i-n$ -структур Лавинные фотодиоды

Указанные недостатки фотодиода на основе  $p-n$ -перехода устраняются в фотодиодах, где между  $p$ - и  $n$ -областями расположен  $i$ -слой с собственной (intrinsic) проводимостью. Толщина этого слоя выбирается достаточно большой ( $W \gg W_p$ ), с тем чтобы поглощение света происходило в этой области. Поскольку в  $i$ -слое свободные носители отсутствуют, при обратном смещении  $p-n$ -перехода все приложенное напряжение будет падать на  $i$ -слой. Фотогенерированные носители в  $i$ -слое будут разделяться в сильном электрическом поле, и фотоотклик таких диодов будет быстрым. На рис. 13.10 приведена конструкция и энергетическая диаграмма, иллюстрирующая принцип работы  $p-i-n$ -фотодиодов.

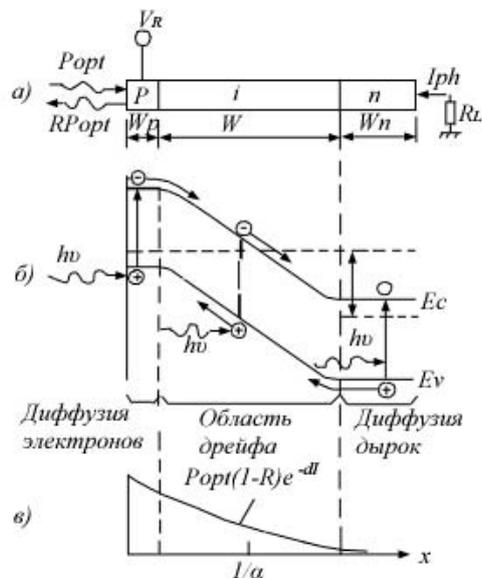


Рис. 13.10. Принцип работы  $p-i-n$ -фотодиода:  $a$  – поперечный разрез диода;  $b$  – зонная диаграмма при обратном смещении;  $в$  – распределение интенсивности излучения

Фотодиоды на основе  $p-i-n$ -структур обладают очень высоким быстродействием. Эти структуры создаются путем ионного внедрения или диффузии с противоположных сторон в тонкую пластинку ( $\sim 0,1$  мм) высокоомного проводника с собственной проводимостью атомов примесей  $p$ -типа и  $n$ -типа. Предельная частота германиевого  $p-i-n$ -фотодиода с площадью перехода порядка  $0,02$  мм<sup>2</sup> в коаксиальном исполнении равна  $2 \cdot 10^{10}$  Гц.

Фотодиоды с внутренним усилением фототока носят название лавинных фотодиодов (ЛФД). Они работают при обратном напряжении, близком к напряжению пробоя  $U_{\text{проб}}$ . При освещении ЛФД происходит лавинообразное нарастание числа носителей заряда, размножающихся путем ударной ионизации. Усиление фототока в ЛФД может достигать  $10^2$ – $10^6$ . Наряду с этим они сохраняют быстродействие, свойственное обычным фотодиодам. Частотный диапазон работы кремниевого ЛФД составляет  $10^{10}$  Гц. При рабочей поверхности в  $0,002$  мм<sup>2</sup> и рабочем напряжении  $8$ – $15$  В чувствительность его в области максимума ( $\lambda \approx 0,9$  мкм) составляет  $0,5$  А/Вт. Лавинные фотодиоды являются твердотельным аналогом фотоумножителей с внешним фотоэффектом (ФЭУ). Преимущество ЛФД перед ФЭУ состоит в более широкой области их спектральной чувствительности, простирающейся в сторону длинных волн.

### 13.6. Спектральная чувствительность

Согласно [7] абсолютная спектральная чувствительность фотодиода определяется выражением

$$S_{\text{абс}}(\lambda) = \frac{eF}{hc} \alpha(\lambda) \eta(\lambda) \lambda,$$

где  $\alpha(\lambda)$  – спектральный коэффициент поглощения;  $\eta(\lambda)$  – квантовый выход полупроводника;  $F$  – доля нерекombинированных носителей заряда, дошедших до  $p-n$ -перехода (коэффициент сбора);  $e$  – заряд электронов. Как видно из этого выражения, спектральная чувствительность фотодиода определяется в основном свойствами полупроводника, из которого он изготовлен, а именно зависимостью квантового выхода  $\eta(\lambda)$  и коэффициента поглощения  $\alpha(\lambda)$  от длины волны.

В качестве примера на рис. 13.11 приведены кривые относительной спектральной чувствительности кремниевого и германиевого фотоэлементов. Эта зависимость имеет максимум при некоторой длине волны, причем спад в области длинных волн связан с  $\eta(\lambda)$ , а в области коротких длин волн – с  $\alpha(\lambda)$ . Обе зависимости имеют красную границу, поскольку при энергии квантов  $h\nu$  меньше ширины запрещенной зоны  $\Delta E_z$  межзонного поглощения света не происходит. Спектральная чувствительность фотодиода зависит от толщины базы (глубины залегания  $p-n$ -перехода) и от диффузионной длины неосновных носителей.

Влияние неоднородного поглощения по глубине диода на спектральную чувствительность показано на рис. 13.12. Коротковолновое излучение имеет высокое значение коэффициента поглощения  $\alpha$ , поэтому поглощение проис-

ходит в основном в приповерхностной области эмиттера фотодиода. Очевидно, что в этом случае фототок будет мал, поскольку область поглощения света удалена от  $p$ - $n$ -перехода. В случае длинных волн поглощение происходит по всей глубине фотодиода на расстояниях, равных или больших диффузионной длины. Для повышения спектральной чувствительности в длинноволновой области увеличивают диффузионную длину носителей, а для повышения спектральной чувствительности в коротковолновой области необходимо создать большие электрические поля в базе, чтобы генерируемые в тонком слое носители разделялись полем и не успевали рекомбинировать.

Спектральная чувствительность фотодиода меняется при переходе от фотогоальванического режима к фотодиодному, так как меняется коэффициент собирания носителей (рис. 13.13, а). Значительное влияние на спектральную чувствительность фотодиода оказывает температура фоточувствительного слоя. Повышение температуры уменьшает ширину запрещенной зоны и увеличивает коэффициент собирания носителей, что смещает границу спектральной чувствительности фотодиода в ИК-область (рис. 13.13, б), и наоборот, понижение температуры уменьшает диффузионную длину неосновных носителей и коэффициент собирания, что смещает спектральную чувствительность в коротковолновую область [1].

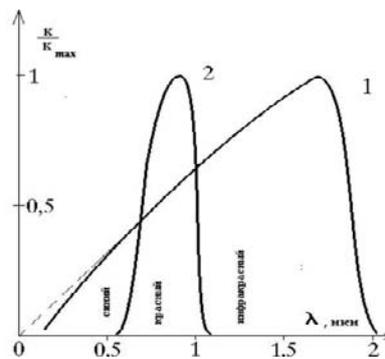


Рис. 13.11. Кривые относительной спектральной чувствительности фотодиодов: 1 – германиевый; 2 – кремниевый

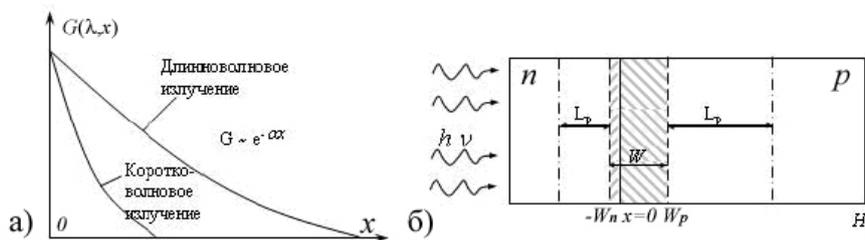


Рис. 13.12. Поглощение света по глубине фотодиода

### 13.7. Приборы с зарядовой связью

Для получения двумерного изображения применяются многоэлементные приемники с дискретными или непрерывно распределенными по поверхности приемными элементами. К ним относятся фотопленки, электронно-оптические преобразователи и полупроводниковые системы приема и передачи изображения.

Создание полупроводниковых систем приема и передачи изображения является одним из крупнейших достижений науки и техники XX в. В начале 1970-х гг. был открыт простой, но очень важный принцип работы твердотельных фотопреобразователей с самосканированием, основанный на переносе локализованного заряда. На этом принципе разработаны и созданы приборы с зарядовой связью (ПЗС) [2; 10; 11]. Они работают при малых электрических напряжениях, не требуют вакуума, обладают малыми размерами и высокой надежностью, квантовая эффективность в них доходит до 90%. В одном полупроводниковом кристалле могут содержаться и приемник, и система сбора и передачи информации.

В основе работы ПЗС лежат свойства структуры металл-диэлектрик-полупроводник (МДП-структура), способной собирать и накапливать пакеты неосновных носителей зарядов в локализованных потенциальных ямах на границе кремний – оксид кремния ( $\text{Si-SiO}_2$ ). В общем виде конструкция ПЗС-элемента (ячейки) выглядит следующим образом (рис. 13.14): кремниевая подложка  $p$ -типа оснащается каналами из полупроводника  $n$ -типа. Над каналами создаются электроды из поликристаллического кремния с изолирующей прослойкой из оксида кремния. После подачи на такой электрод электрического потенциала в обедненной зоне под каналом  $n$ -типа создается потенциальная яма, назначение которой – хранить электроны. Фотон, проникающий в кремний, приводит к генерации электрона, который притягивается потенциальной ямой и остается в ней. Бóльшее количество фотонов (яркий свет) обеспечивает больший заряд ямы.

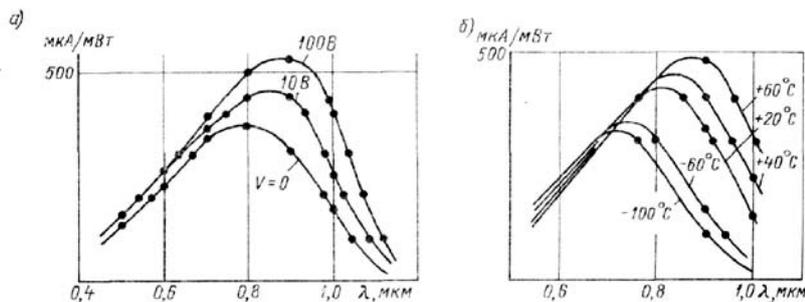


Рис. 13.13. Изменение спектральной чувствительности кремниевого фотодиода при переходе от фотогальванического режима к фотодиодному (а) и влияние на нее температуры (б)

### 13.8. ПЗС-линейка

Приемники оптического излучения на основе ПЗС, представляющие собой одномерную линейку светочувствительных ячеек (ПЗС-линейка), сформированы таким образом, что полоски металлических электродов образуют регулярную систему с достаточно малыми расстояниями между соседними электродами. Считывание фототоков ПЗС-элементов осуществляется так называемыми последовательными регистрами сдвига, которые преобразовывают строку зарядов на входе в серию импульсов на выходе. Фактически последовательный регистр сдвига реализуется с помощью тех же самых ПЗС-элементов, объединенных в строку. Работа такого устройства базируется на способности приборов с зарядовой связью обмениваться зарядами своих потенциальных ям. Обмен осуществляется благодаря наличию специальных электродов переноса, расположенных между соседними ПЗС-элементами. Таким образом, ПЗС работает как аналоговый сдвиговый регистр, состоящий из трех частей (рис. 13.15, а):

1) входная часть, включающая диффузию, т. е. источник неосновных носителей, потенциалом которого можно управлять, и входной затвор, открывая и запирая который можно контролировать поступление зарядов из источника диффузных носителей в первую потенциальную яму;

2) узел переноса, состоящий из последовательностей электродов, управляющих потенциалом на границе Si – SiO<sub>2</sub> (при правильном чередовании напряжений на электродах потенциальные ямы, а с ними и зарядовые пакеты перемещаются к выходу);

3) выходной узел, представляющий обратно-смещенный правый *p-n*-переход, работающий как емкость, напряжение на которой меняется пропорционально перенесенному на нее пакету зарядов (этот узел обычно подключается к МОП-усилителю, выходной затвор секции (выходной ключ) после считывания очередного пакета зарядов с правого *p-n*-перехода возвращает его в исходное состояние, т. е. подготавливает для следующего пакета зарядов).

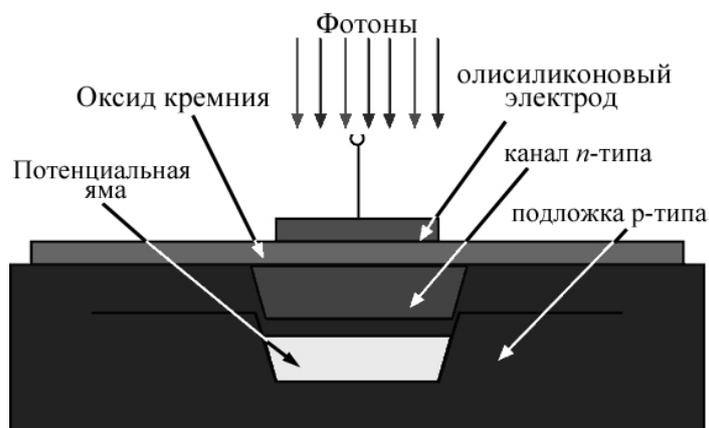


Рис. 13.14. Конструкция ПЗС-элемента [11]

Рассмотрим принцип действия последовательного регистра сдвига. Если приложить к электроду  $\phi_1$  положительное напряжение  $V_1$ , дырки в подложке (основные носители) уходят от поверхности вглубь  $p$ -полупроводника. При этом в области электрода  $\phi_1$  на границе раздела диэлектрик – полупроводник образуется область, обедненная дырками, представляющая собой потенциальную яму для неосновных носителей – электронов. При освещении этой области изображением объекта со стороны прозрачного (для данного диапазона спектра) электрода  $\phi_1$  образовавшиеся пропорционально локальной освещенности электроны притягиваются к границе раздела диэлектрик – полупроводник и локализуются в узком поверхностном слое. Если теперь к электроду  $\phi_2$  приложить положительное напряжение большей амплитуды, то образуется более глубокая потенциальная яма, и электроны перетекают из ямы 1 в яму 2.

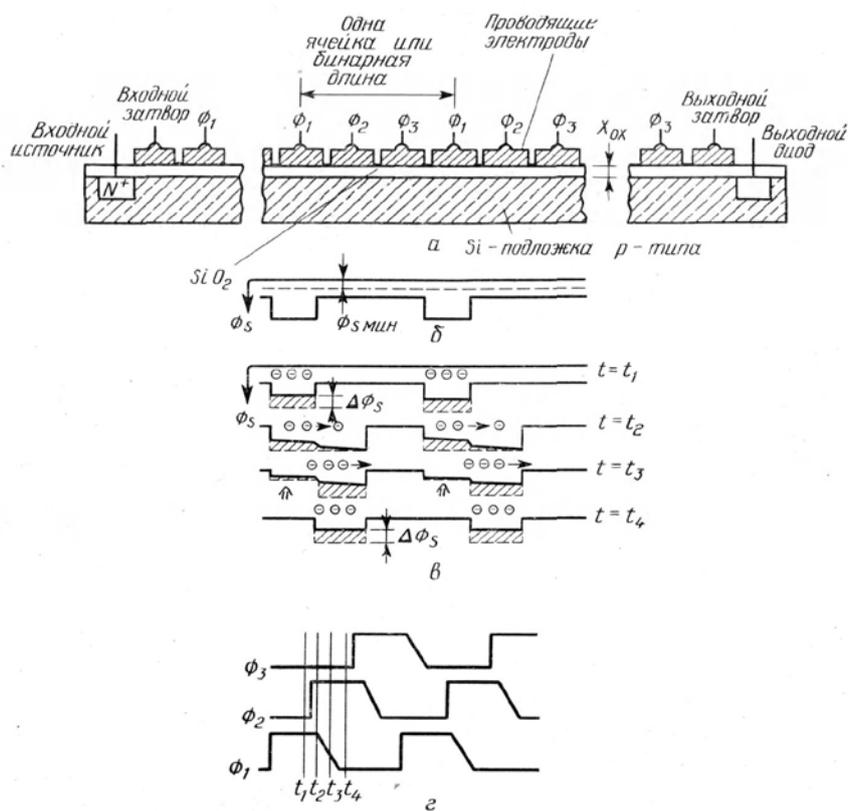


Рис. 13.15. Трехфазная линейка ПЗС [10]: а – поперечный разрез; б – распределение поверхностного потенциала с потенциальными ямами под электродами; в – перемещение заряда за один период; г – временное изменение формы сигнала, используемого для переноса заряда

Наибольшее распространение получили перемещающие заряд регистры, образованные тремя электродами  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ , соединенными токопроводящими шинами и образующими трехфазную электродную систему, так как они контролируют направление перемещения заряда. Перенос зарядовых пакетов в ПЗС осуществляется через определенные интервалы времени путем управляемого перемещения потенциальных ям. Это значит, что при поддержании позади зарядового пакета неглубокой, а перед ним более глубокой потенциальной ямы он потечет в более глубокую. На рис. 13.15, в приведена временная диаграмма. При  $t = t_1$  заряд находится под электродами  $\phi_1$ . Когда  $t = t_2$ , на  $\phi_2$  поступает положительный потенциал, образуя под данными электродами ямы. Тогда заряд из ямы, находящейся под электродами  $\phi_1$  потечет в ямы, расположенные под электродами  $\phi_2$ . В момент времени  $t = t_3$  потенциал на электродах  $\phi_1$  сильно понижается, и находящийся в ямах под ними оставшийся заряд переходит под электроды  $\phi_2$ . Указанный процесс повторяется, и, таким образом, зарядовый рельеф в каждый промежуток времени перемещается из одной ячейки в другую.

Подача потенциалов на электроды переноса синхронизирована таким образом, что перемещение зарядов потенциальных ям всех ПЗС-элементов регистра происходит одновременно. И за один цикл переноса ПЗС-элементы как бы «передают по цепочке» заряды слева направо. Ну а оказавшийся «крайним» ПЗС-элемент отдает свой заряд усилителю, расположенному на выходе регистра.

Таким образом, линейка ПЗС позволяет распределение освещенности в строке изображения объекта превращать в зарядовые пакеты носителей, хранить зарядовую информацию и преобразовывать ее в видеосигнал при последовательной смене потенциалов на ламелях сдвигового регистра.

### 13.9. ПЗС-матрица

Двумерные приемники изображения (ПЗС-матрицы) представляют собой двумерную систему светочувствительных ПЗС-ячеек и имеют довольно сложную организацию переноса заряда и считывания. Наиболее простой с конструктивной точки зрения является полнокадровая ПЗС-матрица (рис. 13.16). Она содержит светочувствительные ячейки (пиксели) и электроды переноса, образующие в совокупности параллельный регистр сдвига, а также выходной последовательный сдвиговый регистр, не чувствительный к свету и выполняющий только функции переноса.

Последовательный регистр сдвига является устройством с параллельным входом и последовательным выходом. Поэтому после считывания всех зарядов из регистра есть возможность подать на его вход новую строку, затем следующую и таким образом сформировать непрерывный аналоговый сигнал на основе двумерного массива зарядов. В свою очередь, входной параллельный поток для последовательного регистра сдвига (т. е. строки двумерного массива зарядов) обеспечивается совокупностью вертикально ориентированных последовательных регистров сдвига, называемых столбцами ПЗС-матрицы и составляющих параллельный регистр сдвига.

Двумерный массив зарядов ПЗС-матрицы одновременно смещается вниз на одну строку, причем происходит это только после того, как заряды предыдущей строки из расположенного «в самом низу» последовательного регистра сдвига ушли на усилитель. До освобождения последовательного регистра параллельный вынужден простаивать.

Такой тип матриц нуждается в механическом затворе, перекрывающем световой поток после окончания экспонирования. До полного закрытия затвора считывание зарядов начинать нельзя - при рабочем цикле параллельного регистра сдвига к заряду каждого из его пикселей добавятся лишние электроны, вызванные попаданием фотонов на открытую поверхность ПЗС-матрицы, что приведет к «размазыванию» заряда. Также очевидно, что необходимо перекрывать световой поток, идущий с объектива, до завершения процесса считывания, которая ограничена скоростью работы как параллельного, так и последовательного регистров сдвига. От скорости считывания также зависит интервал между экспонированием.

Специально для видеотехники был разработан новый тип матриц с буферизацией столбцов (рис. 13.17), в котором интервал между экспонированием непрерывного потока света был минимизирован. В данной схеме используется буферный (закрытый от света) параллельный регистр сдвига, столбцы которого «перетасованы» между столбцами основного регистра. В результате рядом с каждым столбцом основного регистра находится столбец буфера, а сразу же после экспонирования заряды перемещаются не «сверху вниз», а «слева направо» (или «справа налево») и всего за один рабочий цикл попадают в буферный регистр, целиком и полностью освобождая потенциальные ямы для следующего экспонирования.

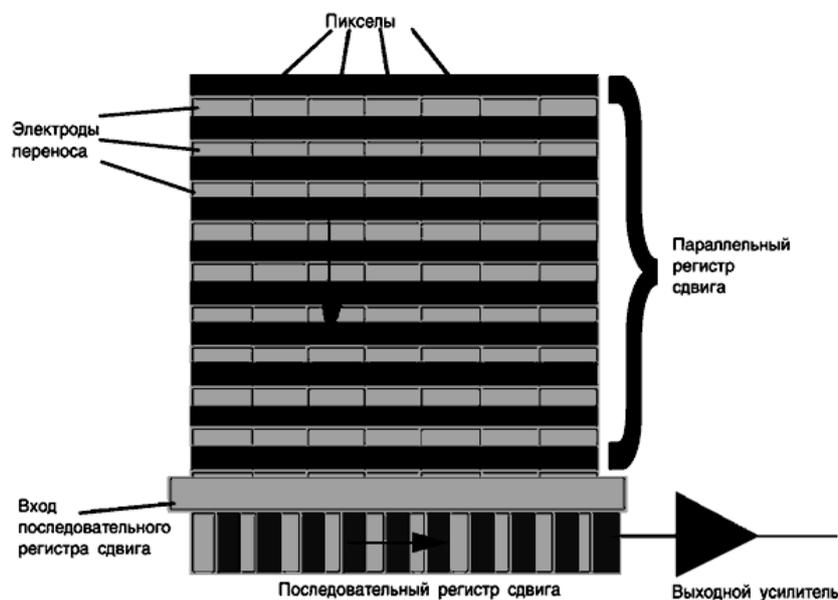


Рис. 13.16. Полнокадровая матрица [11]

Попавшие в буферный регистр заряды в обычном порядке считываются через последовательный регистр сдвига, т. е. «сверху вниз». Поскольку сброс зарядов в буферный регистр происходит всего за один цикл, даже при отсутствии механического затвора не наблюдается ничего похожего на «размазывание» заряда в полнокадровой матрице. А вот время экспонирования для каждого кадра в большинстве случаев по продолжительности соответствует интервалу, затрачиваемому на полное считывание буферного параллельного регистра. Благодаря всему этому появляется возможность создать видеосигнал с высокой частотой кадров – не менее 30 кадров в секунду.

Хотя заряды основного параллельного регистра сдвига сразу же попадают в защищенный от света буферный регистр, «размазывание» заряда в матрицах с буферизацией столбцов также происходит. Вызвано это частичным перетеканием электронов из потенциальной ямы «светочувствительного» ПЗС-элемента в потенциальную яму «буферного», особенно часто это происходит при близких к максимальному уровнях заряда, когда освещенность пикселя очень высока. В результате на снимке вверх и вниз от этой яркой точки протягивается светлая полоса, портящая кадр. Для борьбы с этим эффектом при проектировании сенсора «светочувствительный» и буферный столбцы располагают на большей дистанции друг от друга. Это усложняет обмен зарядами, а также увеличивает временной интервал данной операции.

Благодаря буферным строкам есть возможность реализовать электронный затвор, который, во-первых, позволяет при необходимости обойтись без механического затвора, а во-вторых, обеспечивает сверхмалые (до  $1/1\,000\,000$  с) значения выдержки, особенно критичные для съемки быстропротекающих процессов. Электронный затвор требует также, чтобы матрица обладала системой удаления избыточного заряда потенциальной ямы.

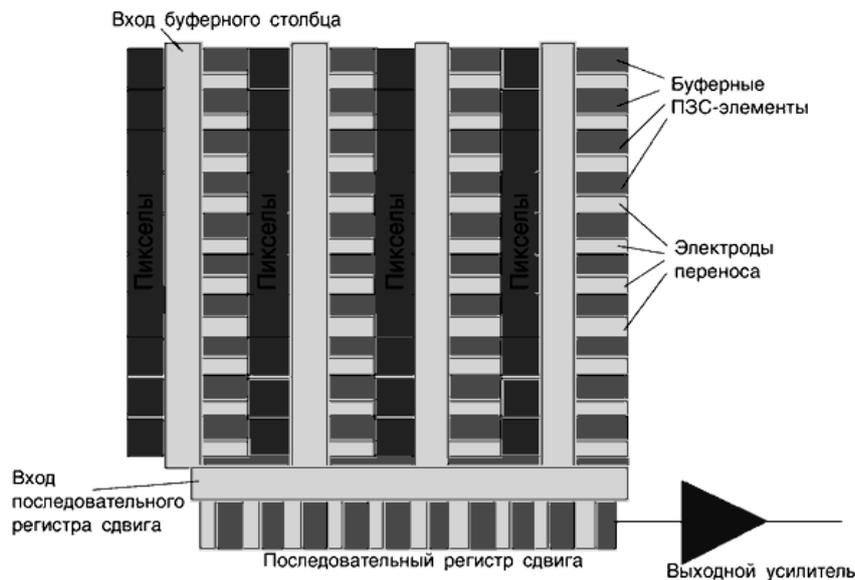


Рис. 13.17. Матрица с буферизацией столбцов [11]

### 13.10. Блюминг

В тех случаях, когда внутренний фотоэффект приводит к избыточному количеству электронов, превышающему глубину потенциальной ямы, заряд ПЗС-элемента начинает «растекаться» по соседним пикселям. На снимках это явление, называемое блюмингом (от английского blooming – размывание), отображается в виде пятен белого цвета, и чем больше избыточных электронов, тем крупнее пятна. Подавление блюминга осуществляется посредством системы электронного дренажа, основная задача которой – отвод избыточных электронов из потенциальной ямы.

На рис. 13.18 приведена схема ПЗС-ячейки с «дренажной канавкой», потенциал которой подбирается так, чтобы при переполнении глубины потенциальной ямы избыточные электроны вытекали из нее в «канавку» и там рассеивались. Величина переполнения потенциальной ямы регулируется потенциалом барьера переполнения.

Без дренажа невозможно реализовать электронный затвор, играющий очень важную роль при сверхкоротких выдержках, длительность которых меньше интервала, затрачиваемого на перенос заряда из основного параллельного регистра сдвига в буферный параллельный регистр. Дренаж предотвращает проникновение в ямы буферных ПЗС-элементов тех электронов, что образовались в «светочувствительных» пикселях после того, как прошло заданное время экспонирования.

*Чувствительность* ПЗС-матрицы складывается из чувствительности всех ее пикселей. Чувствительность пикселя матрицы зависит, во-первых, от площади светочувствительной области, а во-вторых, от квантовой эффективности QE (quantum efficiency), т. е. отношения числа зарегистрированных электронов к числу упавших на поверхность сенсора фотонов. В свою очередь, квантовая эффективность зависит от коэффициента отражения от поверхности сенсора и количества носителей заряда, которое попало в потенциальную яму. Не отраженные от поверхности сенсора фотоны поглощаются, образуя носители заряда, однако часть из них поглотится у поверхности, а часть проникнет слишком глубоко в материал ПЗС-элемента. Очевидно, что в обоих случаях они не примут участия в процессе формирования фототока.

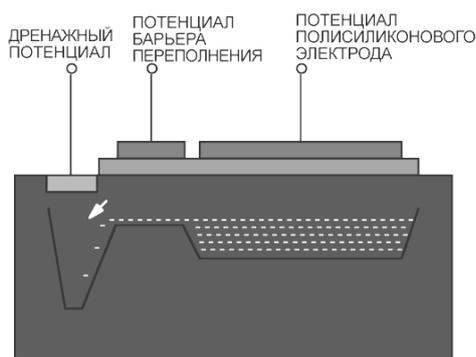


Рис. 13.18. Электронный дренаж [11]

Коэффициент поглощения, зависит как от материала полупроводника, так и от длины волны падающего света – «длинноволновые» частицы проникают гораздо глубже «коротковолновых». На сегодняшний день большинство светочувствительных камер имеют ПЗС-сенсоры с QE до 70 %.

Основным фактором, ограничивающим порог чувствительности, является темновой ток. Он является следствием термоэлектронной эмиссии и возникает в ПЗС-элементе при подаче потенциала на электрод, под которым формируется потенциальная яма. Существует зависимость темнового тока от температуры сенсора: при нагревании матрицы на 9 °С ее темновой ток возрастает в два раза. Другим фактором, ограничивающим порог чувствительности, является тепловой шум, создаваемый даже при отсутствии потенциала на электродах одним лишь хаотичным движением электронов по ПЗС-элементу. Выдержки большой длительности ведут к постепенному накоплению блуждающих электронов в потенциальной яме, что искажает истинное значение фототока. И чем «длиннее» выдержка, тем больше «заблудившихся» в яме электронов. Для снижения порога чувствительности температуру матрицы понижают, используя пассивные и активные системы охлаждения.

*Пассивные системы охлаждения* обеспечивают лишь «сброс» избыточного тепла охлаждаемого устройства в атмосферу. При этом система охлаждения играет роль лишь проводника тепла, обеспечивающего более эффективное его рассеивание. Очевидно, что температура охлаждаемого устройства не может стать ниже, чем температура окружающего воздуха, в чем и заключается основной недостаток пассивных систем. Простейшим примером системы пассивного теплообмена является *радиатор*, изготавливаемый из материала с хорошей теплопроводностью, чаще всего из металла. Поверхность, контактирующая с атмосферой, имеет форму, обеспечивающую как можно большую площадь рассеивания, например игольчатые радиаторы, поверхность которых для форсирования теплообмена обдувается микровентилятором (куллером).

*Активные системы охлаждения* за счет электрических либо химических процессов обеспечивают устройству температуру ниже окружающего воздуха. Наиболее широко для активного охлаждения используются микрохолодильники, работа которых основана на использовании эффекта Пельтье, когда при наличии разности потенциалов на концах двух проводников, изготовленных из разных материалов, на стыке этих проводников (в зависимости от полярности напряжения) будет выделяться либо поглощаться тепловая энергия в зависимости от ускорения либо замедления электронов за счет внутренней контактной разности потенциалов стыка проводников. При использовании комбинации полупроводников *n*- и *p*-типа, в которых теплопоглощение производится за счет взаимодействия электронов и «дырок», возникает максимальный теплопроводный эффект. Для его усиления можно применить каскадное объединение элементов Пельтье, причем, поскольку происходит как поглощение, так и выделение тепла, элементы необходимо комбинировать так, чтобы одна сторона охладителя была «горячей», а другая «холодной». В результате каскадного комбинирования температура «горячей» стороны наиболее удаленного от матрицы элемента Пельтье значительно выше, чем у окружающего воздуха, а его тепло рассеивается в атмосфере при по-

мощи пассивных устройств, т. е. радиаторов и кулеров. Использующие эффект Пельтье активные системы охлаждения могут понизить температуру сенсора вплоть до нуля градусов, кардинально снижая уровень темнового тока. Однако чрезмерное охлаждение ПЗС-матрицы грозит выпадением конденсата влаги из окружающего воздуха и коротким замыканием электроники. А в ряде случаев предельная разность температур между охлаждаемой и светочувствительной плоскостями матрицы может привести к ее недопустимой деформации.

В любительских камерах, массогабаритные характеристики которых сильно ограничивают применение систем охлаждения, иногда в качестве теплообменника используется металлический корпус камеры. Ни радиаторы, ни кулеры, ни элементы Пельтье к ним не применимы. Вместо этого для такой техники используется метод, основанный на так называемых черных пикселях. Эти пиксели представляют собой покрытые непрозрачным материалом столбцы и строки по краям матрицы. Усредненное значение для всех фототоков черных пикселей считается уровнем темнового тока. Очевидно, что при разных условиях эксплуатации (температура окружающей среды и самой камеры, ток аккумуляторов и т. д.), уровень темнового тока будет разным. При использовании его в качестве «точки отсчета» для каждого пикселя, т. е. вычитая его значение из фототока, можно определить, какой именно заряд создан упавшими на ПЗС-элемент фотонами.

Технология производства ПЗС-матриц обладает рядом особенностей. В частности, практически в каждом ПЗС-элементе уровни как темнового тока, так и теплового шума не такие, как в соседних пикселях. Поэтому степень искажения фототоков паразитными зарядами распределена по матрице хаотично. Положение усугубляется практически всегда присутствующей несогласованностью в подаче перемещающих потенциалов на электроды переноса. Все это ведет к появлению у каждого отдельного сенсора присущего только ему шума фиксированного распределения, выражающегося в виде раскиданных по всему кадру пикселей постороннего цвета, яркость которых напрямую связана с выдержкой – чем дольше длится экспонирование, тем резче выделяются на снимке точки с паразитными зарядами. Наиболее заметные пиксели называются «горячими».

Чтобы частично нейтрализовать шум фиксированного распределения, съемка последнего в серии кадра производится при закрытом крышкой объективе. Полученную «маску» из раскиданных на черном фоне горячих пикселей затем можно использовать для «изъятия» паразитных зарядов из кадра. Метод оказался простым и эффективным и потому послужил базой для аппаратного решения в виде системы шумоподавления с помощью «темного кадра». Большинство современных камер снабжается такой системой – фотоаппарат сначала делает обычный снимок, а затем при закрытом затворе считывает «маску», полученную с той же выдержкой. Однако если уровень паразитного заряда пикселя слишком велик, то нельзя судить о достоверности «остатков» его фототока, образовавшихся после «вычитания» «маски». При избытке горячих пикселей кадр становится слишком «размытым». Поэтому

следует помнить, что любая система шумоподавления – отнюдь не панацея, а вынужденное и не всегда эффективное средство.

### 13.11. Динамический диапазон

Динамический диапазон характеризует способность матрицы отличать в изображении самые темные тона от самых светлых. При расширении динамического диапазона количество оттенков цифрового изображения будет увеличиваться, а переходы между ними будут максимально соответствовать изображению, формируемому объективом. Динамический диапазон матрицы зависит от глубины потенциальной ямы ПЗС-элемента. При съемке в условиях слабого освещения на динамический диапазон влияет также порог чувствительности, который, в свою очередь, определяется величиной темнового тока. Поэтому потенциальные ямы матрицы должны быть весьма емкими и способными как удерживать минимальное количество электронов при слабой освещенности, так и вмещать большой заряд, получаемый при попадании на сенсор мощного светового потока.

Потери электронов, составляющих фототок, происходят не только в процессе накопления заряда потенциальной ямы, но и при его транспортировке к выходу матрицы. Доля заряда, сохранившаяся при «переправе» между ПЗС-элементами, называется эффективностью переноса заряда. Влияние эффективности переноса можно продемонстрировать на следующем примере. Если для матрицы  $1\,024 \times 1\,024$  величина данного параметра составит 98 %, то, чтобы определить значение фототока центрального пикселя на выходе матрицы, необходимо 0,98 (объем переносимого заряда) возвести в степень 1 024 (количество «переправ» между пикселями) и умножить на 100 (проценты). Результат совершенно неудовлетворительный – от исходного заряда останется каких-то 0,0000001 %. Поэтому, для того чтобы на выходе сенсора от фототока центрального заряда осталось более 98,98 % его первоначальной величины, эффективность переноса заряда должна быть не менее 99,999 %.

Очевидно, что при росте разрешения требования к эффективности переноса становятся еще более жесткими, так как количество переносов возрастает. Если разрабатывается матрица с разрешением более высоким, чем в вышеприведенном примере, то требуется эффективность переноса заряда 99,99999 %. Кроме того, падает скорость считывания кадра, потому что наращивание скорости переноса (для компенсации увеличившегося разрешения) ведет к неприемлемому росту числа «оторвавшихся» электронов. Для того чтобы достичь приемлемых скоростей считывания кадра при высокой эффективности переноса заряда, при конструировании ПЗС-матрицы планируют «заглубленное» размещение потенциальных ям. Благодаря этому электроны не так активно «прилипают» к электродам переноса, и именно для «глубокого залегания» потенциальной ямы в конструкцию ПЗС-элемента вводят  $n$ -канал (см. рис. 13.14).

### 13.12. Аналого-цифровой преобразователь

Для перевода видеосигнала в цифровой формат используется аналого-цифровой преобразователь (АЦП) – устройство, преобразующее аналоговый сигнал в последовательность цифр. Его главной характеристикой является разрядность, т. е. количество распознаваемых и кодируемых дискретных уровней сигнала. Очевидно, что увеличение динамического диапазона ПЗС-матрицы является основанием для повышения разрядности АЦП.

При большой разрядности АЦП можно (теоретически) достигнуть большей глубины цвета, т. е. разрядности обработки цвета, описывающей максимальное количество цветовых оттенков, которое можно воспроизвести. Глубина цвета обычно выражается в битах, а количество оттенков вычисляется так же, как и количество уровней сигнала АЦП. К примеру, при 24-битной глубине цвета можно получить 16 777 216 оттенков цвета.

В действительности же глубина цвета для файлов в форматах JPEG либо TIFF, которые используются компьютером для обработки и хранения изображений, ограничена 24 битами (по 8 бит на каждый цветовой канал – синий, красный и зеленый). Поэтому используемые иногда АЦП с разрядностью 10, 12 и даже 16 бит (т. е. глубиной цвета 30, 36 и 48 бит) можно ошибочно посчитать «избыточными». Однако динамический диапазон матрицы некоторых моделей цифровой фототехники достаточно широкий, и если фотоаппарат оборудован функцией сохранения кадра в нестандартном формате (30–48 бит), то при дальнейшей компьютерной обработке есть возможность использовать «лишние» биты. Как известно, ошибки в расчете экспозиции по частоте проявления уступают лишь неточностям фокусировки. И потому возможность компенсировать такие ошибки с помощью «нижних» (в случае недодержки) либо «верхних» (при передержке) бит оказывается весьма кстати. Ну а если экспозиция рассчитана без ошибок, то «сжать» без искажений 30–48 бит в стандартные 24 не представляет особой сложности.

## Глава 14

### Источники оптического излучения

Различные виды оптического излучения классифицируют по следующим признакам: по особенностям испускания атомами и молекулами (тепловое излучение, люминесценция), по степени однородности спектрального состава (монохроматическое, немонахроматическое), упорядоченности ориентации электрического вектора (естественное; поляризованное линейно, по кругу, эллиптически), рассеяния потока излучения (направленное, диффузное, смешанное) и т. д.

Источники излучения характеризуются в первую очередь спектральным распределением яркости и характером ее изменения во времени. Существенна также в ряде задач интегральная (по спектру) яркость источника, постоянство яркости по его поверхности, а также полный световой поток и поляризация излучения [12; 13].

#### 14.1. Источники непрерывного теплового излучения

Перед тем как обратиться к источникам монохроматического излучения, целесообразно рассмотреть источники непрерывного теплового излучения. Следует отметить, что тепловое излучение может давать и линейчатые спектры, у которых коэффициент излучения всюду, за исключением отдельных спектральных участков, равен нулю, а огибающей этих спектров, как правило, является кривая Планка. Если мы ограничимся непрерывным тепловым оптическим излучением, то все равно количество типов источников будет очень велико, и здесь можно лишь кратко описать наиболее характерные из них.

В качестве характеристики излучающих тел воспользуемся спектральной яркостью  $b$ , поскольку экспериментально измеряется именно яркость:

$$b(\lambda, T) = \frac{d^2 P_e}{dA d\omega \cos \theta}.$$

Кроме яркости, тела можно характеризовать спектральным (монохроматическим) коэффициентом поглощения, показывающим, какая часть мощности, падающей на тело  $P_{\text{пад}}$ , поглощается  $P_{\text{погл}}$ :

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{P_{i \text{ погл}}}{P_{i \text{ пад}}}.$$

Точные и относительно простые количественные соотношения, определяющие величину и спектральный состав излучения тела, существует лишь для определенного класса тел, называемых абсолютно черными. Абсолютно черное тело (полный излучатель, излучатель Планка) поглощает все падающее на него излучение независимо от направления падения, спектрального состава и поляризации. Следовательно, для такого тела  $\alpha(\lambda, T) = 1$ .

В условиях термодинамического равновесия при температурном излучении, когда нагретые тела обмениваются энергией путем излучения и погло-

щения и убыль энергии при излучении восполняется приростом ее за счет поглощения, величины  $b(\lambda, T)$  и  $\alpha(\lambda, T)$  связаны между собой. Эта связь выражается *законом Кирхгофа*, гласящим, что отношение  $b(\lambda, T) / \alpha(\lambda, T)$  при данной температуре и длине волны не зависит от природы тела и является универсальной функцией  $\lambda$  и  $T$ :

$$b(\lambda, T) / \alpha(\lambda, T) = \text{const} = b_0(\lambda, T) / \alpha_0(\lambda, T) = b_0(\lambda, T). \quad (14.1)$$

Иначе говоря, для любого тела отношение имеет постоянную величину, равную спектральной яркости абсолютно черного тела  $b_0(\lambda, T)$ . Поэтому абсолютно черное тело можно также определить как тело, которое излучает наибольшее возможное количество энергии при данной температуре для всех длин волн. Закон Кирхгофа строго выполняется только в условиях термодинамического равновесия. В реальных условиях работы источников света равновесие, строго говоря, не обеспечивается, поэтому закон Кирхгофа для них носит приближенный характер.

На основании закона Кирхгофа всякое тело излучает преимущественно в той области спектра, где происходит поглощение; излучение тем значительнее, чем больше поглощение. Например, рисунок, нанесенный черной краской на белом фарфоре, всегда излучает интенсивнее белых участков. Однако при комнатной температуре, когда собственное излучение мало, в результате сильного отражения и рассеяния падающего на фарфор света белая поверхность выглядит светлее рисунка. Если тот же кусок фарфора сильно нагреть, ярче светится черный рисунок.

#### 14.2. Излучение абсолютно черного тела

Спектральное распределение яркости излучения в вакууме для абсолютно черного тела при термодинамическом равновесии определяется формулой Планка в длинах волн (в пределах  $d\lambda$ ):

$$b_0(\lambda, T) d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} d\lambda. \quad (14.2)$$

Если излучение происходит не в вакууме, а в среде с показателем преломления  $n$ , в формуле следует заменить  $c$  на  $c/n$  и  $\lambda$  на  $\lambda/n$ .

В ограниченных областях значений  $\lambda T$  формула Планка может быть упрощена. При больших  $\lambda T$  (большие длины волн и высокие температуры) экспоненту в знаменателе формулы можно представить в виде  $\exp(hc/\lambda kT) \approx 1 + hc/\lambda kT$ . Тогда формула Планка переходит в формулу Рэлея – Джинса, для яркости излучения имеющую вид

$$b_0(\lambda, T) d\lambda = \frac{2ckT}{\lambda^4} d\lambda.$$

Формула Рэлея – Джинса с хорошим приближением описывает яркость черного тела при реальных температурах в области длин волн  $\lambda \geq 100$  мкм. В случае малых  $\lambda T$  в знаменателе формулы (14.2) можно пренебречь единицей по сравнению с  $\exp(hc/\lambda kT)$ . При этом мы получаем формулу Вина:

$$b_0(\lambda, T)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \exp(-hc/\lambda kT)d\lambda, \quad (14.3)$$

которая дает очень хорошее приближение в видимой и ближней ИК-области.

Представляют интерес две зависимости, вытекающие как из термодинамических рассуждений, так и из формулы Планка. Одна из них определяет величину максимальной спектральной яркости черного тела:

$$b_0(\lambda_{\max}, T) = \frac{c''}{\pi} T^5 = 0,414 \cdot 10^{-15} T^5 \text{ [Вт/ср см}^2 \text{ мкм]}. \quad (14.4)$$

Вторая (закон смещения Вина) связывает длину волны  $\lambda_{\max}$  максимума излучательной способности с температурой

$$\lambda_{\max} = c' / T \approx 3000/T \text{ [мкм]}. \quad (14.5)$$

Закон смещения Вина позволяет по температуре излучателя, если его излучение близко к излучению черного тела, найти положение максимума излучения. Такая оценка бывает полезна в практической работе.

Согласно формулам (14.4) и (14.5), с повышением температуры яркость черного тела быстро возрастает, а максимум ее смещается в сторону коротких волн. Если учесть также формулу Рэлея – Джинса, то очевидно, что в любой области спектра более высоким температурам соответствует более высокая яркость излучения. Кривые распределения спектральной яркости абсолютно черного тела по длинам волн при различных температурах приведены на рис. 14.1. Яркость быстро падает в сторону коротких волн и значительно медленнее – в сторону длинных.

Интегрирование формулы Планка по  $\lambda$  от 0 до  $\infty$  дает значение интегральной яркости по всем частотам – закон излучения Стефана – Больцмана:

$$b = \int_0^{\infty} b(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \approx 5,7 \cdot 10^{-12} \text{ [Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}]$  - постоянная Стефана – Больцмана.

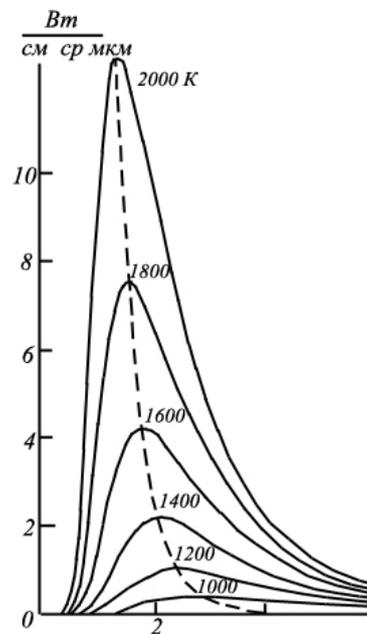


Рис. 14.1. Спектральная энергетическая яркость абсолютно черного тела при различных температурах

### 14.3. Излучение нечерных тел

Поглощательная способность реальных тел меньше единицы. Согласно закону Кирхгофа, они излучают меньше черного тела при тех же длинах волн и температурах. Неоднократные попытки дать для некоторых тел формулы, аналогичные формуле Планка, не имели успеха, поскольку приходилось вводить эмпирические коэффициенты, меняющиеся с длиной волны и температурой.

Излучение нечерных тел характеризуют *относительной яркостью* (коэффициентом черноты, или *степенью черноты*) излучения  $\varepsilon(\lambda, T)$ , равной отношению яркостей рассматриваемого тела, и черного тела при одной и той же длине волны и одинаковой температуре:

$$\varepsilon(\lambda, T) = b(\lambda, T) / b_0(\lambda, T). \quad (14.6)$$

Сравнивая (14.1) и (14.6), можно убедиться, что относительная яркость реальных тел равна их поглощательной способности:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T).$$

Тело, для которого коэффициент черноты  $\varepsilon$  меньше единицы и не зависит от длины волны, называют *серым* телом. В ограниченной спектральной области некоторые тела можно считать серыми. Так, излучение лампы с угольной нитью является серым в довольно широком диапазоне видимого и ИК-спектров.

Для всех металлов коэффициент  $\varepsilon$  растет в сторону коротких волн, поэтому свечение металлов по сравнению с черным телом при той же температуре имеет голубой оттенок. В качестве примера на рис. 14.2 приведены кривые излучения черного тела и вольфрама при одинаковой температуре, а также кривая коэффициента черноты вольфрама.

Степень черноты  $\varepsilon(\lambda, T)$  реального тела можно записать в виде

$$\varepsilon(\lambda, T) = [1 - R(\lambda, T)] [1 - \exp(-k(\lambda, T)l)]. \quad (14.7)$$

Через  $l$  здесь обозначена геометрическая толщина тела,  $k(\lambda, T)$  и  $R(\lambda, T)$  – коэффициенты поглощения и отражения, в общем случае зависящие от длины волны и температуры.

Выражение (14.7) позволяет сделать ряд важных выводов, полезных при рассмотрении реальных излучателей. Например, при значительном отражении на границе тела яркость его невелика, даже если материал тела обеспечивает хорошее поглощение (величина  $\varepsilon$  оказывается малой). Этот случай относится в основном к материалам, поверхность которых хорошо отражает.

Яркость излучения согласно (14.7) зависит от оптической толщины излучателя  $k(\lambda, T)l$ . При большой оптической толщине любое тело, если отражение на его границе пренебрежимо мало, излучает, как черное тело.

Таким образом, излучение нагретых тел не определяется полностью их температурой. Однако знание истинной температуры тела  $T$  позволяет установить предельную величину излучения, которую называют *планковским пределом*, или *планковским уровнем излучения*. Температурное излучение лю-

бого тела при заданной температуре не может превосходить соответствующего планковского предела.

Для практической характеристики излучения реальных нагретых тел вводят некоторые фиктивные температуры, которые определяют излучение тела и могут быть сопоставлены с его истинной температурой. Наиболее часто используют понятия яркостной и цветовой температур.

*Яркостная температура*  $T_{\text{ярк}}$  данного тела равна такой температуре черного тела, при которой спектральная яркость черного тела равна спектральной яркости данного тела. Яркостную температуру обычно определяют при  $\lambda = 0,665$  мкм.

Истинная и яркостная температуры тела связаны между собой соотношением, легко получаемым из формулы Вина (14.3):

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{ярк}}} = \frac{\lambda k}{ch} \ln \varepsilon(\lambda, T).$$

Из определения яркостной температуры и из выражения (14.6) ясно, что всегда  $T_{\text{ярк}} < T$ . Яркостная температура одного и того же источника, измеренная в различных участках спектра, неодинакова даже в случае серого тела. Для большинства металлов при температурах порядка 1 000–3 000 К в видимой области спектра коэффициент черноты излучения  $\varepsilon(\lambda, T)$  составляет 0,7–0,3, и яркостная температура ниже истинной примерно на 50–400°.

Яркостную температуру определяют с помощью пирометра с исчезающей нитью. В основе действия пирометра лежит сравнение яркости исследуемого тела с яркостью нити накала специальной лампочки, предварительно проградуированной по черному телу. Сравнение обычно ведется при  $\lambda = 0,665$  мкм.

*Цветовая температура* является параметром, приблизительно описывающим относительное распределение яркости излучения в видимой области спектра тел, не сильно отличающихся от серых (уголь, металлы, окислы и др.). Если при неизменной истинной температуре некоторого тела яркость его при длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  составляет соответственно  $b(\lambda_1)$  и  $b(\lambda_2)$ , то цветовая температура  $T_{\text{цв}}$  данного тела равна такой температуре черного тела, при которой выполняется соотношение

$$(b_0(\lambda_1) / b_0(\lambda_2))_{T_{\text{цв}}} = b(\lambda_1) / b(\lambda_2). \quad (14.8)$$

Длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  обычно выбирают в красной и синей областях спектра:  $\lambda_1 = 0,655$  мкм,  $\lambda_2 = 0,470$  мкм; при этом выражение (14.8) называют «красно-синим отношением». При выполнении (14.8) относительные распределения яркостей обоих тел в видимой области спектра мало различаются, а цвета тел практически совпадают.

Зная цветовую температуру тела, можно найти его истинную температуру:

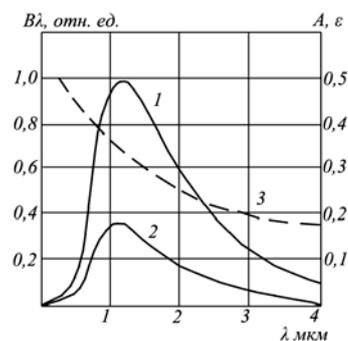


Рис. 14.2. Спектральная энергетическая яркость черного тела (1) и вольфрама (2); поглощательная способность (степень черноты) вольфрама (3)

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{об}}} = \frac{\ln[\varepsilon(\lambda_1)/\varepsilon(\lambda_2)]}{(ch/k)(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)}. \quad (14.9)$$

Для металлов  $T_{\text{цв}} > T$  вследствие некоторого роста коэффициента черноты в коротковолновой области видимого спектра. Для серых тел  $T_{\text{цв}} = T$ . В случае селективных тел понятие цветовой температуры использовать не следует.

Цветовую температуру измеряют либо по красно-синему отношению с помощью оптического пирометра, либо по цвету излучения с помощью фотометрической скамьи.

Источники теплового излучения различной мощности находят широкое применение в разнообразных областях науки, техники и народного хозяйства. Типичными примерами могут служить лампы накаливания, электрические радиационные нагреватели и пр. Излучение многих тепловых источников сосредоточено в основном в ИК-области спектра.

В практике оптической диагностики представляют интерес источники теплового излучения с небольшой поверхностью. При этом часто встает вопрос о выборе излучателя с наибольшей яркостью в заданной области спектра. Очевидно, что в любой области спектра наибольшей яркостью обладает излучатель, нагретый до наиболее высокой температуры и более всего приближающийся к планковскому уровню излучения. Рассмотрим типичные источники излучения, в которых излучателем служит накаленное тело.

#### 14.4. Модели абсолютно черного тела

Если температура излучателя известна, то его яркость и связанные с ней величины могут быть точно вычислены по закону Планка и следующим из него соотношениям. Отсюда ясно, какое большое значение имеет использование черных тел, когда требуется измерить выходной сигнал, приходящийся на фотон лучистой энергии, например при градуировке приемников излучения. Источник, с высокой степенью точности приближающийся к черному телу, можно создать, осуществив почти замкнутую полость, нагретую до некоторой температуры  $T$ . Полость конструируется так, что, во-первых, температура внутри нее одинакова и известна и, во-вторых, отверстие велико по сравнению с  $\lambda^2$  и мало по сравнению с площадью поверхности стенок полости. Это последнее условие можно рассматривать как требование, чтобы попавшее в полость излучение не выходило обратно через отверстие, а практически полностью поглощалось, многократно отражаясь от стенок. Поскольку в таких излучателях нагреваются значительно большие поверхности, чем полезно излучающие, черные тела в виде полостей обычно как источники света не используются.

На рис. 14.3 показаны типичные конструкции абсолютно черных тел, рассчитанных на разную рабочую температуру:  $a$  – излучатель с косвенным нагревом в воздухе для калибровки инфракрасных приборов;  $b$ – $г$  – вакуумные полости, нагреваемые током, проходящим через их стенки, для ближней инфракрасной и видимой областей спектра;  $d$  – излучатель, нагреваемый за

счет электронной бомбардировки, для видимой области спектра и ближней ультрафиолетовой области.

При конструировании черного тела для высоких температур возникают трудности, связанные с потерями тепла за счет теплоотвода, а также с тем, что для нагревания полости значительных размеров нужен большой ток в электрической цепи.

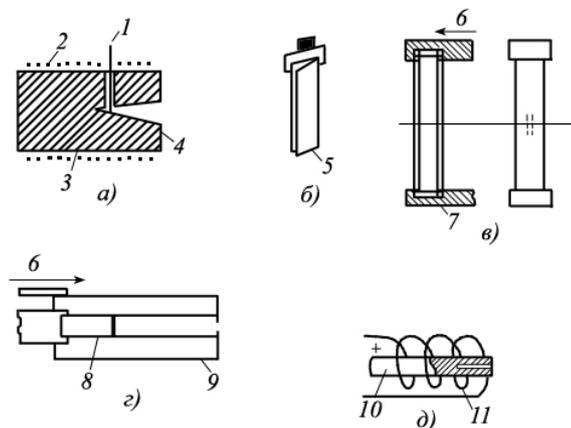


Рис. 14.3. Конструкции абсолютно черного тела для различных температурных диапазонов: *a* – при 500 К; *б, в* – при 1 500 К; *г* – при 2 500 К; *д* – при 3 000 К; 1 – термонара; 2 – нагреватель; 3 – сталь; 4 – излучающий конус; 5 – открытый платиновый клиновидный излучатель; 6 – ток; 7 – графит; 8 – графитовый излучатель; 9 – никелевый отражатель; 10 – вольфрамовый стержень; 11 – термоэлектронный излучатель

Устройство низкотемпературного источника, с хорошим приближением дающего черное излучение до температур порядка 500 К представляет собой стальной клин с углом раствора  $15^\circ$ , который нагревается в печи с хорошей теплоизоляцией. При нагревании поверхность стали окисляется и чернеет. Степень черноты излучения окисленной стали в широкой области спектра равна 0,8. Конусообразная форма излучателя способствует многократным отражениям излучения внутри него. Это повышает коэффициент черноты излучения до  $\varepsilon \sim 0,99$ .

Эксплуатация источников со спектрами излучения, близкими к спектру АЧТ (искусственные черные тела), связана с большими экспериментальными трудностями, поэтому они используются главным образом в специальных метрологических лабораториях и служат для градуировки вторичных эталонных источников.

### 14.5. Лампы накаливания

В качестве вторичных эталонных источников в настоящее время наиболее широко применяются ленточные вольфрамовые лампы накаливания. У таких ламп телом свечения служит полоска из вольфрамовой фольги толщиной

0,02–0,03 мм, шириной 1–2 мм и рабочей высотой 7–10 мм. При такой форме тела свечения его удобно отображать на щель спектрального прибора. У современных эталонных ламп баллон имеет коническую форму и патрубков с плоским окном. С окном из обычного стекла лампой можно пользоваться в диапазоне от 360 нм до 2,4 мкм, с окном из увиолевого стекла – в диапазоне от 250 нм до 3,5 мкм. Для нагрева ленты до высокой температуры, обеспечивающей цветовую температуру излучения (2 800–3 000 К), необходим значительный ток (10–20 А, в зависимости от сечения ленты). Каждая ленточная лампа имеет индивидуальную зависимость цветовой или яркостной температуры от тока накала. Коэффициенты черноты излучения чистого вольфрама хорошо известны, поэтому по яркостной или цветовой температуре ленточной лампы несложно найти спектральную яркость излучения для любой длины волны во всей области работы лампы.

В обычных лампах накаливания используют вольфрам с примесями алюминия и кремния. Они улучшают технологические свойства нити, но изменяют вид кривой  $\varepsilon = f(\lambda)$  по сравнению с чистым вольфрамом. Величина  $\varepsilon$  ламп накаливания со спиральной формой нити превышает значения  $\varepsilon$  вольфрамовой поверхности.

#### 14.6. Термические плазменные излучатели

Важной характеристикой тепловых излучателей является рабочая температура. В частности, возможность применения тепловых излучателей зависит во многих случаях от максимальной температуры, которую они могут выдержать. Верхний предел определяется температурой, при которой происходит разрушение, расплавление или испарение материала источника. Твердые тела могут работать при температурах 3 000–4 000 К, жидкие – при 5 000–6 000 К, в то время как рабочая температура газов в этом смысле не ограничена. При высоких температурах происходит частичная или полная ионизация вещества, и оно переходит в состояние плазмы.

Из всего разнообразия разработанных плазменных излучателей в настоящее время в аэрофизическом эксперименте еще используются лампы с дуговым разрядом высокого давления. Простейшая из них показана на рис. 14.4. Колба выполнена из кварцевого стекла и наполнена инертным газом при давлении от 20 до 40 атмосфер. Наиболее эффективным газом является ксенон. Излучение ксеноновой дуги высокого давления состоит из сильного непрерывного спектра и содержит лишь несколько линий в области длин волн ниже 670 нм. Цветовая температура в интервале 370–530 нм составляет 5 600 К. Полная энергия, излучаемая лампой, зависит от величины тока дуги, тогда как спектральное распределение энергии от силы тока не зависит. Типичные ксеноновые дуговые лампы превосходят по яркости в ультрафиолетовой области спектра дуговые лампы других типов в 10–1 100 раз.

Представляют интерес также безэлектродные лампы с накачкой высокочастотным разрядом. Этот метод получения плазмы характеризуется лучшей передачей мощности, более высокой эффективностью и позволяет получать плазму, близкую по свойствам к термической.

Для многих научных приложений, например исследование быстротекающих процессов, требуются импульсные источники света с длительностью вспышки, лежащей в микросекундном диапазоне. Для этих целей разработаны и используются специальные импульсные ксеноновые лампы-вспышки разнообразных конструкций с характерными значениями длительности экспозиции 0,8–3,0 мкс. Соединенные вместе несколько ламп-вспышек позволяют получить серию импульсов света, следующих с высокой частотой, и используются при высокоскоростной киносъемке быстротекающих процессов [14].

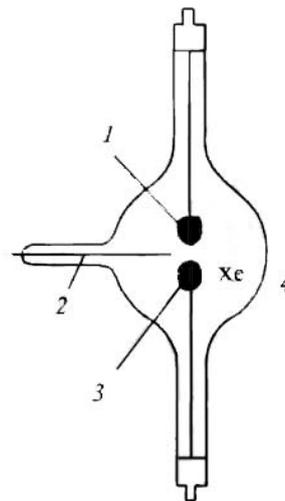


Рис. 14.4. Ксеноновая дуговая лампа высокого давления: 1 – вольфрамовый анод; 2 – поджигающий электрод; 3 – вольфрамовый катод; 4 – ксенон

Широкое распространение при исследовании процессов в ударных трубах получили искровые источники света с длительностью экспозиции 0,1–1,0 мкс. Эти источники являются старейшими, используемыми для теневой и шлирен визуализации. Например, Эрнст Мах в 1888 г. впервые с его помощью получил теневые фотографии ударных волн за летящей пулей. Искровые источники света наряду с импульсными ксеноновыми лампами играют очень важную роль при получении цветных шлирен изображений в высокоскоростных исследованиях.

#### 14.7. Светоизлучающие диоды

Во второй половине XX в. появились принципиально новые источники света, основанные на использовании полупроводниковых технологий, и к началу 1962 г. создан первый светоизлучающий диод (светодиод) [15]. По механизму действия они обратны фотодиодам. К  $p$ - $n$ -переходу светодиода приложено напряжение не в запиорном, как в случае фотодиодов, а в прямом направлении. При этом через светодиод течет ток. Дырки переходят (инжектируются) в  $n$ -область, а электроны – в  $p$ -область, образуя избыточную концентрацию носителей тока. И в той и в другой областях происходит рекомбинация электронно-дырочных пар с отдачей энергии либо в виде тепла, либо в виде излучения фотонов. Если вероятность излучательной рекомбинации велика, наблюдается излучение света с энергией фотонов, примерно равной ширине запрещенной зоны полупроводника.

Чтобы создать светодиоды, работающие в видимой области спектра, необходимо использовать материалы с шириной запрещенной зоны  $> 2$  эВ. Наибольшую величину коэффициента преобразования электрической энергии в световую имеет арсенид галлия (длина волны излучения 0,85–0,90 мкм). Светодиоды на основе GaP : Zn и GaAsP излучают красный, GaP : N – зеленый,

InGaP – желтый свет. Светодиоды весьма экономичны как источники света – напряжение питания их составляет 1,5–2,3 В при токе 10 мА или менее.

Они находят применение в индикаторах, цифровых и буквенных панелях, уличных светофорах, системах аварийного оповещения, в производстве экономичных осветительных устройств с заменой обычных люминесцентных ламп и ламп накаливания, а также в оптоэлектронике для создания устройств, в которых управление электрическими цепями осуществляется с помощью световых сигналов. Комбинируя InGaN-, AlGaN- и GaAlAs-светодиоды при создании полноцветных дисплейных экранов, можно получить любой участок видимого спектра с качеством, превосходящим известный телевизионный стандарт NTSC.

## Глава 15

### Лазеры

Лазеры – это квантовые генераторы и усилители когерентного электромагнитного излучения оптического диапазона длин волн, действие которых основано на индуцированном излучении квантовых систем – атомов, ионов, молекул, находящихся в состояниях, существенно отличных от термодинамического равновесия. (Термин «лазер» (laser) образован из начальных букв английского выражения «light amplification by stimulated emission of radiation», что означает усиление света с помощью эффекта индуцированного испускания излучения.) Принципиальным отличием лазеров от всех других источников света (тепловых, газоразрядных и др.), представляющих собой по сути дела источники оптического шума, является высокая степень когерентности лазерного излучения. Появление лазеров привело к взрыву в развитии научной и технической оптики. Появились не существовавшие до этого мощные источники когерентного излучения с высокой направленностью, яркостью, способные концентрировать громадную энергию в чрезвычайно малых спектральных, временных и пространственных интервалах.

В данном параграфе рассмотрим лишь основные представления о лазерах, как источниках света, применительно к задачам оптической диагностики потоков. Более детальное рассмотрение разделов лазерной физики и более широкое обсуждение различных типов лазеров можно найти в учебниках и специальной литературе по лазерам (см., например, [16–22]).

#### 15.1. Принцип работы и устройство лазера

Лазер, по существу, состоит из трех компонент (рис. 15.1):

1) *активная среда*, которая усиливает падающую электромагнитную волну (активная среда может представлять собой атомы, молекулы или ионы в газообразном, жидком или твердом состоянии, которые излучают в оптическом диапазоне спектра электромагнитных волн);

2) *система накачки*, которая селективно накачивает энергию в активную среду, чтобы заселить рабочие уровни и достичь *инверсной населенности*;

3) *оптический резонатор*, основной функцией которого является создание селективной *обратной связи* для излучения, испущенного возбужденными молекулами активной среды (выше некоторого порога накачки эта обратная связь превращает лазерный усилитель в лазерный генератор).

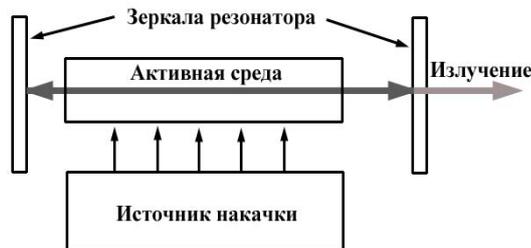


Рис. 15.1. Схема устройства лазера

### 15.2. Поглощение и коэффициенты усиления слабого сигнала

Рассмотрим коллимированный (т. е. ограниченный в поперечнике и распространяющийся с дифракционной расходимостью) пучок монохроматического света, распространяющийся через систему атомов. Для простоты предположим, что имеется лишь один излучательный переход между двумя уровнями  $E_i$  и  $E_j$  ( $E_j > E_i$ ).

Без учета потери на рассеяние, а также на спонтанное излучение интенсивность света  $I(z)$  изменяется в зависимости от пройденного расстояния согласно закону Бугера – Ламберта – Бэра (7.1):

$$I(z) = I(0) \exp(-\mu z), \quad (15.1)$$

где зависящий от частоты коэффициент поглощения  $\mu$  дается выражением (6.7)

$$\mu = B_{ij} \left( N_i - \frac{g_i}{g_j} N_j \right) \frac{h\nu_{ij}}{c}. \quad (15.2)$$

Здесь  $N_i$ ,  $N_j$  – плотности населенностей двух рассматриваемых энергетических уровней.

Уравнение (15.2) связывает коэффициент поглощения  $\mu$  с разностью населенностей двух состояний, между которыми разрешен переход. Обычно  $N_i$  много больше  $N_j$ . В этом случае  $\mu$  – величина положительная и в соответствии с (15.1) среда поглощает свет.

Однако если созданы условия, при которых  $N_j$  превышает  $N_i$ , то показатель экспоненты в уравнении (15.1) положителен и интенсивность пучка растет с увеличением пройденного в среде расстояния в соответствии с выражением:

$$I(z) = I(0) \exp(\beta z),$$

где  $\beta = -\mu$  – так называемый коэффициент усиления слабого сигнала:

$$\beta = B_{ij} \left( N_j - \frac{g_j}{g_i} N_i \right) \frac{h\nu_{ij}}{c}.$$

В этом случае происходит усиление, а не ослабление светового пучка. Процесс, обуславливающий рост интенсивности пучка света с помощью вынужденного излучения, является основным процессом, определяющим возможность создания лазера.

### 15.3. Накачка. Создание инверсной населенности

В условиях термодинамического равновесия отношение населенностей для двух произвольных энергетических уровней подчиняется закону Больцмана (*нормальное* распределение). С помощью процесса, называемого *накачкой*, можно изменить ситуацию и создать в среде такие условия, когда населенность верхнего уровня будет выше населенности нижнего (*аномальное* распределение). Такое состояние называется *инверсной населенностью* среды. Достижение инверсной населенности – принципиальное требование, необходимое для работы лазера.

Инверсия населенностей в лазерах достигается в результате совместного действия процессов заселения (накачки) соответствующих уровней и их дезактивации (очистки). Для достижения стационарной инверсии необходимо, чтобы произведение скорости накачки на время релаксации для верхнего уровня было больше, чем для нижнего. Из этого следует, что предпочтительной является селективная накачка и что инверсия может быть достигнута не только за счет преимущественного заселения верхнего лазерного уровня, но и за счет высокой скорости очистки нижнего.

Механизмы накачки, используемые в лазерах, очень сложны и разнообразны. Существуют методы, основанные на оптической накачке, электрическом разряде, окислении топлива и циклических изменениях давления и температуры. В оптических генераторах на твердых средах (кристаллах, стеклах) возбуждение активных атомов осуществляется, как правило, с помощью так называемой «оптической накачки», т. е. воздействием на вещество световым излучением высокой интенсивности. Для объяснения механизма оптической накачки рассмотрим в качестве возможного примера идеализированную схему энергетических уровней, представленную на рис. 15.2 [16].

Индукцированное излучение на частоте  $\nu_{21}$  происходит при переходе атомов с уровня 2 на уровень 1. Широкий уровень 3 является вспомогательным и используется для возбуждения активных атомов. Благодаря наличию этого уровня вещество способно поглощать свет в широкой полосе частот, соответствующей переходу между уровнями 1 → 3. Возбужденные излучением накачки атомы совершают затем быстрый безызлучательный переход на уровень 2, отдавая избыток энергии кристаллической решетке (некоторая часть атомов с уровня 3 может снова перейти на уровень 1). При отсутствии внешнего излучения возбужденные атомы с уровня 2 снова переходят в основное состояние, излучая некогерентный свет или отдавая энергию решетке.

В оптических генераторах, как правило, используются флуоресцирующие материалы, в которых спонтанное излучение преобладает над процессами безызлучательных переходов. Если время жизни уровня 2  $\tau_{21}$  достаточно велико, то на нем может накопиться значительное число атомов и условие инверсной населенности ( $N_2 - (g_2 / g_1)N_1 > 0$ ) может быть выполнено. Мощность накачки, необходимая для реализации инверсной населенности, определяется временем жизни  $\tau_{21}$ . Чем больше величина  $\tau_{21}$ , тем меньше требуемая мощность. На практике уровень 2 почти всегда является метастабильным и имеет время жизни  $10^{-6}$ – $10^{-3}$  с.

В рассмотренной энергетической схеме индуцированный переход происходит на основной уровень. Такая энергетическая схема оптического генера-

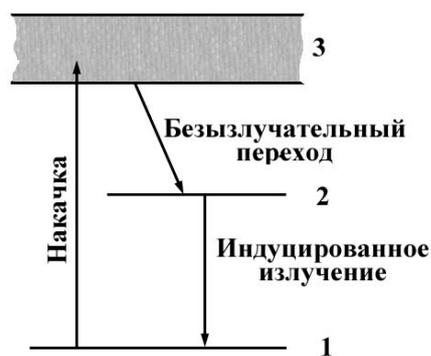


Рис. 15.2. Энергетическая схема трехуровневого оптического генератора

тора называется трехуровневой. По трехуровневой схеме накачки действует рубиновый лазер, подобная же схема характерна и для нескольких других лазеров. Обычно трехуровневая схема требует очень высоких мощностей накачки, поскольку конечным состоянием лазерного перехода является основное состояние, а для получения инверсной населенности на верхний уровень необходимо перевести значительную часть (без учета вырождения – половину) атомов, находящихся в основном состоянии. Следует отметить, что для достижения инверсии с помощью оптической накачки квантовая система должна иметь не менее трех энергетических уровней, в двухуровневой среде инверсия недостижима принципиально.

#### 15.4. Пороговые условия

Среда с инверсией населенности способна усиливать световую волну. Чтобы превратить усилитель в генератор, необходимо организовать обратную связь. В лазерах она достигается при помещении активного вещества между отражающими поверхностями (зеркалами), образующими так называемый «открытый резонатор» за счет того, что часть излученной активным веществом энергии отражается от зеркал и опять возвращается в активное вещество (см. рис. 15.1).

Можно определить минимальный, необходимый для работы лазера, коэффициент усиления, рассматривая увеличение интенсивности светового пучка на резонансной частоте при его двукратном прохождении резонатора лазера. Предположим для простоты, что активная среда полностью занимает пространство между зеркалами с коэффициентами отражения  $\rho_1, \rho_2$ .

После двукратного прохождения активной среды в прямом и обратном направлениях и отражения от зеркал относительное увеличение интенсивности пучка дается выражением

$$G = I/I_0 = \rho_1 \rho_2 \exp[2(\beta - \alpha)L],$$

где  $G$  – полный коэффициент усиления пучка в лазере за один цикл;  $L$  – расстояние между зеркалами;  $\beta$  – коэффициент усиления слабого сигнала (ненасыщенный коэффициент усиления) на единицу длины;  $\mu$  – распределенные потери на единицу длины из-за рассеяния и возможного поглощения на неактивных составляющих лазерной среды. Если  $G > 1$ , то случайные флуктуации на резонансной частоте лазера растут в каждом цикле прохода через резонатор и в резонаторе нарастают колебания. В случае, когда  $G < 1$ , колебания в резонаторе затухают.

Пороговые условия для возникновения лазерной генерации можно записать в виде

$$G = \rho_1 \rho_2 \exp[2(\beta_{\text{пор}} - \mu)L] = 1.$$

Пороговый коэффициент усиления  $\beta_{\text{пор}}$ , зависит как от компонент, входящих в состав активной среды (т. е.  $\mu$ ), так и от конструкции лазера (т. е.  $\rho_1, \rho_2$  и  $L$ ):

$$\beta_{\text{пор}} = \mu + (1/2L) \ln(1/\rho_1, \rho_2) = \mu + \mu_0. \quad (15.3)$$

Такая форма записи подчеркивает общее происхождение двух видов потерь:  $\mu$  – потери в резонаторе из-за поглощения и рассеяния в среде;  $\mu_0$  – потери

за счет вывода излучения из резонатора. Таким образом, если полезный выход излучения рассматривать как потери, то условие непрерывной генерации лазера можно сформулировать следующим образом: усиление должно равняться сумме всех потерь в лазере.

Из уравнения (15.3) видно, что  $\beta$  может изменяться в широком диапазоне значений и зависит не только от разности населенностей уровней, но и от специфических свойств активной среды. Сравнительно легко заставить лазер генерировать когерентное излучение, активная среда которого имеет высокий коэффициент усиления. В этом случае юстировка зеркал не очень критична, качество изготовления зеркал может быть далеким от совершенства. Если же коэффициент усиления активной среды мал, то необходимы зеркала с высоким коэффициентом отражения, потери следует сводить к минимуму, и для получения генерации приходится очень тщательно юстировать зеркала резонатора.

### 15.5. Оптический резонатор

Оптический резонатор, образованный зеркалами, играет очень большую роль в формировании спектра излучения лазера, который состоит из ряда дискретных частот, а не из одной уширенной спектральной линии. Основная особенность оптических резонаторов заключается в том, что их размеры значительно больше длины волны, в результате чего оказывается возможным одновременное возбуждение большого числа собственных колебаний, что существенно ухудшает выходные параметры оптических генераторов (монохроматичность, мощность излучения и др.).

Оптический резонатор образуется системой из двух параллельных зеркал, находящихся на расстоянии  $L$  друг от друга. Эта система хорошо известна в оптике как интерферометр Фабри – Перо. При бесконечно протяженных зеркалах каждое собственное колебание резонатора будет образовываться в результате сложения плоских волн, движущихся в противоположных направлениях. Сложение волн, распространяющихся вдоль оси  $z$  резонатора, с учетом граничных условий на зеркалах приводит к так называемым *продольным* колебаниям, резонансные частоты которых определяются формулой

$$\nu_q = q(c/2L),$$

где  $q$  – любое целое число. Каждая такая система подобных колебаний называется иначе – *аксиальной (продольной) модой* резонатора. Частотный интервал между модами

$$\Delta\nu = \nu_{q+1} - \nu_q = c / 2L. \quad (15.4)$$

совпадает с областью дисперсии интерферометра Фабри – Перо, у которого расстояние между пластинами равно  $L$ .

Для оценки резонатора с точки зрения вносимых им потерь применяется понятие добротности резонатора:

$$Q = 2\pi \frac{W_{i\hat{a}\hat{e}}}{W_{i\hat{i}\hat{o}}} = 2\pi \frac{W_{i\hat{a}\hat{e}}}{P_{i\hat{i}\hat{o}}},$$

где  $W_{\text{нак}}$  – энергия электромагнитного поля, накопленная в резонаторе;  $W_{\text{пот}}$  – энергия, теряемая резонатором за один цикл колебания;  $P_{\text{пот}}$  – мощность потерь за один цикл колебания.

Для пассивного резонатора добротность выражается формулой [16]

$$Q = 2\pi L / \mu\lambda,$$

где  $\mu$  – коэффициент суммарных потерь за проход резонатора. Высокая добротность резонатора означает, что резонансная система имеет малые потери. Это соотношение можно представить в более удобном виде [18]:

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu_{\text{длц}}} = \frac{4\pi L}{\lambda \ln[\rho^2(1-T)^2]}.$$

Другими словами, добротность резонатора равна отношению резонансной частоты  $\nu$  к ширине линии резонатора  $\Delta\nu_{\text{рез}}$ . Здесь  $\rho$  – коэффициент отражения зеркал;  $T$  – относительные внутренние потери за проход вследствие дифракции.

В таком виде добротность резонатора с точностью до несущественного множителя порядка единицы совпадает с разрешающей силой интерферометра Фабри – Перо:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi L\sqrt{\rho}}{\lambda(1-\rho)} \cos i,$$

где  $i$  – угол между осью и направлением на интерференционный максимум.

Таким образом, при малых дифракционных потерях добротность резонатора примерно равна разрешающей способности используемого в качестве резонатора интерферометра. При этом чем больше расстояние между зеркалами, тем выше добротность.

Высокое значение добротности оптического резонатора лазера достигается лишь для резонансных частот  $\nu_q$ , именно поэтому лишь на резонансных частотах потери меньше, чем усиление активной среды, и происходит генерация излучения. Заметим, что ширина линии излучения  $\delta\nu$  для стационарного газового лазера на много порядков уже, чем ширина линии  $\Delta\nu_{\text{рез}}$  ( $\Delta\nu_{\text{рез}} \sim \nu/Q$ ) пассивного оптического резонатора. Связано это с тем, что лазер является активным генератором электромагнитного излучения. В этом случае в формулу для добротности следует подставлять не потери, а потери плюс усиление. Эта величина при рассмотрении только вынужденного (синфазного) излучения в стационарном режиме работы по определению равна нулю, так как усиление точно компенсирует потери. Следовательно, добротность формально должна обращаться в бесконечность, а лазерная линия превращаться в  $\delta$ -функцию. Реально это не так из-за наличия спонтанного (некогерентного) излучения, уширяющего лазерную линию до величины [18]

$$\delta\nu = \frac{2\pi^2 (\Delta\nu_{\text{длц}})^2 h\nu}{P},$$

где  $\Delta\nu_{\text{рез}}$  – ширина линии пассивного оптического резонатора;  $h$  – постоянная Планка;  $P$  – выходная мощность лазера.

На рис. 15.3 показаны спектральная линия люминесценции и спектр собственных типов колебаний резонатора. Приведем сравнительные оценки ширины линии люминесценции, ширины  $\Delta\nu_{\text{рез}}$  резонансных кривых и пассивного резонатора и ширины линии генерации для He–Ne-лазера. При свечении газоразрядной плазмы низкого давления в оптическом диапазоне преобладающим оказывается доплеровское уширение:

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \sqrt{\frac{8kT}{mc^2} \ln 2},$$

где  $\nu_0$  – центральная частота линии;  $m$  – масса атома;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура (атомная). Легко оценить (см. п. 5.3), что для красной линии неона ( $\lambda = 0,63$  мкм) при температуре  $\sim 300$ – $600$  К доплеровское уширение составляет  $\sim (1 \div 2) 10^9$  Гц. Для сравнения: типичная величина естественного уширения составляет  $\nu_e = 1,6 \cdot 10^7$  Гц.

Добротность резонатора длиной  $L = 1$  м и типичной для зеркал с многослойными покрытиями величиной потерь мощности за один проход  $\sim 2\%$  составляет  $Q \sim 5 \cdot 10^8$ . Это значение  $Q$  соответствует ширине резонансных кривых  $\Delta\nu_{\text{рез}} \sim 1$  МГц. Различие частот соседних резонансов составляет, согласно формуле (15.4), 150 МГц. При этом в пределах полосы усиления укладывается порядка 10 продольных мод. Генерация возникает на всех частотах  $\nu_q$ , находящимся внутри частотного интервала  $\Delta\nu_D$ , для которых коэффициент усиления активной среды превышает потери света в резонаторе. Ширина линии излучения газового лазера  $\Delta\nu_{\text{л}}$  на несколько порядков уже, чем ширина резонансной линии пассивного резонатора  $\Delta\nu_{\text{л}} \approx (10^{-2} \div 10^{-5}) \cdot \Delta\nu_{\text{рез}}$ .

*Продольно-поперечные моды лазера.* Приведенное выше рассмотрение относится к резонатору Фабри – Перо с бесконечно протяженными зеркалами,

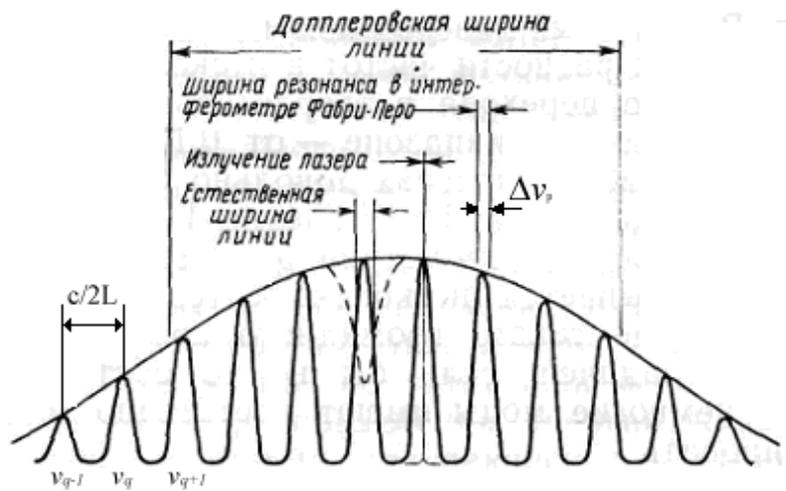


Рис. 15.3. Структура мод оптического резонатора с доплеровским уширением атомной линии излучения

для которых каждое собственное колебание резонатора образуется в результате сложения двух плоских волн, движущихся в противоположных направлениях. В любом реальном лазерном резонаторе с конечными размерами зеркал полная система колебаний состоит из суперпозиции большого числа волн, каждая из которых движется по несколько отличающемуся от других направлению и не обязательно строго вдоль оптической оси. Части плоской волны, распространяющиеся вблизи краев зеркал, из-за дифракционных потерь уходят из резонатора. В этих условиях волны, бегущие от зеркала к зеркалу, уже не являются плоскими. На поверхности зеркал непостоянны ни амплитуда, ни фаза. Распределение амплитуд и фаз рассчитали Фокс и Ли на основании теории дифракции Кирхгофа. Для частот, удовлетворяющих резонансным условиям в трехмерном резонаторе, для зеркал, как плоских, так и сферических, можно написать следующее выражение [19]:

$$v_q^{mn} = (c/2L) \left\{ q + \left[ (m+n+1) \arccos \sqrt{(1-L/R_1)(1-L/R_2)} \right] / \pi \right\},$$

где  $m$ ,  $n$  и  $q$  – целые числа;  $R_1$ ,  $R_2$  – радиусы кривизны зеркал;  $L$  – длина резонатора.

Различные типы колебаний (собственных частот), установившихся в резонаторе после достаточно большого числа проходов, называются модами и обозначаются символом  $TEM_{mnq}$  (transverse electro-magnetic). Здесь  $m$  и  $n$  – целые числа, отвечающие различным поперечным модам, имеющим  $m$  узлов вдоль оси  $x$  и  $n$  узлов вдоль оси  $y$ , а  $q$  – число полуволн стоячей волны, укладываемых между зеркалами резонатора ( $\sim 10^6$ , см. выше), обозначает продольные моды резонатора. Если  $q$  фиксировано, то, изменяя  $m$  и  $n$ , можно получить различные поперечные моды ( $m$  и  $n \sim 1 \div 3$ ). Разность частот между поперечными модами  $\sim 1-10$  МГц. Зафиксировав  $m$  и  $n$ , но, изменяя  $q$ , можно получить различные продольные моды. Основная мода  $TEM_{00q}$  не имеет узлов в плоскости, перпендикулярной к оси резонатора. Она описывается стоячую волну, являющуюся суперпозицией волн, распространяющихся параллельно оси лазера.

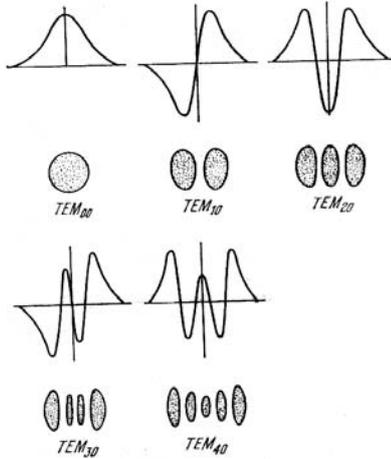


Рис. 15.4. Распределение амплитуды поля по зеркалу для некоторых поперечных типов колебания низкого порядка [20]

приведено распределение амплитуды поля по зеркалу. Распределение амплитуды поля в основной моде  $TEM_{00q}$  описываются функцией Гаусса. Моды более высокого порядка описываются полиномами Эрмита, помноженными на

Распределение энергии в световой волне при различных поперечных модах внутри резонатора легко наблюдать на экране, установленном параллельно зеркалам. Несколько различных мод низкого порядка показано на рис. 15.4 [20]. Над картинками распределения интенсивности

функцию Гаусса. Отрицательные величины в распределении амплитуды поля свидетельствуют об обращении фазы. Фаза в модовой конфигурации изменяется на противоположную при переходе от одного пятна к другому.

Появление в генерации поперечных мод приводит к уширению или расщеплению на ряд близко расположенных частот каждого из резонансов (рис. 15.5). Различные поперечные моды имеют различную расходимость и различную степень когерентности.

### 15.6. Гауссовы пучки

Особую важность для практических применений имеет излучение с модовым составом  $TEM_{00q}$ , которое характеризуется наибольшей монохроматичностью и направленностью.

Распределение амплитуды электромагнитного поля в любом поперечном сечении пучка излучения моды  $TEM_{00q}$ , называемого гауссовым, описывается функцией Гаусса [16; 19; 20]:

$$E(x, y, z) = A_0 \left[ \frac{w_0}{w(z)} \right] \exp \left\{ -i(kz + \phi) - i \frac{k}{2R(z)} (x^2 + y^2) - \frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right\}. \quad (15.5)$$

Здесь  $A_0$  – значение амплитуды поля на оси пучка в перетяжке. Гауссов пучок характеризуется следующими параметрами: радиусом пучка  $w$ , радиусом кривизны волнового фронта  $R(z)$ , расположением перетяжки, где радиус пучка минимален, радиусом пучка в перетяжке  $w_0$ , углом расходимости в дальней зоне  $\theta$ .

Второй и третий члены в показателе экспоненты определяют изменение фазового фронта и амплитуды пучка в отличие от плоской волны, а  $\phi = \arctg(z/z_0)$  – сдвиг фазы на оси, обусловленный дифракционной расходимостью пучка.

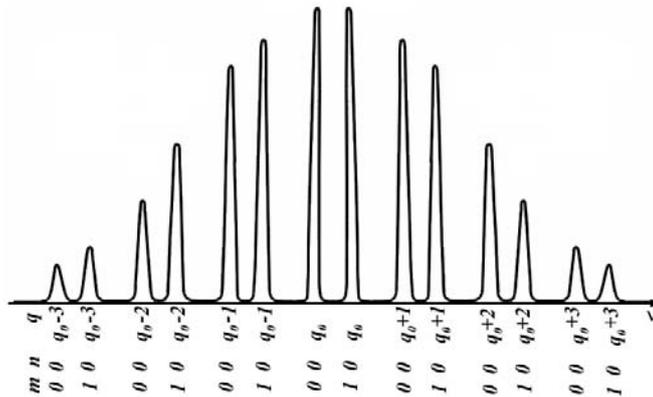


Рис. 15.5. Спектр излучения многомодового лазера (каждой продольной моде соответствуют две поперечные)

На рис. 15.6 приведены параметры, характеризующие гауссов пучок.

Из (15.5) следует, что интенсивность  $I(x, z)$  в зависимости от расстояния до оси пучка  $x$  в плоскости поперечного сечения с координатой  $z$  записывается в виде

$$I(x, z) = I(0, z) e^{-x^2/(w(z))^2}. \quad (15.6)$$

Радиусом или полушириной гауссова пучка называется величина  $x = w$ , при которой интенсивность поля падает в  $e$  раз. Зависимость полуширины пучка от продольной координаты имеет вид

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + (\lambda z / \pi w_0^2)^2 \right], \quad (15.7)$$

радиус кривизны волнового фронта изменяется следующим образом:

$$R(z) = z \left[ 1 + (\pi w_0^2 / \lambda z)^2 \right]. \quad (15.8)$$

При распространении пучка в прозрачной среде, когда интенсивность на оси уменьшается только вследствие дифракционной расходимости, зависимость  $w(z)$  имеет вид гиперболы, асимптоты которой наклонены к оси под углами

$$\theta = \lambda / \pi w_0. \quad (15.9)$$

Эта зависимость принимается за расходимость ТЕМ<sub>00</sub> пучка. Формулы (15.6)–(15.9) определяют пространственную структуру гауссова пучка. Определив (например, измерив) параметр  $w_0$ , можно полностью рассчитать интенсивность поля в любой точке пространства.

Волновой фронт пучка плоский в точках  $z = 0$  и  $z \rightarrow \infty$  и сферический в остальных сечениях. В точке  $z = \pi w_0^2 / \lambda$  кривизна волнового фронта достигает максимального значения.

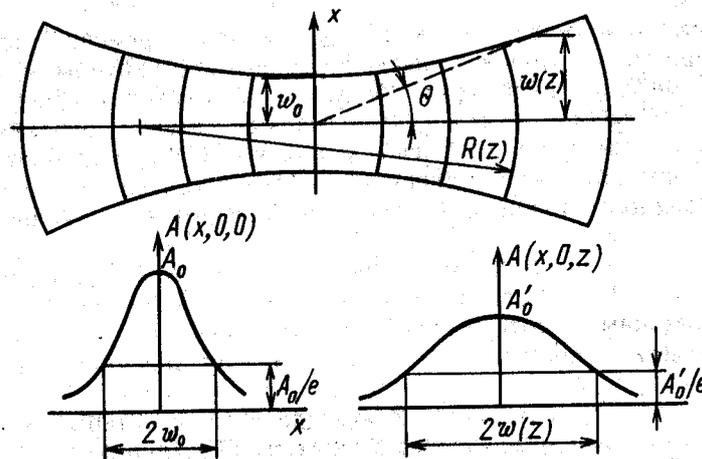


Рис. 15.6. Распределение интенсивности, волновые фронты и огибающая гауссова пучка

Любые две фазовые поверхности гауссова пучка можно заменить зеркалами и таким образом получить резонатор, порождающий этот пучок. Так, расположив зеркала с радиусами кривизны, равными  $R$ , на расстоянии  $L = R$  симметрично относительно точки  $z = 0$ , получаем конфокальный резонатор. Перетяжка пучка в конфокальном резонаторе находится в фокальной плоскости зеркал. Для данного гауссова пучка конфокальный резонатор является резонатором с зеркалами наибольшей кривизны. Заменяв одно зеркало конфокального резонатора плоским, размещенным в перетяжке пучка, получаем полуконфокальный резонатор. Можно использовать выпуклое зеркало в комбинации с вогнутым и получить «выпукло-вогнутый» резонатор.

Если у двухзеркального резонатора заданы радиусы кривизны зеркал  $R_1$  и  $R_2$  и расстояние между ними  $L$ , то можно рассчитать  $w_0$ , а значит, и соответствующий гауссов пучок по формуле

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}. \quad (15.10)$$

В случае конфокального резонатора ( $R_1 = R_2 = R$  и  $L = R$ ) формула (15.10) приобретает особо простой вид:

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{L(2R - L)} = \frac{\lambda R}{2\pi} = \frac{\lambda L}{2\pi}.$$

Таким образом, резонатор, обеспечивая обратную связь в оптической системе лазера, позволяет создать хорошо сколлимированный монохроматический световой пучок, свойства которого определяют основные достоинства лазера.

### 15.7. Режимы работы лазеров

Если в процессе работы лазера параметры резонатора (потери и связанная с ними добротность) остаются неизменными, лазер работает в так называемом режиме свободных колебаний. Очевидно, что в этом случае при стационарной накачке лазер будет работать в непрерывном режиме, при импульсной накачке – в импульсном.

Достоинством непрерывного режима является то, что в этом режиме наиболее полно реализуются такие свойства лазеров, как монохроматичность, когерентность, направленность и низкий уровень шумов излучения. В импульсном режиме в активную среду может быть введена значительно более высокая мощность накачки и соответственно получены большие мощности генерации. Кроме того, в импульсном режиме за счет переходных процессов может быть получена инверсия и генерация на таких переходах, где в стационарном режиме инверсия достигнута быть не может. Отметим, что импульсный режим генерации может быть осуществлен и за счет управления параметрами резонатора [20–22].

### 15.8. Режим модулированной добротности (режим генерации гигантских импульсов)

Рассмотрим приближенно кинетику рабочих состояний с учетом нестационарности на примере трехуровневой системы (см. рис. 15.2) [17; 23]. Изменение населенности состояния определится разностью скоростей заселения и обеднения состояний. Верхний рабочий уровень 2 заселяется за счет накачки с промежуточного уровня 3 со скоростью  $M_2$ . Кроме того следует учесть заселение верхнего уровня за счет поглощения генерируемого излучения ( $\omega B N_1$ ), где  $\omega$  – плотность энергии генерации в среде,  $B$  – коэффициент Эйнштейна для лазерного перехода. Обеднение уровня 2 связано со стимулированным излучением ( $\omega B N_2$ ). Таким образом, уравнение баланса скоростей для верхнего рабочего уровня имеет вид

$$\frac{dN_2}{dt} = M_2 - \omega B(N_2 - N_1). \quad (15.11)$$

Нижний рабочий уровень заселяется за счет стимулированного излучения переходов из состояния 2 ( $\omega B N_2$ ). Переходы из состояния 3 можно не учитывать из-за сравнительно слабой его заселенности. Обеднение состояния 1 осуществляется за счет поглощения излучения генерации ( $\omega B N_1$ ) и за счет процесса накачки (скорость  $M_1$ ). Баланс скоростей для нижнего уровня можно представить в виде

$$\frac{dN_1}{dt} = -M_1 - \omega B(N_2 - N_1). \quad (15.12)$$

Вычитая (15.12) из (15.11), вводя обозначения инверсной разности  $(N_2 - N_1) = \Delta N$  и обозначив  $M_1 + M_2 = M$ , получим уравнение баланса для избытка частиц в состоянии 2:

$$\frac{d(\Delta N)}{dt} = M - 2\omega B(\Delta N).$$

Величина  $M$  пропорциональна уровню накачки.

Допустим, что накачка осуществляется при низкой добротности резонатора (высоких потерях), так что генерация возникнуть не может  $\omega = 0$ . Тогда может быть достигнута максимальная для данной скорости накачки  $M$  разность населенностей  $\Delta N$  и в единице объема вещества запасена энергия  $\Delta U = h\nu\Delta N \approx h\nu M\tau_2$ , где  $\tau_2$  – характерное время релаксации для верхнего уровня. Отметим, что при стационарном резонаторе с низкими потерями это значение  $\Delta N$  достигнуто быть не может, поскольку по достижении порога и при возникновении генерации инверсия больше не растет, так как накачка, превышающая пороговую, уходит в лазерное излучение. Если эту запасенную энергию высветить в импульсе длительностью  $\tau_{\text{и}}$ , то получается удельная

мощность  $P_{\text{с}} = \frac{h\nu M\tau_2}{2\tau_{\text{с}}} = P_1 \frac{\tau_2}{2\tau_{\text{с}}}$ , поскольку  $P_1 = h\nu M$  есть максимальная

(с единицы объема) мощность в непрерывном режиме. При  $\tau_{\text{и}} \ll \tau_2$  можно получить существенный выигрыш в мощности.

Режим модулированной добротности осуществляется следующим образом: по достижении максимальной инверсии добротность резонатора быстро увеличивается, потери уменьшаются и начинается генерация, проходя сначала линейный этап развития из спонтанного излучения, а затем быстрый нелинейный этап, за время которого запасенная в рабочем веществе энергия выплескивается в виде короткого (до 3–10 нс) и мощного импульса. Типичные значения достигаемых мощностей соответствуют  $10^7$ – $10^8$  Вт, рекордные –  $10^{13}$ – $10^{15}$  Вт. Например, для рубинового лазера, дающего в режиме свободных колебаний  $P = 10^3$  Вт при  $\tau_{\text{и}} = 10^{-3}$  с, в режиме модулированной добротности ( $\tau_{\text{и}} = 10^{-8}$  с)  $P = 10^8$  Вт, т. е. возрастает на пять порядков.

Быстрое включение добротности можно осуществить различными способами: механическим, вращая одно из зеркал, или электрооптическим, помещая в резонатор ячейку Покельса (или ячейку Керра), работу которых как затвора можно обеспечить подачей на них напряжения. Многократным включением добротности за время накачки можно реализовать стробоскопический режим работы твердотельного лазера с управляемым числом импульсов генерации и интервалами между ними [24]. В работе [25] приведены примеры успешного применения лазерного стробоскопа в системах многоэкспозиционной регистрации и импульсной киносъемки при исследовании быстропротекающих процессов в двухфазных средах.

### 15.9. Метод синхронизации продольных мод

Еще более короткие световые импульсы удастся получить, используя метод синхронизации продольных мод [20–22]. Как уже отмечалось, расстояние между продольными модами меньше ширины линии рабочего перехода в лазере, и возможна генерация лазера на нескольких продольных модах. В газах ширина линии генерации составляет около  $10^9$  Гц, в твердотельных лазерах –  $10^{11}$ – $10^{12}$  Гц, в лазерах на красителях –  $10^{13}$ – $10^{14}$  Гц. При частотном интервале между модами (15.4)  $\Delta\nu = c / 2L = 10^8$  Гц ( $L = 1$  м) это дает число мод от 10 для газовых лазеров до  $10^5$ – $10^6$  для лазеров на красителях.

В обычных условиях излучение разных мод не связано (не синхронизировано) друг с другом, и отдельные моды выступают как независимые генераторы. Если жестко связать фазы отдельных мод, т. е. заставить их генерировать синхронно, излучение лазера приобретает вид последовательности коротких импульсов, следующих друг за другом с периодом  $T = 2L / c$  и имеющих в пределе длительность  $\tau_{\text{и}} = 1 / \Delta\nu$ . Мощность в импульсе при этом возрастает пропорционально числу мод по сравнению с несинхронизированным режимом.

Жесткого закрепления фазовых соотношений между модами можно добиться, осуществляя модуляцию потерь в резонаторе с частотой  $f = \Delta\nu$ . При этом генерируемое излучение (скажем, на центральной моде с частотой  $\nu_0$ ) модулируется по амплитуде с частотой  $f = \Delta\nu$ , а значит, в его спектре возникают дополнительные составляющие, отстоящие от несущей на частоты, кратные частоте модуляции, т. е. совпадающие по частоте с частотами сосед-

них мод и играющие для них роль вынуждающей силы, в результате чего достигается синхронизация.

В режиме синхронизации от лазеров удается получить сверхкороткие световые импульсы ( $10^{-12}$ – $10^{-13}$  с) высокой мощности.

### 15.10. Свойства лазерного излучения

В настоящее время лазеры перекрывают диапазон от ультрафиолета до субмиллиметровых волн, достигнуты первые успехи в создании рентгеновских лазеров, созданы перестраиваемые по частоте лазеры.

*Мощность* лазерного излучения в непрерывном режиме может быть порядка  $10^5$ – $10^6$  Вт, в импульсном – до  $10^{12}$ – $10^{13}$  Вт, при этом удается достичь интенсивностей порядка  $10^{12}$ – $10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>. Существенно, что эти мощности могут быть сконцентрированы в чрезвычайно узких спектральных и временных интервалах.

*Длительность импульса излучения* в лазерах, работающих в режиме синхронизации мод, может составлять  $10^{-12}$ – $10^{-13}$  с и специальными методами доводится до  $10^{-15}$  с (за это время свет проходит всего  $3 \cdot 10^{-5}$  см), т. е. лазеры обладают удивительно высокой степенью концентрации энергии во времени.

*Монохроматичность* лазерного излучения, определяемая как  $\Delta\nu_r / \nu_0$  ( $\Delta\nu_r$  – ширина линии генерации,  $\nu_0$  – ее центральная частота), при работе лазера на одной частоте и в непрерывном режиме в принципе ограничена шумами. Используя специальные методы стабилизации, удается получить относительную стабильность частоты  $\Delta\nu_r / \nu_0 = 10^{-12}$ – $10^{-13}$  ( $\Delta\nu_r = 50$ – $500$  Гц). В случае лазера, работающего в многомодовом режиме, монохроматичность связана с числом генерируемых мод и полная ширина линии излучения может составлять несколько гигагерц. В импульсном режиме работы минимальная ширина линии ограничена величиной, обратной длительности импульса.

Высокая степень монохроматичности лазерного излучения определяет высокую спектральную плотность энергии – высокую степень концентрации световой энергии в очень малом спектральном интервале. Высокая монохроматичность облегчает фокусировку лазерного излучения, поскольку при этом хроматическая абберация линзы становится несущественной.

*Когерентность.* Лазеры обладают чрезвычайно высокой по сравнению с другими источниками света степенью когерентности излучения, временной и пространственной. Напомним, что временная когерентность определяется временем  $t_k$ , в течение которого излучение, испущенное из одной точки источника (или приходящее в данную точку пространства), остается когерентным (скажем, дает интерференционную картину в интерферометре Майкельсона). Пространственная когерентность определяется как когерентность излучения, испущенного из разных, находящихся на некотором расстоянии друг от друга точек источника, и может быть определена по контрасту интерференционных полос в известном опыте Юнга с двумя щелями. При работе лазера в одномодовом режиме достигается полная пространственная коге-

рентность, что определяет высокую направленность лазерного излучения и делает возможным его фокусировку в пятно чрезвычайно малых размеров (порядка длины волны).

Временная когерентность, связанная с монохроматичностью (время когерентности  $t_k = 1/\Delta\nu_r$ ), оказывается тоже очень высокой. Так, для непрерывно работающего лазера на He-Ne в одночастотном режиме при  $\Delta\nu_r = 1$  кГц и  $t_k = 10^{-3}$  с длина когерентности  $l_k = t_k c$  ( $c$  – скорость света) составляет  $3 \cdot 10^7$  см (300 км), в то время как для нелазерных источников света (например, натриевая лампа)  $t_k = 10$  с ( $l_k = 3$  см). Таким образом, с использованием лазеров можно наблюдать интерференционную картину даже при разности хода лучей в несколько километров.

*Направленность излучения* во многом определяется тем, что в открытом резонаторе могут возбуждаться только такие волны, которые направлены по оси резонатора или под очень малыми углами к ней. При высокой степени пространственной когерентности угол расходимости лазерного луча может быть сделан близким к пределу, определяемому дифракцией. Типичные значения  $\theta$  (15.9) составляют: для газовых лазеров  $(0,5-5) \cdot 10^{-3}$ , твердотельных  $(2-20) \cdot 10^{-3}$ , полупроводниковых  $(5-50) \cdot 10^{-2}$  рад.

*Яркость.* Благодаря высокой направленности лазерные источники света обладают очень высокой яркостью, из-за чего на мишени можно получить очень большую интенсивность света. Так, гелий-неоновый лазер с мощностью 10 мВт и расходимостью излучения  $3 \cdot 10^{-4}$  рад. при площади пучка  $0,1$  см<sup>2</sup> имеет яркость  $10^6$  Вт/(ср · см<sup>2</sup>), что во много раз превышает яркость Солнца – 130 Вт/(ср · см<sup>2</sup>). Отсюда выражение «лазер ярче тысячи солнц».

Перечисленные выше свойства делают лазеры уникальными источниками света и определяют широкие возможности их применения.

## Глава 16 Интерференция света

### 16.1. Интерференция двух монохроматических волн

Интерференционные методы находят широкое применение при исследовании прозрачных (фазовых) неоднородностей и, в частности, газовых потоков. В данной главе мы дадим некоторые соотношения, описывающие интерференцию электромагнитных волн. Рассмотрим простейший случай, а именно интерференцию двух монохроматических волн.

Пусть на экран  $P$  (рис. 16.1) падает две монохроматические линейно поляризованные волны  $E_1$  и  $E_2$ , с параллельными векторами поляризации. Это позволяет использовать скалярное приближение. Монохроматическую электромагнитную волну в плоскости наблюдения  $P$  можно представить в виде

$$E(x, y, t) = a(x, y) \cos[\omega t + \varphi(x, y)].$$

В силу линейности уравнений Максвелла по  $E(x, y)$  (см. гл. 2), имеем

$$E_p(x, y) = E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t).$$

Для интенсивности излучения, согласно (1.18), получим:

$$\begin{aligned} I(x, y, t) &= \langle [E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t)]^2 \rangle = \\ &= \langle [a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)]^2 + [a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]^2 + 2a_1 a_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle = \end{aligned} \quad (16.1)$$

$$= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle,$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)$ , а  $\langle \rangle$  обозначает усреднение по времени. Здесь и далее, в некоторых случаях, для сокращения записи зависимость переменных  $I$ ,  $a$  и  $\varphi$  от координат  $(x, y)$  не обозначена.

Последнее слагаемое в соотношении (16.1) в результате усреднения по времени становится равным нулю (см. п. 1.5), в итоге имеем

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} \langle \cos\{\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t\} \rangle. \quad (16.2)$$

Если время интегрирования фотоприемника равно  $\tau$ , то для косинусоидального множителя в последнем слагаемом соотношения (16.2) имеем

$$\begin{aligned} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) dt = \\ &= \frac{2 \sin(\tau\Delta\omega/2)}{\tau\Delta\omega} \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + t\Delta\omega). \end{aligned}$$

В результате получим

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \\ &+ 2 \operatorname{sinc}(\tau\Delta\omega/2) \sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \times \\ &\times \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + t\Delta\omega). \end{aligned} \quad (16.3)$$

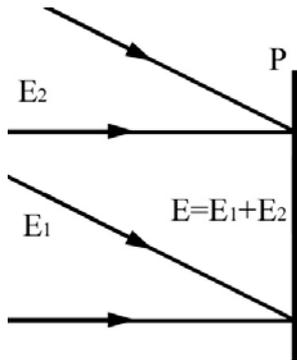


Рис. 16.1. Схема, поясняющая интерференцию двух волн

Уравнение (16.3) является основным соотношением для интерференции двух монохроматических волн. Слагаемое в (16.3), содержащее косинус разности фаз интерферирующих волн, называется интерференционным членом.

Важными являются следующие характерные случаи.

1. Частоты обеих интерферирующих волн равны ( $\Delta\omega = 0$ ). При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y)]. \quad (16.4)$$

Соотношение (16.4) описывает простейший случай интерференции двух волн. При этом в плоскости наблюдения формируется стационарная интерференционная картина. При равенстве интенсивностей волн  $I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$  выражение (16.4) существенно упрощается:

$$I(x, y) = 2I_0(x, y)\{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y)]\}. \quad (16.5)$$

Например, для двух плоских волн с направлением волновых векторов близких к нормали поверхности экрана  $P$  (ось  $0, z$ ) и параллельных плоскости  $(z, 0, y)$ , разность фаз будет линейно зависеть от координаты  $y$ , т. е.  $\Delta\varphi(x, y) = \Delta\varphi(y) = \cos(\varphi_0 + 2\pi\alpha y / \lambda)$ , где  $\alpha$  - угол между волновыми векторами интерферирующих волн. При этом на экране наблюдается стационарная интерференционная картина в виде эквидистантных параллельных оси  $(0, x)$  интерференционных полос с шагом  $h = \lambda / \alpha$ . Соотношение  $\Delta\varphi(x, y)_{\max} = 2m\pi$  является уравнением для максимумов, а  $\Delta\varphi(x, y)_{\min} = (2m + 1)\pi$  - для минимумов интерференционных полос. Число  $m$  (в общем случае дробное) называется порядком интерференционной полосы или порядком интерференции.

2. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), однако время интегрирования существенно меньше обратной величины  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \ll 1$ . При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t],$$

а аналогом (16.5) является выражение

$$I(x, y) = 2I_0(x, y)\{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t]\}.$$

Порядок интерференции  $m$  определяется так же, как и для первого случая. В плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина. Интерференционные полосы движутся с фазовой скоростью  $\Delta\omega$ .

3. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), а время интегрирования сравнимо с обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \approx 1$ . Интенсивность выражается соотношением (16.3). Так же, как и в предыдущем случае, наблюдается нестационарная интерференционная картина. Контраст (видность) интерференционных полос  $K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$  зависит от времени интегрирования (экспозиции) фотоприемника.

4. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), а время интегрирования много больше обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \gg 1$ . Интерференционная картина не регистрируется, а интенсивность в плоскости экрана равна сумме интенсивностей исходных волн

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y).$$

Первый случай является наиболее распространенным, как при описании интерференции, так и в методах оптической интерферометрии. При этом

иногда говорится о том, что интерференция света возможна только для волн с равной частотой, образованных от одного источника света. Однако это утверждение не корректно, так как интерференция электромагнитных волн при рассмотрении ее с точки зрения суперпозиции (сложения) электромагнитных полей, очевидно, существует в любом случае. Мы можем говорить только о невозможности существования *стационарной* интерференционной картины при несовпадении частот интерферирующих волн или при образовании их от отдельных, несогласованных по фазе источников света.

Например, при использовании дифференциальных схем ЛДА, интерференция двух волн с  $\Delta\omega \neq 0$  используется для создания измерительного объема в схемах, позволяющих определять направление вектора скорости. Кроме того, в дифференциальных схемах полезный сигнал с фотоприемника также описывается соотношениями для интерференции волн с  $\Delta\omega \neq 0$ . Другой характерный пример, демонстрирующий возможность регистрации заведомо нестационарной интерференционной картины, реализующейся при использовании отдельных источников света для формирования интерферирующих волн, рассматривается в ч. 3.

Вопросы, связанные с интерференцией света, в том числе и многолучевой, достаточно полно освещаются в различных учебниках по физической оптике и монографиях [26–28]. Поэтому мы в данной главе не будем подробно останавливаться на многочисленных аспектах этого явления. Рассмотрим лишь один важный для аэрофизического эксперимента пример, а именно возможность использования двухлучевых интерферометров для исследования газовых потоков.

### 16.2. Двухлучевая интерферометрия в исследовании газовых потоков (фазовых неоднородностей)

Если одна из волн проходит через оптическую неоднородность, имеющую некоторое пространственное распределение показателя преломления  $n = n_0 + \delta n(x, y, z)$  ( $n_0$  – показатель преломления для невозмущенной области), то для данной волны фаза  $\varphi(x, y)$  в плоскости регистрации изменится в зависимости от  $\delta n(x, y, z)$  на величину

$$\delta\varphi(x, y) = (2\pi/\lambda) \int_L \delta n(x, y, z) \cdot dz, \quad (16.6)$$

где интегрирование происходит по пути луча внутри неоднородности. При этом изменится и  $\Delta\varphi$  в соотношении (16.5)  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \delta\varphi(x, y)$ , что приведет к сдвигу интерференционной полосы. (При малых изменениях показателя преломления угловыми отклонениями лучей, возникающими вследствие преломления в исследуемом объекте, пренебрегают.) Сдвиг полосы в некоторой точке экрана будет определяться соотношением

$$\delta m = m - m_0 = \delta\varphi(x, y) / 2\pi, \quad (16.7)$$

где  $m_0$  – порядок интерференционной полосы при отсутствии неоднородности, а  $m$  – порядок полосы в этой же точке при ее наличии. При этом  $\delta m = 1$

соответствует сдвигу на одну интерференционную полосу. По интерферограммам исследуемого объекта можно определить  $\delta n$  и, используя соотношения (16.6), (16.7), значение интеграла от изменения показателя преломления вдоль пучка, проходящего через неоднородность.

Приведенные рассуждения лежат в основе интерференционных методов исследования прозрачных неоднородностей. На практике для регистрации и измерения разности фаз световых лучей используются интерференционные установки различного типа. Наибольшее распространение получили интерферометры с амплитудным разделением пучков, и среди них интерферометр Маха – Цандера (рис. 16.2). Точечный источник света (1), расположенный в фокальной плоскости коллиматорной линзы (2), создает параллельный пучок света, попадающий на полупрозрачное зеркало (3). Это зеркало делит амплитуду падающего пучка на две равные части. Одна часть проходит через зеркало (3), другая отражается от него. Затем оба пучка полностью отражаются зеркалами (4, 5) и вновь объединяются вторым полупрозрачным зеркалом (6). Один из пучков (измерительный) проходит к зеркалу (6) через исследуемую неоднородность (7), а другой – через невозмущенную область (опорный). Объективом (8) изображение неоднородности проецируется на экран (9), где наблюдается интерференционная картина. Таким образом, в плоскости наблюдения формируется стационарная (квазистационарная при изменении параметров неоднородности) картина, соответствующая случаю  $\Delta\omega = 0$ . При отсутствии неоднородности и симметричном относительно нормали к плоскости наблюдения угле падения пучков на экране будут наблюдаться прямые интерференционные полосы с шагом  $h = \lambda / 2\sin(\alpha/2)$ , где  $\lambda$  – длина волны зондирующего излучения;  $\alpha$  – угол между интерферирующими пучками. Для малых углов  $\alpha$  шаг полос  $h \approx \lambda / \alpha$ . Наклоном зеркала (6) можно регулировать угол  $\alpha$ , тем самым – шаг и наклон интерференционных полос.

Так как информацию об изменении фазы в некоторой точке интерферограммы несет только относительное изменение порядка интерференции,

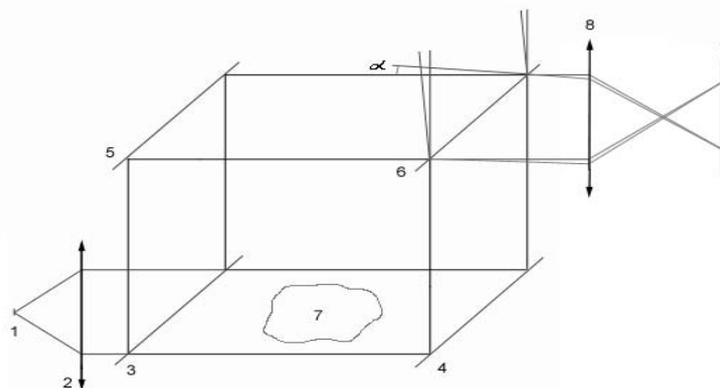


Рис. 16.2. Схема интерферометра Маха – Цандера: 1 – источник света; 2, 8 – объективы; 3, 6 – полупрозрачные зеркала; 4, 5 – зеркала; 7 – исследуемая неоднородность; 9 – плоскость регистрации

величина  $m(x, y)$  определяется с точностью до постоянного целого числа присвоением какой-либо интерференционной полосе  $m = 0$ .

В общем случае невозможно однозначно определить 3-мерное распределение изменения показателя преломления  $\delta n(x, y, z)$  по  $\delta m(x, y)$  из интерферограммы, полученной при одном направлении просвечивания неоднородности (подробнее об этом см. в ч. 4). Однако при некоторых симметриях исследуемого объекта, например при  $\delta n(x, y, z) = \delta n(x, y)$ , задача имеет однозначное решение. В этом случае выражение (16.6) преобразуется к виду  $\delta\varphi(x, y) = 2\pi L\delta n(x, y) / \lambda$ , а (16.7) для сдвига полос перейдет в

$$\delta m(x, y) = L\delta n(x, y) / \lambda. \quad (16.8)$$

Выражение (16.8) дает возможность определить изменение показателя преломления по сдвигу интерференционных полос  $\delta n(x, y) = \delta m(x, y)\lambda / L$ . Знание  $\delta n(x, y)$  позволяет, например для газов, определить изменение плотности, так как в этом случае

$$n = 1 + \xi\rho,$$

где  $\xi$  постоянная Гладсона – Дейла (для разных газов разная), а  $\rho$  – плотность газа.

Похожий вид имеет зависимость показателя преломления раствора соли в воде при малых концентрациях. В этом случае

$$n = n_0 + \chi C, \quad (16.9)$$

где  $n_0 = 1,333$  – показатель преломления дистиллированной воды;  $\chi$  – некоторая постоянная, зависящая от вида растворяемого вещества;  $C$  – концентрация раствора. Например, на рис. 16.3 приведена зависимость показателя преломления раствора соли NaCl от ее концентрации при температуре 25 °С. Из рисунка видно хорошее удовлетворение табличных данных соотношению (16.9) со значением  $\chi = 1,01 \cdot 10^{-2}$  л/моль и  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2} \cdot C$ .

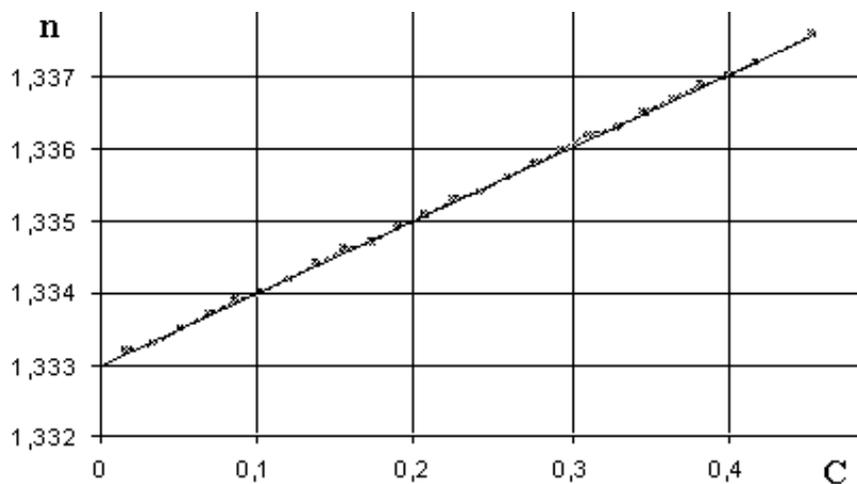


Рис. 16.3. Зависимость коэффициента преломления раствора соли в воде от концентрации  $C$ . Точки – табличные данные, сплошная линия соответствует уравнению  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2} \cdot C$

Другим широко известным интерферометром, используемым для исследования фазовых неоднородностей, является интерферометр Майкельсона. Одна из возможных схем прибора, использовавшаяся для изучения процесса диффузии раствора соли в воде, приведена на рис. 16.4. Расходящееся когерентное излучение от полупроводникового лазера ML1016R мощностью 30 мВт с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм, коллиматорной линзой (2) преобразуется в плоскопараллельный пучок и подается в интерферометр Майкельсона. Интерферометр образован светоделительным кубиком и зеркалами (4, 5). Одно из зеркал закреплено в оптической качалке, с помощью которой осуществляется настройка интерферометра и регулируется шаг и наклон интерференционных полос. Пучок света, проходящий через данное плечо, является опорным. В другом плече интерферометра расположена рабочая кювета. Пучок света, проходящий через данное плечо, является опорным. В другом плече интерферометра расположена рабочая кювета.

Торцевыми стенками кюветы служат поверхность светоделительного кубика и подложки отражающего зеркала. Зеркальная поверхность расположена на задней поверхности подложки для исключения возможности ее повреждения раствором. Таким же образом расположено зеркало и в первом плече интерферометра. При этом зеркальная поверхность защищена конструктивными элементами качалки от случайных повреждений. Толщина кюветы составляла 13,5 мм. Боковые стенки кюветы изготовлены из стекла. Выходящее из интерферометра излучение, пройдя собирающую линзу (9), подается на телекамеру. Видеосигнал с телекамеры поступает на компьютер, где и запоминаются полученные изображения интерферограмм.

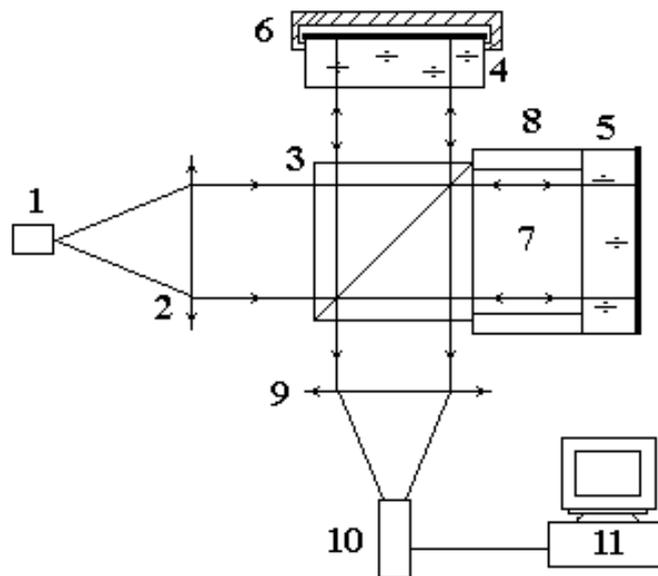


Рис. 16.4. Схема интерферометра Майкельсона: 1 – полупроводниковый лазер; 2, 9 – линзы; 3 – светоделительный кубик; 4, 5 – зеркала; 6 – оптическая качалка; 7 – кювета; 8 – боковые стенки кюветы; 10 – телекамера; 11 – компьютер типа IBM PC

Возможно визуальное наблюдение интерференционной картины. При этом непосредственно после интерферометра устанавливается матовый экран или лист обычной белой бумаги. Так как размеры исследуемой области и отклонения лучей малы, то вблизи от кюветы наблюдается четкое изображение исследуемого объекта. Отличие интерферометра Майкельсона от интерферометра Маха – Цандера заключается в двойном прохождении рабочего пучка через исследуемый объем, что нужно учитывать при получении количественных данных.

На рис. 16.5 представлены интерферограммы, демонстрирующие процесс выравнивания по горизонтали концентрации раствора соли, добавленного в кювету с дистиллированной водой под действием сил Архимеда. На последнем кадре резкая граница обусловлена рефракцией излучения, связанной с большими градиентами концентраций и вызванными этим большими градиентами преломления по вертикальной координате. Постепенно в результате диффузии она исчезает.

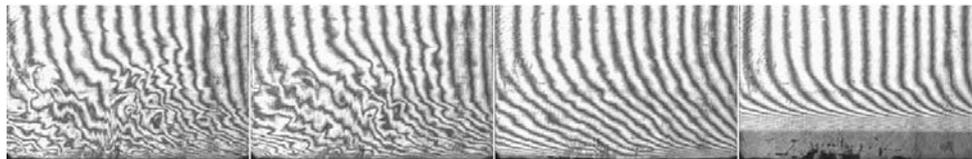


Рис. 16.5. Интерферограммы, демонстрирующие процесс растворения соли в воде

В заключение отметим, что многие оптические методы используемые в аэрофизическом эксперименте, основаны на явлении интерференции света. Некоторые из этих методов будут рассмотрены в ч. 3.

## Глава 17

### Лазерный доплеровский анемометр

Для измерения скорости в аэрофизическом эксперименте наиболее широко используются зондовые методы (термоанемометрические и пневмометрические датчики), обладающие высокой степенью отработанности, относительной простотой и надежностью. Однако им присущи существенные недостатки, основным из которых является необходимость введения датчика непосредственно в поток, что, во-первых, не всегда возможно, а во-вторых, приводит к возмущению исследуемого течения. В большинстве случаев использование подобных датчиков требует калибровки и введения разного рода поправок. Кроме того, традиционные зондовые методы практически не используются при измерениях в двухфазных потоках из-за быстрого разрушения зондов частицами дисперсной фазы. Поэтому особого внимания заслуживают оптические методы диагностики потоков, позволяющие решить проблему измерения скорости бесконтактным способом. Различные оптические схемы, а также особенности их применения в аэро- и гидродинамических исследованиях достаточно полно описаны в литературе (см., например, [29–33]).

В настоящее время наиболее известными и широко применяемыми для бесконтактного измерения скорости потоков являются лазерные доплеровские анемометры (ЛДА), основанные на выделении доплеровского сдвига частоты лазерного излучения, *рассеянного на частицах*, изначально присутствующих в потоке или искусственно введенных. Разработано большое количество различных схем ЛДА, которые по способу измерения доплеровского сдвига частоты разделяются на две основные группы. К первой относятся наиболее разработанные и широко распространенные схемы, в которых доплеровский сдвиг частоты выделяется с помощью фотодетекторов (метод фотосмещения, или прямого фотодетектирования) [29–34]. В системах второй группы доплеровский сдвиг частоты измеряется с помощью спектральных приборов высокой разрешающей способности (методы интерференционной спектроскопии) [31; 35–37]. ЛДА первой группы достаточно просты для измерения сравнительно небольших скоростей и широко и успешно применяются при изучении дозвуковых потоков  $V \leq 3 \cdot 10^2$  м/с, а измерение сверхзвуковых скоростей встречает значительные технические трудности. ЛДА второй группы позволяют практически неограниченно расширить диапазон измерений в область более высоких скоростей и являются более перспективными при исследовании сверхзвуковых и особенно гиперзвуковых потоков.

Следует отметить, что в большинстве случаев в связи с малой величиной молекулярного рассеяния света при обычных для аэрофизического эксперимента условиях при использовании ЛДА, как правило, измеряется не скорость самого газа, а скорость частиц, изначально присутствующих в потоке или специально введенных в него. При этом возможно несовпадение скорости газа и светорассеивающих частиц. Это особенно сильно проявляется

ется в высокоскоростных сильно градиентных течениях. Данному вопросу посвящено достаточно большое количество работ, ссылки на которые имеются, например, в работе [31]. Проблемы, связанные с отставанием скорости частиц, отсутствуют в схемах, реализованных на основе молекулярного рассеяния света на молекулах рабочего газа.

Методы лазерной анемометрии удачно дополняют другие методы исследования потоков жидкостей и газов. Они позволяют измерять скорости потоков в широком диапазоне от  $10^{-3}$  м/с до сверхзвуковых с точностью до 1 % и высоким пространственным разрешением  $\sim 0,1$  мм<sup>3</sup>. Временное разрешение ЛДА зависит от степени загрузки исследуемого потока частицами и может составлять десятки тысяч измерений в секунду.

### 17.1. Принципы лазерной анемометрии

Принцип работы лазерных доплеровских анемометров основан на использовании хорошо известного оптического эффекта Доплера [29–33]. Пусть монохроматический источник света испускает волну с круговой частотой  $\omega_0$  и волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  (рис. 17.1). По абсолютной величине волновой вектор  $|\mathbf{k}_0| = k_0 = 2\pi / \lambda_0$ , где  $\lambda_0$  – длина волны излучения, испускаемого источником. Свет, падая на движущуюся со скоростью  $V$  частицу, рассеивается во все стороны. Рассеянная волна с волновым вектором  $\mathbf{k}_p$  будет иметь частоту  $\omega_p$ .

При условии, что скорость светорассеивающих частиц  $V$  много меньше скорости света  $V \ll c$  (это условие выполняется в большинстве задач, связанных с регистрацией скорости жидкости и газов), частота рассеянного излучения определяется соотношением

$$\omega_p = \omega_0 \left[ 1 - \frac{V}{c} (\cos \theta - \cos \psi) \right]. \quad (17.1)$$

Соотношение (17.1) положено в основу доплеровского метода измерения скорости и реализуется в ЛДА с прямым спектральным анализом. Однако прямому использованию соотношения (17.1) для измерения скорости частиц методом фотосмещения препятствует медленный отклик существующих фотоприемников. Поэтому в методе фотосмещения на приемник направляется две волны: сигнальная, параметры которой необходимо определить, и опорная, параметры которой известны (либо две волны, рассеянные в разных направлениях, и т. п.). Так как фотоприемник является квадратичным детектором, то выходной ток его содержит переменную составляющую

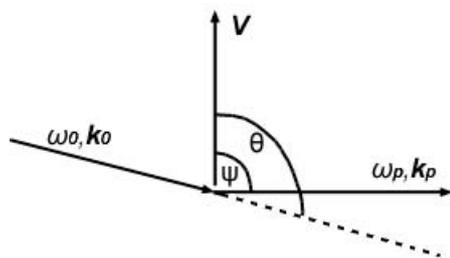


Рис. 17.1. Схема, иллюстрирующая рассеяние света движущейся частицей

шую с частотой, равной разности частот этих волн. Так, из (17.1) можно получить выражение для сдвига частоты рассеянной волны  $\omega_D$ , обусловленного эффектом Доплера:

$$\omega_D = \omega_p - \omega_0 = -\omega_0 \frac{V}{c} (\cos \theta - \cos \psi). \quad (17.2)$$

Последнее соотношение можно записать и в другом виде через волновые векторы падающей  $\mathbf{k}_0$  и рассеянной  $\mathbf{k}_p$  волн (рис. 17.2). Учтывая, что  $\mathbf{k}_0 = \omega_0 / c$ ,  $\mathbf{k}_p = \omega_p / c$ , а изменение частоты мало, т. е.  $\mathbf{k}_0 \approx \mathbf{k}_p$ , доплеровский сдвиг частоты примет вид

$$\omega_D = (\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_0) \mathbf{V} = \mathbf{K} \mathbf{V}. \quad (17.3)$$

Вектор  $\mathbf{K} = (\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_0)$  называют вектором чувствительности. Сдвиг частоты при рассеянии света на движущейся частице однозначно определяется проекцией вектора скорости частицы  $\mathbf{V}$  на направление, определяемое вектором чувствительности  $\mathbf{K}$ .

Если, согласно рис. 17.2, ввести  $\beta$  – угол между направлением падающей и рассеянной волн,  $\varphi$  – угол между вектором чувствительности  $\mathbf{K}$  и вектором скорости  $\mathbf{V}$ , то (17.3) примет вид

$$\omega_D = 2V k_0 \sin(\beta/2) \cos \varphi.$$

Доплеровский сдвиг частоты отсутствует, если вектор скорости перпендикулярен вектору чувствительности ( $\cos \varphi = 0$ ), т. е. совпадает с биссектрисой угла  $\beta$ .

В среде с показателем преломления отличным от единицы величина доплеровского сдвига частоты увеличивается в  $n$  раз

$$\omega_D = 2V k_0 n \sin(\beta/2) \cos \varphi,$$

где  $k_0$  – модуль волнового вектора для волны падающего света в вакууме, а углы  $\varphi$  и  $\beta$  берутся в среде с показателем преломления  $n$ .

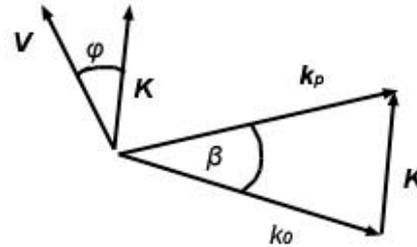


Рис. 17.2. К определению доплеровского сдвига частоты

## 17.2. Дифференциальная схема ЛДА

В настоящее время большинство разработанных оптических схем ЛДА базируется на методах фотосмещения либо двух рассеянных волн, либо рассеянной и опорной волн с последующим измерением доплеровского сигнала. Рассмотрим более подробно одну из них – дифференциальную, которая наиболее широко используется для диагностики потоков жидкости и газа благодаря ряду эксплуатационных преимуществ. В этой схеме на движущийся объект направляется не один, а два монохроматических пучка, мощности которых одного порядка. Место пересечения пучков определяет область измерения скорости потока. Геометрия оптических пучков, соответствующая дифференциальной схеме, представлена на рис. 17.3.

Будем считать, что в общем случае частоты двух пучков неодинаковы. Если  $\omega_1$ ,  $\mathbf{k}_1$  – частота и волновой вектор одной волны, а  $\omega_2$ ,  $\mathbf{k}_2$  – частота и волновой вектор второй волны, то частоты рассеянного движущейся частицей света можно найти по формуле (17.1). С учетом выражений (17.2) и (17.3) эти частоты равны соответственно

$$\begin{aligned}\omega_{1p} &= \omega_1 + (\mathbf{k}_{1p} - \mathbf{k}_1)\mathbf{V}, \\ \omega_{2p} &= \omega_2 + (\mathbf{k}_{2p} - \mathbf{k}_2)\mathbf{V}.\end{aligned}$$

Так как рассеянное излучение от двух лазерных пучков регистрируется в одном направлении ( $\mathbf{k}_{1p} = \mathbf{k}_{2p}$ ), то доплеровский сдвиг частоты

$$\omega_D = \omega_{2p} - \omega_{1p} = (\omega_2 - \omega_1) + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{V} = (\omega_2 - \omega_1) + \mathbf{K}\mathbf{V}.$$

При равенстве частот двух падающих волн ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ ) получаем следующее выражение для доплеровского сдвига частоты (см. рис. 17.3):

$$\omega_D = \omega_{2p} - \omega_{1p} = \mathbf{K}\mathbf{V} = 2\omega_0 (V/c) \sin(\alpha/2) \cos\varphi, \quad (17.4)$$

где  $\alpha$  – угол между падающими пучками.

Если частица проходит через область пересечения двух световых пучков, то она рассеивает свет от каждого из них. Результирующее поле есть сумма

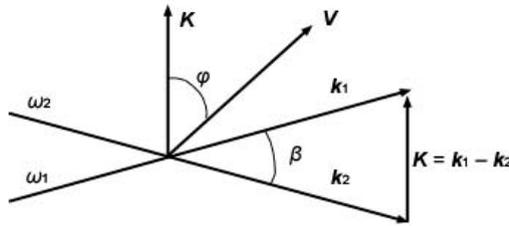


Рис. 17.3. Геометрия оптических пучков в дифференциальной схеме ЛДА

двух волн с близкими частотами  $\omega_{2p}$  и  $\omega_{1p}$ . Эти волны оптически смешиваются на фотоприемнике, электрический сигнал на выходе которого имеет составляющую с разностной частотой  $\omega_D$ , а его амплитуда в точности соответствует распределению интенсивности в области пересечения пучков.

Таким образом, измеряя  $\omega_D$  и зная угол между падающими пучками, из (17.4) можно найти проекцию вектора скорости частицы на вектор чувствительности  $\mathbf{K}$ .

Помимо рассмотренного выше доплеровского подхода к объяснению принципа работы дифференциальной схемы ЛДА, существует и эквивалентная ему интерференционная модель, суть которой состоит в следующем. Известно, что при пересечении двух когерентных пучков в заданной области среды образуется интерференционная картина с периодическим пространственным распределением интенсивности результирующего поля (рис. 17.4). При этом ширина интерференционной полосы (расстояние между соседними порядками интерференции) определяется соотношением (в плоскости, перпендикулярной биссектрисе угла)

$$d = \lambda_0 / 2 \sin(\alpha/2), \quad (17.5)$$

где  $\alpha$  – угол между падающими пучками.

Если через эту интерференционную картину будет двигаться частица со скоростью  $V$ , то, очевидно, что излучение, рассеянное этой частицей, будет модулировано по интенсивности. При этом частота модуляции будет равна величине  $\nu = 1/\Delta t$ , обратной времени пересечения частицей одной интерференционной полосы шириной  $d$ :

$$v = (V/d) \cos \varphi = 2(V/\lambda_0) \sin(\alpha/2) \cos \varphi,$$

$$\omega = 2\pi v = 2\omega_0(V/c) \sin(\alpha/2) \cos \varphi.$$

Легко заметить, что данное выражение совпадает с выражением (17.4), полученным при использовании эффекта Доплера.

С точки зрения этого подхода база измерения задается периодической структурой из  $N$  максимумов интерференционной картины. Крайние случаи дифференциальных измерений, когда  $N = 1$  или  $N = 2$ , называют обычно времяпролетными методами, которые также получили достаточно широкое распространение при измерениях скорости [34].

Во времяпролетном методе с одним лазерным пучком базовым расстоянием является размер самого пучка (диаметр  $D_L$ ), отсчитываемый на определенном уровне плотности мощности. Регистрируя импульс рассеянного излучения с помощью фотоприемника, получаем электрический сигнал, длительность которого  $\Delta t_1$  характеризует скорость частицы  $V = D_L / \Delta t_1$ .

Во времяпролетном методе с двумя лазерными пучками линейная база задается расстоянием  $l$  между пучками. Измерение скорости частиц сводится к измерению времени задержки между двумя импульсами фототока и вычислению отношения значения базы к времени задержки  $V = l / \Delta t_2$ .

Отметим два основных отличительных достоинства дифференциальных схем [29–31]. Первое: результат измерения доплеровского сдвига частоты определяется геометрией освещающих пучков и не зависит от приемной апертуры, ограничивающей рассеянное излучение. Это позволяет использовать широкоапертурную приемную оптику, не увеличивая погрешности измерения скорости. Второе: пересечение падающих пучков делает видимой область измерения, что очень важно при настройке прибора.

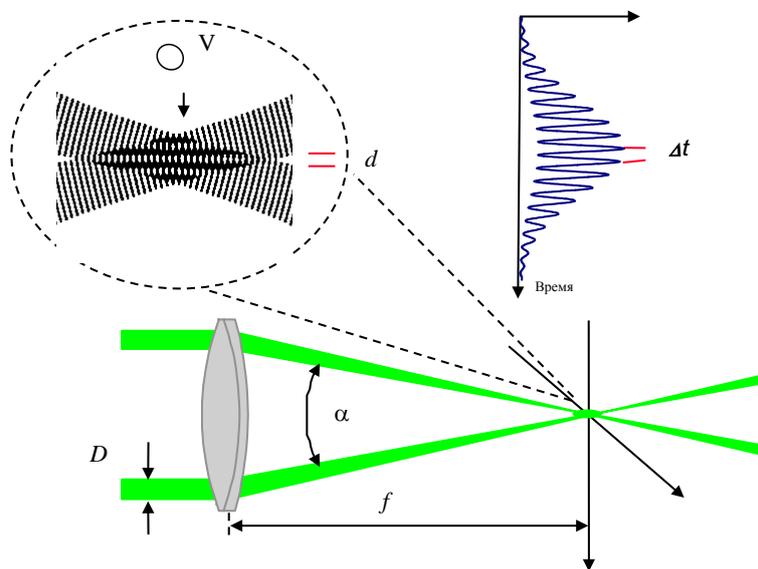


Рис. 17.4. Времяпролетная модель дифференциальной схемы ЛДА

### 17.3. Измерительный объем

Пространственное разрешение ЛДА определяется числом независимых измерений в единице объема. Характеристикой обратной пространственному разрешению является измерительный объем.

Рассмотрим характеристики измерительного объема, образующегося при пересечении двух лазерных пучков в дифференциальной схеме ЛДА (рис. 17.5), составляющих угол  $\alpha$  между собой и угол  $\pm\alpha/2$  с осью  $z$ .

Анализ измерительного объема наиболее удобно проводить на примере лазерных пучков основной  $TEM_{00q}$  моды, называемых гауссовыми (см. гл. 15), поскольку распределение амплитуды поля в пучке в любом поперечном сечении описывается гауссовой кривой. Размер такого пучка определяется как расстояние, на котором интенсивность поля уменьшается в  $e^2$  раз по сравнению с интенсивностью поля на оси пучка (рис. 17.5, б).

Будем считать, что гауссовы пучки имеют плоские волновые фронты не только в перетяжках, но и во всей области пересечения. В этом случае интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных полос, период которых будет постоянным в области пересечения пучков. Ширина интерференционной полосы определяется выражением (17.5).

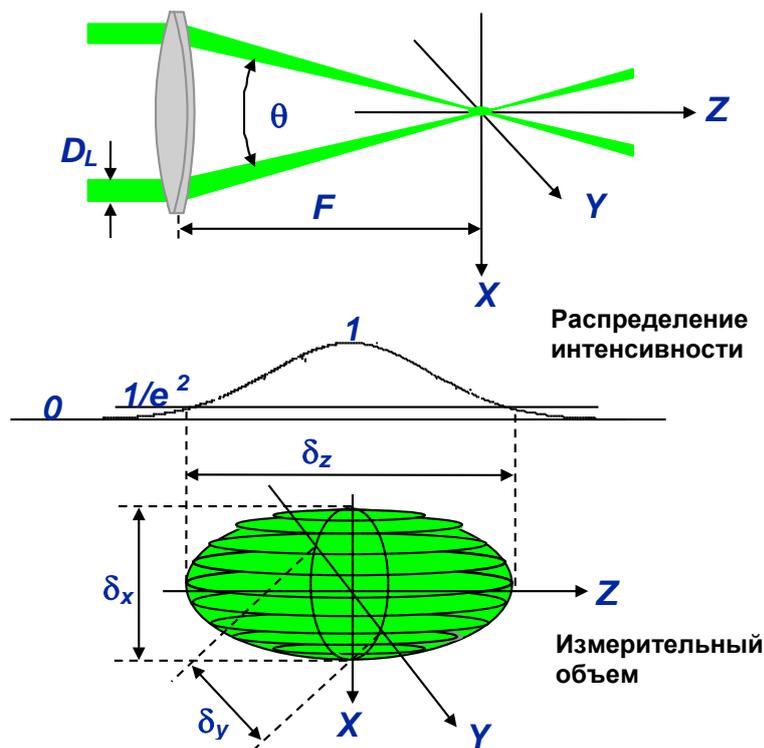


Рис. 17.5. Размеры измерительного объема в ЛДА с дифференциальной схемой: а – распределение интенсивности; б – измерительный объем

Форма поверхности с одинаковой амплитудой переменной составляющей освещенности в измерительном объеме представляет собой поверхность эллипсоида. При этом размеры интерференционного поля по осям эллипсоида  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , где огибающая интенсивности уменьшается в  $e^2$  раз, имеют следующие значения [29]:

$$\delta_x = \frac{4F\lambda}{\pi D_L \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad \delta_y = \frac{4F\lambda}{\pi D_L}, \quad \delta_z = \frac{4F\lambda}{\pi D_L \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)},$$

а число интерференционных полос в измерительном объеме равно

$$N = \frac{8F \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D_L}.$$

Здесь  $F$  – фокусное расстояние объектива, формирующего измерительный объем,  $D_L$  – диаметр лазерных пучков.

#### 17.4. Практические схемы ЛДА

Известно большое количество разнообразных практических схем ЛДА, отличающихся функциональными характеристиками и элементной базой [29–31]. Выбор той или иной схемы определяется спецификой конкретного эксперимента.

Наиболее широкое распространение получили дифференциальные схемы ЛДА благодаря возможности использовать широкоапертурную приемную оптику, не увеличивая погрешности измерения скорости, и возможности визуализации области измерения, что очень важно при настройке прибора. Из трех возможных способов регистрации рассеянного излучения (вперед, под углом и назад), более предпочтительной является схема ЛДА на обратном рассеянии, т. е. регистрирующая рассеянное излучение в направлении «назад». Эта схема более устойчива к вибрациям, более удобна в настройке, более компактна и удобна в эксплуатации.

Дифференциальные схемы ЛДА на обратном рассеянии хорошо отработаны, и имеется большое количество примеров их промышленной реализации. Например, разработанный совместно Институтом автоматики и электрометрии СО РАН и комбинатом «Карл Цейсс Йена» лазерный доплеровский анемометр Лад-2 [30], выпущенный небольшой партией. В европейских странах широкое распространение получили ЛДА фирмы «Dantec Dynamics» [33], которые продолжают выпускаться и в настоящее время.

На рис. 17.6 приведена дифференциальная схема двухкомпонентного (2D) измерителя скорости в режиме работы на обратном рассеянии фирмы «Dantec Dynamics» [33]. Излучение Ar-ионного лазера (1) попадает на акустооптический модулятор-расщепитель (2) – ячейку Брегга, на выходе которого формируется система из двух дифрагированных пучков, распространяющихся в одном направлении. Частота излучения в одном из пучков сдвинута на часто

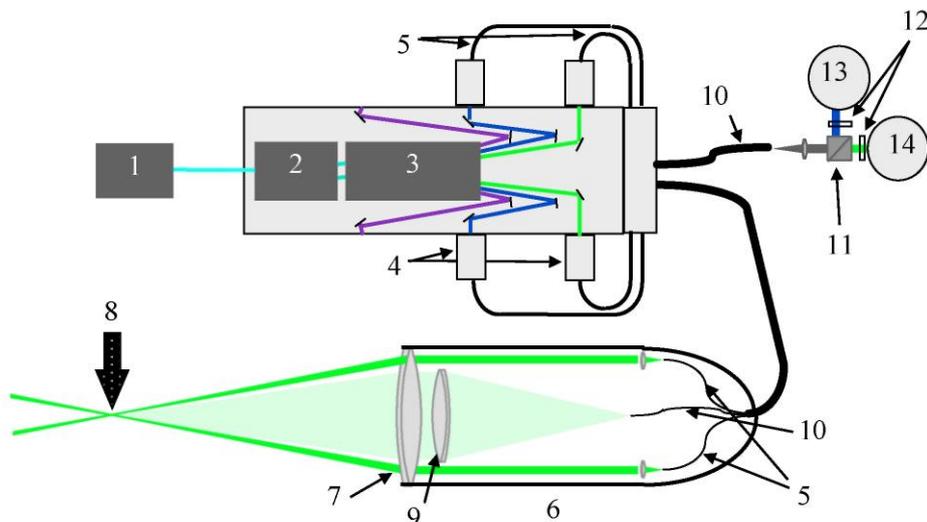


Рис. 17.6. Оптическая схема дифференциального ЛДА на обратном рассеянии «Dantec Dynamics»

ту модуляции ячейки. Эти пучки затем попадают на дисперсионный элемент (3), где разделяются на три цвета: зеленый  $\lambda = 514,5$  нм, синий  $\lambda = 488$  нм и фиолетовый  $\lambda = 476,5$  нм. Каждый цвет используется для измерения одной компоненты скорости. В данной схеме используются только зеленый и синий цвета, что позволяет реализовать 2D ЛДА.

Каждый из четырех пучков через оптический разъем (4) поступает в свое одномодовое световолокно (5) и по волокну попадает в оптическую головку 6 лазерного доплеровского анемометра. В головке излучение, пришедшее по световолокнам, преобразуется в две системы пучков разного цвета, распространяющихся в ортогональных плоскостях. Эти пучки объективом (7) направляются в исследуемую область потока (8). Рассеянное обратно излучение собирается объективами (7) и (9) на вход многомодового световолокна (10), по которому поступает на блок разделения по цветам (11) и далее через соответствующие интерференционные светофильтры (12) на два фотоприемника (13) и (14), регистрирующих зеленую (10) и синюю (11) компоненты рассеянного излучения.

Разнообразные примеры применения в аэрофизическом эксперименте рассмотренных методов ЛДА на фотосмещении приведены в работах [30–33].

## Глава 18

### Диагностика поля скоростей в газодинамических течениях Метод PIV-диагностики

#### 18.1. О возможности панорамных измерений скорости

Для решения многих задач, связанных с изучением и использованием нестационарных и турбулентных потоков, необходимо количественное определение мгновенного распределения скоростей во всем поле течения. Это важно как для развития теоретических методов описания сложных течений, оценки достоверности результатов математического моделирования и коррекции математических моделей, так и для решения многих практических задач. Данные о распределении скорости необходимы, в частности, для оптимизации формы обтекаемых аппаратов и их частей, выбора наиболее эффективного режима горения в силовых установках и др. Подчеркнем, что анализ всего поля течения становится принципиально важным, когда речь идет о диагностике нестационарных турбулентных потоков, в особенности содержащих крупномасштабные вихревые структуры. Поэтому проблема разработки новых методов и схем измерения скоростей потоков, позволяющих получать информацию о всем поле течения, актуальна в настоящее время, и ее решением занимаются многие научные коллективы мира.

Рассмотренные в предыдущей главе традиционные ЛДА на фотосмещении дают возможность измерения скорости лишь в одной точке пространства. Для получения распределения скоростей или всего поля скоростей требуется проведение отдельных измерений в различных точках течения. Такие последовательные измерения возможны лишь для стационарных и, строго говоря, ламинарных течений. Для течения произвольного вида информацию о поле скорости можно получить, только производя измерения одновременно во всех точках потока. Использование ЛДА на фотосмещении для одновременного измерения скорости в ряде точек течения возможно лишь для их небольшого числа и требует существенного усложнения измерительной схемы. Необходимость получения информации о поле скоростей привело к развитию панорамных ЛДА, на основе различного типа полевых интерферометров и узкополосных (как правило, газовых) фильтров. Некоторые из подобных устройств рассматриваются в 25-й главе.

Наиболее распространенными методами регистрации полей скоростей в газовых и жидкостных течениях являются так называемые кинематические методы, базирующиеся на определении понятия «скорость» [34]:  $V = \Delta l / \Delta t$ , где  $\Delta l$  – элемент пройденного пути,  $\Delta t$  – время его прохождения. В полевых измерителях скорости используется информация о перемещении рассеивающих частиц за определенный промежуток времени, получаемая «трековыми методами». (В настоящее время в англоязычной научной литературе для обозначения «трековых методов» используется термин «PTV – Particle Tracking Velocimetry».)

История развития экспериментальных методов, основанных на этом принципе, насчитывает уже несколько десятилетий (в частности, в 60-е-70-е годы метод стробоскопической визуализации применялся в Институте теплофизики СО РАН для высокоточных измерений в пограничном слое и для диагностики поля скорости в тонких пленках жидкости [38], в 80-е годы в Институте теоретической и прикладной механики СО РАН для измерения поля скоростей частиц в двухфазных потоках [40-43]). Первые реализации измерительных систем предполагали использование стандартных или специально разработанных стробоскопов в качестве источников освещения и фотоили киноплёнки — в качестве регистрирующего носителя. Применяемая ручная обработка данных с использованием измерительных микроскопов была чрезвычайно трудоёмкой, и это не позволяло при решении физических задач получать необходимое количество и качество информации.

Применение лазеров для подсветки частиц в заданной плоскости течения (метод лазерного ножа) [43] и успехи в когерентной оптической обработке получаемых изображений (метод интерференционных полос Юнга) [43, 44] привели к значительному повышению точности обработки получаемых изображений. В первых публикациях, посвящённых получению информации о поле скоростей, основанной на когерентных приемах обработки изображений, применяемые методы назывались "спекл-интерферометрия в рассеянном свете" (scattered light speckle interferometry) и "спекл-фотография" (speckle photography) [44]. Развитие вычислительной техники и современных ПЗС-телекамер с вводом видеоинформации в компьютер дало возможность накопления больших массивов экспериментальной информации и позволило осуществлять ее автоматизированную обработку для получения двумерных полей скорости исследуемых течений, в том числе, в некоторых случаях, и в реальном масштабе времени.

Активное исследование цифровых методов обработки двухэкспозиционных изображений началось в середине восьмидесятых годов XX века [45]. Основы теории цифровой обработки изображений были заложены Адрианом [46]. Позднее методы измерения поля скоростей на основе двух последовательных (или двухэкспозиционных) изображений трассирующих частиц с цифровой обработкой изображений получили название PIV. (Термин PIV, аббревиатура от Particle Image Velocimetry, — международное общепринятое название подобных измерительных систем). PIV-анемометрия изображений частиц является в настоящее время широко распространенным методом измерения полей скорости частиц в потоках жидкости и газа [45-52]. Полная PIV-библиография сегодня насчитывает несколько тысяч наименований.

Следует отметить, что в зависимости от количества трассирующих частиц в исследуемой области, их скорости и метода регистрации используются различные способы обработки полученных изображений. В частности, если перемещение частиц больше среднего расстояния между ними в плоскости изображения, то реализуется метод PIV, если меньше - метод PTV. (Particle Tracking Velocimetry»).

## 18.2. Основные принципы PIV-диагностики

«Стандартная» PIV-диагностика основана на анализе смещений изображений частиц, визуализирующих исследуемое течение, за известный (заданный) интервал времени между последовательными кадрами при киносъемке этих частиц в выделенной плоскости, как это показано на рис. 18.1 [51]. «Стандартная» техника PIV позволяет получить двумерное поле проекций вектора скоростей частиц на плоскость изображений:  $V = V(x, y) = V_x i + V_y j$  и в ламинарных, и в турбулентных течениях. На начальном этапе развития PIV-диагностики использовалась «классическая» фотография. Производилась «мгновенная» регистрация распределения частиц в потоке в два различных момента времени  $t$  и  $t + \Delta t$  на одном негативе, проявление негатива и последующий когерентно-оптический анализ полученной фотографии с целью определения осредненного смещения частиц в каждой малой подобласти негатива, соответствующей определенной малой области течения. В итоге определяется вектор скорости течения в каждой подобласти, число которых может быть очень большим (106 и более). Именно это обстоятельство - возможность получения огромных массивов экспериментальной информации - и определило значительные успехи PIV-диагностики при исследовании сложных трехмерных турбулентных течений, анализ и описание которых возможны только при использовании статистических методов. Очевидным недостатком фотографических систем является необходимость химической обработки негатива, что требует специальных условий и времени.

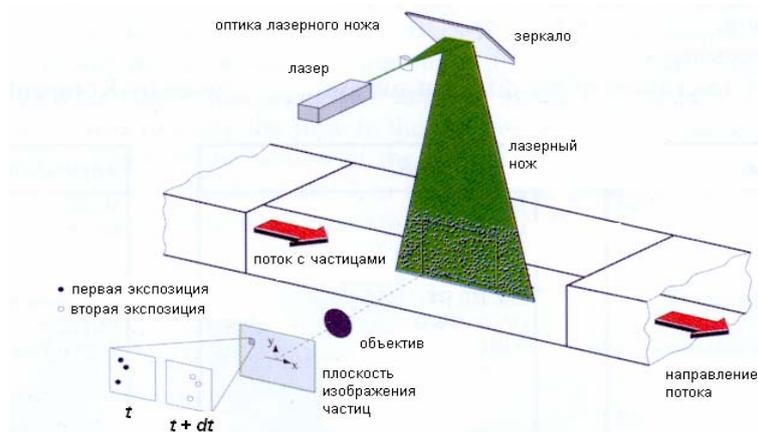


Рис. 18.1. Типичная схема PIV-диагностики

Развитие цифровых технологий ввода изображений в РС с использованием ПЗС-камер в сочетании с успехами в кросс-корреляционном анализе PIV-изображений открывает новые возможности диагностики газодинамических течений на основе цифровой PIV-техники. В этом случае оптическая обра-

ботка двухэкспозиционных изображений частиц может быть заменена ее численным корреляционным анализом, позволяющим определить тот же параметр - вектор осредненного смещения изображений частиц в каждой выделенной подобласти цифрового изображения, хранящегося в памяти компьютера.

### 18.3. Техника PIV- измерений.

В технике PIV- измерений можно выделить две характерные стадии: стадию получения изображения и стадию обработки изображения. В свою очередь стадия получения изображения включает три этапа: 1 - засев исследуемого потока трассирующими частицами, 2 - освещение трассеров и 3 – регистрация изображения. В стадии обработки изображения можно выделить четыре этапа: 1 – предпроцессорную обработку, 2 – вычисление вектора скорости в каждой подобласти течения, 3 – анализ данных и 4 – постпроцессорную обработку и представление результатов. Если экспериментальное оборудование, используемое для получения PIV-изображений, в какой-то степени стандартизовано, то методов обработки изображений имеется великое множество.

**Получение PIV-изображения.** Засев потока трассирующими частицами и связанные с ними эффекты скоростного запаздывания будут рассмотрены в части III, главы 24, 26. В этом разделе кратко остановимся на способах освещения трассеров и системе регистрации изображения.

На рис. 18.2. представлены возможные типы засветки исследуемой области и соответствующие им принимаемые сигналы. Во второй колонке показаны интенсивность освещения как функция времени, в третьей - соответствующая интенсивность записанных изображений. Наиболее простой 1-й тип засветки, в котором единственный длительный импульс света освещает трассирующие частицы. При этом длина пути, пройденная трассером, на записанном изображении в течение времени подсветки, пропорциональна скорости частицы. Для наиболее точного измерения скорости применяют 3-й метод - периодической засветки исследуемой области, а для определения не только величины скорости, но и ее направления используют 4-й тип освещения.

В качестве источников света используются непрерывные лазеры с модуляцией светового потока при помощи вращающихся дисков с отверстиями (зеркал, призм и т.д.) и импульсные лазеры. Известен также способ реализации длинной «вспышки», когда источником света является непрерывный лазер, а длительность экспозиции определяется регистрирующей системой. Пучок света от лазера с помощью цилиндрической и сферической оптики преобразуется в плоское световое поле (“нож”) толщиной от долей миллиметра до нескольких миллиметров и направляется в исследуемую часть потока.

Во многих случаях не удается использовать 1, 3, 4 типы засветки исследуемой области. Это связано с тем, что регистрируется слабое рассеянное излучение от мелких трассеров и для получения качественного изображения

требуется засветка источником света большой интенсивности, а технически реализовать длительную засветку светом достаточной интенсивности сложно. В этом случае используется 2-й тип засветки двумя мощными лазерными импульсами.



Рис.18.2. Типы засветки и принимаемых сигналов в оптических методах измерений

Именно такой тип засветки лежит в основе "стандартного" PIV-метода получения полей скоростей в газовых течениях. Для создания мощного излучения применяются импульсные лазеры с модуляцией добротности. Однако два или более гигантских импульсов генерации можно получить только в пределах длительности импульса накачки. Последнее не позволяет изменять длительность временных интервалов в широких пределах. Поэтому для получения двух мощных импульсов излучения в настоящее время наиболее часто используются два синхронизовано работающих лазера. Предпочтительнее использовать лазеры видимого излучения, поскольку при настройке системы не возникают трудности с определением положения лазерного ножа в измеряемой области. Как правило, излучатель представляет собою (рис.18.3) два Nd:YAG лазера ( $\lambda=1064$  нм), головки которых располагаются на одной платформе с оптической системой сведения пучков и генератором второй гармоники (532 нм). Энергия излучения регулируется путем изменения накачки и времени включения модуляции добротности. Это позволяет корректировать интенсивность пучков света непосредственно в ходе эксперимента после получения первичных результатов.



Рис. 18.3 Схема излучателя для метода PIV диагностики

Рассеянное частицами излучение регистрируется с помощью цифровых CCD-камер (или высокоразрешающих фотопластинок с последующей оцифровкой изображений). Благодаря последним достижениям в пространственном разрешении, объеме регистрируемой информации и возможности быстрого получения изображений цифровые методы регистрации получили большое преимущество перед фотохимическими регистрирующими средами и стали основными в PIV-диагностике.

В специализированных цифровых видеокамерах, ориентированных на получение двух последовательных изображений в PIV-диагностике, реализован режим регистрации с двухкадровой экспозицией (double shutter). Режим двухкадровой экспозиции позволяет получить 2 последовательных во времени изображения объекта с временным сдвигом 1 мкс и менее. Принципиальной особенностью такого решения является получение двух изображений одним оптическим комплексом «объектив-матрица», что гарантирует идентичность геометрии регистрируемого пространства. Недостатком этого решения является невозможность получения двух изображений с одинаковым временем экспозиции, вследствие того, что экспозиция первого кадра может быть предварительно задана, в то время как экспозиция второго кадра не может окончиться ранее того, как будет считано изображение первого кадра из секции выборки-хранения. [54]. Для наиболее совершенных камер, работающих в режиме double shutter, минимальный временной интервал между изображениями составляет 200 - 500 нс и ограничен временем сдвига изображения в буферный регистр. Характерные значения квантовой эффективности таких камер составляют  $QE \geq 60\%$ , а минимальное количество электронов, необходимое для формирования изображения выше уровня шума  $N_{e, \min} = 10e$  (см. Гл. 13).

Для обеспечения точной временной синхронизации между всеми составляющими измерительной схемы, используется блок синхронизации, позволяющий выставлять задержки между импульсами лазера, задержки запускающих импульсов (лазер, камера) и частоту следования сигнала, тем самым позволяет настраивать запуск одних приборов относительно других. Сам блок может запускаться как вручную, так и от внешнего устройства, что обеспечивает согласованную работу измерительной системы с экспериментальными установками. На рис.18.4 приведена диаграмма синхронизации генерации лазерных импульсов с временными характеристиками работы камеры.

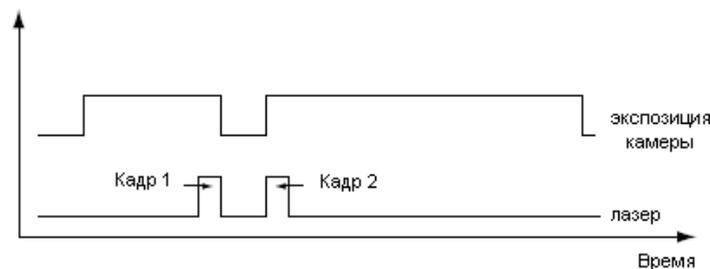


Рис. 18.4. Взаимное расположение лазерных импульсов и экспозиции фотокамеры

Первый лазерный импульс генерируется в конце первой экспозиции камеры, а второй - в начале второй экспозиции. Второе изображение экспонируется, пока первое считывается из буферного регистра, и потом эта процедура повторяется для второго изображения. По этой причине время экспозиции второго изображения значительно больше, чем первого, и во избежание «засвечивания» второго кадра от внешних источников света следует использовать интерференционные светофильтры, которые пропускают только излучение лазера или работать в темноте.

**Основы обработки изображений.** Цифровая обработка полученных изображений является одной из наиболее важных составляющих в PIV-методах. Искомое смещение частиц определяется с помощью корреляционного анализа двух изображений. Для этого полученное изображение разбивается на малые подобласти - области зондирования (interrogation areas), называемые также спотами (spots), в каждой из которых вычисляется корреляционная функция (рис.18.5,а).

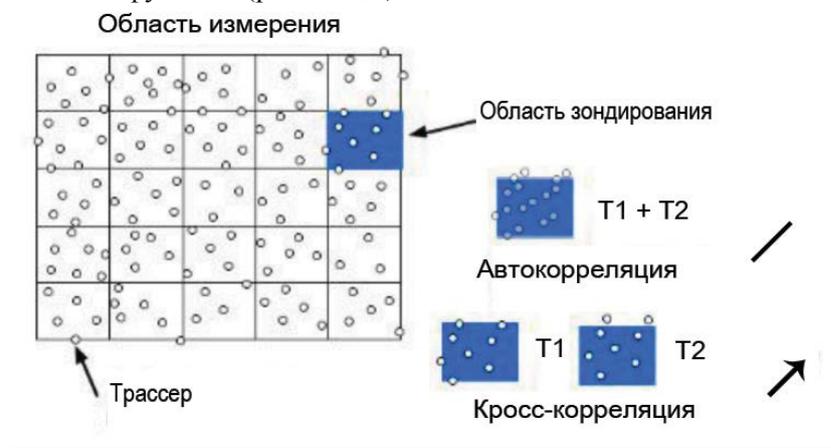


Рис.18.5, а. Принцип цифровой обработки изображений.

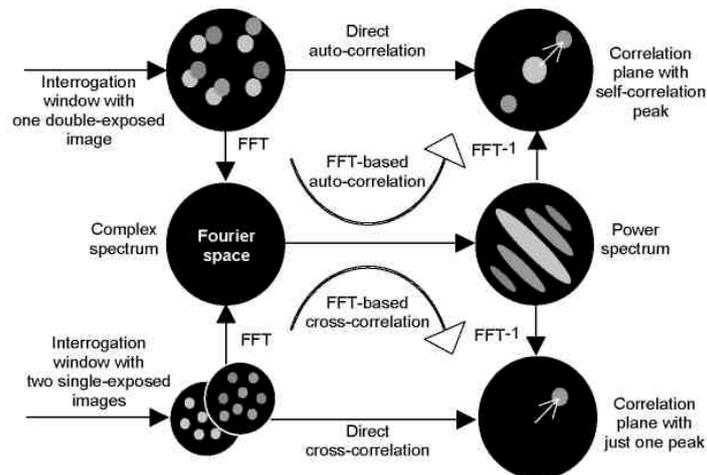


Рис.18.5, б. Базовые методы цифровой обработки изображений.

Существует несколько различных методов обработки изображений (рис. 18.5,б) [56]. Довольно распространены методики, основанные на быстрой Фурье преобразовании (FFT), с последующим анализом максимумов пространственных частот, положение которых, определяет искомый вектор скорости. К другому классу относятся методы, основанные на вычислении корреляционных функций по полю изображений. Различают два типа корреляционных алгоритмов: автокорреляционный, когда на одном кадре записываются как начальные положения трассеров, так и конечные, и кросс-корреляционный, когда начальные и конечные положения трассеров регистрируются на различных кадрах. Использование кросс-корреляционных алгоритмов является предпочтительным (хотя и более ресурсоемким), поскольку в автокорреляционных алгоритмах начальные и конечные положения трассеров равнозначны и их смещение определяется с точностью до знака. В этом случае необходимо привлекать априорные знания о структуре потока.

В методе прямого кросс-корреляционного анализа двух последовательных изображений (рис.18.6) в каждой подобласти вычисляется корреляционная функция в зависимости от координат ячейки ПЗС-камеры  $(m, n)$  [50]:

$$R_{ij}(p, q) = \frac{MN}{(M-p)(N-q)} \left[ \frac{\sum_{m=1}^{M-p} \sum_{n=1}^{N-q} I_i(m, n) I_j(m+p, n+q)}{\sum_{m=1}^{M-p} \sum_{n=1}^{N-q} I_i(m, n) I_j(m, n)} \right] \quad (18.1)$$

Эта функция имеет максимум при  $p = p^*$  и  $q = q^*$ . Координаты  $p^*$ ,  $q^*$  и определяют усредненную по подобласти величину смещения частиц в величинах размера ячейки  $d^*$ . Модуль вектора смещения, таким образом, может быть вычислен по соотношению  $\Delta d = d^* \sqrt{(p^*)^2 + (q^*)^2} G = d^* |\Delta| G$ , где  $G$  - коэффициент оптического увеличения изображающей оптической системы от визуализирующей частицы до ПЗС-матрицы. Величина смещения изображения частиц  $\Delta = \sqrt{(p^*)^2 + (q^*)^2}$  определяется с очень высокой точностью. Погрешность такого определения может составлять единицы процентов от размера ПЗС-ячейки  $d^*$  вследствие переопределенности системы и статистического характера вычислений по соотношению (18.1).

Вычисляя координаты максимума кросс-корреляционной функции  $R_{ij} = \langle I_i I_j \rangle / \langle I_i \rangle \langle I_j \rangle$  искомый вектор скорости определяют в подобласти, характеризуемой индексами  $(p, q)$ , по соотношению

$$V(p, q) = \frac{\Delta d(p, q)}{t_j - t_i}$$

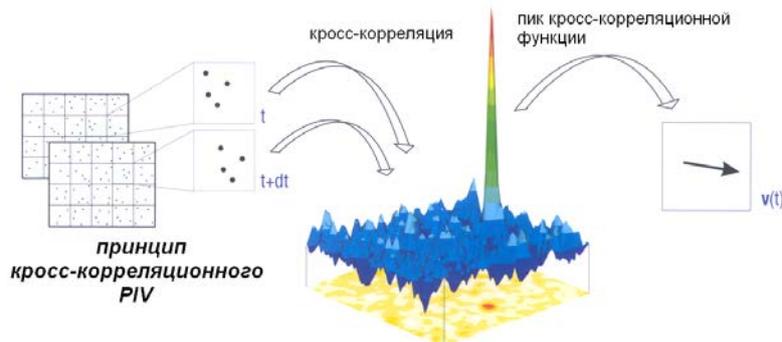


Рис. 18.6. Принцип кросс-корреляционного анализа двух последовательных изображений

При использовании ПЗС-камер с числом пикселей - 1000x1000 размер спота может составлять -32x32, -64x64 и - 128x128 пикселей. При этом число пикселей в каждом споте остается достаточным для статистического осреднения при вычислении корреляционной функции.

#### 18.4. Оптические ограничения на размеры трассирующих частиц

Одна из основных проблем метода PIV – это скоростная релаксация трассеров в нестационарных или градиентных потоках газа. Для увеличения точности определения скорости потока необходимо минимизировать длину и время релаксации частицы, уменьшая ее инерционные параметры (размеры, плотность). Для этого необходимо использовать трассеры минимальных размеров, рассеянного света от которых достаточно для их регистрации. Очевидно, что требования к размерам трассеров во многом определяются параметрами оборудования PIV-системы.

Сделаем оценки минимальных размеров частиц, рассеянного излучения от которых достаточно для регистрации PIV-системой с заданными параметрами. Элементы теории рассеяния оптического излучения одиночными частицами, необходимые для оценок рассмотрены в главе 9.

Напомним, что рассеяние на частице с радиусом  $r \leq 0,03\lambda$  описывается теорией Рэлея. При этом полное сечение рассеяния дается выражением (9.2):

$$\sigma_p = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \quad (18.2)$$

где  $\lambda$  - длина падающей волны,  $n$  – показатель преломления.

Рассеяние на частице с радиусом  $r \geq 0,03\lambda$  описывается теорией Ми. Если падающая волна плоскополяризованная и ее электрический вектор перпендикулярен плоскости наблюдения, так что  $\psi = 90^\circ$ , то угловое сечение частицы

равно  $\sigma_{p,\perp}(\theta) = \frac{I_\perp(\theta)}{E_{0,\perp}} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_1$ . Если падающий свет плоско поляризован и

электрическое поле волны параллельно плоскости наблюдения  $\psi = 0^\circ$ , то

угловое сечение частицы равно  $\sigma_{p,\parallel}(\theta) = \frac{I_{\parallel}(\theta)}{E_{0,\parallel}} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} i_2$ . Для неполяризованного света, наблюдаемого в естественных атмосферных условиях, сечение рассеяния определяется как

$$\sigma_p(\theta) = \frac{I_{\perp}(\theta) + I_{\parallel}(\theta)}{2E_0} = \frac{I(\theta)}{E_0} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left( \frac{i_1 + i_2}{2} \right).$$

Для сферической изотропной частицы функции  $i_1$  и  $i_2$  записываются в виде

$$i_1(\alpha, m, \theta) = |S_1|^2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n) \right|^2 = |\operatorname{Re}(S_1)|^2 + |\operatorname{Im}(S_1)|^2,$$

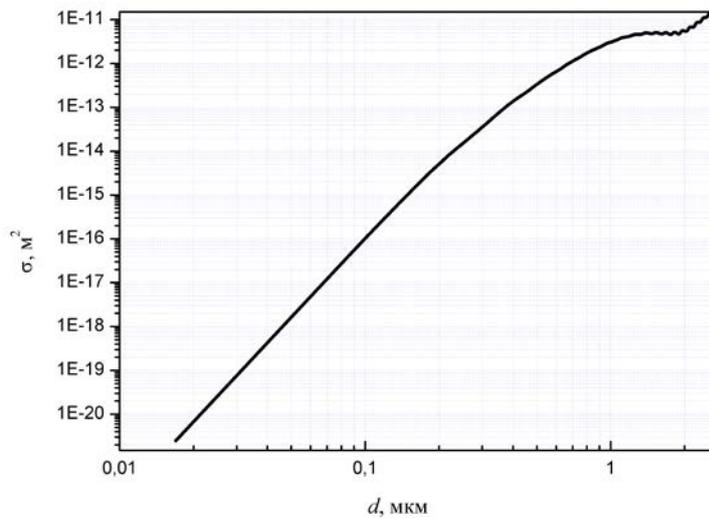
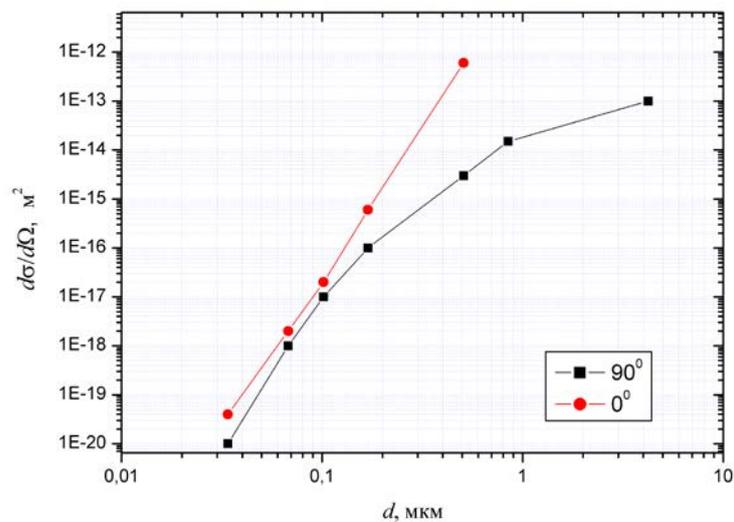
$$i_2(\alpha, m, \theta) = |S_2|^2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \right|^2 = |\operatorname{Re}(S_2)|^2 + |\operatorname{Im}(S_2)|^2,$$

здесь  $\alpha = 2r\pi/\lambda$  - оптический радиус частицы,  $m$  - комплексный показатель преломления ( $m(\lambda) = n(\lambda) - in_i(\lambda)$ ;  $n$  и  $n_i$  - действительная и мнимая части соответственно) и  $\theta$  - угол. Каждая функция интенсивности представлена в виде суммы бесконечного ряда. Ряды сходятся медленно, при  $\alpha > 1$  для удовлетворительной сходимости требуется тем большее число членов, чем больше значение  $\alpha$ . При  $\alpha \ll 1$  и  $m \approx 1$  первый член каждого ряда соответствует рэлеевскому рассеянию. Наиболее сильно функции интенсивности зависят от  $\alpha$  и  $\theta$ .

График зависимости сечения рассеяния от угла наблюдения представляет собой диаграмму интенсивности, или индикатрису рассеяния, в плоскости наблюдения (рис.9.5).

Полное сечение рассеяния в зависимости от диаметра частицы для длины волны 532 нм, построенное по табличным данным работы [55], представлено на рис. 18.7. Данный рисунок дает наглядное представление о величинах рассеянного света в интересующем нас диапазоне трассирующих частиц. Так, при использовании излучения с длиной волны 0.5 мкм значение полного сечения рассеяния на частицах размером в 0.5 мкм составляет  $10^{-12} \text{ м}^2$ , т.е. сопоставимо с площадью сечения частицы. При уменьшении размера частиц в 50 раз эта величина изменяется до  $10^{-21} \text{ м}^2$ .

Так как в методике PIV-измерения регистрируется излучение, рассеянное трассирующими частицами на угол  $90^\circ$  градусов, важную роль в оценке рассеянного излучения играет величина углового сечения рассеяния в этом направлении в зависимости от размера частиц (рис. 18.8.) [55]. Сопоставление этих результатов с данными рис. 18.7. показывает, что асимметрия индикатрисы рассеяния начинает сказываться для частиц размером свыше 0.1 мкм.

Рис. 18.7. Зависимость полного сечения рассеяния от  $d$ .Рис. 18.8. Зависимость сечения для рассеяния под  $90^\circ$  и  $0^\circ$  от диаметра капли воды при  $\lambda = 532\text{нм}$ 

Очевидно, что минимальный размер частиц, которые можно использовать в качестве трассирующих, зависит от технических характеристик оборудования PIV-системы (мощность излучения лазера, квантовая эффективность и уровень шума цифровой камеры), так и от размера измерительной области. Оценим, исходя из описанных выше ограничений, минимально до-

пустимый размер трассера для экспериментов на аэродинамической трубе Т-326.

В качестве примера зададим характерные параметры PIV-системы, используемой в ИТПМ СО РАН в аэрофизическом эксперименте. Энергия импульса Nd:YAG-лазера на длине волны 1064 нм составляет  $E_{1064\text{нм}} = 150$  мДж. Эффективность внерезонаторного преобразования излучения во вторую гармонику  $E_{532\text{нм}}/E_{1064\text{нм}} = 40\%$ . Следовательно, на длине волны  $\lambda = 532$  нм энергия излучения равна  $E_{532\text{нм}} = 60$  мДж. Длительность импульса  $\tau = 5$  нс. Квантовая эффективность цифровой камеры 60%, минимальное количество электронов, необходимое для формирования изображения выше уровня шума  $N_{e\_min} = 5e$ . Поперечное сечение лазерного ножа в исследуемой области  $S = l \cdot d = 20 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Таким образом, минимальное значение энергии, необходимой для регистрации изображения, равно  $E_{рег.} = N_{e\_min} E_{\phi} = 8 \cdot 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ , где  $E_{\phi} = hc / \lambda = 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$  – энергия одного кванта. С другой стороны,

$$E_{рег.} = \frac{E_{исл.}}{S} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (18.3)$$

где  $S$  – площадь сечения световой плоскости, в которой находится рассеивающая частица,  $\Omega$  – телесный угол, под которым видна апертура регистрирующей камеры. Из формулы (18.3) следует

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{SE_{рег.}}{E_{исл.}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}}{60 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}} = 1 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2.$$

Расстояние от частицы до цифровой камеры составляет 1 м, соответственно площадь сферы рассеяния  $S_{сф} = 4\pi R^2 \approx 12 \text{ м}^2$ . Площадь апертуры объектива камеры с диаметром 35 мм составляет  $S_a = \pi a^2 / 4 \approx 10^{-3} \text{ м}^2$ . Соответственно, полное сечение рассеяния

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{S_{сф}}{S_a} \approx 1 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2 \cdot \frac{12 \text{ м}^2}{10^{-3} \text{ м}^2} \approx 1 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2. \quad (18.4)$$

Для оценки минимального размера частицы по теории рассеяния Релея воспользуемся выражением (18.1) и вычисленным значением полного сечения рассеяния (18.4):

$$\sigma_p = \frac{128\pi^5 r^6}{3\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \approx 1 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2.$$

Считая, что трассирующая частица является каплей воды с показателем преломления  $n = 1.33$ , вычислим минимальный радиус рассеивающей частицы

$$r = \sqrt[6]{\frac{3\sigma_p \lambda^4}{128\pi^5} \left( \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \right)^2} = \sqrt[6]{\frac{3 \cdot 1 \cdot 10^{-14} \cdot 0.532^4 \cdot 10^{-24}}{128\pi^5} \left( \frac{1.33^2 + 2}{1.33^2 - 1} \right)^2} \text{ м} \approx 600 \text{ нм}.$$

Полученные оценки показывают, что в данном случае размеры частиц находятся вне области применимости теории Релея и необходимо определить радиус частицы из теории Ми.

Для рассеяния Ми полное сечение рассеяния можно представить в виде (глава 9):  $\sigma_p = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \left( \frac{i_1 + i_2}{2} \right) \approx 1 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ . Отсюда следует, что  $i_1 + i_2 \approx 3$ .

Используя графики функций распределения интенсивности  $i_1$  и  $i_2$  (рис. 9.5) получаем, что оптический радиус рассеивающей частицы, которую возможно зарегистрировать при данных условиях, равен  $\alpha = 2$ , угол рассеяния  $\theta = 90^\circ$ , соответственно радиус этой частицы равен  $r = \frac{\alpha\lambda}{2\pi} = \frac{2 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{2\pi} = 170 \text{ нм}$ .

Подобные оценки получаются при использовании рис. 18.5 по полному сечению рассеяния для  $\sigma = 10^{-14} \text{ м}^2$  и для дифференциального сечения рассеяния под углом  $90^\circ$ .

### 18.5. Пример реализации PIV-метода

Ниже в качестве примера реализации PIV-метода для регистрации полей скорости приведены результаты, полученные в ИТПМ СО РАН при исследовании процессов в водной среде [57]. Использовалась традиционная оптическая схема (рис. 18.9). Излучение He-Ne-лазера ( $P \approx 10 \text{ мВт}$ ) (1) модулировалось дисковым модулятором (2). Скорость вращения диска регулировалась напряжением от источника питания (3), частота модуляции регистрировалась с помощью оптронной пары (4) и частотомера (5). Лазерное излучение с помощью оптического блока (6) формировалось в плоский пучок (laser sheet) и направлялось в исследуемую область водной среды, содержащей специально введенные светорассеивающие частицы. Изображение треков движущихся частиц в выделенном сечении регистрировалось видеокамерой (7) и вводилось в РС (8).

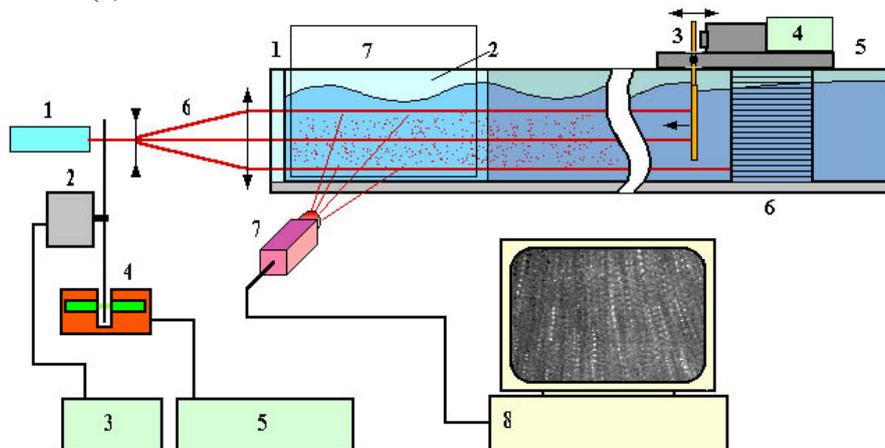


Рис. 18.9. Схема регистрации скорости PIV-методом

Исходной информацией при регистрации скорости PIV-методами являлись изображения движущихся в исследуемом сечении частиц, регистрируе-

мых с помощью фото- или телекамер. При этом использовались следующие наиболее распространенные варианты.

1. Исследуемое сечение освещалось модулированным во времени источником света. Регистрировалось изображение со временем экспозиции включающим в себя два или более импульсов зондирующего излучения. На рис. 18.10, *a* представлено типичное изображение, получаемое в этом случае. Зная частоту модуляции зондирующего излучения и масштаб, по расстоянию между изображениями одной и той же частицы для разных импульсов можно вычислить скорость данной частицы. При этом находится не только значение модуля вектора скорости, но и его направление в выделенной плоскости. Однако, как видно из характера получаемых изображений, направление вектора скорости определяется с точностью до знака.

2. Регистрируется одно изображение со строго заданным временем экспозиции. На современном этапе это время задается, как правило, фотоэлектронным затвором приемной телекамеры. Типичное регистрируемое в этом случае изображение представлено на рис. 18.10, *б*. Скорость определяется по длине штриха от каждой частицы. При этом, как и в предыдущем случае, направление вектора скорости определяется с точностью до знака.

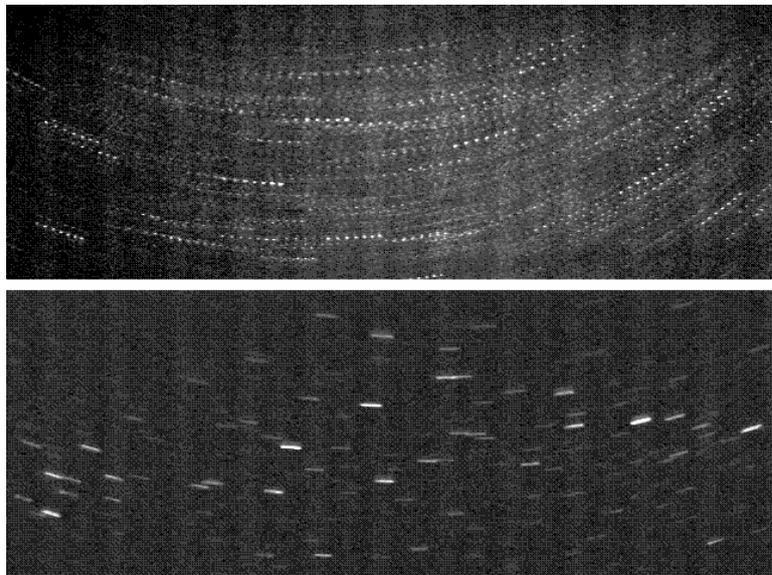


Рис. 18.10. Изображения треков частиц, полученные с модулированным источником света (*a*) и с заданным временем экспозиции (*б*)

3. Регистрируется два или более изображений с заданным промежутком времени между экспозициями. При идентификации изображений одной и той же частицы на разных кадрах по расстоянию между этими изображениями в реальном пространстве рассчитывается скорость частицы. При этом точно определяется направление скорости, так как известно, какое изображение по-

лучено ранее. Кроме того, данный способ обладает потенциально большей точностью при малых скоростях, так как смещение частицы между соседними импульсами света на расстояние, равное или меньшее ее характерного размера, в первых двух случаях приводит к затруднению в определении величины этого смещения.

Очевидно, что та или иная модификация метода выбирается в зависимости от условий эксперимента. В нашем случае применялся первый и второй способы регистрации. В качестве регистрирующего устройства использовалась ПЗС-камера с прогрессивной разверткой CV-M10 ( $659 \times 494$  пикселей). В первом случае лазерный пучок модулировался дисковым модулятором, а время регистрации задавалось внутренним программно управляемым затвором телекамеры. Этим же затвором задавалось время экспозиции во втором случае.

Обработка с использованием корреляционного анализа включает несколько стадий. На первом этапе могут осуществляться операции повышения контрастности исходного изображения, обнуления участков изображения с яркостью ниже определенного уровня и другие. Это в некоторых случаях дает существенное уменьшение количества ошибок при вычислении скорости. На рис. 18.11, *a* представлен пример исходного слабоконтрастного изображения окрестности пучности стоячей водяной волны. На рис. 18.11, *б* – то же изображение после первичной обработки (повышение контрастности). Первый этап не является обязательным и применяется только при плохом качестве исходной информации.

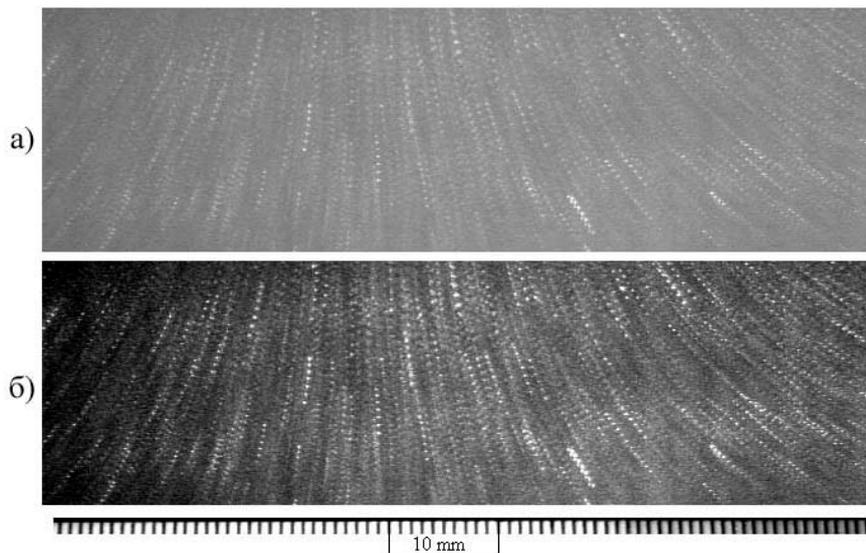


Рис. 18.11. Изображение треков частиц: *a* – исходное; *б* – после первичной обработки

На втором этапе из полного изображения выделяется спот, и для него находится кросскорреляционная функция типа (18.1):

$$G(\xi, \eta) = \int_{-S}^S F(x, y) \cdot F(x - \xi, y - \eta) \cdot dx \cdot dy.$$

Центральному пикселю спота соответствуют нулевые координаты  $x, y$ , и именно этой точке соответствует вычисляемый для данного спота вектор скорости. Пределы интегрирования  $(-S, S)$  определяют размер спота. Этот размер, с одной стороны, должен быть достаточным, чтобы включать в себя изображение треков от нескольких светорассеивающих частиц. С другой стороны, размеры спота определяют пространственное разрешение метода и не могут быть сколь угодно большими. Некоторые приемы позволяют уменьшить уровень паразитного сигнала кросскорреляционной функции. Например, в нашем случае в силу симметричности полезного сигнала, возможно осреднение типа  $G'(\xi, \eta) = (G(\xi, \eta) + G(-\xi, -\eta))/2$ . Последний этап заключается в нахождении координат информационных максимумов и вычислении вектора скорости.

На рис. 18.12 показаны симметризованные и нормированные по диапазону 0–255 кросскорреляционные функции

$$G''(\xi, \eta) = 255 \cdot [(G'(\xi, \eta) - G'_{\min}(\xi, \eta)) / (G'_{\max}(\xi, \eta) - G'_{\min}(\xi, \eta))],$$

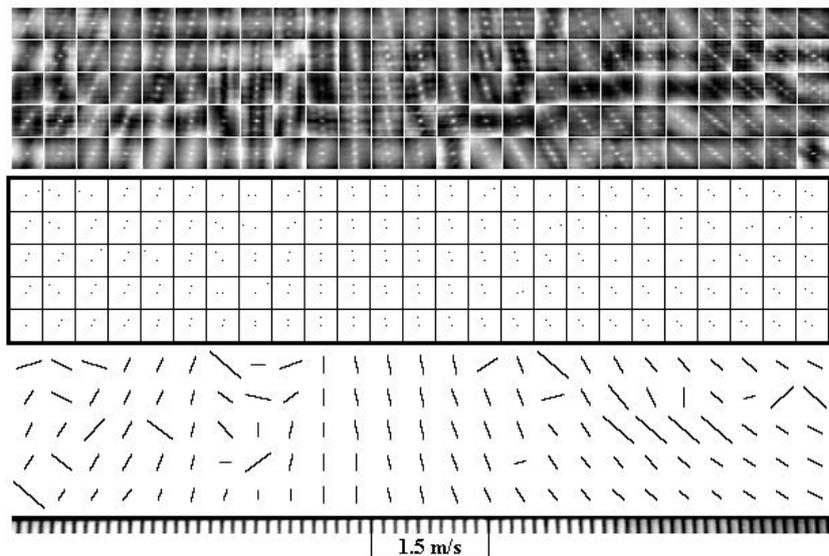


Рис. 18.12. Симметризованные и нормированные по диапазону 0–255 кросскорреляционные функции, положения их максимумов и рассчитанные по ним вектора скорости для исходного изображения (сверху вниз)

рассчитанные для исходного изображения (см. рис. 18.11, *a*). Видно, что  $G''(\xi, \eta)$  имеет характерные максимумы, симметричные относительно центральной точки. Показано положение максимумов для функций  $G''(\xi, \eta)$  (координаты этих максимумов соответствуют усредненному по споту смещению светорассеивающих частиц между импульсами зондирующего излучения), а

также рассчитанные по положению максимумов вектора скорости (наблюдается довольно большое количество ошибок, связанное с плохим качеством исходного изображения).

На рис. 18.13 даны несимметризованные кросскорреляционные функции и вектора скорости, рассчитанные для отфильтрованного изображения (см. рис. 18.11, б), а на рис. 18.14 – та же информация для симметризованных кросскорреляционных функций. Видно существенное уменьшение количества ошибок при использовании предварительной обработки изображения и применении процедуры симметризации кросскорреляционных функций.

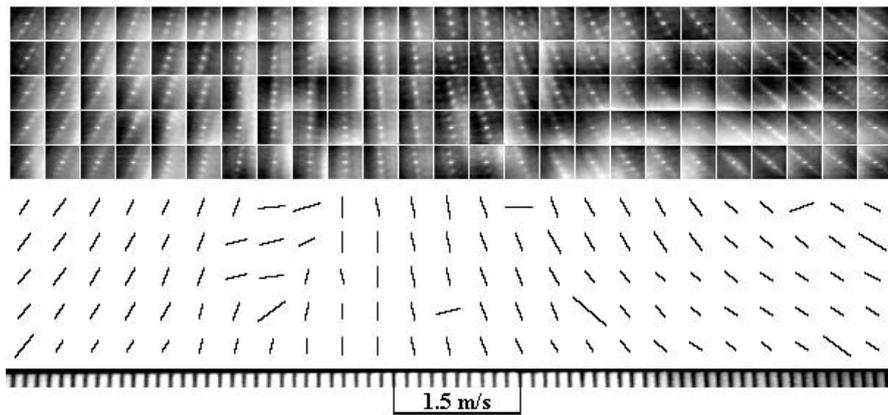


Рис. 18.13. Несимметризованные кросскорреляционные функции и вектора скорости, рассчитанные для отфильтрованного изображения

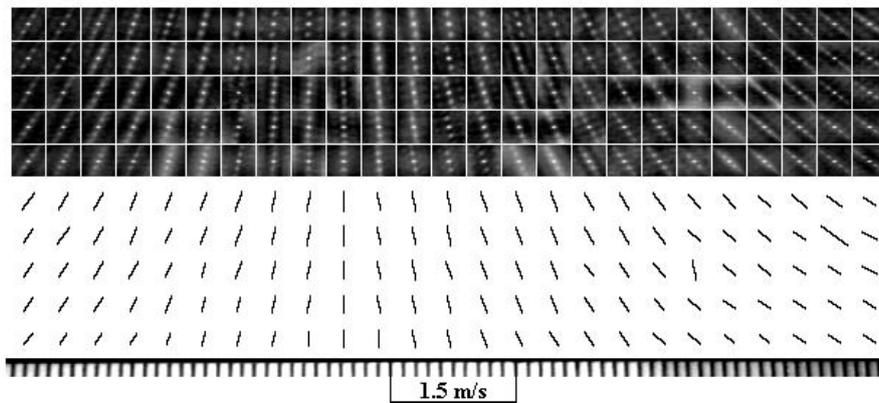


Рис. 18.14. Симметризованные кросскорреляционные функции и вектора скорости, рассчитанные для отфильтрованного изображения

**Список литературы**

1. *Ишанин Г. Г.* Приемники излучения оптических и оптико-электронных приборов. Л.: Машиностроение, 1986.
2. *Роуз А.* Зрение человека и электронное зрение. М.: Мир, 1977.
3. *Вавилов С. И.* Глаз и солнце. М.: Наука, 1981.
4. *Луидов А. В.* Глаз и свет. Л.: Энергоатомиздат, 1983.
5. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005.
6. *Методы исследования плазмы* / Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971.
7. *Демтредер В.* Лазерная спектроскопия: основные принципы и техника эксперимента. М.: Наука, 1985.
8. *Полупроводниковые диоды* / Под ред. Н. Н. Горюнова, Ю. Р. Носова. М.: Сов. радио, 1968.
9. *Василевский А. М., Кропоткин М. А., Тихонов В. В.* Оптическая электроника Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990.
10. *Достижения в технике передачи и воспроизведения изображений* / Под ред. Б. Кейзана. М.: Мир, 1980. Т. 3.
11. *Милчев М.* Цифровые фотоаппараты. СПб.: Питер, 2004.
12. *Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И.* Техника и практика спектроскопии. М.: Наука, 1976.
13. *Свет Д. Я.* Объективные методы высокотемпературной пирометрии при непрерывном спектре излучения. М.: Наука, 1968.
14. *Frunzel F. V. A.* High Speed Pulse Technology. N. Y.: Academic Press, 1980. Vol. 4: Sparc and Laser Pulses.
15. *Бахтизин Р. З.* Голубые диоды // Соровский образовательный журнал. 2001. Т. 7. № 3. С. 75–83.
16. *Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г.* Оптические генераторы на твердом теле. М.: Сов. радио, 1967.
17. *Ищенко Е. Ф., Климков Ю. М.* Оптические квантовые генераторы. М.: Сов. радио, 1968.
18. *Мэйтленд А., Данн М.* Введение в физику лазеров. М.: Наука, 1978.
19. *О'Ши Д., Коллен Р., Родс У.* Лазерная техника. М.: Атомиздат, 1980.
20. *Тарасов Л. В.* Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. М.: Радио и связь, 1981.
21. *Карлов Н. В.* Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988.
22. *Звелто О.* Принципы лазеров. М.: Мир, 1990.
23. *Сэм М. Ф.* Лазеры и их применение // Соровский образовательный журнал. 1996. № 6. С. 92–98.
24. *Бойко В. М., Климкин В. Ф.* Лазерный источник света с периодической модуляцией добротности электрооптическим затвором Керра // Оптические методы исследований газовых потоков: Материалы II Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований. Минск, 1979. С. 112–113.

25. *Boiko V. M., Papyrin A. N.* The Quick-Acting Laser Visualization of Processes Arising by Interaction of Shock and Detonation Waves and Small Particles // American Institute of Physics Conference Proceed. № 208. Current Topics in Shock Waves: Papers of 17-th ISSWST. N. J.: AIP, 1990. P. 512–518.
26. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.
27. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1988.
28. *Коломийцев Ю. В.* Интерферометры. Л.: Машиностроение, 1976.
29. *Durst F., Melling A., Whitelaw J. H.* Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry. L.: Academic Press, 1981.
30. *Дубнищев Б. Н., Ринкевичус Б. С.* Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
31. *Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия: справочник / В. П. Клочков, Л. Ф. Козлов, И. В. Потыкевич, М. С. Соскин; под ред. М. С. Соскина.* Киев: Наук. думка, 1985.
32. *Ринкевичус Б. С.* Лазерная диагностика потоков. М.: Изд-во МЭИ, 1990.
33. *Laser Doppler Anemometry: Introduction to principles and applications.* <<http://www.dantecmt.com/Default.aspx?ID=455>>
34. *Трохан А. М.* Измерение скорости в потоке газа кинематическими методами // ПМТФ. 1962. № 2. С. 112–121.
35. *Климкин В. Ф., Папырин А. Н., Солоухин Р. И.* Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов. Новосибирск: Наука, 1980.
36. *Алхимов А. П., Бойко В. М., Папырин А. Н., Солоухин Р. И.* О диагностике сверхзвуковых двухфазных потоков по рассеянному лазерному излучению // ПМТФ. 1978. № 2. С. 36–46.
37. *Алхимов А. П., Бойко В. М., Папырин А. Н.* Применение лазер-доплеровских и стробоскопических методов для исследования высокоскоростных двухфазных потоков // Автометрия. 1982. № 3. С. 38–45.
38. *Бойко В. М., Папырин А. Н.* Быстродействующие методы лазерной диагностики гетерогенных потоков // Современные экспериментальные методы исследования процессов тепло- и массообмена: Материалы Междунар. школы-семинара. Минск: ИТМО АН БССР, 1981. Ч. 2. С. 3–20.
39. *Орлов В. В., Михайлова Е. С., Хабахпашева Е. М.* Полуавтоматизированное измерение кинематических характеристик турбулентного потока жидкости или газа. //Метрология, 1970, №3, С. 67–72.
40. *Бойко В. М., Гавриленко Т. П., Григорьев В. В., Карнаухов А. А., Николаев Ю. А., Папырин А. Н.* Быстродействующая лазерная визуализация частиц, метаемых детонационной волной // ФГВ. 1983. Т. 19. № 3. С. 126–133.
41. *Бойко В. М., Григорьев В. В., Ждан С. А., Карнаухов А. А., Папырин А. Н.* Исследование динамики ускорения и нагрева металлических частиц за детонационной волной // ФГВ. 1983. Т. 19. № 4. С. 133–136.
42. *Gavrilenko T. P., Grigoriev V. V., Zhdan S. A., Nicolaev Y. A., Boiko V. M., Papyrin A. N.* Acceleration of Solid Particles by Gaseous Detonation Products // Combustion and Flames. 1986. Vol. 66. No. 2. P. 121–128.

43. Бойко В. М., Карнаухов А. А., Косарев В. Ф., Папырин А. Н. Метод многоэкспозиционной фоторегистрации частиц в высокоскоростных двухфазных потоках // ПМТФ. 1982. № 3. С. 64–71.
44. Фомин Н. А. Спекл-интерферометрия газовых потоков. Минск: Наука и техника, 1989.
45. Utami T., Ueno T. Visualization and Picture Processing of Turbulent Flow // Exp. Fluids. 1984. Vol. 2. P. 25–32.
46. Adrian R. J. Statistical Properties of Particle Image Velocimetry Measurements in Turbulent Flow // Laser Anemometry in Fluid Mechanics-III. Lisbon: Instituto Superior Tecnico, 1988. P. 115–119.
47. Kean R. D., Adrian R. J. Theory of Cross Correlation Analysis of PIV Images // Appl. Sci. Res. 1992. Vol. 49. P. 191–215.
48. Westerweel J. Fundamentals of Digital Particle Image Velocimetry // Meas. Sci. Technol. 1997. Vol. 49. P. 1379–1392.
49. Prasad A. K. Particle Image Velocimetry // Review Article. Current Science. 2000. Vol. 79. No. 1. P. 51–60.
50. Дубнищев Ю. Н., Ринкевичюс Б. С., Фомин Н. А. Новые методы лазерной анемометрии в исследованиях сложных газодинамических течений // ИФЖ. 2003. Т. 76, № 6. С. 3–12.
51. Kompenhans J., Raffel M., Dierrle L. et al. PIV in Aerodynamics: Technology and Applications in Wind Tunells // J. Visualization. 2000. Vol. 2. P. 229–244.
52. Kompenhans J., Arnott A., Agos A., Gilliot A., Monnier J.C. Application of PIV for the Investigation of High Speed Flow Fields // West East High Speed Flow Field. Barselona, 2002. P. 39–52.
53. Adrian R. J. Twenty Years of Particle Image Velocimetry // Experiments in Fluids. 2005. Vol. 39. P. 159–169.
54. Бутузов А. А., Майоров В. П., Овчинников Л. Ф., Окуньков К. Ю., Семин И. М., Семин М. С. Разработки НПК Видеоскан в области регистраторов быстропротекающих процессов. <http://videoscan.ru/page/831>. 2007-2009.
55. Мак-Картни Э. Оптика Атмосферы. М.: Мир, 1971.
56. Токарев М. П., Маркович Д. М., Бильский А. В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычислительные технологии Том 12, № 3, 2007
57. Жаркова Г. М., Корнилов В. М., Лебига В. А., Миронов С. Г., Павлов А. А. Методы и средства исследований течений в аэрогазодинамическом эксперименте // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 3. С. 283–294.

### ЧАСТЬ 3

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

В данной части обсуждаются особенности конкретных оптических методов и приведен ряд примеров их реального использования. В основном рассматриваются панорамные методы, когда экспериментальные данные представляются в виде изображений. Очевидно, что в одной монографии невозможно полностью охватить весь спектр вопросов, связанных с этой темой. По этой причине некоторые из методов лишь кратко упомянуты, а другие не обсуждаются вовсе. Тем не менее авторы надеются, что приведенный материал позволит читателю получить общее представление о современных оптических методах, использующихся в аэрофизическом эксперименте, об их достоинствах и ограничениях, а также о тенденции их развития.

Как отмечалось во введении, для классификации оптических методов можно использовать различные критерии и принципы. Ниже в целях упорядочивания последовательности изложения материала мы использовали следующие критерии.

В первую очередь рассматриваются так называемые интегральные методы, при использовании которых регистрируются изменения параметров оптической волны, прошедшей через исследуемую неоднородность. При этом влияние среды на зондирующее излучение происходит на всем пути его прохождения через исследуемый объем. Это выражается в интегральной зависимости результирующего эффекта от оптического пути.

Второй класс рассматриваемых методов предназначен для регистрации параметров потока в выделенном сечении. Они дополняют методы первого класса, которые в общем случае не позволяют получать информацию о локальных параметрах потока, по крайней мере при одном направлении (ракурсе) просвечивания.

Кроме свойств непосредственно газового потока, очень важными являются параметры на обтекаемой поверхности. К ним относятся давление, температура, поверхностное трение, тепловой поток и др. Способы регистрации этих величин составляют третью группу методов, рассматриваемых в данной части.

Отметим, что все экспериментальные результаты, представленные в этой части книги, получены в Институте теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения Российской Академии наук (ИТПМ СО РАН), в ходе реальных экспериментов при исследовании газовых потоков или при отработке методов в лаборатории оптических методов исследования газовых потоков данного института. Очевидно, что в данных работах принимали участие многие сотрудники ИТПМ, являющиеся соавторами работ, упоминающихся при обсуждении того или иного метода, которым авторы еще раз выражают глубокую признательность.

#### Глава 19

##### Интегральные методы. Прямотеневой метод

Теневые и интерференционные методы, без сомнения, являются наиболее известными и широко используемыми в аэрофизическом эксперименте. В дальнейшем мы будем определять их как интегральные методы, так как для них изменение параметров зондирующего излучения для отдельного луча

(микропучка) определяется влиянием всего газового объема, лежащего на его пути. Этим методам их различным модификациям, а также результатам их использования в аэрофизическом эксперименте посвящено большое количество, как монографий, так и отдельных статей (см., например, [1–55]).

К интегральным методам следует отнести также и методы, основанные на регистрации собственного излучения. При этом регистрируемый сигнал является некоторой интегральной величиной от распределения излучательной способности вещества в исследуемом объеме.

### 19.1. Основные принципы теневых и интерференционных методов

Теневые и интерференционные методы основаны на зависимости коэффициента преломления газов от плотности. Как известно (см. ч. 1), для газов

$$n = 1 + \xi\rho, \quad (19.1)$$

где  $n$  – показатель преломления;  $\xi$  – постоянный для данного газа и данной длины волны коэффициент (постоянная Гладсона – Дейла);  $\rho$  – плотность газа. Для излучения гелий-неонового лазера с длиной волны  $\lambda = 0,6328$  мкм в воздухе  $\xi \approx 2,26 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/кг.

Рассмотрим принципы работы данных методов с точки зрения геометрической оптики. Пусть плоскопараллельный пучок света проходит через исследуемую область. В случае отсутствия возмущений некоторый луч зондирующего излучения достигает экрана в точке  $x_0, y_0$  в момент времени  $t_0$  с углами падения  $\alpha_0, \theta_0$  (рис. 19.1). При наличии возмущений плотности и связанных с ними изменений показателя преломления луч достигнет экрана

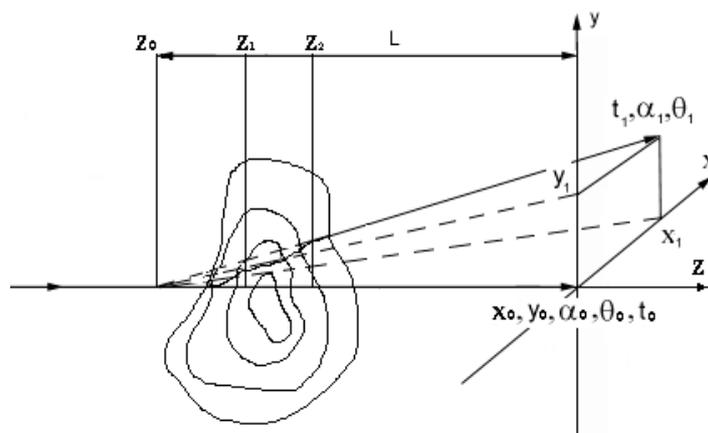


Рис. 19.1. Траектория луча, проходящего через неоднородность. Угловые и линейные отклонения луча существенно увеличены по сравнению с реально достижимыми в аэрофизическом эксперименте значениями

в точке  $x_1, y_1$  в момент времени  $t_1$  с углами падения  $\alpha_1, \theta_1$ . В параксиальном приближении, т. е. при малых углах  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$  и  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$ , обычно ис-

пользуются следующие соотношения, описывающие распространение луча через неоднородность:

$$\Delta\alpha = \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dz, \quad \Delta\theta = \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dz; \quad (19.2)$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \int_0^S \left( \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dz \right) ds, \quad \Delta y = y_1 - y_0 = \int_0^S \left( \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dz \right) ds; \quad (19.3)$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \int_0^S \left( \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dz \right) ds + L\Delta\alpha, \quad \Delta y = y_1 - y_0 = \int_0^S \left( \int_0^S \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dz \right) ds + L\Delta\theta; \quad (19.4)$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = L\Delta\alpha, \quad \Delta y = y_1 - y_0 = L\Delta\theta; \quad (19.5)$$

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{1}{c} \int_0^S (n_1 - n_0) dz. \quad (19.6)$$

Интегрирование производится по пути луча внутри неоднородности. Здесь  $L$  – расстояние от точки кажущегося отклонения луча (плоскость  $Z_0$  на рис. 19.1) до экрана;  $S$  – продольный размер неоднородности;  $c$  – скорость света. Соотношения (19.3) дают смещение луча на выходе из неоднородности, а (19.4) – в плоскости, лежащей на расстоянии  $L$  от нее. Выражение (19.5) можно использовать, когда расстояние от исследуемой области до плоскости регистрации существенно больше продольных размеров неоднородности  $L \gg S$ , когда в соотношениях (19.4) можно пренебречь интегральными слагаемыми. С помощью соответствующей аппаратуры можно зарегистрировать изменение параметров ( $\Delta y$ ,  $\Delta x$ ) ( $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\theta$ ) и  $\Delta t$ .

На практике регистрация  $\Delta y$  и  $\Delta x$  осуществляется с помощью прямотеневых методов (метод светящейся точки),  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\theta$  – теневых (метод Теплера, ножа Фуко, Шлирен-метод),  $\Delta t$  – интерференционных методов. Если прямотеневой метод применяется в основном для визуализации структуры течения, то теневые и интерференционные методы могут быть использованы и для получения количественной информации о распределении полей плотности.

## 19.2. Прямотеневой метод (метод светящейся точки)

На рис. 19.2 дан пример одной из возможных схем реализации прямотеневого метода. Излучение от точечного источника света объективом формируется в плоско-параллельный пучок и, пройдя через исследуемую неоднородность, попадает на экран (фотопластинка, телекамера). Смещение луча в плоскости экрана по отношению к невозмущенному лучу определяется соотношением (19.4).

Очевидно, что в случае постоянства интеграла от градиента показателя преломления по всему полю исследуемого объекта смещение всех лучей будет одинаковым и освещенность экрана останется постоянной. Однако в общем случае, при наличии неоднородности, данное условие может не соблюдаться.

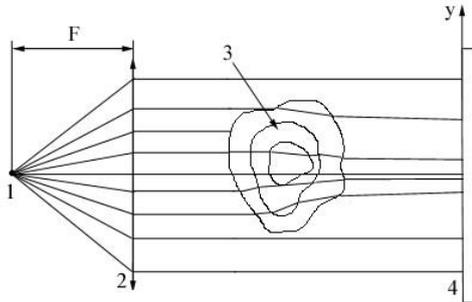


Рис. 19.2. Одна из возможных схем прямотеневой установки: 1 – источник света; 2 – объектив с фокусным расстоянием  $F$ ; 3 – неоднородность; 4 – плоскость регистрации

при отсутствии неоднородности (рис. 19.3, а) микропучок излучения в плоскости наблюдения имеет характерный размер  $D_0$ . При наличии неоднородности его характерный размер

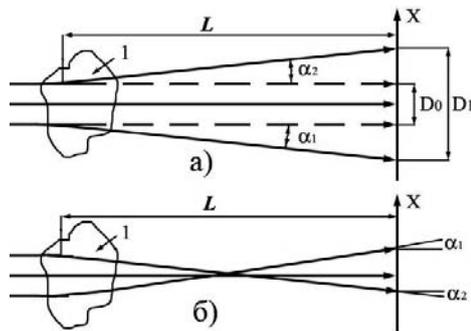


Рис. 19.3. Схема, поясняющая вывод соотношения для изменения яркости изображения (19.7)

$$D_1 = D_0 + L(\alpha_2 - \alpha_1) = D_0 + L \Delta \alpha \cdot \partial \alpha / \partial x. \quad (19.6)$$

Поскольку для неоднородностей с малыми размерами вдоль распространения излучения  $\Delta x \approx D_0$ , получим

$$I_1 = I_0 / (1 + L \cdot \partial \alpha / \partial x), \quad (19.7)$$

где  $\partial \alpha / \partial x = \int_0^s \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} dz$ , как следует из соотношения (19.2).

Таким образом, прямотеневые методы визуализируют участки неоднородности с отличной от нуля второй производной показателя преломления (оптического пути) по координатам, ортогональным распространению излучения. Чувствительность метода увеличивается с увеличением  $L$ . Для приме-

В результате различные лучи смещаются на разные  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , что приводит к изменению интенсивности излучения по полю экрана.

Можно показать, что изменение интенсивности излучения  $I$  в соответствующей точке плоскости наблюдения зависит от второй производной от показателя преломления, проинтегрированной по пути распространения луча, а в первом приближении пропорционально этому интегралу. Действительно, пусть при отсутствии неоднородности (рис. 19.3, а) микропучок излучения в плоскости наблюдения имеет характерный размер  $D_0$ . При наличии неоднородности его характерный размер (в приближении геометрической оптики) будет иметь размер  $D_1$ . При этом, учитывая закон сохранения энергии,  $I_0 D_0 = I_1 D_1$ , где  $I_0$  и  $I_1$  – интенсивность излучения в плоскости регистрации без неоднородности и при ее наличии соответственно. С другой стороны, учитывая, например (19.5), для малых углов отклонения лучей имеем:

ра, на рис. 19.4 представлены графики, поясняющие формирование прямотеневого изображения плоского скачка уплотнения, рис. 19.5 иллюстрирует зависимость чувствительности метода от параметра  $L$ .

Соотношение (19.7) выполняется только при отсутствии в области между неоднородностью и плоскостью наблюдения пересечения, проходящих через неоднородность лучей (рис. 19.3, б). Легко показать, что для этого необходимо выполнение условия

$$L \cdot \partial \alpha / \partial x < 1. \quad (19.8)$$

При этом во всех плоскостях, лежащих на отрезке  $L$ , интенсивность  $I_1 > I_0 / 2$ . Выполнение данного условия может быть проверено непосредственно по изображениям, зарегистрированным с фокусировкой на различные плоскости, лежащие в этом диапазоне.

С помощью дополнительной оптики плоскость регистрации (экран, фотопластинка, матрица ПЗС-камеры и т. п.) может быть сопряжена с эффективной плоскостью наблюдения, расположенной как за неоднородностью, так и внутри нее или перед ней. В последнем случае расстояние  $L$  принимает отрицательное значение.

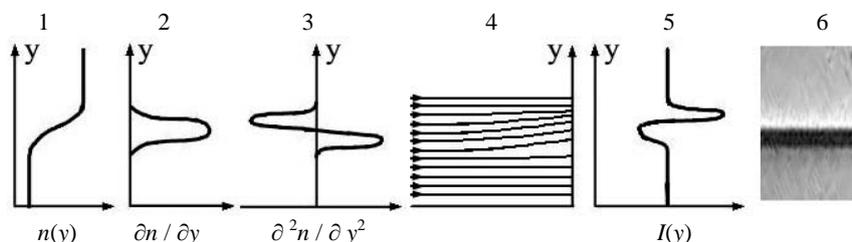


Рис. 19.4. Образование прямотеневого изображения плоского скачка уплотнения: 1 – показатель преломления; 2, 3 – первая и вторая производные показателя преломления; 4 – пути световых лучей; 5 – освещенность экрана; 6 – фрагмент реального прямотеневого изображения скачка

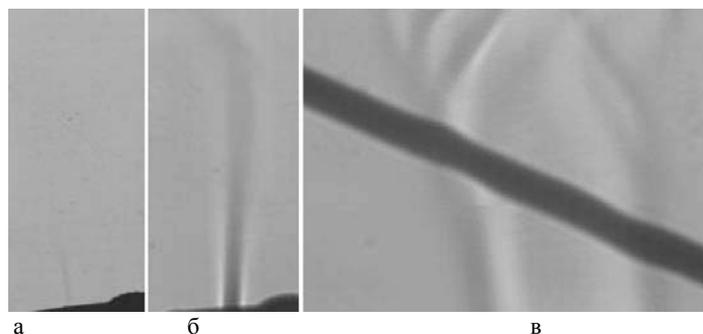


Рис. 19.5. Прямотеневые изображения струи газа: а, б – изображения, полученные с различной степенью фокусировки, что равносильно различным расстояниям  $L$  (изображение а получено при  $L \approx 0$  – минимальная чувствительность метода); в – иллюстрация геометрических искажений (в данном случае изображение тонкой проволоки)

Невыполнение условия (19.8) не исключает возможность использования прямотеневых методов. Однако при этом наблюдаются большие геометрические искажения, а интерпретация полученных изображений существенно усложняется (пример, иллюстрирующий характер геометрических искажений, присущих прямотеневым методам, см. на рис. 19.5, в). В некоторых случаях становится невозможным без дополнительной модификации схемы однозначно связать области изменения яркости на изображении с соответствующими особенностями исследуемого объекта. Наглядно это видно на рис. 19.3, б, где некоторые лучи, прошедшие через неоднородность, в плоскости регистрации меняют порядок следования по координате  $X$ . В подобных случаях целесообразным является использование так называемых растровых методов.

Растровые методы по своей сути являются модификацией прямотеневых методов. На рис. 19.6 приведена одна из возможных схем, поясняющая принцип их действия. На расстоянии  $L$  перед исследуемой неоднородностью размещается растр  $P$ , в виде прозрачной плоскопараллельной пластинки с пропусканием, являющимся некоторой функцией от координат  $T = T(x, y)$ . При отсутствии неоднородности наблюдатель (фотоприемное устройство) регистрирует положение какого-либо элемента растра в положении ЭР. При наличии неоднородности изменение направления распространения зондирующего излучения приводит к кажущемуся смещению элемента растра, который регистрируется при этом в положении ЭР\*. Зная геометрические параметры схемы ( $L$ ,  $S$ ) и соответствие элементов на изображении положению этих же элементов для невозмущенного растра, можно определить углы отклонения  $\alpha$  и  $\theta$ .

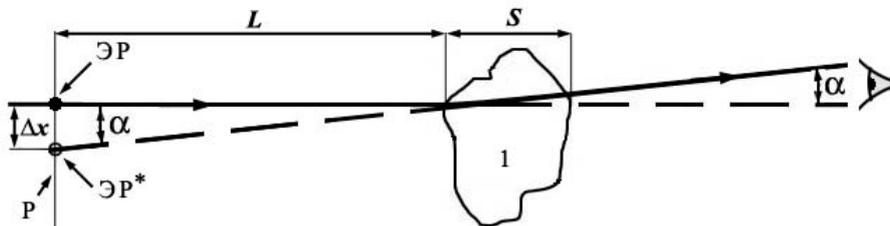


Рис. 19.6. Принцип действия растрового метода

Пропускание растра  $T(x, y)$  может быть как случайной, так и регулярной (периодической) функцией. Для получения количественной информации об углах отклонения важно обеспечить возможность нахождения однозначного соответствия элементов невозмущенного и возмущенного растра. При этом более предпочтительными, естественно, являются регулярные растры (в том числе и цветные) в виде сетки, регулярно расположенных меток (точки, квадраты и т. п.), изображений цифр, определяющих номер элемента, и т. д.

Возможности очень простых в реализации растровых методов с численной обработкой изображений, могут быть достаточно впечатляющими, осо-

бенно при использовании современных телекамер, обладающих высоким пространственным и градиционным разрешением (количеством регистрируемых градаций по уровню серого). Иллюстрацией этого могут служить результаты визуализации пламени спиртовой горелки (рис. 19.7).

Схема эксперимента дана на рис. 19.7, *а*. Излучение от полупроводникового лазера (1), с помощью объектива (2) формируется в плоскопараллельный пучок. Непосредственно за объективом (2) расположен растр (3), общий вид которого приведен на рис. 19.7, *б*. В правом нижнем углу приведен увеличенный фрагмент растра, нанесенного с помощью лазерного принтера на прозрачную пленку. На расстоянии  $L = 50$  см от растра располагался исследуемый объект (4). Фокусировка изображения растра на матрицу телекамеры (5) обеспечивалась объективом (6) и штатным объективом телекамеры. Использовалась цифровая ПЗС-камера PCO.imaging SensiCam (матрица  $1\,280 \times 1\,024$  пикселей, количество градаций серого 4 096 – 12 двоичных разрядов).

На рис. 19.7, *в* представлено изображение с яркостью  $I(x, y) = |I_0(x, y) - I_b(x, y)|$ , где  $I_0(x, y)$  – изображение растра без неоднородности;  $I_b(x, y)$  – изображение, полученное в присутствии неоднородности. На рис. 19.7, *г* показан результат применения к изображению рис. 19.7, *в* медианного фильтра с усреднением по площадке  $7 \times 7$  пикселей.

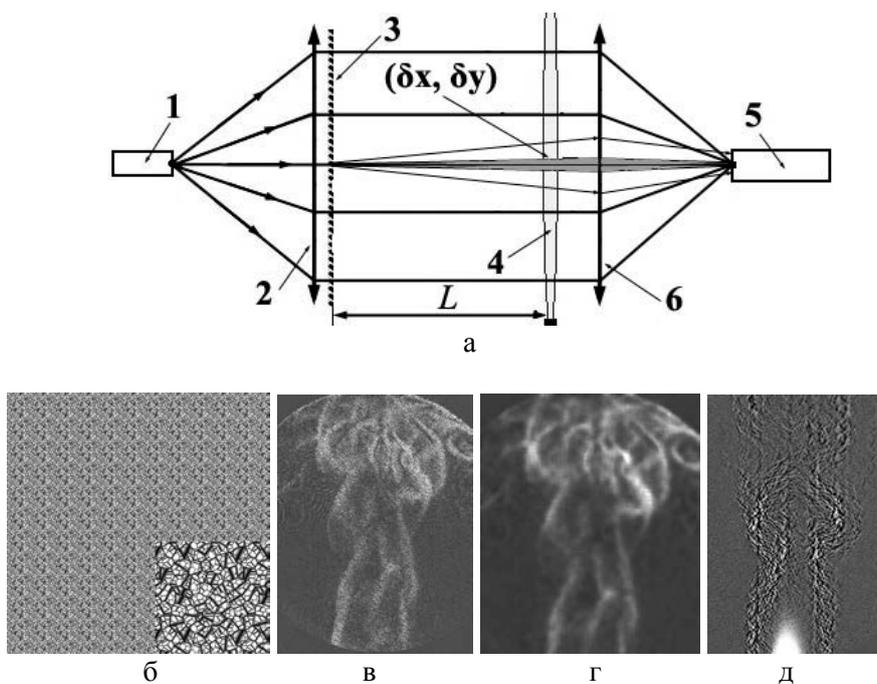


Рис. 19.7. Визуализация тепловых потоков от пламени спиртовки растровым методом: *а* – оптическая схема; *б* – изображение растра (в правом нижнем углу увеличенный фрагмент); *в* – результат вычитания по модулю изображений невозмущенного и возмущенного (в присутствии неоднородности) растра; *г* – результат применения к предыдущему изображению медианного фильтра; *д* – изображение, полученное с диффузным освещением растра (растр напечатан на листе белой бумаги)

На рис. 19.7, *д* представлен результат визуализации с использованием растра, напечатанного на обычной белой бумаге, при внешнем освещении от настольной лампы. Регистрирующая система и метод обработки использовались те же, что и в предыдущем случае. Отчетливо наблюдаются тепловые потоки. При использовании подобных схем качество визуализации может быть несколько хуже, что объясняется участием в построении изображения отдельной точки растра пучка конечной ширины ( $\delta x$ ,  $\delta y$ ), зависящей от угловой апертуры приемной оптики (см. рис. 19.7, *а*). Несмотря на это, данный подход может быть полезен для визуализации крупномасштабных неоднородностей, возникающих, например, от реальных летательных аппаратов, в том числе и при использовании в качестве растров природных сцен.

### 19.3. Использование интегральных методов для получения количественных данных

Прямотеневые методы, как теневые и интерференционные, о которых пойдет речь в следующих главах, в принципе могут быть использованы для получения количественной информации о распределении плотности газа в потоке. В общем случае не существует однозначного решения интегральных уравнений (19.2)–(19.6) по изображениям, полученным при одном направлении (ракурсе) просвечивания исследуемой неоднородности. (Напомним, что соотношения (19.2)–(19.6) получены и действительны только в параксиальном приближении.) Задачи такого типа имеют однозначное решение только при регистрации нескольких (для точного решения бесконечного множества) изображений, полученных при различных угловых положениях исследуемой неоднородности относительно оси, ортогональной направлению зондирующего излучения в диапазоне углов  $0 \div 180^\circ$ . Подобные задачи решаются томографическими методами (см. ч. 4).

Тем не менее существует по крайней мере два типа течений, для которых интегральные уравнения (19.2)–(19.6) имеют точное решение, а именно течения, обладающие круговой симметрией, и плоские течения. В данном параграфе мы рассмотрим случай плоских течений, когда плотность газа, а значит и показатель преломления, зависит только от координат ( $x$ ,  $y$ ) и не зависит от координаты  $z$ , совпадающей с направлением распространения зондирующего излучения. При этом соотношения (19.2)–(19.6) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{S}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}, & \Delta\theta &= \frac{S}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y}; \\ \Delta x &= \frac{S^2}{2n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}, & \Delta y &= \frac{S^2}{2n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y}; \\ \Delta x &= \frac{S^2}{2n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{LS}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}, & \Delta y &= \frac{S^2}{2n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{LS}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y}; \\ \Delta x &= \frac{LS}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}, & \Delta y &= \frac{LS}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y}; \end{aligned} \quad (19.9)$$

$$\Delta t = \frac{(n_1 - n_0)S}{c}. \quad (19.13)$$

При выполнении условия (19.8) для прямотеневого метода соотношение для интенсивности излучения в плоскости регистрации (19.7) запишется в виде

$$I_1 = I_0 / (1 + LS \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}). \quad (19.11)$$

Для воздуха с большой точностью можем принять  $n = 1$ , что с учетом зависимости показателя преломления от плотности (19.1) дает

$$I_1 = I_0 / (1 + LS \cdot \partial^2 n / \partial x^2) = I_0 / (1 + \xi LS \cdot \partial^2 \rho / \partial x^2) \quad (19.12)$$

Путем двукратного интегрирования зарегистрированной интенсивности можно перейти к плотности потока. Для определения констант интегрирования необходимо знание показателя преломления по крайней мере в двух точках течения. При этом плотность по пути интегрирования не должна быть постоянной величиной.

Отметим, что соотношения для интенсивности излучения в плоскости регистрации были получены в предположении направления градиента плотности (показателя преломления) вдоль координаты  $x$ . Легко показать, что при учете  $y$ -компоненты соотношение (19.12) преобразуется к виду

$$I_1 = I_0 / (1 + LS \cdot \partial^2 n / \partial x^2) = I_0 / (1 + \xi LS \sqrt{(\partial^2 \rho / \partial x^2)^2 + (\partial^2 \rho / \partial y^2)^2}).$$

Таким образом, для количественных измерений необходимо иметь информацию о направлении градиента.

При выполнении условия (19.8), обеспечивающего однозначную связь интенсивности изображения со второй производной плотности, а именно  $L \cdot \partial \alpha / \partial x = \xi LS \cdot \partial^2 \rho / \partial x^2 < 1$ , соотношение (19.7) и его аналоги для плоского течения (19.11) и (19.12) можно представить в виде сходящегося степенного ряда, который для (19.12) имеет вид

$$I_1 = I_0 \cdot (1 - \chi + \chi^2 - \chi^3 + \chi^4 \dots), \quad (19.13)$$

где  $\chi = \xi LS \cdot \partial^2 \rho / \partial x^2$ . При условии  $\chi \ll 1$  можно принять

$$I_1 = I_0 \cdot (1 - \chi). \quad (19.14)$$

По относительному изменению интенсивности можно оценить значение параметра  $\chi$  и возможность применения упрощенного соотношения (19.14). Однако, как показывают простые оценки, использовать данное соотношение для получения количественной информации не имеет смысла. Действительно, предположим, что необходимо определить значение параметра  $\chi$  с не очень высокой точностью  $\approx 2,5\%$ . Для этого само значение  $\chi$  должно составлять  $\chi < 0,025$ . В противном случае необходимо учитывать следующие члены в разложении (19.13). При этом максимальное относительное изменение яркости также будет около  $2,5\%$ , что находится на пределе градационного разрешения глаза. Очевидно, что для обеспечения необходимой точности в определении  $\chi$  эффективное число градаций регистрирующего устройства  $K$  должно удовлетворять условию  $K > \chi^{-2}$ . Отсюда для принятых нами условий число градаций серого должно быть не менее 1 600. С учетом присутствия на реальных изображениях шумовой составляющей не менее  $\pm 1$  градации серо-

го для решения поставленной задачи необходимо использовать 12-разрядные телекамеры (здесь и далее для электронных приборов подразумевается количество двоичных разрядов). Таким образом, получение количественных результатов даже с такой достаточно низкой точностью по соотношению (19.14) с использованием телекамер с градационным разрешением  $K < 4\ 000$  становится бессмысленным.

Однако даже использование соотношения (19.12) не намного улучшает ситуацию. Основными ограничивающими факторами при этом являются: необходимость двойного интегрирования; зависимость вида изображений от расстояния между экраном и исследуемой неоднородностью  $L$ ; искажение геометрических размеров исследуемых объектов, возрастающее с увеличением чувствительности схемы; высокие требования к градационному разрешению регистрирующей системы; необходимость точной информации о направлении градиента плотности. Перечисленные недостатки прямотеневых методов приводят к большим ошибкам в измерениях и к тому, что они практически не используются для получения количественных данных с использованием стандартных схем.

Тем не менее в настоящее время для получения количественной информации все более широко используются растровые методы, являющиеся, как отмечалось выше, по сути модификацией прямотеневых методов. Это обусловлено тем, что задача определения смещения элементов раstra по полученным изображениям абсолютно идентична задаче по определению смещения элементов изображений в PIV-методах регистрации полей скорости (смещение изображения светорассеивающих частиц или естественных неоднородностей, присутствующих в потоке) и методах спекл-интерферометрии. Это позволяет эффективно применять хорошо развитые для этих методов алгоритмы обработки. Данный подход получил в современной литературе название фонового теневого метода. Следует, однако, отметить, что использование подобной обработки существенно уменьшает пространственное разрешение, поскольку данные алгоритмы позволяют получать значение  $(\Delta x, \Delta y)$ , усредненное по некоторой площади изображения (споту), содержащей несколько характерных фрагментов раstra. Кроме того, фоновому методу присущи все преимущества и недостатки обычного растрового (прямотеневого) метода, так как по сути дела это одно и то же, и все различие заключается только в способе обработки информации.

#### **19.4. Влияние размеров источника света на качество прямотеневых изображений**

На точность и пространственное разрешение метода влияет и ряд других факторов. Существенным, в частности, является размер источника света. Приведенные выше соотношения были получены в приближении геометрической оптики. При этом предполагалось, что при формировании зондирующего пучка используется точечный источник света. Реальные источники имеют конечные размеры. В результате получаем суммарное от всех точек источника изображение, что приводит к его размытию. Необходимо учиты-

## 19.4. Влияние размеров источника света на качество прямотеневых изображений

вать увеличение регистрируемых размеров, связанное и с дифракционными эффектами.

Вид и размеры теневого изображения будут зависеть как от размеров и распределения яркости излучения источника света, так и от геометрических размеров неоднородности и распределения плотности в ней. Соотношения, описывающие дифракционную расходимость, даже для идеального плоскопараллельного пучка, проходящего, например, через круглое отверстие, имеют тоже достаточно сложный вид и существенно различаются в ближней и дальней зонах [56]. Поэтому невозможно получить соотношение в общем случае. Однако можно записать оценочное выражение для характерных размеров  $R^*$  регистрируемого изображения неоднородности размером  $R$  (рис. 19.8):  $R^* = R + R_g + R_d$ . Здесь

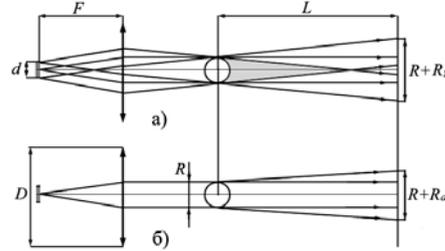


Рис. 19.8. Схема, поясняющая размытие исследуемой неоднородности в плоскости регистрации, связанное с конечными размерами источника света (а) и с дифракционными эффектами (б)

$$R_g \approx dL / F \quad (19.15)$$

есть увеличение изображения, связанное с размерами источника света, а

$$R_d \approx \lambda L / R \quad (19.16)$$

есть увеличение размеров в результате дифракции ( $\lambda$  – длина волны зондирующего излучения,  $d$  – диаметр источника света). Выражения (19.15) и (19.16) записаны в предположении локальных неоднородностей, обладающих круговой симметрией. Иногда дифракционное уширение берут для случая дифракции на краю экрана:

$$R_d \approx (\lambda L)^{1/2}. \quad (19.17)$$

Существенное различие (19.17) и (19.16) еще раз подчеркивает сильную зависимость итоговых соотношений от вида неоднородностей.

Характерный размер изображения  $R^*$  может служить критерием оценки ожидаемого пространственного  $\Delta_{x,y}$  и углового  $\varepsilon_{\alpha,\theta}$  разрешения теневого методов. Для локальных структур

$$R^* \approx \Delta_{x,y} \approx L \varepsilon_{\alpha,\theta} \approx R + dL / F + \lambda L / R. \quad (19.18)$$

Для одномерных структур, таких как скачки уплотнения,

$$R^* \approx \Delta_{x,y} \approx L \varepsilon_{\alpha,\theta} \approx R + dL / F + (\lambda L)^{1/2}. \quad (19.19)$$

Из (19.18) и (19.19) видно, что угловое и пространственное разрешение улучшается с уменьшением характерного размера источника света  $d$ , влияющего только на геометрическое размытие, которое в конце концов становится существенно меньшим дифракционного. Очевидно, что дальнейшее уменьшение размеров источника не дает увеличения чувствительности, а ведет только к уменьшению светосилы прибора. Отсюда можно найти оптимальный размер источника

$$d_{\text{opt}} \approx \lambda F / R, \quad (19.20)$$

$$d_{\text{opt}} \approx F(\lambda / L)^{1/2} \quad (19.21)$$

в приближениях (19.18) и (19.19) соответственно. Для случая, когда  $F = 2$  м,  $L = 1$  м,  $\lambda = 0,5$  мкм,  $R = 1$  мм, оптимальные размеры источника  $p_{\text{opt}} \approx 1$  мм по критерию (19.20) и  $p_{\text{opt}} \approx 1,4$  мм по (19.21).

### 19.5. Примеры использования прямотеневых методов

Прямотеневые методы находят широкое применение в аэрофизическом эксперименте. Это связано прежде всего с таким их неоспоримым достоинством, как простота реализации. Могут быть использованы схемы в параллельных, расходящихся и сходящихся пучках. Несмотря на ряд отмеченных выше недостатков и на ограниченную возможность использования прямотеневых методов для количественных измерений, они позволяют получать очень качественные картины визуализации.

Качество визуализации существенно возрастает при использовании современных телевизионных камер, обладающих высоким пространственным и градационным разрешением, что дает возможность существенно уменьшить расстояние от исследуемой неоднородности до плоскости регистрации  $L$  и тем самым значительно уменьшить присущие данным методам геометрические искажения.

Особенно привлекательны эти методы при исследовании сверхзвуковых потоков, характеризующихся большими градиентами плотности. Зачастую существенно более высокая чувствительность теневых и интерференционных методов, рассматриваемых ниже, становится избыточной при исследовании подобных течений, что затрудняет получение необходимой информации. Характерный пример приведен на рис. 19.9, где даны картины визуализации структуры ударных волн при обтекании клиньев конечной ширины, полученные прямотеневым и теневым методами. Видно, что на изображении, полученном с помощью более чувствительного теневого метода, положение скачков уплотнения завуалировано другими особенностями течения.

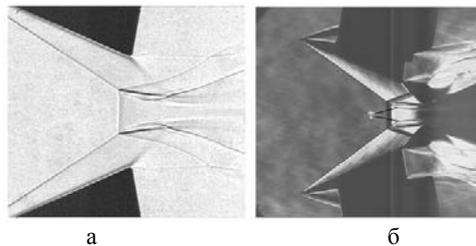


Рис. 19.9. Визуализация сверхзвукового обтекания клиньев: *а* – прямотеневой метод; *б* – теневой метод (нож Фуко с вертикальной кромкой)

На рис. 19.10 приведен пример использования прямотеневого метода для регистрации возмущений от импульсно-периодического оптического разряда (ОПР), инициируемого  $\text{CO}_2$ -лазером. Длительность лазерных импульсов  $\sim 1$  мкс. Регистрация изображений осуществлялась телекамерой PCO.SensiCam, позво-

ляющей осуществлять ввод серии изображений, синхронизованных от внешних импульсов. Время экспозиции в данных экспериментах составляло 2 мкс, пространственное разрешение по полю изображений  $1\,280(H) \times 1\,040(V)$  пикселей.

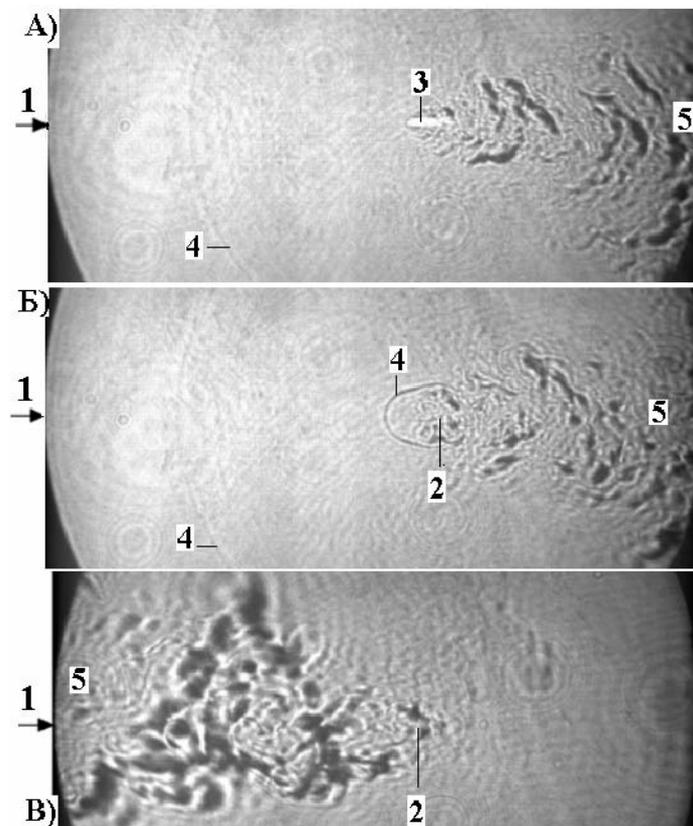


Рис. 19.10. Теневые снимки возмущений от импульсно-периодического оптического разряда (излучение падает слева направо, горизонтальный размер кадра 10 см): 1, 2 – ось и фокус излучения; 3 – искра; 4 – ударная волна; 5 – вынос нагретого газа из зоны горения ОПР (ОПР в аргоне,  $f = 12$  кГц,  $W_i = 1,8$  кВт,  $q_i = 0,15$  Дж – а, б; смесь  $70\text{Ar} + 30\text{He}$ ,  $f = 25$  кГц,  $W_i = 2,6$  кВт,  $q_i = 0,1$  Дж – в. В этой смеси, но при  $f = 12$  кГц – вынос газа вправо)

Данный пример интересен по следующим причинам. Возникающие от оптического разряда возмущения плотности относительно слабые. Однако применение потенциально более чувствительных теневых методов с использованием стандартных схем (рассматриваются в следующей главе) не позволило получить картины визуализации необходимого качества. Это прежде всего относится к генерируемым разрядом ударным волнам, которые при расширении вырождаются в звуковые волны. Попытка увеличения чувстви-

тельности стандартной теневой схемы с ножом Фуко (см. гл. 20) приводила к неприемлемому возрастанию шумовой составляющей (крупномасштабная очень контрастная пятнистая структура) на изображении, связанному с дифракцией на кромке ножа, и искажению волнового фронта пучка зондирующего излучения на оптических элементах схемы. Использование прямотеневой схемы с сильной расфокусировкой изображения (большие значения  $L$ ) позволило визуализировать необходимые особенности процесса, в частности ударные волны на достаточно большом расстоянии от точки локализации разряда.

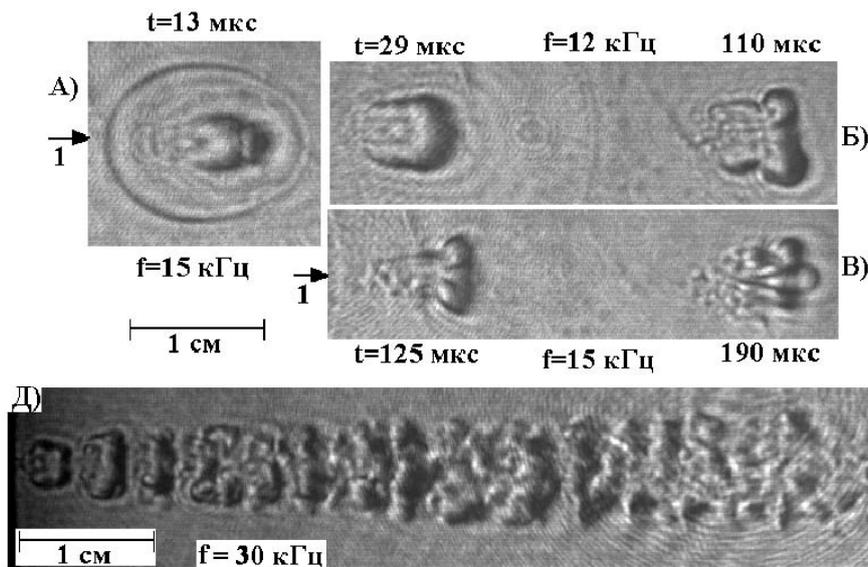


Рис. 19.11. Визуализация возмущений от движущегося справа налево ОПР ( $l$  – направление лазерного излучения; указано время после образования искры и частота импульсов):  $a$ ,  $b$  – разные пуски ОПР, скорость ОПР  $V \sim 300$  м/с, поглощаемая энергия  $q \sim 40\text{--}50$  мДж;  $z$  – один пуск,  $V \sim 100$  м/с,  $q \sim 24$  мДж

В данных экспериментах впервые был обнаружен эффект направленного выноса газа из зоны разряда, что позволило получить стабильный ОПР разряд в покоящемся газе. Обычно для его поддержания необходимо обеспечить проток воздуха или перемещение в пространстве области фокусировки самого разряда. Пример визуализации возмущений от движущегося ОПР приведен на рис. 19.11.

## Глава 20

### Теневые и интерференционные методы

#### 20.1. Теневые методы

Недостатками, присущими прямотеневым методам (визуализация только второй производной, малая чувствительность, геометрические искажения), в меньшей степени обладают теневые методы (синонимы: метод Теплера, нож Фуко, Шлирен-метод), позволяющие визуализировать угол отклонения луча, прошедшего через исследуемую неоднородность. Как видно из соотношения (19.2), углы отклонения пропорциональны интегралу по оптическому пути от первой производной, что дает ряд существенных преимуществ по сравнению с прямотеневыми методами при обработке данных. Кроме того, эти методы, как правило, обладают более высокой чувствительностью, а изображения, полученные с их помощью, меньше подвержены геометрическим искажениям. Рассмотрим данные методы на примере одной из возможных и наиболее распространенных оптических схем их реализации (рис. 20.1).

Излучение от источника света  $1$ , например разрядного промежутка ртутной лампы, объективом  $2$  фокусируется на щель  $3$ , имеющую форму вытянутого прямоугольника. Далее объективом  $5$  формируется квазипараллельный пучок, проходящий через исследуемую неоднородность. Под квазипараллельным пучком понимается пучок света, который с необходимой

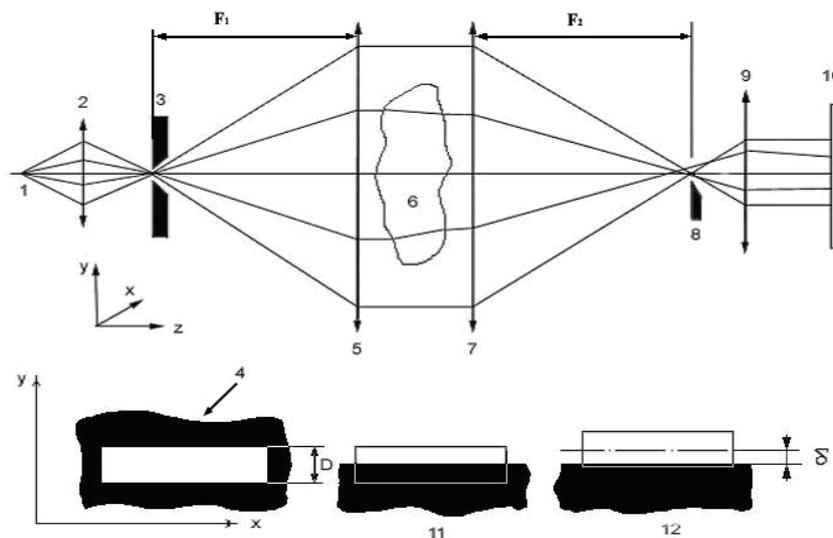


Рис. 20.1. Схема теневой установки:  $1$  – источник света;  $2, 5, 7, 9$  – объективы;  $3-4$  – щель;  $6$  – неоднородность;  $8$  – нож;  $10$  – плоскость регистрации;  $11-12$  – изображения щели относительно ножа в отсутствие неоднородности и при ее наличии соответственно

точностью можно рассматривать плоскопараллельным в области исследуемой неоднородности. Для этого необходимо выполнение условия

$$D_{x,y}R_z/F < \Delta_{x,y}. \quad (20.1)$$

Здесь  $D_{x,y}$  – характерные размеры щели;  $F$  – фокусное расстояние объектива;  $R_z$  – характерный размер неоднородности в направлении распространения зондирующего излучения;  $\Delta_{x,y}$  – пространственное разрешение при отсутствии газовой неоднородности.

Выполнение условия (20.1) позволяет использовать теоретические выкладки в приближении параллельности входящего зондирующего пучка. Однако необходимо помнить, что реальный пучок не является строго плоскопараллельным, так как от каждой точки источника света, в качестве которого выступает щель, распространяется свой плоскопараллельный пучок. Очевидно, что углы распространения отдельных пучков относительно оптической оси равны  $\delta x/F$  в плоскости  $zy$  и  $\delta y/F$  в плоскости  $zx$ , где  $\delta x$  и  $\delta y$  – расстояние от оптической оси до соответствующей точки на источнике света.

После прохождения неоднородности излучение объективом фокусируется в плоскости ножа. В этой плоскости формируется изображение щели. Фокусное расстояние  $F_2$  объектива 7 может отличаться от фокусного расстояния  $F_1$  объектива 5 (см. рис. 20.1). Однако, как правило, а для фабричных приборов всегда, эти объективы идентичны. Поэтому в дальнейшем при получении соотношений, описывающих работу прибора, мы будем принимать  $F_1 = F_2 = F$ . При использовании объективов с  $F_1 \neq F_2$  в полученные соотношения необходимо вводить масштабные коэффициенты.

Объектив 9 служит для формирования изображения исследуемой неоднородности в плоскости регистрации. Нож устанавливается таким образом, чтобы перекрывалась половина изображения источника света. Так как каждый луч строит в плоскости свое изображение щели, от всех лучей на экране проходит только половина излучения. Здесь под лучом мы понимаем квазипараллельный микропучок света, узкий по сравнению с пространственным разрешением прибора, и в то же время достаточно широкий для построения изображений щели без его дифракционных искажений. В присутствии неоднородности лучи отклоняются на некий угол  $\Delta\theta$ , что приводит к смещению изображения щели относительно кромки ножа. При этом для луча, отклонившегося на угол  $\Delta\theta$ , смещение  $\delta = F\Delta\theta$ . В результате меняется доля прошедшего для данного луча излучения, и в соответствующей точке изображения неоднородности появится более светлая или более темная область в зависимости от знака и величины  $\delta$ .

Если ширина щели  $D$ , а средняя освещенность экрана в отсутствие возмущений  $I_0$ , то

$$I_{\Delta\theta} = I_0 \left( 1 + \frac{2\delta}{D} \right) = I_0 \left( 1 + \frac{2F\Delta\theta}{D} \right) = I_0 \left( 1 + \frac{2F}{D} \int_0^s \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dS \right). \quad (20.2)$$

Это соотношение верно для  $|\delta| \leq D/2$ . При  $|\delta| > D/2$  изображение щели или полностью перекроется ножом, или будет полностью открыто, т. е. освещен-

ность экрана в соответствующей точке станет нулевой или максимально возможной  $I_{\max} = 2I_0$  и при дальнейшем увеличении  $|\delta|$  освещенность экрана останется неизменной. Максимально возможное значение  $|\delta|$  определяет рабочий диапазон прибора.

Рассмотренная схема позволяет визуализировать градиенты плотности в направлении, перпендикулярном кромке ножа (в данном случае  $\partial n / \partial y$ ). Градиенты плотности по координате  $x$  приводят к смещению изображения щели вдоль кромки ножа и не меняют освещенность экрана. Для визуализации градиентов плотности во всех направлениях в плоскости  $XU$  можно использовать вместо щели круглое отверстие, а вместо ножа – круглое непрозрачное пятно диаметром, равным диаметру отверстия. В отсутствие неоднородностей изображение отверстия полностью перекрыто, и экран имеет нулевую освещенность. При наличии градиентов плотности изображение отверстия смещается, и в соответствующей точке экрана появляется освещенная область. При этом освещенность зависит от величины градиента в плоскости  $XU$  (в пределах рабочего диапазона) и не зависит от направления.

Для некоторых типов течений (плоские, цилиндрические, некоторые пространственные) по теневой картине можно рассчитать поле плотности в потоке. Для плоского случая ( $\partial^2 n / \partial y \partial z = \text{const}$ ) в предположении малого отличия показателя преломления газа от единицы, используя соотношения (19.1), (19.9) и (20.2), получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{D}{2\xi FS} \left( \frac{I(x, y)}{I_0} - 1 \right) = \frac{1}{\xi} \frac{\partial n(x, y)}{\partial y}.$$

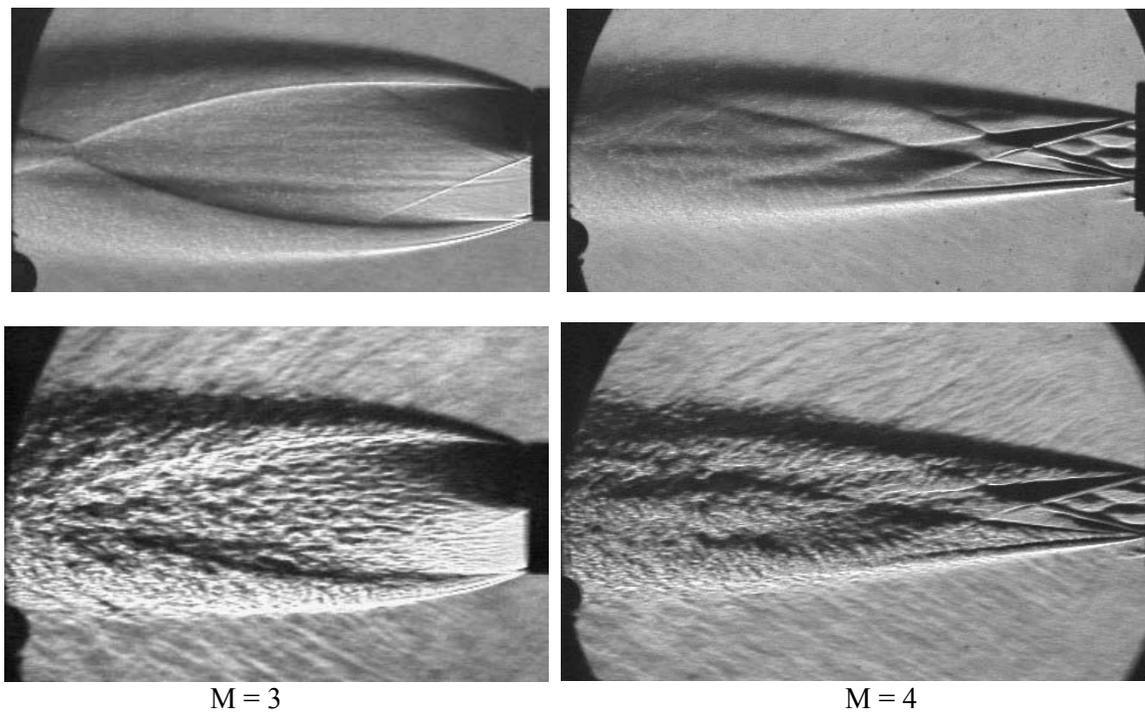
При известных параметрах схемы ( $S$ ,  $D$ ,  $F$ ), зная плотность в какой-либо точке  $\rho(x_0, y_0)$  и определив по освещенности экрана градиент показателя преломления, путем интегрирования можно найти  $\rho(x_0, y)$ :

$$\rho(x_0, y) = \rho(x_0, y_0) + \frac{1}{\xi} \int_{y_0}^y \frac{\partial n(x_0, y)}{\partial y} dy.$$

На практике для точного определения  $\partial n / \partial y$  иногда в области потока, не имеющей возмущений, располагают объект с известным распределением оптического пути, например длиннофокусную линзу. Областям объекта, имеющим некую освещенность на экране, будет соответствовать градиент оптического пути  $l \partial n / \partial y$ , равный градиенту для тестового объекта в точке, имеющей равную освещенность.

На рис. 20.2 приведены типичные теневые картины сверхзвуковой струи газа при числах Маха 3 и 4. Использовался источник света со светодиодным излучателем. Верхние снимки получены при времени экспозиции  $T_{\text{эксп}} = 255$  мкс, нижние – при  $T_{\text{эксп}} = 1$  мкс. При малых экспозициях отчетливо визуализируются звуковые и турбулентные возмущения. При  $T_{\text{эксп}} = 255$  мкс эти возмущения сглаживаются в результате интегрирования по времени.

Теневые методы могут применяться и для регистрации полей плотности в трехмерных течениях (методы оптической томографии). При этом в общем случае необходима регистрация изображений с разных ракурсов (подробнее об этом см. в ч. 4). На рис. 20.3, *a* показан пример обработки теневого изображения цилиндра, синтезированного численным способом, с применением



*Рис. 20.2.* Теневые изображения течения в сверхзвуковой струе при числах Маха 3 и 4. Длительность импульса света для верхних изображений  $\tau = 255$  мкс, для нижних  $\tau = 1$  мкс

алгоритмов оптической томографии на основе обратного преобразования Радона. Очевидно, что для объекта с цилиндрической симметрией изображения, полученные под всеми углами просвечивания, будут идентичны. На рисунке демонстрируется изменение вида итогового изображения в зависимости от количества используемых ракурсов просвечивания.

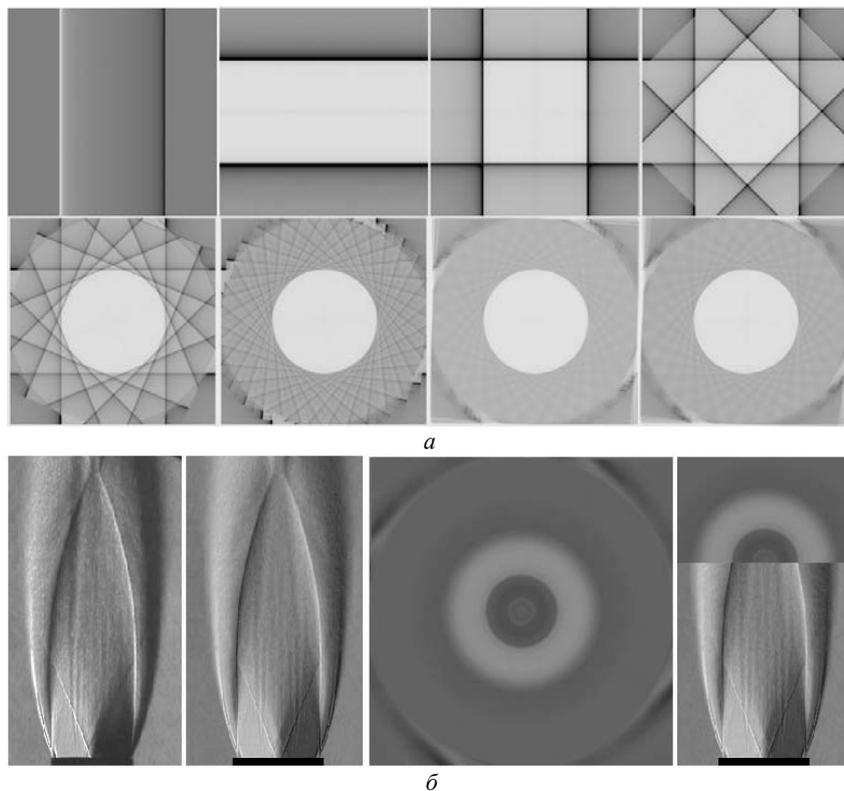


Рис. 20.3. Распределение плотности в сечении цилиндрической неоднородности, полученное из теневых картин с использованием алгоритма на основе обратного (обращенного) преобразования Радона: *a* – синтезированное изображение цилиндра и результат обработки с использованием 1, 2, 4, 8, 16, 32, 128 ракурсов просвечивания соответственно; *б* – (слева направо) теневое изображение сверхзвуковой струи; симметризованное изображение; сечение струи, полученное в результате обработки; половинное изображение сечения, совмещенное с изображением струи

На рис. 20.3, *б* приведен результат обработки для реального теневого изображения сверхзвуковой струи. Перед основной обработкой, для уменьшения ошибок, исходное изображение было преобразовано (симметризовано) по алгоритму  $I(|r - r_0|) = [I_0(r - r_0) + I_0(r + r_0)] / 2$ , где  $r$  – координата в направлении, ортогональном оси струи;  $r_0$  – положение оси;  $I_0$  – интенсивность исходного изображения.

## 20.2. Интерференционные методы

Интерференционные методы позволяют регистрировать пространственное распределение разности фаз двух интерферирующих волн  $\Delta\varphi(x, y)$ . Возможность использования интерференционных методов для регистрации плотности газов уже обсуждалась (см. гл. 16). Тем не менее напомним еще раз основные соотношения для методов оптической интерферометрии. Как известно, при интерференции волн равной амплитуды распределение интенсивности света в плоскости регистрации описывается соотношением

$$I(x, y) = I_0[1 + \cos(\Delta\varphi(x, y))].$$

Таким образом, изображение модулировано так называемыми интерференционными полосами. Максимум полосы соответствует разности фаз между волнами  $\Delta\varphi_{\max} = 2\pi N$ , минимум  $\Delta\varphi_{\min} = 2\pi N + \pi$ , где  $N$  – целое число. Величина

$$m(x, y) = (\varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)) / 2\pi = \Delta\varphi(x, y) / 2\pi \quad (20.3)$$

называется порядком интерференции (полосы) в данной точке. При интерференции плоских волн полосы являются прямолинейными. Для малых углов падения на плоскость регистрации шаг полос

$$h = \lambda / \sin(\alpha),$$

где  $\alpha$  – угол между интерферирующими волнами.

Пусть одна из волн проходит через невозмущенную область (волна сравнения, опорная волна), а вторая – через исследуемый поток (измерительная, или предметная волна). Локальные изменения показателя преломления, зависящие от плотности газа согласно соотношению (19.1), приводят к изменению оптического пути и фазы волны в области интерференции. Используя (19.1) и (19.6), можно записать интегральное соотношение для изменения плотности:

$$\Delta\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} c \Delta t(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^s \Delta n(x, y, z) dz = \frac{2\pi}{\lambda} \xi \int_0^s \Delta\rho(x, y, z) dz. \quad (20.4)$$

Изменение фазы  $\Delta\varphi(x, y)$  приводит к соответствующему сдвигу интерференционных полос (20.3), который можно измерить по интерферограмме. (При малых изменениях показателя преломления угловыми отклонениями лучей, возникающими вследствие преломления в исследуемом объекте, пренебрегают.) Из выражения (20.3) при ( $m = \text{const}$ ), описывающего поведение отдельной интерференционной полосы, видно, что появление неоднородности приводит к нарушению прямолинейности полос, их искривлению и фазовому сдвигу. Сдвиг будет определяться изменением фазы предметной волны в данной точке:

$$\Delta m = m - m_0 = \Delta\varphi(x, y) / 2\pi, \quad (20.5)$$

где  $m_0$  – порядок интерференционной полосы в этой точке в невозмущенной картине, а  $m$  – порядок полосы в этой же точке при наличии неоднородности. При этом  $\Delta m = 1$  соответствует сдвигу на одну интерференционную полосу.

По интерферограммам исследуемого объекта можно определить  $\Delta m$ , а из (20.4) и (20.5) – значение интеграла от изменения показателя преломления вдоль пучка, проходящего через неоднородность. Для этого в каждой точке измерения на изображении необходимо определить

$$\Delta m(x, y) = m(x, y) - m_0(x, y) = \Delta \varphi(x, y) / 2\pi,$$

где  $m_0(x, y)$  – номер полосы, проходящей через данную точку при отсутствии неоднородности. Обычно  $m_0(x, y)$  находят продолжением полос в интересующую точку из невозмущенной области потока. Так как информацию о распределении плотности в исследуемом объеме несет только относительное изменение порядка интерференционной полосы,  $m(x, y)$  при расшифровке определяется с точностью до постоянного целого числа присвоением какой-либо полосе номера  $m_i = 0$ . На рис. 20.4 приведен пример типичной интерферограммы пламени спиртовки, полученной методом, подробно обсуждаемым в следующей главе. Белой линией обозначено положение, занимаемое одной из полос при отсутствии неоднородности.

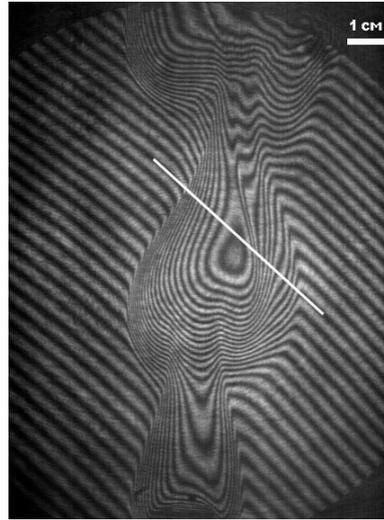


Рис. 20.4. Интерферограмма пламени спиртовки

В аэродинамическом эксперименте используются интерферометры различных типов. Наибольшее распространение получили интерферометры с амплитудным разделением пучков, и среди них – интерферометр Маха – Цандера (о принципе действия прибора см. гл. 16).

В общем случае по одной интерферограмме, также как и для теневых методов, невозможно однозначно определить 3-мерное распределение изменения показателя преломления  $\Delta n(x, y, z)$  по  $\Delta m(x, y)$ . Однако для плоских и обладающих цилиндрической симметрией течений задача имеет однозначное решение. Например, для плоских течений, используя соотношение (19.10), для сдвига полос имеем

$$\Delta m(x, y) = L \Delta n(x, y) / \lambda = L \xi \Delta \rho(x, y) / \lambda.$$

Интерферометрия широко используется не только для исследования газовых потоков, но и во многих других областях. Они могут применяться для контроля качества оптических поверхностей, исследования стратифицированных жидкостей и т. д.

## Глава 21

### Особенности использования интегральных методов в аэрофизическом эксперименте

В данной главе мы рассмотрим некоторые особенности интегральных методов, которые необходимо учитывать при их применении в реальном аэрофизическом эксперименте и при интерпретации полученных результатов.

#### 21.1. Влияние эффектов рефракции

Соотношения (19.2)÷(19.6) получены в предположении малых углов отклонения зондирующего излучения при распространении через исследуемую неоднородность – параксиальное приближение. Однако в реальном эксперименте, особенно на крупных сверхзвуковых установках, угловое отклонение лучей является вполне конечной величиной. Это, наряду с большими размерами неоднородности, приводит к тому, что и сдвиг луча  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  на выходе из неоднородности может достигать величин, сравнимых с характерными масштабами исследуемого течения. Кроме того, как видно из рис. 19.1, положение луча света на изображении неоднородности зависит от того, на какую плоскость по координате  $Z$  сфокусирована оптическая система регистрации (сравните, например, плоскости  $Z_0$ ,  $Z_1$  и  $Z_2$ ).

Для каждого отдельного луча (если только он не выходит из неоднородности с  $\Delta\alpha = \Delta\theta = 0$  и  $\Delta x \neq 0$ ,  $\Delta y \neq 0$ ) в принципе можно выбрать такую плоскость фокусировки, когда координата этого луча в плоскости изображения будет соответствовать координате его входа в неоднородность (на рис. 19.1 это плоскость  $Z_0$ ). В общем случае этого невозможно достичь одновременно для всего поля изображения. При этом изменения параметров зондирующего излучения будут определяться особенностями течения в некоторой окрестности пучка, проходящего через исследуемую область при отсутствии неоднородности. В результате пространственное разрешение теневых и интерференционных методов снижается и зачастую определяется не только и не столько качеством оптических элементов, сколько особенностями исследуемого потока.

Таким образом, в общем случае не имеет смысла говорить о пространственном разрешении внутри исследуемой неоднородности лучше, чем максимально достижимые внутри нее значения  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , определяемые соотношениями (19.3). Следствием этого является тот факт, что при изменении линейных размеров исследуемого объекта с соблюдением геометрического подобия, относительное пространственное разрешение  $\delta'_x = \Delta x / S$  и  $\delta'_y = \Delta y / S$  не меняется ( $S$  – характерный размер объекта). Действительно, из (19.3) следует, что

$$\begin{aligned}\delta'_x &= \Delta x / S \sim S \partial n / \partial x \sim S \partial \rho / \partial x \sim \rho, \\ \delta'_y &= \Delta y / S \sim S \partial n / \partial y \sim S \partial \rho / \partial y \sim \rho.\end{aligned}$$

Иначе говоря, относительное пространственное разрешение пропорционально  $\rho$  и остается постоянным при неизменной плотности набегающего потока. Так как именно относительное разрешение определяет возможность пространственной детализации параметров потока, изменение геометрических размеров исследуемого течения не приводит к реальному улучшению пространственного разрешения. (В данных рассуждениях не учитываются дифракционные эффекты и разрешающая способность оптической системы регистрации.)

Ситуация меняется, если кроме геометрического подобия соблюдается подобие по числам Маха и Рейнольдса. Так как при этом скорость потока и динамическая вязкость при неизменной температуре торможения являются постоянными величинами, то плотность  $\rho = \text{Re}\mu / Su$  ( $\text{Re}$  – число Рейнольдса;  $u$  – скорость потока;  $\mu$  – динамическая вязкость), и относительное пространственное разрешение улучшается с увеличением геометрических размеров исследуемого течения  $\delta'_x \sim \delta'_y \sim 1 / S$ . Аналогичные оценки можно провести и для других критериев подобия, что является важным при оценке ожидаемого пространственного разрешения.

Рассмотренные эффекты, влияющие на пространственное разрешение, имеют место не только для теневых и интерференционных методов. Их влияние может быть существенным и при использовании иных оптических методов, в которых зондирующее излучение проходит через газовый поток с достаточно большими градиентами плотности. Это относится как к локальным, так и к панорамным методам. Например, применение дифференциальных схем ЛДИС на крупных сверхзвуковых аэродинамических установках может быть затруднено, в связи с проблемами локализации измерительного объема и его формирования как такового. В подобных схемах измерительный объем формируется в области пересечения двух пучков лазерного излучения, проходящих через разные области потока. Рефракция может приводить к тому, что пучки, пересекающиеся в некоторой точке в отсутствие потока, при его наличии пересекутся в иной точке или не пересекутся вообще. В методах на основе лазерного ножа рефракция может приводить к появлению на изображениях артефактов, не имеющих отношения к исследуемому потоку. Даже в случае обычной регистрации изображений непосредственно через область с потоком данные эффекты могут иметь место.

Естественно, что влияние рефракции при использовании соотношений (19.2)–(19.6) приводит к уменьшению точности количественных измерений. Для некоторых типов течений с заранее известными свойствами, такими как пограничные слои, влияние этих эффектов на результаты измерений в некоторой степени можно учесть. Данный вопрос применительно к теневым методам достаточно подробно рассматривается, например, в [1–6]. В частности, в этих работах даны соотношения для расчета градиента плотности в пограничных слоях для плоских и цилиндрических течений с учетом эффектов рефракции. Показано, например, что для течений с осевой симметрией, в первом приближении, когда внутри пограничного слоя можно принять  $\partial^2 n / \partial y^2 = 0$ , плоскость фокусировки с минимальными геометрическими иска-

жениями, расположена на оси симметрии модели. Для плоских пограничных слоев плоскость фокусировки расположена на расстоянии  $\frac{1}{2}$  ширины пограничного слоя от его края со стороны наблюдателя.

Последнее утверждение выполняется при условии, что луч света, входящий в пограничный слой непосредственно над поверхностью модели, не выходит из пограничного слоя на всей его ширине. Это может не выполняться для тонких широких пограничных слоев (рис. 21.1). На рисунке схематично изображены два сечения пограничного слоя над плоской пластиной и траектории лучей, входящих в пограничный слой вблизи поверхности. Как видно, в тонких, достаточно широких слоях может возникать ситуация, когда луч света выходит из пограничного слоя, не пройдя полностью его ширину (рис. 21.1, *a*), в отличие от случая толстого пограничного слоя (рис. 21.1, *б*).

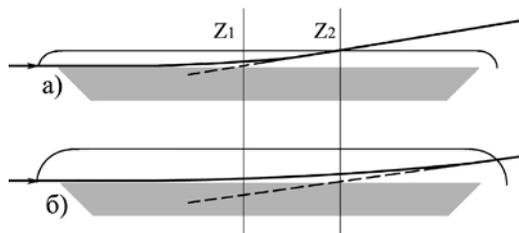


Рис. 21.1. Прохождение приповерхностного светового луча в тонком (*a*) и в толстом (*б*) пограничных слоях

Если для случая *б* при соответствующей коррекции алгоритмов обработки можно получить некоторую количественную информацию с использованием теневых и интерференционных методов, то в случае *a* решение данной задачи является проблематичным. Кроме того, из рисунка видно, что для сечений *a* и *б* не существует общей плоскости фокусировки,

в которой кажущееся продолжение выходящего луча (пунктирная линия) пересекает поверхность модели. Для сечения *a* это плоскость  $Z_1$ , для сечения *б* –  $Z_2$ . Это делает невозможным устранение геометрических искажений одновременно по всему контуру модели.

Не менее существенным при использовании теневых методов может оказаться влияние рефракции на яркость изображения в результате прямотеневых эффектов. Как известно, в наиболее распространенных теневых схемах в качестве визуализирующей диафрагмы используется нож Фуко. Яркость изображений при этом зависит от градиентов оптического пути по направлению, ортогональному кромке ножа. В других реализациях, например при использовании решеток, оптических клиньев, цветных транспарантов и др., в конечные соотношения для расчетов также входят градиенты оптического пути. Однако наряду с изменением яркости в результате использования визуализирующего элемента данный параметр изменяется и в результате действия прямотеневых эффектов, который в первом приближении зависит от второй производной оптического пути. Как отмечалось выше, в общем случае устранить полностью этот эффект невозможно. В результате на изображениях, полученных с применением теневых методов, наряду с изменением яркости, пропорциональным первой производной оптического пути, присутствуют изменения, зависящие от второй производной. Для получения количественных результатов о плотности потока в некоторой точке изображения необходимо произвести интегрирова-

ние производной от нее до точки с известной плотностью. Присутствие добавки, зависящей от второй производной, может вносить существенные ошибки в конечный результат.

Очевидно, что рефракция влияет на результаты измерений, производимых не только теневыми, но и интерференционными методами. Отличие заключается в том, что если прямотеневыми и теневыми методами регистрируются вторая и первая производная от оптического пути соответственно, то интерференционные методы регистрируют изменение непосредственно оптического пути. Отпадает необходимость интегрирования при получении количественных данных, что существенно увеличивает потенциальную точность и делает использование интерференционных методов более предпочтительным. Однако погрешности, связанные с рефракцией, остаются. В ряде случаев, как и для теневых методов, возможна коррекция результатов.

На рис. 21.2 приведено несколько изображений, полученных прямотеневым и теневым методами, демонстрирующих влияние некоторых из перечисленных выше эффектов.

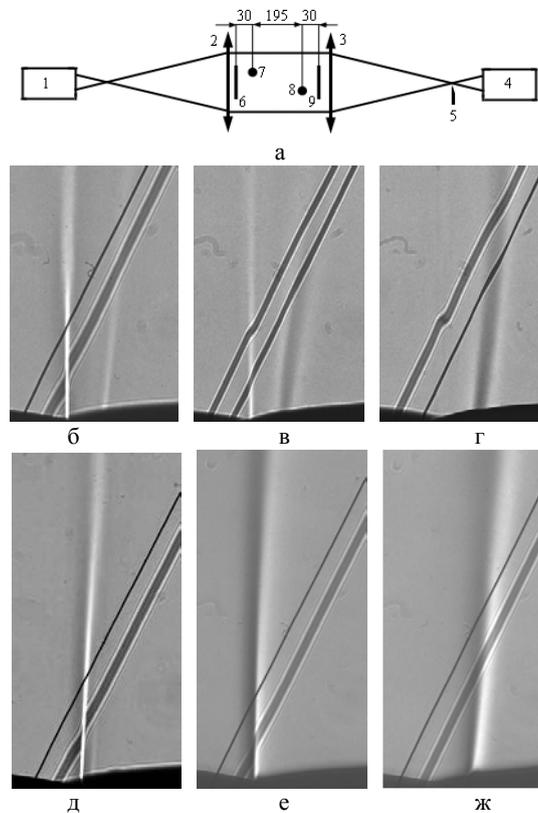


Рис. 21.2. Влияние эффектов рефракции и дифракции: а – схема эксперимента (1 – источник света; 2, 3 – коллиматорные линзы; 4 – телекамера; 5 – нож Фуко; 6, 9 – факелы газовых горелок; 7, 8 – проволока); б, в, г – изображения, полученные прямотеневым методом; д, е, ж – изображения тех же объектов, полученные теневым методом (вертикальное расположение ножа Фуко)

На рис 21.2, *a* приведена схема положения объектов – факелов двух газовых горелок и двух проволок диаметром 0,1 мм, расположенных в разных плоскостях по координате  $Z$ . На рис 21.2, *б, в, г* показаны изображения, полученные с использованием прямотеневого метода с различной настройкой резкости. Видно, что невозможно добиться отсутствия геометрических искажений и изменения яркости изображения в результате прямотеневого эффекта одновременно для всего поля изображения. На рис. 21.2, *д, е, ж* приведены изображения тех же объектов, полученные теньевым методом (вертикальное расположение ножа Фуко). Отчетливо проявляются изменения локальной яркости и геометрические искажения, связанные с теньевым эффектом.

## 21.2. Влияние эффектов дифракции

Кроме рефракции, на результаты визуализации и количественных измерений существенное влияние могут оказывать дифракционные эффекты, особенно при использовании лазерных источников света. Часть излучения, дифрагированного на тех или иных элементах, может попадать в поле фотоприемника и приводить к локальному изменению яркости регистрируемого изображения, а для интерференционных методов – к паразитному сдвигу интерференционных полос. Дифракция может наблюдаться на следующих объектах.

1. Дифракция на стационарных элементах экспериментальной установки и оптической системы, приводящая к изменениям параметров (интенсивности и фазы) регистрируемой волны. Под этими элементами подразумеваются оправы и границы объективов и оптических узлов измерительной системы, кромки аэродинамических моделей, дефекты оптических деталей – сколы, царапины осевшая на них пыль, визуализирующие элементы теньевых приборов (ножи Фуко, щели, отверстия и другие пространственные фильтры) и т. п.

Существенным является тот факт, что распределение амплитуды и фазы регистрируемой волны, несмотря на стационарность дифрагирующих объектов, существенным образом зависит от плоскости фокусировки и от полей плотности исследуемого потока. Последнее связано с тем, что свойства (фаза и интенсивность) дифрагированной волны на фотоприемнике зависят не только от параметров падающего излучения и дифрагирующих объектов, но и от распределения показателя преломления в области ее распространения. На излучение, претерпевшее дифракцию до исследуемой неоднородности, будет оказано влияние самой неоднородностью. Так как это излучение проходит по оптическому пути, не совпадающему с направлением распространения измерительной волны, то изменение его параметров под воздействием неоднородности определить практически невозможно.

С другой стороны, дифракция на элементах, расположенных после исследуемой неоднородности, зависит от параметров падающей волны, т. е. также зависит от свойств исследуемой неоднородности. Например, нож Фуко пред-

ставляет собой непрозрачную полуплоскость с острой кромкой, расположенную вблизи или непосредственно в фокальной плоскости приемной части теневого прибора. Перераспределение интенсивности и фазы излучения вблизи кромки приводит к изменению освещенности на регистрируемом изображении как в результате визуализирующего действия ножа Фуко, так и в результате дифракции.

Очень четко эффекты дифракции рассмотренного типа видны на изображениях проволочек (см. рис 21.2). В зависимости от фокусировки регистрирующей системы наблюдается различная степень искажения для проволочек, расположенных в разных плоскостях.

2. Дифракция непосредственно на особенностях исследуемого потока, существенно зависящая от его свойств. К таким особенностям, прежде всего, следует отнести области с резким изменением плотности (например, ударные волны), что приводит к разрыву волнового фронта зондирующего излучения.

Паразитная неоднородная по полю регистрируемого изображения подсветка дифрагированным излучением приводит при визуализации течения к появлению не связанных с параметрами потока артефактов. При получении количественной информации, эти артефакты приводят к ошибке в определении первой (для теневых методов) или второй (для прямотеневых методов) производной плотности. При использовании интерференционных методов наблюдается паразитный сдвиг и модуляция интерференционных полос. На результаты экспериментов существенное влияние могут оказывать паразитные отражения и блики. Их воздействие аналогично эффектам, связанным с дифракцией, и для волн, проходящих через исследуемую неоднородность, также существенно зависит от параметров потока.

На рис. 21.3 приведены изображения, полученные при исследовании обтекания двух клиньев сверхзвуковым потоком.

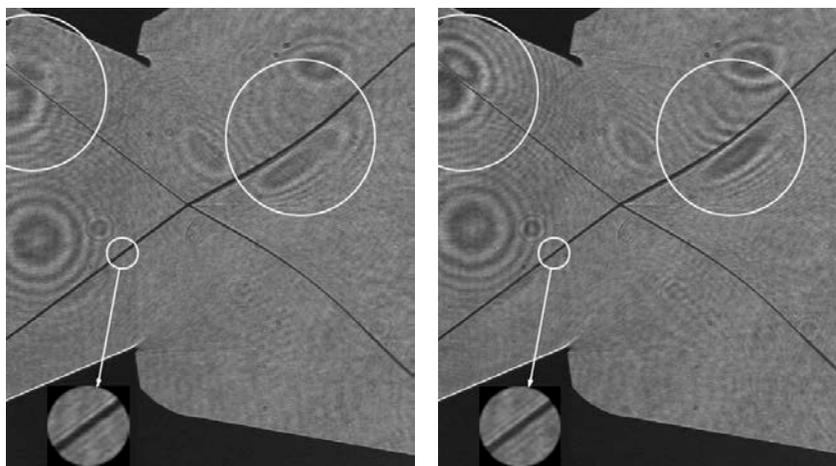


Рис. 21.3. Изменение расположения и интенсивности шумов, связанных с дифракцией на дефектах оптических элементов и скачке уплотнения. Промежуток времени между регистрацией кадров 40 мс

Отчетливо наблюдаются локальные изменения яркости изображений на кадрах, зарегистрированных с промежутком времени 40 мс, связанные с дифракцией зондирующего излучения на дефектах оптических окон аэродинамической трубы и на скачках уплотнения.

### 21.3. Вибрации

Работа сверхзвуковых аэродинамических установок обычно сопровождается интенсивными вибрациями и акустическими шумами. Это вносит дополнительные трудности в использовании теневых и интерференционных методов, чувствительных к механическому смещению оптических элементов. Размеры аэродинамических труб, как правило, вынуждают устанавливать коллиматорные и приемные части теневых и интерференционных приборов на отдельных не связанных между собой крепежных элементах. В результате вибраций данные устройства могут испытывать независимые друг от друга смещения. Это приводит к расстройке прибора, хаотическому мерцанию яркости изображений при использовании теневых методов и смещению интерференционных полос при работе с интерферометрами.

Например, для теневого прибора поперечное смещение на 1 мкм источника света размерами  $10^{-1}$  мм, приводит к изменению яркости на  $\sim 2\%$ . Такое же смещение в поперечном направлении одного из зеркал в интерферометре Маха – Цандера относительно других элементов может приводить к смещению интерференционной картины при  $\lambda = 0,5$  мкм до 4 интерференционных полос.

При работе на стационарных установках влияние вибраций можно достаточно просто обойти, используя малые времена экспозиции, подстройку оборудования в темпе эксперимента и регистрацию серии изображений, из которой всегда возможно выбрать удовлетворительные по качеству кадры. Однако на импульсных установках данная проблема стоит очень остро. Как правило, запуск подобных установок сопровождается мощным акустическим ударом, распространяющимся по металлическим деталям и крепежным узлам оборудования. Это приводит к неконтролируемому относительному смещению оптических узлов установки. Кроме того, возможно резкое изменение давления в рабочей части аэродинамической трубы, что приводит к сдвигу технологических люков и дверей, в том числе и тех, на которых установлены оптические окна. В результате изменяются параметры настройки оптического прибора. В частности, при использовании теневого метода сдвиг изображения источника света в плоскости ножа Фуко может быть настолько большим, что прибор просто выходит из динамического диапазона, и визуализации потока не происходит вообще. Особенно это касается потоков с малой плотностью газа, когда прибор настроен на максимальную чувствительность, т. е. устанавливаются минимально возможные размеры источника света.

При использовании интерференционных методов сдвиг оптических элементов может приводить к изменению пространственной частоты интерференционных полос. В лучшем случае это приводит к изменению их шага и

наклона, но может возникнуть ситуация, когда их пространственная частота превысит пространственное разрешение приемной телекамеры и интерферограмма вообще не будет зарегистрирована. Так как время рабочего режима подобных установок составляет доли секунды, то говорить о подстройке прибора в процессе эксперимента не приходится.

Один из путей преодоления указанных трудностей вполне естественно сводится к непосредственному уменьшению вибраций оптических элементов. Для этого для крепления оптических узлов используются массивные амортизированные подставки, не связанные механически с элементами аэродинамической установки; отдельные фундаменты и, например, такие на первый взгляд экзотические приемы, как подвеска оптических узлов на эластичных канатах к потолку помещения. Все эти приемы дают достаточно хорошие результаты, но не всегда осуществимы из-за высокой стоимости и / или конструктивных особенностей установки.

Второй путь – использование малочувствительных к вибрациям методов. (Это не исключает необходимости проведения мероприятий по снижению вибраций как таковых.) При использовании методов оптической интерферометрии данная проблема часто приводит к необходимости использования интерферометров сдвига [10], которые хотя и дают менее качественную и менее полную информацию об исследуемом течении, но более устойчивы к влиянию вибраций на результаты эксперимента. Для теневых методов поставленная задача может быть решена увеличением динамического диапазона теневого прибора. Это осуществляется путем увеличения размеров источника зондирующего излучения, использования вместо ножа Фуко оптического клина или периодических структур и т. п.

## Глава 22

### Применение теневых и интерференционных методов для исследования потоков, характеризующихся малыми градиентами плотности

В данной главе рассматриваются вопросы, связанные с возможностью увеличения чувствительности теневых и интерференционных методов для исследования потоков, характеризующихся малыми градиентами плотности. Эти вопросы существенны при исследовании гиперзвуковых течений, дозвуковых потоков с отсутствием теплообмена и др.

#### 22.1. Точность определения сдвига интерференционных полос

При интерференции двух волн равной интенсивности распределение яркости интерференционной картины можно представить в виде

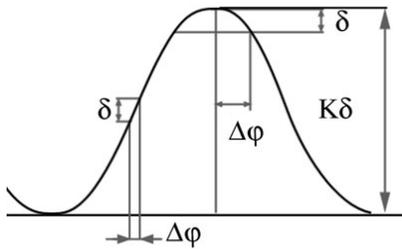


Рис. 22.1. График, поясняющий точность определения сдвига полос, в зависимости от градационного разрешения фотоприемника

$$I(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos[\varphi(x, y)] \} = I_0 \{ 1 + \cos[2\pi N(x, y)] \}.$$

Пусть регистрирующее устройство обеспечивает  $K$  градаций уровня серого, так что  $I_{\max} = 2I_0 = K\delta$ , где  $\delta$  – изменение на одну градацию (рис. 22.1). При этом точность определения изменения фазы  $\Delta\varphi$  и регистрации сдвига интерференционных полос  $\Delta N = \Delta\varphi / 2\pi$ , соответствующая изменению яркости на одну градацию серого  $\Delta I(x, y) = \delta$ , будет определяться соотношением

$$|\Delta I| = |I(\varphi + \Delta\varphi) - I(\varphi)| = I_0 |\cos(\varphi + \Delta\varphi) - \cos(\varphi)| = \delta,$$

или с учетом малости  $\Delta\varphi$

$$\frac{K}{4} \Delta\varphi^2 \cdot \cos \varphi - \frac{K}{2} \Delta\varphi \cdot \sin \varphi = K \cdot \pi^2 \Delta N^2 \cos \varphi - K \cdot \pi \cdot \Delta N \cdot \sin \varphi \approx 1. \quad (22.1)$$

Из соотношения (22.1) видно, что точность зависит от того, на каком участке интерференционной полосы мы работаем. Как правило, положение полосы определяется по ее максимуму или минимуму. Это соответствует  $\sin(\varphi) = 0$ . Точность определения сдвига полосы при этом составляет

$$\Delta N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \approx \frac{1}{\pi\sqrt{K}}.$$

При ручной обработке, учитывая, что реальное градационное разрешение глаза  $K \approx 30$ , получаем  $\Delta N \approx 1/20$ . Для изображений, полученных с помощью телекамер с 8-разрядными АЦП, амплитуда сигнала обычно составляет не 256, а около 100 градаций яркости. Целенаправленное уменьшение градационного диапазона необходимо для предотвращения переполнения АЦП. При этом  $\Delta N \approx 1/30$ .

Максимальная чувствительность достигается при работе на участках средней яркости интерферограммы ( $|\cos(\varphi)| = 0$ ). При этом

$$\Delta N = \Delta\varphi / 2\pi \approx 1 / \pi K.$$

Для обычных телекамер с эффективным  $K \approx 100$ ,  $\Delta N \approx 1/300$ .

Таким образом, потенциальная чувствительность определения сдвига полос по средней яркости в  $K^{1/2}$  раз больше, чем по экстремумам.

Метод обработки основан на вычитании из изображения, полученного до изменений потока, связанных с исследуемым явлением, изображения, зарегистрированного после этого изменения. В общем случае две последовательно зарегистрированные интерферограммы с некоторым интервалом времени  $\Delta t$ , зависящим от условий эксперимента и поставленной задачи, можно представить в виде

$$I_1 = I_0[\cos(kx) + 1], \quad I_2 = I_0[\cos(kx + \Delta\varphi) + 1],$$

где  $\Delta\varphi$  – разность фаз, соответствующая сдвигу полос между первым и вторым снимком. Вычитание второго изображения из первого с добавлением некоторой постоянной составляющей уровня серого для исключения знакопеременности результата (для упрощения выкладок постоянная составляющая далее не учитывается, что не влияет на конечные результаты) дает

$$I^* = I_2 - I_1 = 2I_0 \sin(\Delta\varphi / 2) \sin(kx + \Delta\varphi / 2).$$

Оценка для яркости полученного изображения с учетом малости  $\varphi$  выражается формулой

$$I^*_{\max} - I^*_{\min} \approx 2\Delta\varphi I_0.$$

Предположим, что для распознавания синусоиды необходим перепад яркости по изображению как минимум в 4 градации серого. Тогда имеем  $2\Delta\varphi I_0 K \approx 4\delta$ , и  $\Delta N = \Delta\varphi / 2\pi \approx 2 / \pi K$ . Для 12-разрядной камеры при использовании половины диапазона  $K \approx 2000$  теоретическая чувствительность составляет  $\Delta N \approx 3 \cdot 10^{-4}$ .

На рис. 22.2 дана иллюстрация метода. Если в результате реального эксперимента разница опорного и предметного изображений дала однородный фон (рис. 22.2, б), значит, в соответствующих областях изменения плотности не превышают ошибки измерения. Изменения плотности визуализируются изображениями, подобными рис. 22.2, в. Важно отметить, что дополнитель-

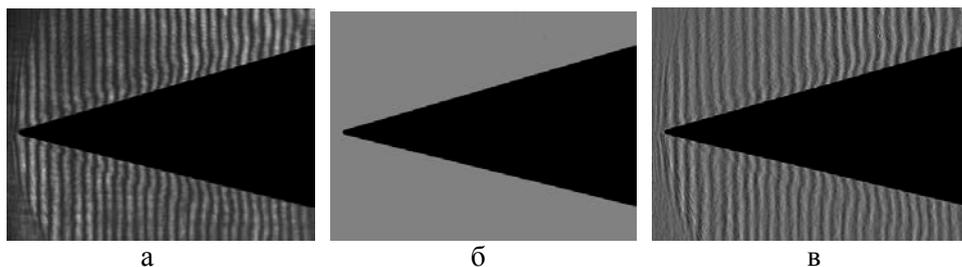


Рис. 22.2. Обработка изображений: а – исходное изображение; б – результат вычитания изображения из самого себя; в – результат вычитания со сдвигом одного из операндов на  $\Delta N = 0,005$  по горизонтали (в случаях а и б была использована процедура повышения контраста на одинаковую величину)

ный сдвиг изображений (операндов) на величину, приводящую к исчезновению полос в выбранной области, позволяет быстро и наглядно определить их сдвиг, произошедший за время между регистрацией интерферограмм.

## 22.2. Исследование магнитогидродинамического эффекта

Методика использовалась при исследовании влияния магнитогидродинамического (МГД) эффекта на положение присоединенного скачка на клине. По предварительным расчетам, ожидаемое отклонение ударного скачка должно быть порядка двух градусов. Требовалось экспериментальное подтверждение данного эффекта. В состав установки (рис. 22.3) входила ударная труба УТ-4 ИТПМ СО РАН с соплом, обеспечивающим число Маха 8 с длительностью течения не менее 5 мс; магнитная система и электронная пушка для ионизации потока перед моделью. Магнитная система позволяла создавать поля до 2,5 Тл в области диаметром 160 мм и высотой 150 мм.

Трудности заключались в следующем:

- быстропротекающий импульсный процесс;
- низкая плотность потока;
- вибрации при запуске.

Система регистрации была основана на сдвиговом интерферометре, так как данные устройства наиболее устойчивы к вибрациям оптических элементов. Изменения в их положении оказывают идентичное влияние на оба пучка, которое взаимно компенсируется при их интерференции. Изучение процесса требовало регистрации минимум двух кадров с временем экспозиции порядка 1 мкс и интервалом между ними в диапазоне 10–100 мкс. Использовалась CCD камера PCO.SensiCam с пространственным разрешением  $1\,280 \times 1\,024$  пикселей, позволяющая регистрировать два изображения с экспозицией 1 мкс, с регулируемой задержкой между ними в диапазоне 1–10000 мкс, с шагом 0,5 мкс. Регистрация первого кадра производилась до момента появления пучка, а второго – после его инжекции.

Оптическая схема представлена на рис. 22.4. Излучение от полупроводникового лазера 1 с помощью светоделительного кубика 2 подается на коллиматор 3. Для уменьшения паразитной засветки на грань кубика нанесено поглощающее покрытие 4. Зондирующий плоскопараллельный пучок проходит через исследуемый поток 5, отражается от зеркала 6 и еще раз проходит через поток, что увеличивает чувствительность схемы в два раза. Пройдя через коллиматор, излучение подается на интерферометр 7.

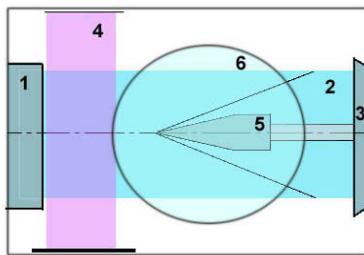


Рис. 22.3. Схема установки: 1 – сопло; 2 – поток; 3 – диффузор; 4 – магнитное поле с электронным пучком; 5 – модель; 6 – область визуализации

Интерферограммы регистрируются телекамерой 8. Интерферометр образован двумя светоделительными кубиками 9 и 10. Входящий в интерферометр пучок излучения расщепляется на светоделительной грани первого кубика.

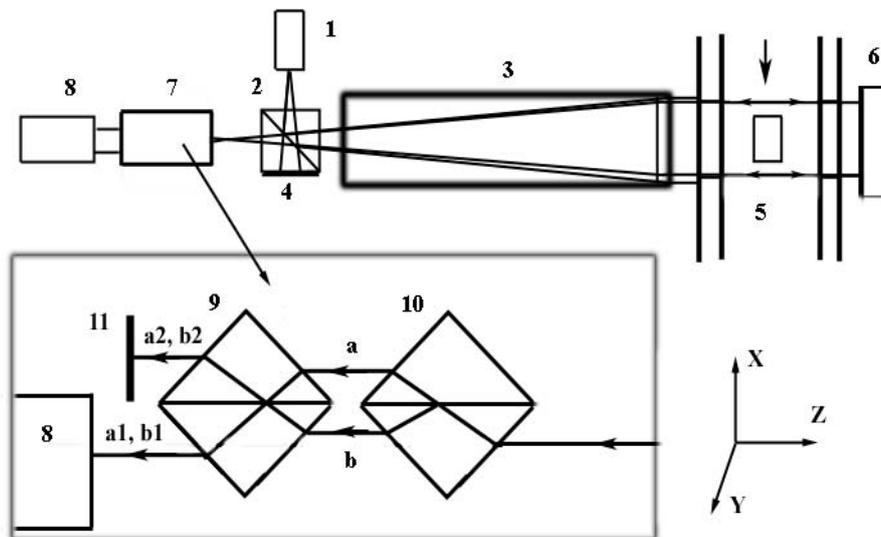


Рис. 22.4. Схема установки: 1 – лазер; 2, 9, 10 – светоделительные кубики; 3 – коллиматор; 4 – поглощающее покрытие; 5 – рабочая часть установки; 6 – зеркало; 7 – интерферометр; 8 – телекамера; 11 – поглощающая пластина

На втором кубике производится совмещение этих пучков ( $a_1, b_1$  или  $a_2, b_2$ ), и между ними наблюдается интерференция. Интерференционную картину можно наблюдать в любой паре пучков, что при необходимости позволяет увеличить количество регистрируемых интерферограмм. Смещением одного из кубиков по оси  $X$  и поворотом относительно оси  $Y$  возможна регулировка сдвига пучков и шага интерференционных полос.

Изображение является наложением двух одинаковых картин, сдвинутых относительно друг друга на расстояние, регулируемое как по величине, так и по направлению (рис. 22.5, *a*). Фаза полосы на интерферограмме, например, в точке ( $A + B$ ) соответствует разности фаз между лучами, проходящими через точки ( $A$ ) и ( $B$ ) исходного изображения. На рис. 22.5, *б* представлена типичная интерферограмма исследуемого потока. В наших экспериментах интерферометр был настроен на горизонтальный сдвиг, который отчетливо виден по изображению клина. Для удобства интерпретации интерферометр был настроен на вертикальное расположение полос.

На рис. 22.6, *a* схематично представлено поведение плотности газа и сдвига фазы

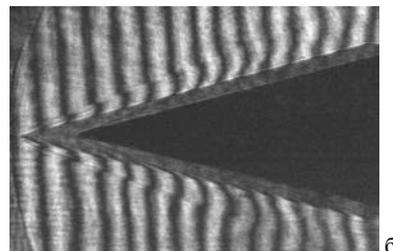
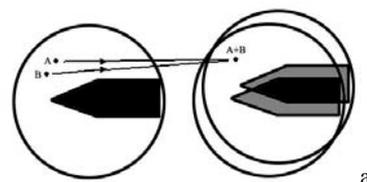


Рис. 22.5. Схема работы интерферометра (*a*); интерферограмма (*б*)

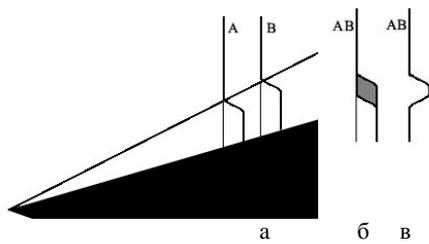


Рис. 22.6. Поведение интерференционных полос в интерферометре сдвига при исследовании косого скачка

зондирующего излучения в двух сечениях при переходе через скачок уплотнения. При совмещении изображений в интерферометре сдвига разность фаз интерферирующих пучков в сечении (AB) соответствует затемненной области на графике рис. 22.6, б. Поведение интерференционной полосы в окрестности сечения (AB) будет аналогичным поведению кривой (рис. 22.6, в).

На рис. 22.7, 22.8 приведены результаты, полученные в ходе эксперимента.

Рис. 22.7, а показывает результат вычитания двух интерферограмм, зарегистрированных с промежутком 60 мкс без воздействия МГД эффекта (магнитное поле включено, но нет ионизации потока). Как и ожидалось, изменений в структуре потока не происходит, что приводит к однородному

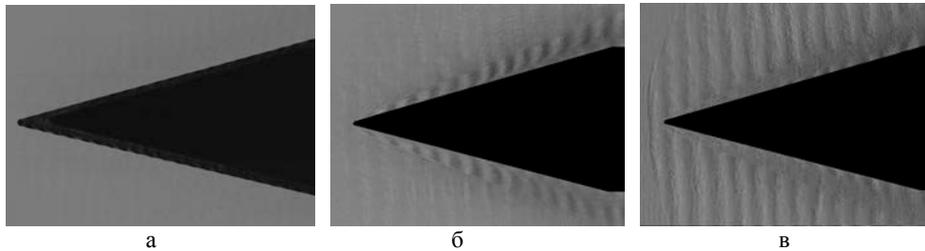


Рис. 22.7. Визуализация скачка уплотнения: а – результат вычитания кадров без МГД воздействия; б – вычитание второго изображения из первого; в – вычитание со сдвигом второго изображения на 3 пикселя по горизонтали

фону изображения. На рис. 22.7, б показан случай, когда первый кадр зарегистрирован до, а второй после включения потока. Отчетливо визуализируется положение скачка. Сдвиг операндов на величину, приводящую к исчезновению интерференционных полос (рис. 22.7, в), позволил определить изменение плотности за скачком.

На рис. 22.8 приведен результат определения влияния МГД эффекта на поток ( $B = 1,75$  Т). Первый кадр регистрировался до, а второй после включения электронного пучка. Время между кадрами 60 мкс. Отчетливо проявляется изменение угла скачка уплотнения, которое составило около  $3^\circ$ , что хорошо согласуется с результатами численных расчетов. Определение изменения положения скачка стандартным способом представлялось проблематичным. Регистрация кадров до и во время ионизации потока и использование методики, основанной на вычитании кад-

Рис. 22.8. Изменение положения скачка в нижней половине потока в результате МГД эффекта

ров, позволило не только достаточно надежно зафиксировать факт изменения положения скачка между кадрами, но и определить его величину.

### 22.3. Теневые методы с использованием адаптивных визуализирующих транспарантов

Теневые методы без преувеличения являются одними из наиболее распространенных оптических методов, применяемых в аэрофизическом эксперименте. Однако имеются существенные ограничения их применения при исследовании потоков с малыми градиентами плотности. Например, гиперзвуковые течения при отсутствии теплообмена могут характеризоваться настолько малыми изменениями плотности (менее  $10^{-3}$  от плотности атмосферы), что использование стандартных теневых методов становится проблематичным.

Так же остро эта проблема стоит при исследовании дозвуковых течений без теплообмена с характерными скоростями несколько метров в секунду. Для оценки характерных изменений плотности можно использовать газодинамическую функцию  $\varepsilon \approx \Delta\rho / \rho_0$ . Например, для пограничного слоя при скорости набегающего потока  $V = 10$  м/с ( $M \approx 0,0288$ ) характерные относительные изменения плотности на толщине пограничного слоя будут составлять величины  $\Delta\rho / \rho_0 \approx \varepsilon \approx 4 \cdot 10^{-4}$  ( $\Delta n \approx 1,2 \cdot 10^{-7}$ ), а при  $V = 2$  м/с ( $M \approx 0,00576$ )  $\Delta\rho / \rho_0 \approx 5 \cdot 10^{-5}$  ( $\Delta n \approx 1,5 \cdot 10^{-8}$ ). Очевидно, что регистрация подобных неоднородностей стандартными теневыми методами практически невозможна.

Известно, что чувствительность теневых методов обратно пропорциональна размеру изображения источника света. Для ее увеличения можно использовать когерентное лазерное излучение с малым дифракционным пятном. Однако при этом высокая когерентность приводит к возникновению нежелательных шумов в результате дифракции на ноже Фуко (или ином визуализирующем транспаранте). Кроме того, увеличение чувствительности не позволяет визуализировать малые изменения плотности на фоне более сильных возмущений.

Ситуацию удалось существенно улучшить, используя в теневой схеме в качестве визуализирующего элемента вместо ножа Фуко тонкую пластинку из фототропного стекла – адаптивный визуализирующий транспарант (АВТ) [53–55]. При воздействии сфокусированного излучения материал АВТ затемняется в зависимости от интенсивности света. (Иногда подобные вещества называют фотохромными.) Этот процесс обратимый, и в отсутствие облучения материал опять просветляется. Наиболее известными фототропными средами являются силикатные стекла с микрокристаллами галогенидов серебра. В отличие от фотоэмульсий в твердой матрице после расщепления молекулы не происходит необратимой диффузии атома серебра, и при снятии освещения молекулярные связи восстанавливаются. Существуют и другие классы фототропных сред. Общей отличительной особенностью подобных материалов является очень высокое, на уровне молекулярных размеров, пространственное разрешение.

Зондирующее излучение, претерпевающее малые угловые отклонения даже на слабой неоднородности, проходит сквозь незатемненный участок АВТ и проявляется на теневой картине в виде более яркого участка. Существенным преимуществом методики является тот факт, что сильные возмущения приводят к затемнению соответствующих участков АВТ, так что просветление участков изображения в областях больших градиентов плотности (например, вблизи ударных волн) существенно менее выражено по сравнению с обычной схемой и не заглушает более слабые возмущения, присутствующие на их фоне. Адаптивная подстройка схемы существенно упрощает проведение экспериментов.

Для визуализации может использоваться обычная теневая схема, приведенная на рис 22.9. Излучение от лазера (1) с помощью объективов (2 и 3) формируется в плоскопараллельный зондирующий пучок. После прохождения исследуемого объема (4), излучение объективом (5) фокусируется в его фокальной плоскости (6). Далее объективом (7) изображение исследуемой области (неоднородности) фокусируется в плоскости фотоприемника (8). Отличие от обычной схемы заключается в том, что в плоскости (6) вместо ножа Фуко размещена тонкая пластинка (9), изготовленная из фототропного стекла (АВТ). В качестве источника света использовался лазер мощностью 4 мВт с длиной волны излучения  $\lambda = 0,53$  мкм.

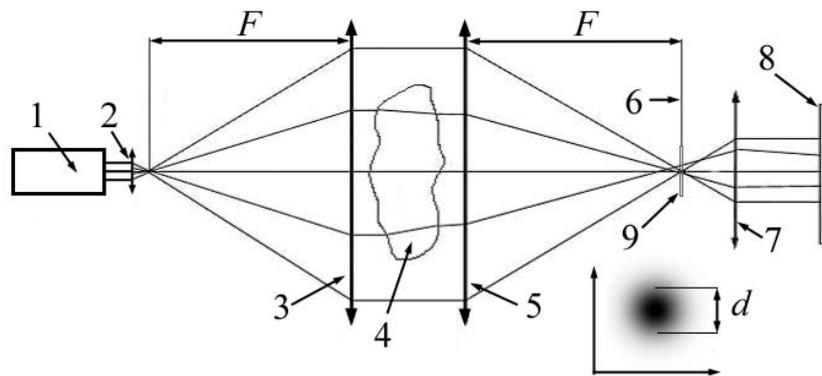


Рис. 22. 9. Оптическая схема теневого прибора и характерное изображение затемненной области АВТ

В отсутствие неоднородности, зондирующее излучение фокусируется в плоскости АВТ в виде пятна, размеры которого для лазерного излучения определяются практически только дифракционными эффектами и, например, для теневого прибора ИАБ-451  $d \approx 10$  мкм. В этой области происходит затемнение АВТ, так что основная часть излучения поглощается и общий фон регистрируемых изображений становится темным – темнопольный режим работы. В присутствии неоднородности зондирующее излучение, претерпевающее малые угловые отклонения даже на слабых возмущениях, проходит сквозь незатемненный участок АВТ и проявляется на теневой картине в виде

более яркого участка. Увеличение чувствительности обусловлено следующими факторами.

1. Прибор работает в темнопольном режиме. Так как при регистрации изображений с одинаковым динамическим диапазоном приемной телекамеры регистрируется относительное изменение интенсивности  $\Delta I / I_{\text{фон}}$ , уменьшение интенсивности фона  $I_{\text{фон}}$  ведет к соответствующему увеличению чувствительности. Подобное увеличение чувствительности характерно и для стандартных схем с использованием источника света в виде щели или круглого отверстия. При этом визуализирующий транспарант в приемной части прибора выбирается в виде нити или темной точки с размерами, совпадающими с размерами изображения источника света. Использование АВТ существенно упрощает настройку прибора, так как автоматически обеспечивается совпадение размеров затемненной области транспаранта и изображения источника света.

2. За счет высокой разрешающей способности фототропных материалов автоматически обеспечивается минимально возможный размер затемненного пятна АВТ, что ведет к соответствующему увеличению чувствительности.

В общем случае зависимость коэффициента поглощения  $G$  от интенсивности падающего на АВТ излучения достаточно сложная. Однако для тонкого АВТ, без учета изменения интенсивности света по его толщине, в линейном приближении можно записать уравнение для приращения активированных центров поглощения  $dN_a$  на единицу площади за время  $dt$  в виде

$$dN_a = (N - N_a) I \theta_a dt - N_a \theta_d dt. \quad (22.2)$$

Здесь  $I$  – интенсивность падающего на транспарант излучения;  $N$  – общее количество рабочих центров;  $\theta_a$  и  $\theta_d$  – коэффициенты, зависящие от свойств используемого для изготовления АВТ материала, характеризующие скорость активации и дезактивации поглощающих центров.

Так как коэффициент поглощения  $G \sim N_a$ , для данной величины можно записать уравнение, аналогичное (22.2), заменив  $N_a$  на  $G$  и  $N$  на  $G_{\text{max}}$  – максимально возможный коэффициент поглощения. Решение этого уравнения дает зависимость для  $G$  от интенсивности излучения и времени в виде

$$G = \frac{I \theta_a}{I \theta_a + \theta_d} [1 - e^{-(I \theta_a + \theta_d)t}] G_{\text{max}}.$$

Величина, обратная произведению  $I \theta_a$ , может трактоваться как характерное время активации  $\tau_a = 1/I \theta_a$ , а  $\tau_d = 1/\theta_d$  – как характерное время дезактивации поглощающих центров. Для используемого нами материала время дезактивации составляло  $\tau_d \sim 10^2$  с, а время активации в области фокусировки зондирующего излучения (при отсутствии возмущений)  $\tau_a \sim 1$  с.

Важными для понимания работы АВТ являются следующие предельные случаи:

$$G_{t \gg 1/(I \theta_a + \theta_d)} \approx \frac{I \theta_a}{I \theta_a + \theta_d} G_{\text{max}}, \quad (22.3)$$

$$G_{t \gg 1/(I \theta_a + \theta_d), I \theta_a \gg \theta_d} \approx G_{\text{max}}, \quad (22.4)$$

$$G_{t \gg 1/(I \theta_a + \theta_d), I \theta_a \ll \theta_d} \approx \frac{I \theta_a}{\theta_d} G_{\text{max}}, \quad (22.5)$$

$$G_{r \ll 1/(l\theta_a + \theta_d)} \approx I\theta_a G_{\max} t. \quad (22.6)$$

Почернение АВТ в области фокусировки излучения, прошедшего через исследуемый объем без искажений, на которое приходится большая часть энергии (интенсивности), описывается соотношениями (22.3) и (22.4). Соответствующие области изображения будут максимально затемнены. Излучение, претерпевающее малые угловые отклонения даже на слабой неоднородности, проходит через менее затемненный участок АВТ. Почернение при этом описывается соотношением (22.5) для стационарных неоднородностей и соотношением (22.6) для нестационарных. Эти неоднородности проявляются на изображении в виде более ярких участков.

На рис. 22.10, а приведены изображения, иллюстрирующие изменение интенсивности сфокусированного лазерного излучения, прошедшего через временная зависимость относительной интенсивности лазерного излучения, прошедшего через

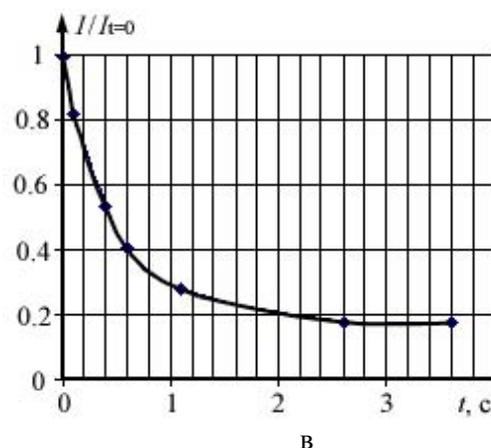
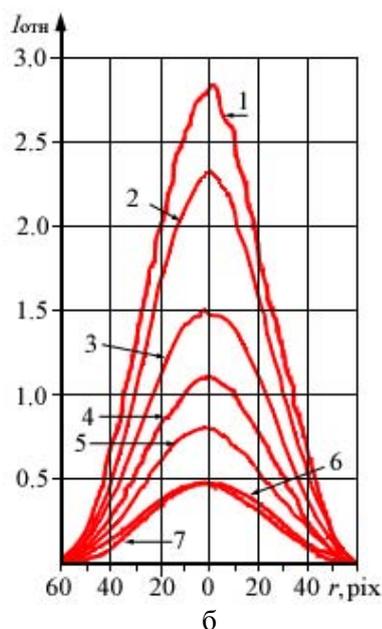
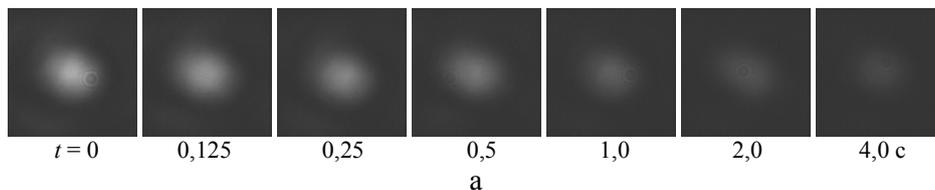


Рис. 22.10. Пропускание АВТ в зависимости от времени после включения лазерного излучения: а – изображения сфокусированного на АВТ пятна лазерного излучения; б – радиальное распределение интенсивности лазерного излучения, прошедшего через АВТ (время после включения излучения:  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 0,1$  с,  $t_3 = 0,4$  с,  $t_4 = 0,6$  с,  $t_5 = 1,1$  с,  $t_6 = 2,6$  с,  $t_7 = 3,6$  с; в – АВ (пропускание АВТ по интенсивности), в центре фокального пятна)

АВТ с течением времени. Изображения получены с использованием микро-съемки. Под ними даны значения времени относительно момента включения излучения. На рис. 22.10, б представлены графики распределения интенсивности в относительных единицах по диаметру пятна для различных моментов времени относительно включения лазерного излучения. Графики получены по изображениям, аналогичным представленным на рис. 22.10, а.

Один пиксель соответствует расстоянию в плоскости АВТ  $\delta r \approx 0,04$  мкм. Из результатов видно, что размер перетяжки лазерного излучения в плоскости АВТ составляет  $d \approx 4$  мкм. Это практически совпадает с дифракционным разрешением  $d^* = 0,61 \cdot F\lambda / D$ , которое для используемой оптической системы составляло  $d^* = 3,2$  мкм. ( $D$  и  $F$  – диаметр входного зрачка и фокусное расстояние приемного объектива.)

На рис. 22.10, в представлен график относительного пропускания АВТ по интенсивности в центре пятна для различных моментов времени после включения лазерного излучения. Результат получен как отношение интенсивностей  $I(r=0, t) / I(r=0, t=0)$  из графиков на рис. 22.10, б. Видно, что пропускание АВТ в центральной зоне стремится к некоторому постоянному значению  $T_{\min} = 1 - G_{\max}$ . Радиус этой зоны  $R_{g_{\max}}$  увеличивается со временем и также стремится к некоторому предельному значению.

На расстояниях  $R > R_{g_{\max}}$  пропускание резко возрастает вплоть до  $G = 1$ . Этот результат качественно согласуется с соотношениями (22.4) для центральной зоны и (22.6) для периферии.

Следует отметить, что амплитудное пропускание АВТ может иметь фазовую составляющую, поскольку вместе с изменением пропускания по интенсивности, связанным с мнимой частью коэффициента преломления, может изменяться и фаза прошедшей волны, что зависит от изменения действительной части коэффициента преломления. Поэтому в общем случае амплитудное пропускание АВТ можно представить в виде  $\tilde{T} = \tau e^{iu} = (1 - G)^{1/2} e^{iu}$ , при этом пропускание по интенсивности  $T = |\tilde{T}|^2 = \tilde{T}\tilde{T}^* = \tau^2$ .

#### 22.4. Теоретическое обоснование метода

В общем случае пространственное распределение пропускания АВТ зависит от распределения интенсивности излучения в его плоскости, т. е. от вида неоднородности и от времени. При этом получить однозначную связь между распределением плотности в потоке и яркостью его изображения не представляется возможным. Однако при соблюдении некоторых условий эта зависимость, по крайней мере качественная, может быть определена.

Комплексную амплитуду зондирующего излучения, проходящего через исследуемую область, без учета дифракции на оправках объективов можно представить в виде  $A = A_0 = a_0$  – плоская волна. Интенсивность излучения  $I_0 = A_0 A_0^* = a_0^2$ . В фокальной плоскости приемного объектива, где расположен АВТ, мы имеем Фурье-образ исходной волны (разложение по пространственным частотам). В плоскости регистрации (без учета изменения масштаба и инверсии координат) распределение интенсивности без АВТ будет совпадать с исходным. Изменение пропускания АВТ приводит к тому, что в плоскости

регистрации электромагнитная волна будет описываться соотношением  $A_T = \check{T}a_0$ , а интенсивность  $I_T = TI_0$ .

В присутствии неоднородности прошедшую через нее волну можно представить в виде  $A = a_0 e^{i\varphi(x,y)}$ . При этом часть излучения приходится на нулевую пространственную частоту  $A_1 = c_0 a_0 e^{i\psi}$ , где  $c_0$  и  $\psi$  – константы, зависящие от распределения фазы  $\varphi(x, y)$ . При отсутствии неоднородности  $c_0 = 1$ ,  $\psi = 0$ . Предположим, что во время регистрации изображений пространственное распределение пропускания АВТ соответствует пропусканию (поглощению), инициированному невозмущенной волной  $A_0$  в отсутствии неоднородности. Это выполняется в следующих случаях.

1. Основная часть энергии, прошедшей через неоднородность волны, приходится на нулевую пространственную частоту, так что энергии других частот недостаточно для существенного изменения пропускания АВТ в соответствующих их фокусировке областях – см. соотношение (22.5). Ситуация реализуется при  $\varphi(x, y) \ll 1$  или для неоднородностей, занимающих малую относительно поля визуализации площадь.

2. Время воздействия на АВТ излучения с ненулевой пространственной частотой мало для существенного изменения пропускания – см. соотношение (22.5). Данная ситуация возможна при исследовании кратковременных (импульсных) процессов. Может быть реализована также при использовании АВТ с большими временами дезактивации. При этом активация АВТ производится в течение достаточно длительного времени до появления неоднородности. Визуализация производится с импульсной подсветкой. (При этом энергии ненулевых пространственных частот в режиме долговременной регистрации может быть вполне достаточно для существенного изменения пространственного распределения пропускания АВТ.)

При выполнении этих условий присутствие АВТ будет сказываться только на амплитуде нулевой пространственной частоты  $A_1 = c_0 a_0 e^{i\psi}$ . Запишем волну в плоскости регистрации при отсутствии АВТ в виде

$$A = a_0 e^{i\varphi(x,y)} = c_0 a_0 e^{i\psi} - c_0 a_0 e^{i\psi} + a_0 e^{i\varphi(x,y)}. \quad (22.7)$$

Первое слагаемое в (22.7) соответствует нулевой пространственной частоте, и именно эта составляющая будет ослаблена при прохождении через АВТ. В итоге в плоскости регистрации для комплексной амплитуды будем иметь:

$$A_T = c_0 a_0 e^{i\psi} (\tau e^{i\mu} - 1) + a_0 e^{i\varphi(x,y)}, \quad (22.8)$$

или

$$A_T = a_T e^{i\mu^*} + a_0 e^{i\varphi(x,y)},$$

где

$$a_T = c_0 a_0 \sqrt{1 - 2\tau \cos(\mu) + \tau^2}, \quad \mu^* = \psi + \arctg \frac{\tau \sin(\mu)}{\tau \cos(\mu) - 1}.$$

Таким образом, в плоскости регистрации мы имеем суперпозицию (интерференцию) двух волн: волны, прошедшей через неоднородность, и плоской волны, амплитуда и фаза которой зависят от структуры неоднородности и пропускания АВТ (в общем случае комплексного). Интенсивность в плоскости изображения

$$I_T = A_T A_T^* = a_T^2 + a_0^2 + 2a_T a_0 \cos[\mu^* - \varphi(x, y)]. \quad (22.9)$$

Это обычное выражение для интерференции двух волн в полосах бесконечной ширины.

Рассмотрим следующие частные случаи.

1. Слабые неоднородности:  $\varphi(x, y) \ll 1$ . Волну в плоскости регистрации при отсутствии АВТ можно представить в виде  $A = a_0 e^{i\varphi(x,y)} = a_0 + ia_0\varphi(x, y)$ . Часть излучения с нулевой пространственной частотой совпадает с исходной волной зондирующего излучения  $A_0 = a_0$ . Именно эта часть ослабляется на АВТ. В результате в плоскости регистрации имеем

$$A_T = a_0 [\tau e^{i\mu} + i\varphi(x, y)], \quad (22.10)$$

а для интенсивности  $I_T = [\tau^2 + \varphi^2(x, y) + 2\tau\varphi(x, y) \sin(\mu)]I_0$ , где  $I_0 = a_0^2$ .

1А. Коэффициент амплитудного пропускания  $\tilde{T}$  – действительная величина, т. е.  $\mu = 0$ ,  $\tilde{T} = \tau$ . При этом (22.10) переходит в

$$[I_T = \tau^2 + \varphi^2(x, y)]I_0.$$

Интенсивность имеет квадратичную зависимость от фазы  $\varphi(x, y)$ . Неоднородности визуализируются в виде более светлых областей. Случай равносильна работе вблизи минимума интерференционной полосы, что и объясняет квадратичную зависимость изменения интенсивности от фазы (см. п. 22.1).

1Б. Если  $\mu = \pm\pi/2$ ,  $\tilde{T} = \pm i\tau$ , соотношение (22.10) приводится к виду

$$I_T = [\tau^2 + \varphi^2(x, y) \pm 2\tau\varphi(x, y)]I_0,$$

или, поскольку  $\varphi(x, y) \ll 1$ , к

$$I_T = [\tau^2 \pm 2\tau\varphi(x, y)]I_0.$$

Этот случай полностью совпадает с методом фазового контраста, предложенным и впервые описанным Цернике еще в 1935 г. Потенциальная чувствительность метода в этом случае очень высока, а относительные изменения интенсивности  $(I_T - \langle I_T \rangle) / \langle I_T \rangle = 2\varphi / \tau$  возрастают при уменьшении амплитудного пропускания. Случай равносильна работе вблизи средней интенсивности интерференционной полосы, что объясняет линейную зависимость  $I_T$  от фазы (см. п. 22.1) и высокую чувствительность метода.

2. Произвольные достаточно сильные неоднородности. При этом регистрируется обычная интерферограмма в полосах бесконечной ширины, описываемая соотношениями (22.8), (22.9).

Следует понимать, что полученные результаты не являются абсолютно точными, и их можно использовать только для качественного описания механизма визуализации как слабых, так и сильных возмущений. Например, на рис. 22.11 приведено несколько изображений, полученных при визуализации пламени газовой горелки. Вблизи границы пламени отчетливо наблюдаются полосы, характерные для интерферограмм в полосах бесконечной ширины. Однако вблизи центральной области (оси) пламени, эти изображения существенно отличаются от интерферограмм, полученных обычным способом (приведены в нижнем ряду).

Это связано с тем, что для данных областей градиенты оптического пути достаточно малы, и область фокусировки соответствующих им низких пространственных частот не выходит полностью из затемненного пятна АВТ. Для этих областей соотношение (22.9) становится некорректным, так как в нем не учитывается ослабление близких к нулевой пространственных частот.

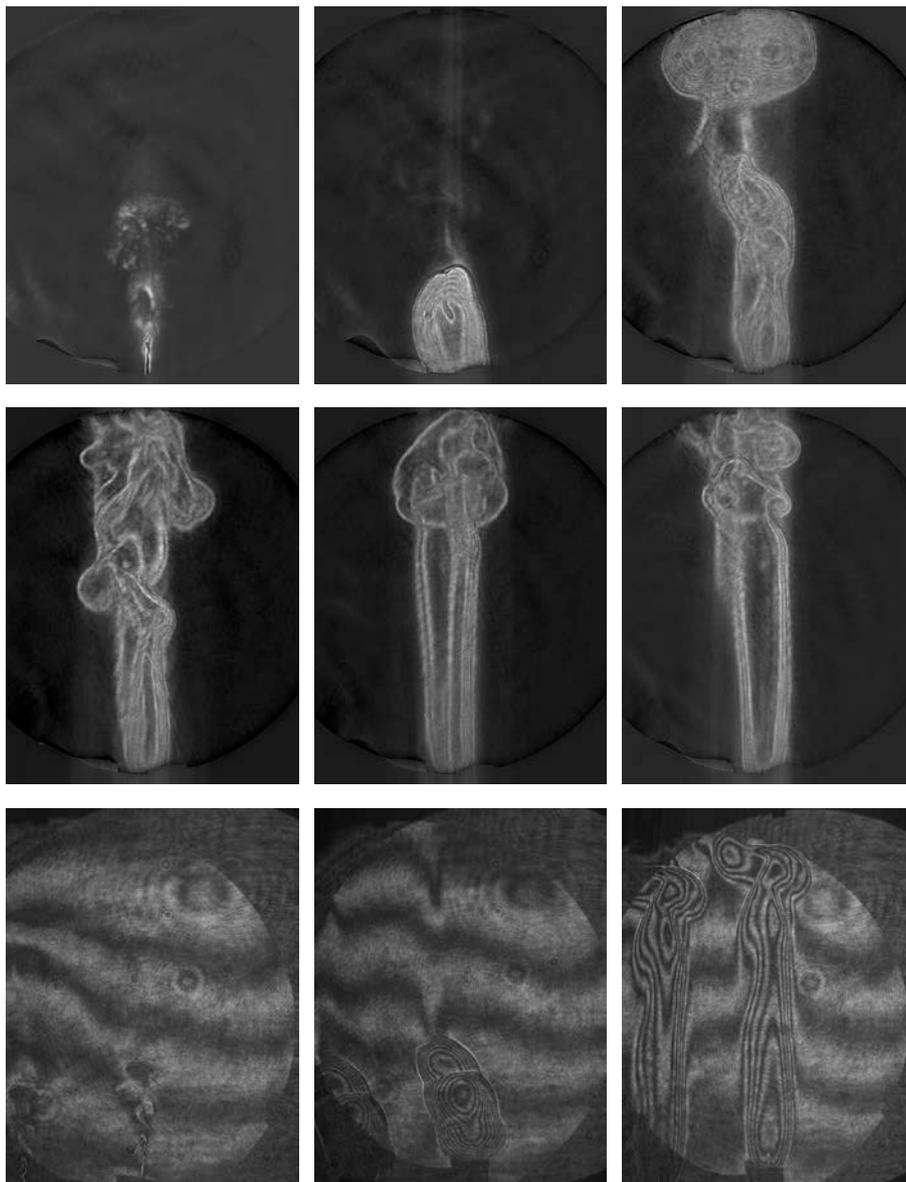


Рис. 22.11. Визуализация пламени газовой горелки с использованием АВТ и сдвигового интерферометра (нижний ряд)

На изображениях это проявляется в смазывании интерференционных полос и уменьшении их контраста. В то же время для областей с достаточно сильными градиентами и для относительно мощных, но обладающих малыми размерами неоднородностей изображения (или их участки) по виду очень похожи на интерферограммы. Это хорошо видно, особенно для свободной струйки газа (см. рис. 22.11, первые кадры в верхнем и нижнем рядах).

### 22.5. Примеры использования АВТ для визуализации дозвуковых потоков

Наибольший интерес применение АВТ представляет для визуализации слабых неоднородностей, регистрация которых с использованием стандартных подходов невозможна или сопряжена с существенными трудностями.

На рис. 22.12 приведен пример использования метода для визуализации течения, реализующегося при обтекании поперечного цилиндра диаметром 80 мм и длиной 1 м. Эксперименты проводились в аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН.

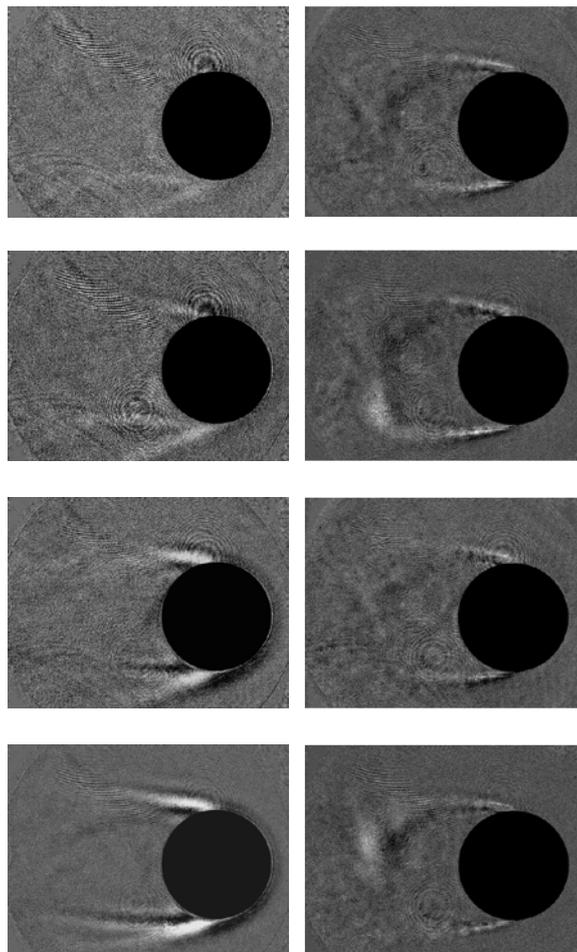


Рис. 22.12. Дозвуковое обтекание цилиндра ( $D = 80$  мм,  $L = 1$  м)

В левом столбце приведены изображения, полученные при запуске трубы. Скорость потока меняется от  $< 0,5$  до  $1,5$  м/с (нижний кадр соответствует  $V = 1,5$  м/с). Для уменьшения влияния дифракционных шумов из зарегистри-

рованных в ходе эксперимента изображений вычиталось (по модулю) базовое изображение, полученное до включения потока. Использовалась камера PCO.SensiCam. Время экспозиции 2 мкс. На изображениях отчетливо визуализируется ламинарный отрыв потока. Наличие областей с уменьшением относительно фона яркости изображения свидетельствует о наличии комплексной составляющей в амплитудном пропускании АВТ. В правом столбце – серия кадров, полученных при скорости обтекания  $V = 10$  м/с. Отчетливо наблюдается образование дорожки Кармана.

На рис. 22.13 представлены результаты визуализации обтекания прямого крыла при угле атаки  $\alpha = 19^\circ$ . Размах крыла  $Z_{кр} = 945$  мм, длина хорды  $b_{кр} = 195$  мм, толщина  $c_{кр} = 18$  мм. Скорость набегающего потока  $V = 10$  м/с на верхнем кадре и  $V = 14$  м/с на нижнем. В виде светлой размытой пелены наблюдается полный (глобальный) ламинарный отрыв потока с формированием над всей поверхностью модели возвратного течения. Отчетливо визуализируется линия отрыва в виде резкой темной линии.

На рис. 22.14 приведена серия кадров для этого же крыла, установленного под углом атаки  $\alpha = 4^\circ$ . Первые пять кадров получены при запуске трубы.

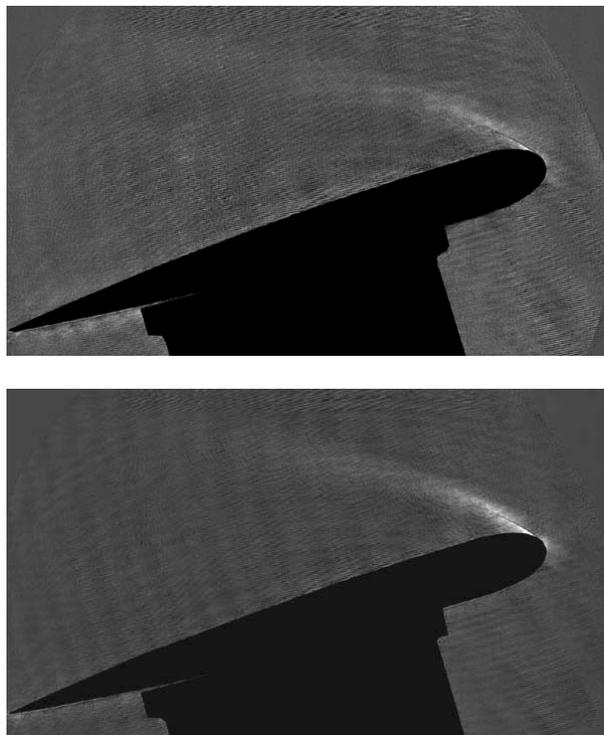


Рис. 22.13. Обтекание прямого крыла дозвуковым потоком (угол атаки  $\alpha = 19^\circ$ )

22.5. Примеры использования АВТ для визуализации дозвуковых потоков

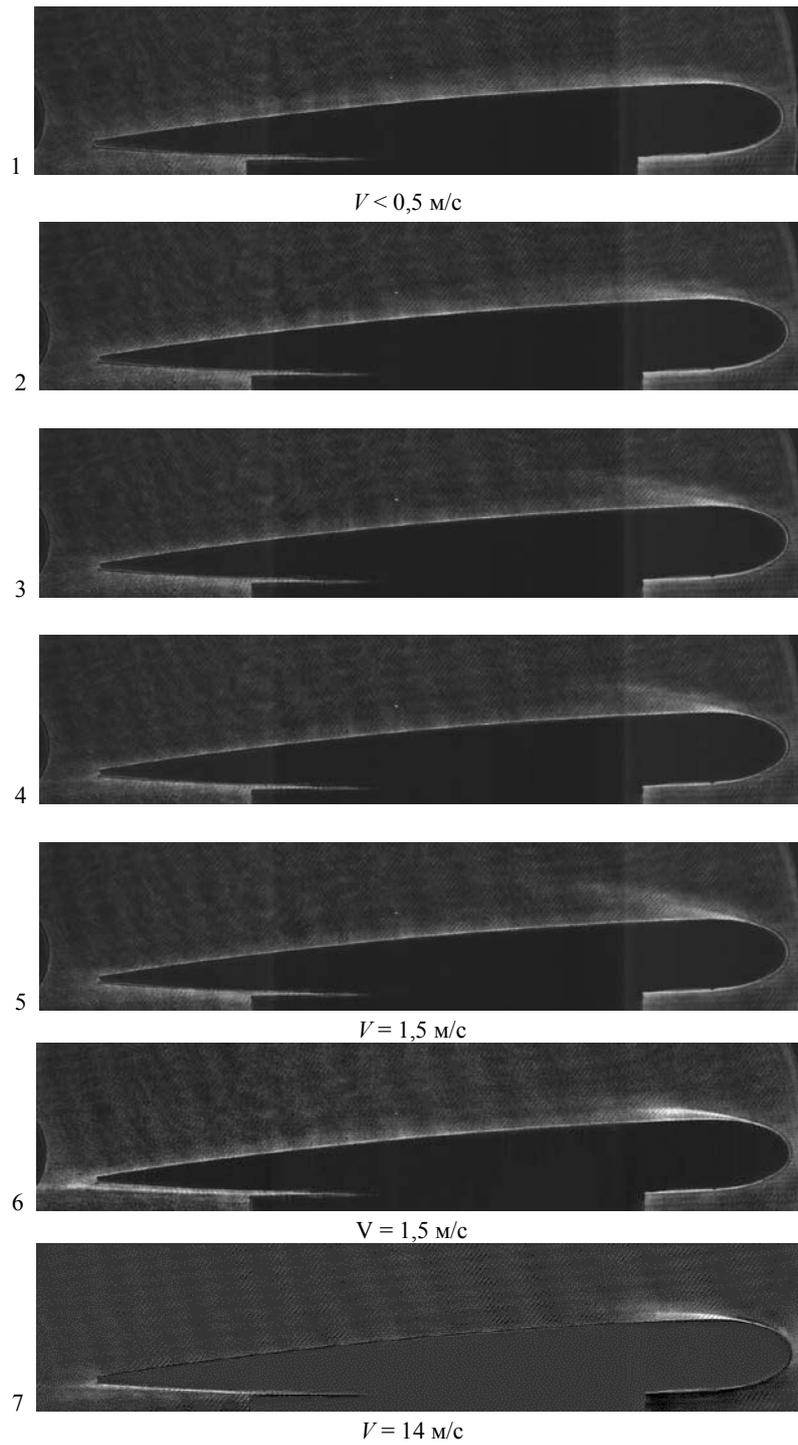


Рис. 22.6. Дозвуковое обтекание прямого крыла (угол атаки  $\alpha = 4^\circ$ )

Скорость набегающего потока изменяется от  $< 0,5$  до  $1,5$  м/с. При этих скоростях наблюдается полный ламинарный отрыв потока. Однако по мере увеличения скорости линия отрыва все более приближается к поверхности модели и в результате происходит присоединение потока к поверхности модели, с образованием ламинарного отрывного пузыря. На всех приведенных кадрах отчетливо визуализируется линия отрыва.

Следует подчеркнуть, что результаты, приведенные в данном параграфе, получены в чистом дозвуковом потоке, без внесения каких-либо тепловых или газовых меток, и на момент их получения являлись уникальными.

### **22.6. Примеры использования АВТ для визуализации сверхзвуковых потоков**

Соотношения (22.8) и (22.9), описывающие визуализацию с использованием АВТ как интерференцию в бесконечных полосах, получены в предположении отсутствия влияния ненулевых пространственных частот на пропускание транспаранта. Несоблюдение данного условия, например для сверхзвуковых потоков, характеризующихся крупномасштабными областями с сильными градиентами плотности, приводит к некорректности данных соотношений. Однако влияние ненулевых пространственных частот на пропускание АВТ в некоторых случаях дает дополнительные преимущества по сравнению со стандартными методиками.

При использовании теневых методов для визуализации подобных течений иногда создается двойственная ситуация. С одной стороны, в потоке существуют области с сильными градиентами плотности (оптического пути), не требующие для своей визуализации высокой чувствительности. Но, с другой стороны, на их фоне присутствуют слабые возмущения, визуализация которых часто бывает необходимой для более глубокого понимания исследуемого процесса и требует максимально возможной чувствительности метода. В принципе подстройкой прибора в процессе эксперимента (смещением ножа Фуко в направлении, ортогональном его кромке) можно добиться визуализации слабых неоднородностей в любой области изображения. Однако при этом в областях с существенно отличающимися, по сравнению с выбранной областью, градиентами, изображение будет иметь минимальную или максимальную яркость, так как для этих участков отклонение зондирующего излучения превышает динамический диапазон (смещение в плоскости ножа Фуко изображения источника света превышает его размеры).

При использовании АВТ интенсивность пространственных частот, индуцированных протяженными высокоградиентными областями, становится достаточной для затемнения АВТ в области их фокусировки. Без подобного затемнения соответствующие участки изображения имели бы максимально возможную яркость, и на этом фоне более слабые возмущения не удавалось бы зарегистрировать. Однако при наличии АВТ средняя яркость изображения существенно уменьшается, а слабые неоднородности проявляются в виде более светлых участков.

22.6. Примеры использования АВТ для визуализации  
сверхзвуковых потоков

На рис. 22.15 приведены характерные случаи, иллюстрирующие подобные ситуации. На рис. 22.15, *a* представлены результаты визуализации сверхзвукового обтекания торца цилиндра, расположенного вдоль потока (поток слева,  $M = 6$ , аэродинамическая труба Т-313 ИТПМ). Левое изображение получено стандартным теньвым методом с вертикальным ножом Фуко. Видно,

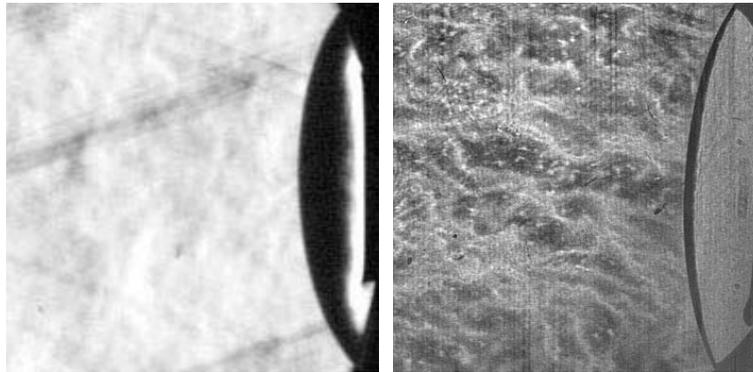
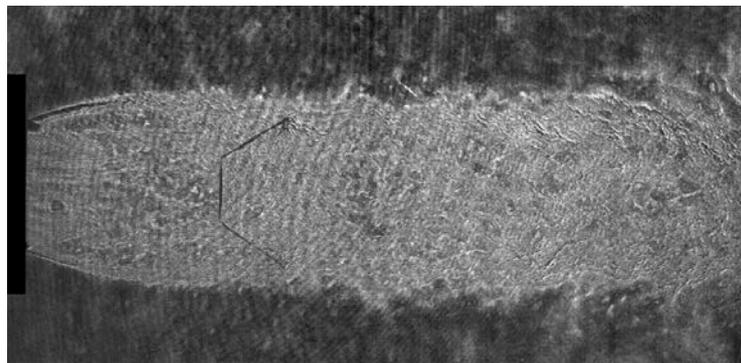
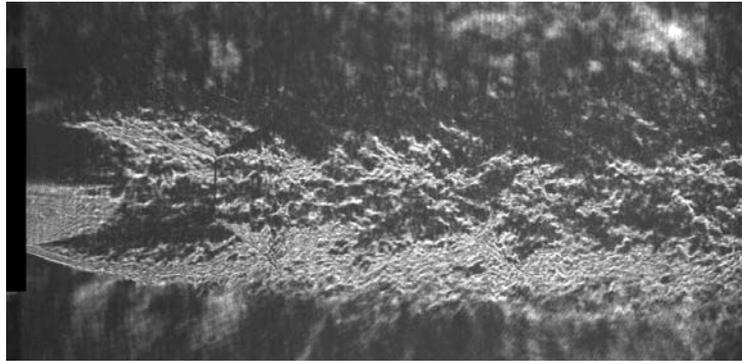
*a**б*

Рис. 22.15. Результаты визуализации стандартным теньвым методом и с использованием АВТ: *a* – обтекание цилиндра; *б* – сверхзвуковая недорасширенная струя

что непосредственно за головным скачком существует протяженная затемненная область, внутри которой какую-либо информацию о структуре потока получить невозможно. Правое изображение получено с использованием АВТ. Полностью затемненной осталась только незначительная область за скачком. Это связано с большими угловыми отклонениями зондирующего излучения на этих участках, что приводит к виньетированию излучения выходным зрачком приемного объектива. Для зон с малыми возмущениями чувствительность прибора остается очень высокой, что приводит к четкой визуализации относительно слабых возмущений в набегающем потоке. Подобные особенности ранее, стандартным методом, регистрировать не удавалось.

На рис. 22.15, б представлены результаты визуализации свободной сверхзвуковой недорасширенной струи (струйный модуль Т-326 ИТПМ). Верхнее изображение получено стандартным теневым методом с лазерной подсветкой, с горизонтальным ножом Фуко. Наблюдаются крупномасштабные затемненные области, внутри которых структура потока не просматривается. Нижнее изображение получено с использованием АВТ, имеющим более однородную интенсивность в области возмущений.

На рис. 22.16 представлены результаты визуализации взаимодействия продольного вихря, индуцированного расположенным выше по потоку генератором в виде тонкого крыла, расположенного под углом атаки, с головным скачком уплотнения при обтекании торца цилиндра. Воздействие вихря на головной скачок приводит к его разрушению (ср. рис. 22.15 и 22.16, а). В зависимости от интенсивности вихря эффект может быть как стационарным (для относительно сильного вихря), так и нестационарным (для слабых вихрей). Наблюдается существенное различие изображений, полученных разными способами.

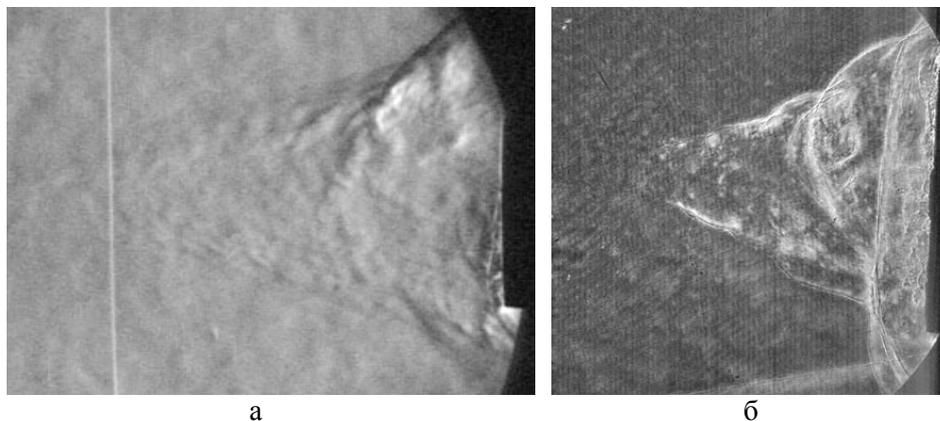


Рис. 22.16. Обтекание цилиндра в присутствии продольного вихря ( $M = 6$ ): а – теневой метод; б – визуализация с использованием АВТ

Таким образом, использование АВТ позволяет достаточно эффективно визуализировать возмущения как при дозвуковых, так и при сверхзвуковых режимах обтекания. Данная методика, абсолютно не умаляя достоинств

обычных методов визуализации и не исключая необходимости их использования в аэрофизическом эксперименте, позволяет в ряде случаев получать качественно иную информацию. Неоспоримым достоинством методики является адаптивность (автоматическая подстройка пропускания) АВТ, что существенно упрощает проведение экспериментов.

### 22.7. Использование АВТ для визуализации возмущений от импульсно-периодического оптического разряда

Метод использовался для визуализации возмущений от импульсно-периодического оптического разряда (ОПР). Данный пример интересен по следующим причинам.

1. Возникающие от оптического разряда возмущения плотности относительно слабые, и использование стандартных схем не позволило получить картины визуализации необходимого качества. Это прежде всего относится к генерируемому разрядом ударным волнам, которые при расширении вырождаются в звуковые волны. Попытка увеличения чувствительности теневого прибора приводила к неприемлемому возрастанию шумовой составляющей (крупномасштабная очень контрастная пятнистая структура) на изображении, связанной с дифракцией на кромке ножа и искажением волнового фронта пучка зондирующего излучения на оптических элементах схемы. Использование прямо-теновой схемы с сильной расфокусировкой изображения позволило визуализировать необходимые особенности процесса, в частности ударные волны на достаточно большом расстоянии от точки локализации разряда.

2. В данных экспериментах (схема установки приведена на рис. 22.17) впервые был обнаружен эффект направленного выноса газа из зоны разряда, что

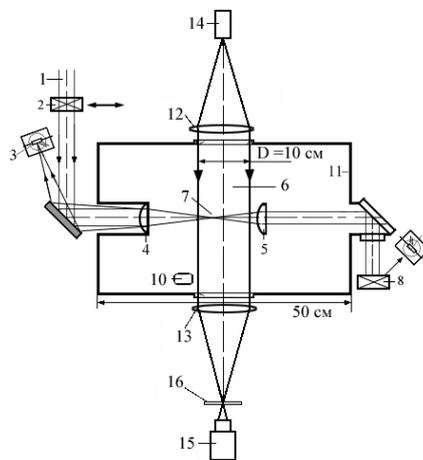


Рис. 22.17. Схема измерений: 1 – импульсно-периодическое лазерное излучение; 2, 8 – измеритель средней мощности излучения; 3, 9 – датчики формы лазерного импульса; 4, 5 – линзы с фокусными расстояниями 17 и 13 см соответственно; 6 – зондирующий пучок; 7 – ОПР; 10 – датчик свечения лазерных искр; 11 – рабочая камера; 12, 13 – объективы; 14 – лазерный источник света; 15 – телекамера PCO.SensiCam; 16 – АВТ

позволило получить стабильный ОПР в покоящемся газе. Обычно для его поддержания необходимо обеспечивать проток воздуха или перемещение в пространстве области фокусировки самого разряда.

На рис. 22.18 приведены примеры прямотеневой визуализации возмущений от ОПР, инициируемого  $\text{CO}_2$ -лазером. Длительность лазерных импульсов  $\sim 1$  мкс. Для регистрации использовалась телекамера PCO.SensiCam, позволяющая осуществлять ввод серии изображений, синхронизованных от внешних импульсов. Время экспозиции составляло 2 мкс. Из-за сильной расфокусировки полученные изображения имеют довольно низкое качество.

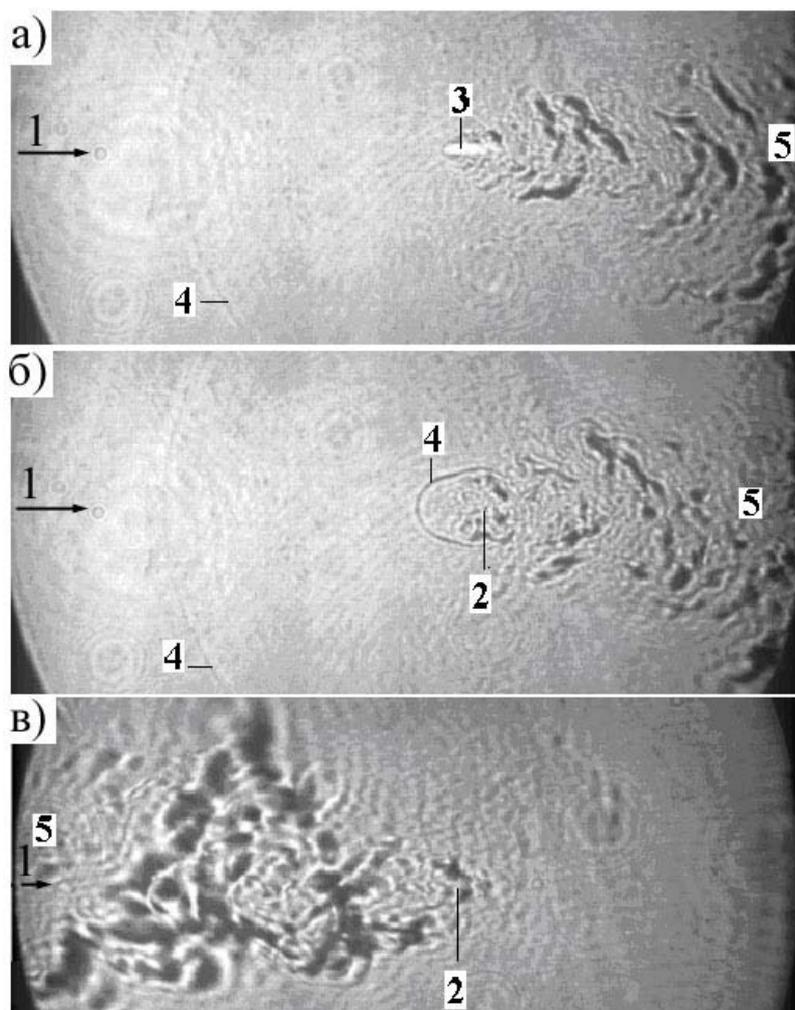


Рис. 22.18. Прямотеневые снимки возмущений от ОПР (направление излучения слева, горизонтальный размер кадра 10 см): 1, 2 – ось и фокус излучения, 3 – искра, 4 – ударная волна, 5 – вынос газа из зоны горения. ОПР в аргоне,  $f = 12$  кГц,  $q_i = 0,15$  Дж (а, б); смесь 70 Аг + 30 Не,  $f = 25$  кГц,  $q_i = 0,1$  Дж (в). В этой смеси, но при  $f = 12$  кГц – вынос газа вправо

## 22.7. Использование АВТ для визуализации возмущений от импульсно-периодического оптического разряда

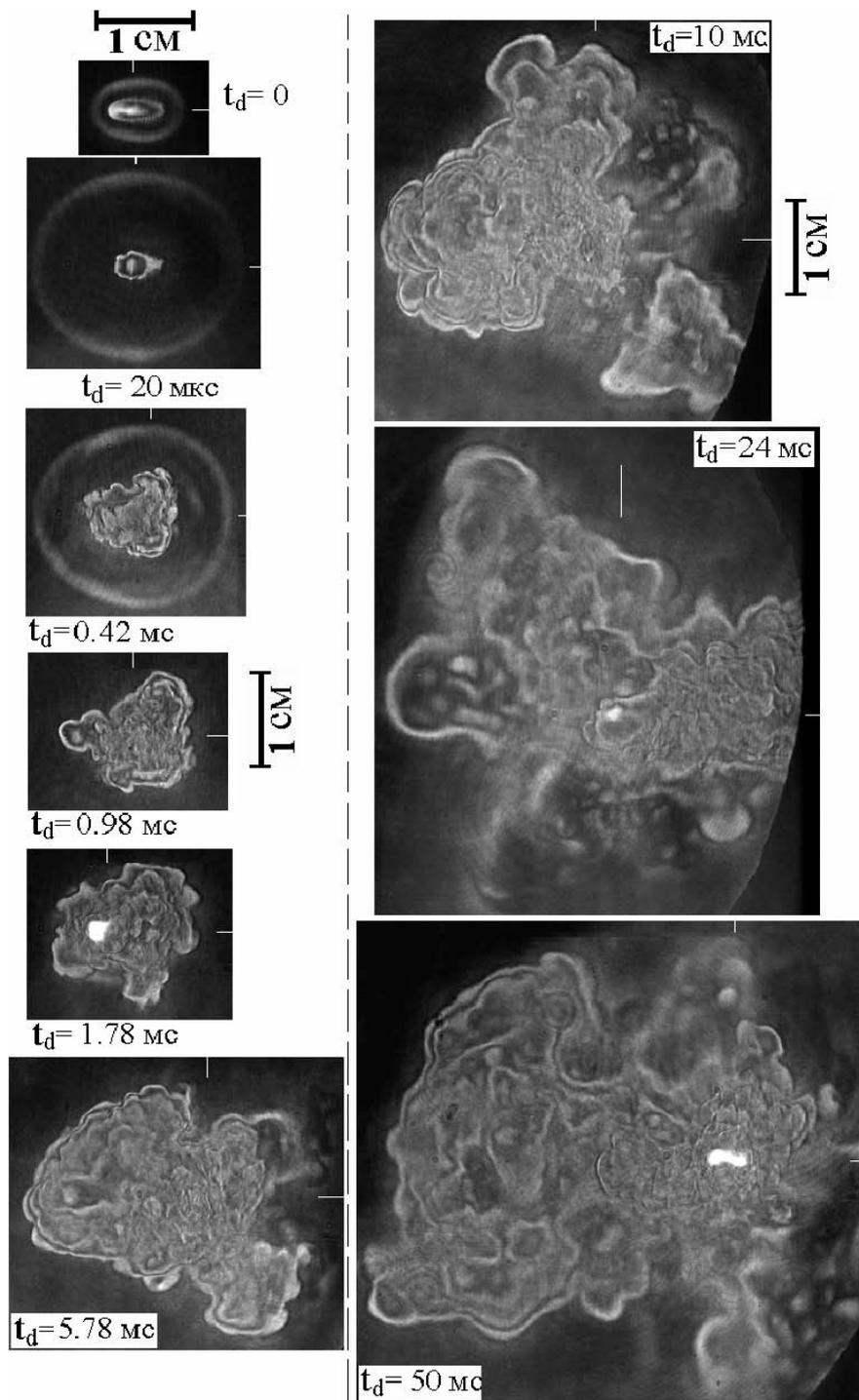


Рис. 22.19. Регистрация возмущений при разной задержке  $t_d$  включения камеры относительно первой искры ОПР ( $f = 12$  кГц, энергия импульса  $q_i = 0,073$  Дж)

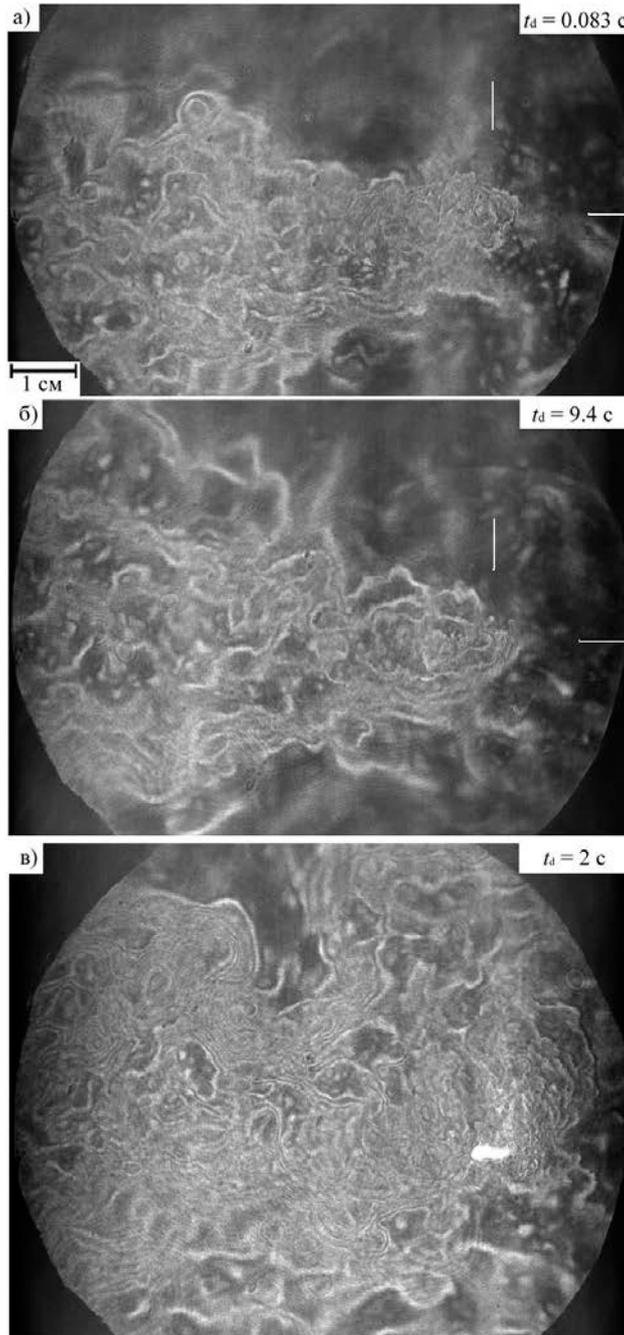


Рис. 22.20. Типичные структуры возмущений (излучение падает справа, фокус на пересечении белых линий): *a*, *б* –  $f = 12 \text{ кГц}$ , энергия импульса  $q_i = 0,0745 \text{ Дж}$ ; *в* – ОПР создается цугами импульсов, частота повторения цугов  $f = 12 \text{ кГц}$ , в цугах по три импульса с интервалом  $\sim 12 \text{ мкс}$ , энергия цугов  $q_i = 0,108 \text{ Дж}$ ,  $t_d$  – время после зажигания ОПР

Применение АВТ позволило достаточно просто получить более качественные изображения. На рис. 22.19 приведены картины визуализации возмущений от ОПР, зарегистрированные в различные моменты времени относительно первой искры разряда. На рис. 22.20 представлены изображения, демонстрирующие направленный вынос газа вдоль оси лазерного излучения. Тем самым обеспечивается проток воздуха через область горения ОПР, необходимый для его устойчивого горения.

## Глава 23

### Интерферометрия с формированием опорного пучка от отдельного источника света

#### 23.1. Сложности реализации интерференционных методов на крупных аэрофизических установках

Как уже отмечалось, наиболее эффективными из оптических методов исследования газовых неоднородностей являются методы оптической интерферометрии. Они позволяют не только визуализировать поток, но для некоторых типов течений с известной симметрией получать количественные данные о распределении полей плотности. Однако на крупных аэродинамических установках реализация этих методов с использованием интерферометров с амплитудным делением пучков сталкивается с существенными техническими трудностями. Это связано с тем, что основной особенностью всех типов двухлучевых интерферометров является использование одного источника света для формирования и предметной и опорной волн (см. гл. 20). Для реализации подобных схем необходимо обеспечить прохождение опорной волны без каких-либо искажений к области ее суперпозиции с предметной волной, что и является основным препятствием при реализации методов оптической интерферометрии на крупных установках. В некоторых случаях габариты и конструктивные особенности установки делают вообще невозможным использование подобных интерферометров.

Иногда для реализации методов оптической интерферометрии используются схемы с формированием опорной волны из тонкого лазерного пучка, прошедшего через невозмущенную область потока. Например, в работах [18–20] данная схема применялась для регистрации полей плотности сверхзвуковых потоков с применением двухэкспозиционной голографической интерферометрии. Однако подобные системы не находят широкого применения из-за довольно сложной оптической схемы и невозможности в некоторых случаях выделить область течения, невозмущенную по всему пути опорного пучка. В работе [17] предложен метод регистрации интерферограмм фазовых неоднородностей с формированием опорного пучка из предметного. При этом после прохождения исследуемой неоднородности зондирующий пучок амплитудным делителем делится на два, один из которых, пройдя через фильтр пространственных частот (диафрагма с отверстием  $d \sim 0,01$  мм), в дальнейшем и используется в качестве опорного. Схема позволяет получать качественные интерферограммы, но ее применение имеет существенные ограничения, связанные с необходимостью тонкой настройки оптической системы для фокусировки на отверстие оптического фильтра пучка, используемого для формирования опорной волны. Наличие вибраций, присутствующих практически на всех крупных сверхзвуковых аэродинамических трубах, приводит к разъюстировке схемы и не позволяет надежно регистрировать интерференционные картины.

Достаточно просто на установках, оснащенных теневыми приборами, реализуются схемы сдвиговых интерферометров (интерферометры с делением волновых фронтов). При этом регистрируется картина, образующаяся в результате наложения двух пучков, прошедших через неоднородность с некоторым смещением относительно друг друга [10–12]. В связи с достаточной простотой и дешевизной реализации, подобные схемы находят наиболее широкое применение в аэрофизическом эксперименте. Сдвиговые интерферометры в отличие от классических схем позволяют регистрировать не изменение фазы предметного пучка в той или иной точке изображения, а разность фаз между двумя пучками, прошедшими через исследуемый объект со смещением относительно друг друга. Таким образом, сдвиг интерференционных полос определяется производной (в общем случае конечным приращением) этой величины вдоль координаты, параллельной вектору смещения волновых фронтов. Это ведет, как правило, к снижению чувствительности метода и к увеличению погрешности при обработке результатов. Следует также отметить, что для получения количественных данных по интерферограммам сдвига необходимо знать значение регистрируемого параметра не для одной точки изображения, как в классических интерферограммах, а для некоторого массива точек. Это связано с необходимостью интегрирования сдвига интерференционных полос вдоль координаты, параллельной вектору смещения волновых фронтов, и определения константы интегрирования для каждого обрабатываемого сечения. Кроме того, двоянное изображение исследуемой области существенно затрудняет интерпретацию полученных результатов.

Перечисленные трудности приводят к тому, что, несмотря на ее эффективность, оптическая интерферометрия используется достаточно редко или не используется вовсе, и большинство исследователей ограничивается применением теневых методов для визуализации потоков. В этой связи разработка и реализация новых подходов, упрощающих реализацию интерференционных методов с регистрацией интерферограмм классического типа, аналогичных получаемым на интерферометре Маха – Цандера, является актуальной задачей. Рассмотрим метод регистрации интерферограмм фазовых объектов с формированием опорной волны от отдельного источника света, позволяющий существенно расширить возможности использования интерференционных методов.

### 23.2. Обоснование метода

Как отмечалось выше, основной особенностью всех типов двулучевых интерферометров является использование одного источника света для формирования и предметной, и опорной волны. Использование отдельного источника света для формирования опорной волны существенно упростило бы ситуацию. До недавнего времени реализация данного подхода была невозможной. Однако с появлением высокоскоростных чувствительных приемников изображения положение коренным образом изменилось, и стало возможным получение интерферограмм с формированием опорного пучка от отдельного источника света. Рассмотрим вопрос более подробно.

Одно из возможных представлений предполагает, что излучение света, в том числе и лазерным источником, происходит в виде последовательности волновых цугов, фаза которых принимает случайные значения. Если в интерферометре опорная и предметная волны сформированы от одного источника, то случайные изменения фаз коррелированы и при условии, что разность хода  $\Delta S$  интерферирующих волн не превышает существенно длину когерентности  $L = c\tau$  ( $c$  – скорость света;  $\tau$  – время когерентности), возможно наблюдение стационарной интерференционной картины. Схематично данная ситуация представлена на рис. 23.1, а, где изображена последовательность цугов двух интерферирующих волн, образованных от одного источника. Заштрихованные области соответствуют прохождению одного и того же цуга для обеих волн. При этом разность фаз постоянна. Эти промежутки времени и вносят вклад в образование стационарной интерференционной картины.

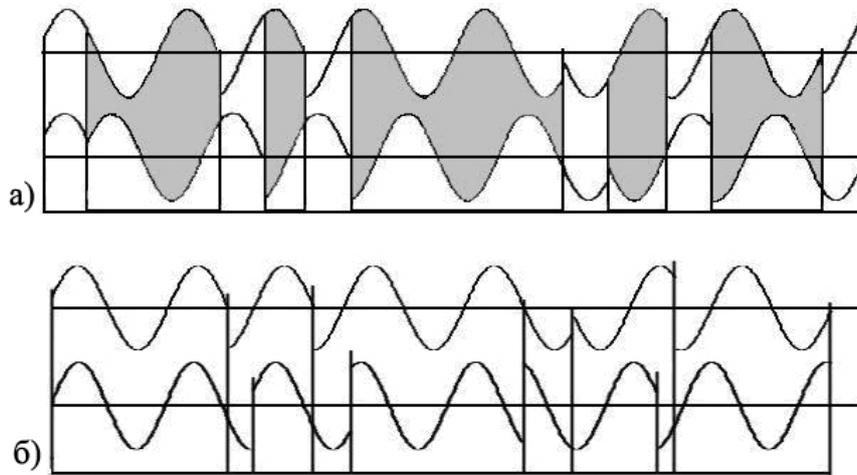


Рис. 23.1. Схематичное изображение волновых цугов интерферирующих волн; а – опорная и предметная волны образованы от одного источника света; б – от отдельных источников света

Предположим, что излучение лазеров происходит в виде цугов равной интенсивности со средним временем  $\tau_1$ , подчиняющимся распределению Пуассона. Функция распределения для вероятности появления цуга длительностью больше  $t$  при этом имеет вид

$$P(t) = \exp(-t / \tau_1),$$

а дифференциальная функция распределения, определяющая вероятность появления цуга с длительностью в диапазоне от  $t$  до  $t + \Delta t$ :

$$P_d(t) = \exp(-t / \tau_1) dt / \tau_1.$$

Контраст (видность) интерференционной картины при этом определяется соотношением  $V = \exp(-|\Delta S| / c\tau_1)$ . При увеличении разности хода контраст интерференционных полос уменьшается и стремится к нулю при  $|\Delta S| \rightarrow \infty$ .

Ситуация коренным образом меняется при использовании для формирования опорной волны отдельного источника излучения (рис. 23.1, б). Так как начало и длительность цугов для различных лазеров независимы друг от друга, то в плоскости фотоприемника фаза интерференционных полос будет меняться случайным образом при смене цуга любого из источников излучения. Вероятность появления промежутка времени длительностью больше  $t$  без смены цуга любого из использованных лазеров, согласно теореме о произведении вероятностей, будет равна

$$P_2(t) = \exp(-2t / \tau_1).$$

Иначе говоря, среднее время стационарной интерференционной картины  $\tau = \tau_1/2$ , что составляет половину времени когерентности для отдельного источника света.

Таким образом, изображение, регистрируемое за некоторое время экспозиции  $T$ , будет представлять сумму отдельных интерференционных картин с относительной интенсивностью (яркостью)  $I_i$ , пропорциональной времени их существования  $t_i$ . При этом интенсивность отдельной интерференционной картины можно представить в виде  $I_i \sim t_i(1 + \cos(\varphi(x, y) + \Psi_i))$ , где  $\varphi(x, y)$  – изменение фазы, характеризующее исследуемый объект, а  $\Psi_i$  – сдвиг фазы, претерпеваемый скачок на случайную величину при смене цуга излучения любого из используемых лазеров. Яркость суммарной интерференционной картины будет определяться выражением

$$I_\Sigma \sim \sum_i t_i(1 + \cos(\varphi(x, y) + \Psi_i)) \sim 1 + K \cos(\varphi(x, y) + \Psi_\Sigma),$$

где  $K$  – контраст интерферограммы;  $\Psi_\Sigma$  – ее фаза.

Случайное значение фазы  $\Psi_\Sigma$  не имеет особого значения при получении количественной информации. Однако значение контраста является основным параметром определяющим качество регистрируемых интерферограмм. Схематично  $I_\Sigma$  для отдельной реализации можно представить в виде вектора в фазовой плоскости  $I_\Sigma = T + V$ , являющегося суммой вектора  $T$ , лежащего на оси абсцисс, и вектора  $V$  (рис. 23.2). При этом  $|T| = \sum_i |t_i|$ , а  $V = \sum_i t_i$  является суммой векторов  $t_i$  со случайной фазой  $\psi_i$ . При движении по изображению интерферограммы результирующая интенсивность будет меняться в зависимости от  $\varphi(x, y)$ , что соответствует вращению вектора  $V$ . Контраст интерференционной картины определяется соотношением  $K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ . Максимумы интерференционных полос соответствует положению 1 вектора  $V$  и интенсивности  $I_{\max} = T + V$ , а минимумы – положению 2 с  $I_{\min} = T - V$ . Отсюда  $K = V / T$ .

Модуль вектора  $V$  принимает случайные значения для отдельных реализаций, т. е. имеет смысл говорить только о математическом ожидании данного параметра  $M(V)$ . То же относится и к контрасту интерферограмм, который

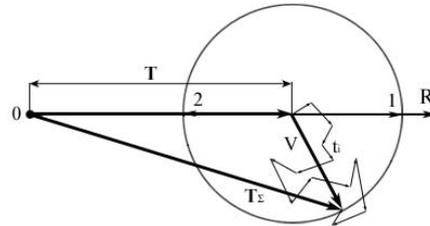


Рис. 23.2. Результат суммирования нескольких интерферограмм со случайными фазами

может меняться в диапазоне  $K = 0 \div 1$ . Очевидно, что среднестатистический контраст должен уменьшаться с увеличением времени экспозиции  $T$ , т. е. и  $M(V)$ , и  $M(K)$  есть некоторые функции от  $T$ .

Получить аналитическое выражение для  $M(V)$  не представляется возможным, так как решение сводится к многократным эллиптическим интегралам второго рода. Однако достаточно просто получить соотношение для среднего квадрата модуля вектора  $V$ . Очевидно, что  $M(V^2)$  также является функцией от  $T$ , т. е.  $M(V^2) = F(T)$ . Для отдельной реализации имеем

$$V^2 = (\sum_i t_i \sin \psi_i)^2 + (\sum_i t_i \cos \psi_i)^2 = \sum_i t_i^2 + 2 \sum_{i,j \neq i} t_i t_j (\sin \psi_i \sin \psi_j + \cos \psi_i \cos \psi_j).$$

Средний квадрат вектора получим при усреднении данного соотношения по углам в диапазоне от 0 до  $2\pi$  и всем возможным комбинациям длин цугов  $t_i$  с учетом вероятностей их появления. Так как  $t_i$  и  $\psi_i$  – не зависящие друг от друга случайные величины, то интегрирование по углам суммы перекрестных членов дает 0, в результате имеем

$$F(T) = \langle V(T)^2 \rangle = \langle \sum_i t_i^2 \rangle.$$

(Знаки  $\langle \rangle$  обозначают усреднение по возможным комбинациям  $t_i$ .)

$F(T)$  легко найти из рекуррентного соотношения

$$F(T) = \int_0^T e^{-t/\tau} t^2 dt / \tau + \int_0^T e^{-t/\tau} F(T-t) dt / \tau + e^{-T/\tau} T^2.$$

Первое слагаемое соответствует среднему квадрату длительности первого за время экспозиции цуга при условии, что он короче времени экспозиции. Второе слагаемое является средней суммой квадратов цугов, прошедших за оставшееся время экспозиции после первого цуга. При этом весовым множителем подынтегральных выражений является вероятность появления первого цуга длительностью  $t < T$ . Третье слагаемое учитывает возможность появления первого, и в этом случае единственного, за время экспозиции цуга длительностью больше  $T$ .

После взятия интеграла в первом слагаемом и замене во втором интеграле переменной ( $t = T-t^*$ ) получим

$$F(T)e^{T/\tau} = 2\tau^2 e^{T/\tau} - 2\tau^2 - 2\tau T + \frac{1}{\tau} \int_0^T e^{t^*/\tau} F(t^*) dt^*,$$

и после дифференцирования по  $T$

$$\frac{dF(T)}{dT} = 2\tau(1 - e^{-T/\tau}). \quad (23.1)$$

Решение уравнения (23.1) с учетом того, что  $F(0) = 0$ , дает

$$F(T) = 2T\tau + 2\tau^2(e^{-T/\tau} - 1). \quad (23.2)$$

Для среднеквадратичного контраста  $K^* = (\langle K^2 \rangle)^{1/2} = (\langle V^2 \rangle)^{1/2} / T$  имеем

$$K^*(T) = \sqrt{F(T)} / T. \quad (23.3)$$

Представляют интерес два предельных случая зависимости среднеквадратичного контраста от времени экспозиции:

$$\begin{aligned} K^*(T)|_{T \rightarrow 0} &\rightarrow 1; \\ K^*(T)|_{T \gg \tau} &= (2\tau/T)^{1/2}. \end{aligned} \quad (23.4)$$

Как и следовало ожидать, контраст интерферограмм стремится к максимальному возможному  $K^* = 1$  при уменьшении времени экспозиции. При существенном увеличении  $T$  контраст стремится к нулю. Однако, как видно из (23.4), даже при временах экспозиции в 100 раз больших времени когерентности  $K^* \approx 14\%$ , что является вполне приемлемой величиной для методов оптической интерферометрии.

При выводе полученных выше соотношений предполагался одночастотный режим генерации используемых лазеров. Можно легко показать, что для лазеров, генерирующих на нескольких частотах,

$$K_{v=q}^*(T) = \frac{\sqrt{F(T)} \sqrt{\sum_q I_q^2}}{T \sum_q I_q},$$

где  $q$  – количество генерируемых частот;  $I_q$  – интенсивность отдельной частоты. При равной интенсивности излучения всех генерируемых частот

$$K_{v=q}^*(T) = \frac{\sqrt{F(T)}}{T\sqrt{q}}. \quad (23.5)$$

Из соотношений (23.4) и (23.5) следует, что при временах экспозиции, существенно превышающих  $\tau$ , увеличение числа генерируемых частот равносильно увеличению времени экспозиции в  $q$  раз.

Очевидно, что полученные для контраста соотношения будут выполняться только в случае равенства частот обоих источников света. При несовпадении частот интерференционные полосы движутся со скоростью, пропорциональной  $\Delta\nu = |\nu_1 - \nu_2|$ , что приводит к снижению контраста получаемых картин. Оценим необходимую точность совпадения частот. В случае, когда время экспозиции превышает время когерентности ( $T > \tau$ ), итоговое изображение представляет собой результат суммирования некоторого количества интерферограмм со случайными фазами. Среднее время стабильности фазы –  $\tau$ . Ясно, что для получения контрастной итоговой интерференционной картины необходимо, чтобы отдельные интерферограммы сами по себе были достаточно контрастны. При этом контраст интерферограммы для каждого цуга, так же как и для суммарной интерферограммы, будет определяться как

$$K^{**} \approx \chi K^*, \quad (23.6)$$

где  $\chi = \sin(\pi T \Delta\nu) / (\pi T \Delta\nu)$ . В случае ( $T < \tau$ )  $\chi = \sin(\pi T \Delta\nu) / (\pi T \Delta\nu)$ .

Для проверки соотношений (23.2) и (23.3) был проведен численный эксперимент с использованием метода Монте-Карло (рис. 23.3). Результаты численного эксперимента совпали со значениями, полученными из аналитического выражения, с точностью до десятых долей процента. Этот факт, с одной стороны, указывает на правильность полученных соотношений, а с другой – служит подтверждением того, что используемая последовательность псевдослучайных чисел достаточно равномерна для наших целей, а реализованный алгоритм расчета верен и достаточно эффективен. Треугольники на пунктирной кривой – результаты для среднестатистического контраста.

Как и следовало ожидать, они несколько ниже, чем соответствующие значения для среднеквадратичного контраста. Однако даже для времен экспозиции в 100 раз больших времени когерентности, среднестатистический контраст интерферограмм превышает 10 %.

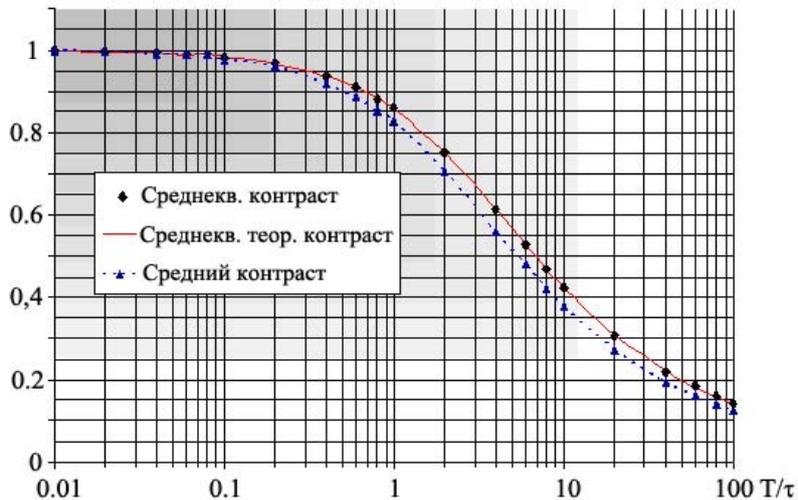


Рис. 23.3. Результаты численного эксперимента

Как отмечалось выше, время когерентности  $\tau$  определяется средней длительностью цугов лазерного излучения  $\tau_1 = 2\tau$ . Для газовых лазеров характерные значения  $\tau_1$  составляют величины порядка  $10^{-3}$ . Современные телекамеры позволяют регистрировать изображения за время  $T \sim 10^{-6}$  с, что существенно меньше  $\tau_1$ . Это дает возможность без особых трудностей использовать газовые лазеры для реализации схем с формированием опорной волны от отдельного источника света. При этом среднестатистический контраст регистрируемых интерферограмм в основном определяется разностью частот используемых лазеров, см. соотношение (23.6).

### 23.3. Проверка работоспособности и использование метода для исследования газовых неоднородностей

На рис 23.4, а приведена принципиальная оптическая схема получения интерферограмм от двух независимых источников света. Излучение от He-Ne лазера (1) с помощью объектива (2) и коллиматорной линзы (3) формируется в плоскопараллельный пучок, который служит предметной волной. После прохождения исследуемой фазовой неоднородности и собирающей линзы (5) излучение подается на регистрирующее устройство, включающее в себя светоделительный кубик, лазерный источник света (7) с объективом (8) и телекамеру. Интерферограммы сохраняются на компьютере.

Как было показано в предыдущем параграфе, для получения качественных интерферограмм необходимо достаточно точное совпадение частот из-

лучения лазеров. На первом этапе для подтверждения работоспособности метода использовались два обычных He–Ne лазера мощностью до 2 мВт, генерирующих излучение на 1–2 частотах, и телевизионная камера Leutron Vision LV8500 с числом градаций серого 256. Время экспозиции составляло  $T = 1,125$  мкс. Вводилась серия изображений из 400 кадров с частотой 25 Гц. Частота одного из лазеров медленно сдвигалась путем изменения температуры резонатора. В результате в одной серии удавалось фиксировать 1–3 интерференционные картины. На рис. 23.4, б приведена типичная интерферограмма пламени спиртовки, полученная данным способом [21; 46; 51].

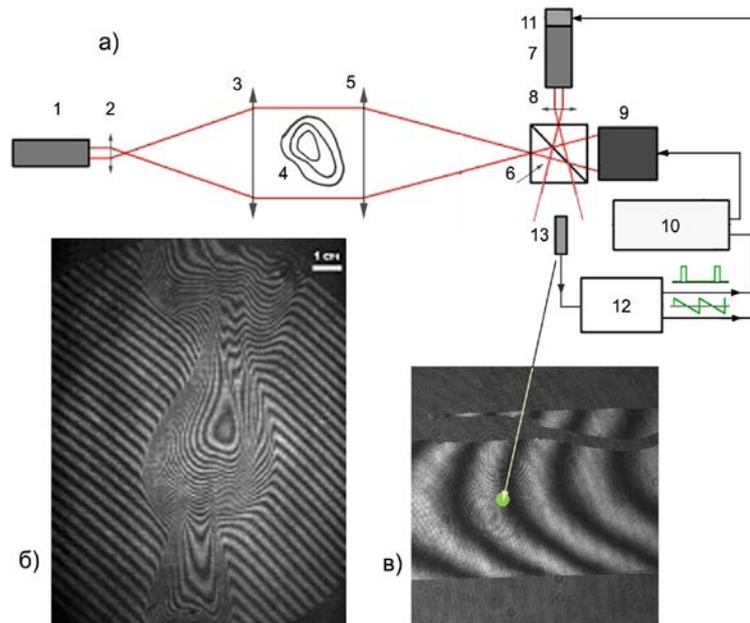


Рис. 23.4. Схема установки (а) и интерферограммы, полученные с ручной (б) и автоматической (в) подстройкой частоты (стрелка указывает на положение фотоприемника): 1, 7 – He–Ne лазеры; 2, 8 – объективы; 3, 5 – коллиматорные линзы; 4 – неоднородность; 6 – светоделительный кубик; 9 – телекамера; 10 – ПК; 11 – пьезокерамика; 12 – осциллограф / генератор; 13 – фотодатчик

Для использования метода в реальном эксперименте необходимо было усовершенствовать систему подстройки частоты. Для этого одно из зеркал лазера (7) устанавливалось на пьезокерамической шайбе, на которую подавалось пилообразное напряжение с амплитудой 12 В от цифрового осциллографа / генератора. Изменение напряжения на пьезокерамике приводило к изменению длины резонатора и тем самым к сдвигу частоты излучения лазера (7). Для запуска камеры использовался фотоприемник. Его входной зрачок выбирался существенно меньше характерного размера интерференционной полосы (см. рис. 23.4, в). Когда частоты становятся достаточно близкими, датчик фиксирует изменения яркости, возникающие при смене цуга излучения лю-

бого из лазеров и / или со сдвигом интерференционных полос из-за неполного совпадения частот (рис. 23.5). Сигнал с датчика используется для синхронизации запуска телекамеры. С помощью такой схемы удавалось фиксировать интерференционные картины с частотой до 10 Гц, что вполне достаточно при проведении экспериментов на аэродинамических трубах непрерывного действия.

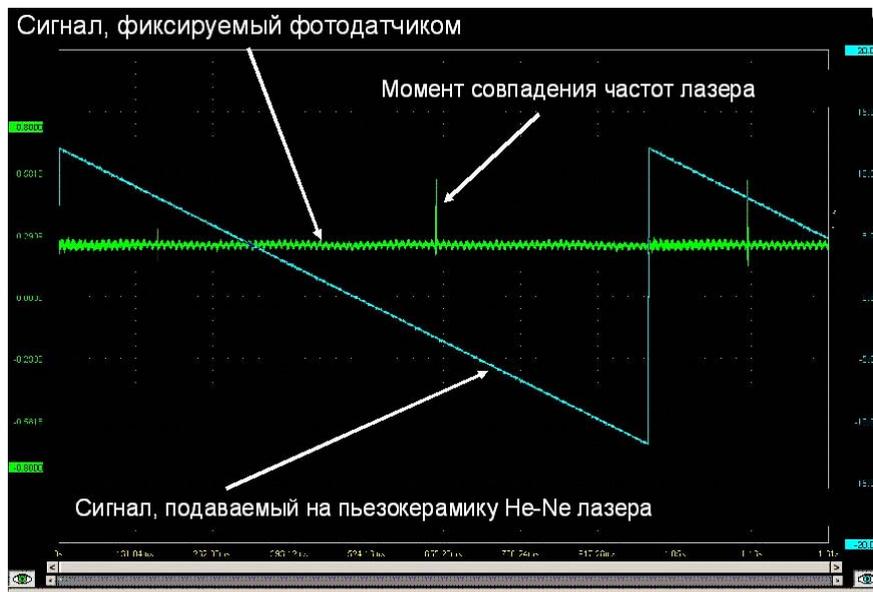


Рис. 23.5. Осциллограммы пилообразного напряжения, подаваемого на пьезокерамику, и сигнал, фиксируемый фотодатчиком

Метод использовался для исследования слоя смещения, а также обтекания клина сверхзвуковым потоком в аэродинамической трубе Т-325М ИТПМ СО РАН (рис. 23.6; 23.7). Размеры сечения рабочей части трубы  $40 \times 40$  мм<sup>2</sup>. Зарегистрированные интерферограммы дают не только картину визуализации структуры потока, но и позволяют получить количественную информацию о распределении изменения плотности в выбранных сечениях.

На рис. 23.8 представлены результаты, демонстрирующие возможности использования метода для исследования неоднородностей с большими размерами вдоль пучка зондирующего излучения (десятки и сотни метров).

Подобные исследования принципиально недоступны при использовании интерферометров типа Маха – Цандера. Регистрировались естественные и возникающие над факелом спиртовой горелки возмущения в слое атмосферы толщиной (расстоянием между коллиматорной и приемной частью интерферометра) 80 м. Приведены прямотеневые картины и интерферограммы, полученные в данных экспериментах.

23.3. Проверка работоспособности и использование метода для исследования газовых неоднородностей

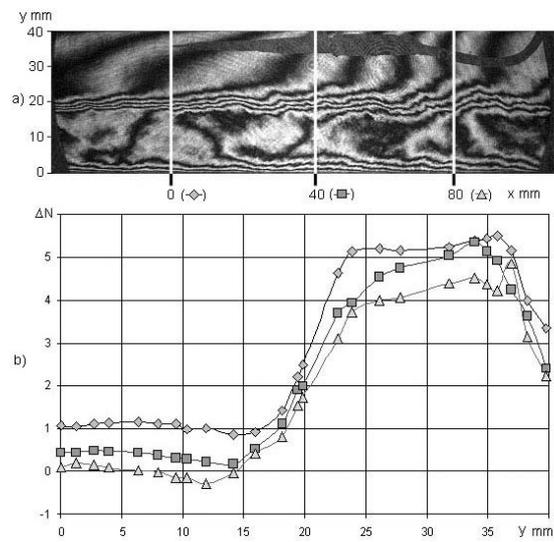


Рис. 23.6. Интерферограмма слоя смещения (а) и рассчитанные по ней изменения плотности в сдвигах интерференционных полос (б). В верхней части потока  $M = 2,95$ , в нижней –  $M = 0,5$ . Поток слева

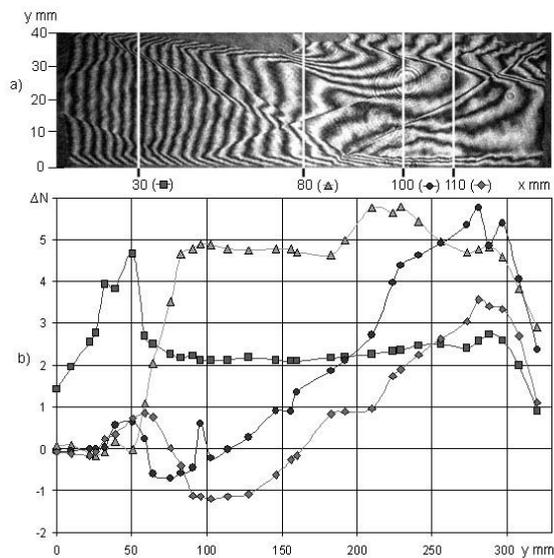


Рис. 23.7. Интерферограмма потока, реализующегося при обтекании клина (а), и рассчитанное по ней изменение плотности в сдвигах интерференционных полос (б).  $M = 3$

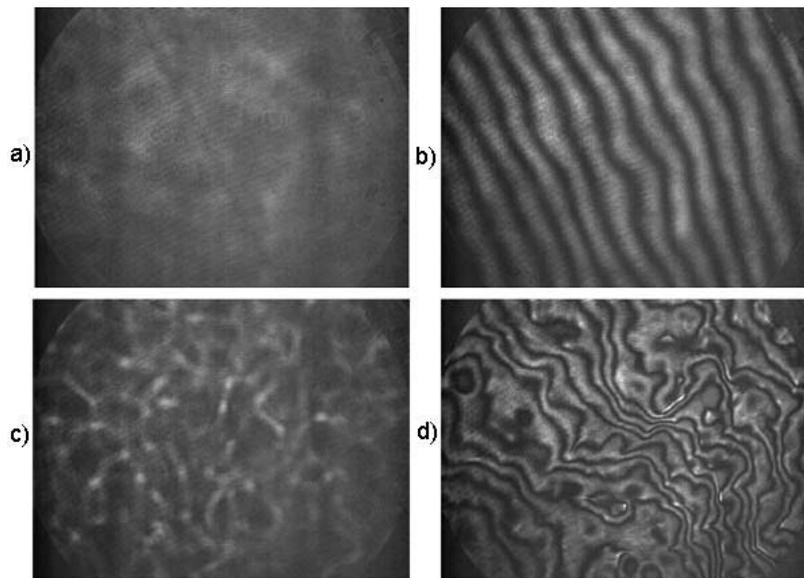


Рис. 23.8. Визуализация возмущений в горизонтальном слое атмосферы толщиной 80 м: *a, b* – естественные возмущения, визуализированные прямотеневым и интерференционным методом соответственно; *c, d* – возмущения, возникающие над факелом спиртовой горелки

Таким образом, приведенные экспериментальные данные доказывают эффективность и перспективность использования двулучевой интерферометрии с формированием опорной и предметной волн от отдельных источников света. Регистрация интерферограмм предельно упрощается по сравнению с обычным классическим интерферометром Маха – Цандера. Это позволяет увеличить размеры анализируемых фазовых объектов и расширить применение методов оптической интерферометрии в аэрофизическом эксперименте. Простота реализации дает возможность использовать метод практически на любой установке, оснащенной обычным тeneвым прибором.

## Глава 24

### Методы диагностики параметров потока в выделенном сечении – метод лазерного ножа

#### 24.1. О возможности исследования параметров газового потока в выделенном сечении

В предыдущих главах мы рассматривали оптические методы, позволяющие регистрировать (визуализировать) интегральные по пути распространения зондирующего излучения параметры потока. Для теневых и интерференционных методов это – изменение длины оптического пути или его производные, при исследовании процессов горения – собственное свечение газа и т. д. Регистрируемые при этом изображения дают представление об общей геометрии потока и для некоторых с заранее известной симметрией классов течений, например плоских или цилиндрических, позволяют получать количественную информацию о пространственном распределении регистрируемого параметра. Однако в общем случае эти методы не позволяют получить адекватную информацию о пространственной структуре течения. При решении подобных задач в аэрофизическом эксперименте широко используются методы, основанные на регистрации в рассеянном свете изображения сечения потока, выделенного с помощью плоского лазерного пучка – лазерного ножа.

На рис. 24.1 приведены картины визуализации обтекания сверхзвуковым потоком клиньев конечной ширины с использованием теневого метода и метода лазерного ножа. В первом случае визуализируются все неоднородности по оптическому пути зондирующего излучения, что затрудняет получение информации о пространственной структуре течения. Использование лазерного ножа со сканированием потока позволяет решить эту задачу.

Метод лазерного ножа, используемый для визуализации трехмерных течений, является развитием метода парового экрана, предложенного Мк. Грегором (Mc. Gregor) еще в 1961 г. [57]. Визуализация обусловлена рассеянием излучения от плоского светового пучка на частицах, присутствующих в потоке. С развитием экспериментальной техники метод находит все более широкое применение. Появились методики, позволяющие не только визуализировать структуру течения, но и получать количественные данные, например о распределении плотности или скорости потока в выделенном сечении. К ним можно отнести такие известные и используемые в настоящее время методы, как PIV, ЛИФ, панорамные ЛДИС и др. [58–80]. Особенно широкое применение подобные методы получили в связи с развитием вычислительной и телевизионной техники и с появлением эффективных лазерных источников света. Использование современной аппаратуры позволяет в процессе эксперимента не только регистрировать и вводить в ЭВМ огромные объемы информации в виде изображений, но зачастую и обрабатывать их в реальном времени.

Несмотря на логическую простоту метода лазерного ножа в его обычном понимании, а именно при использовании его для визуализации структуры течений, реализация данной методики на конкретных установках часто сопряжена с техническими трудностями. Это связано, в частности, с необходимостью ввода в поток достаточно большого количества светорассеивающих частиц. Данная проблема различными исследователями решается по-разному. Например, при изучении двухфазных потоков сама специфика задачи обеспечивает присутствие в потоке светорассеивающих частиц [60; 63]. Эти частицы могут вводиться и специально. Ряд интересных работ выполнен в ЦАГИ на тепловой аэродинамической трубе с камерой Эйфеля и керосиновым подогревателем [61–63]. Рассеяние зондирующего излучения в этом случае происходило непосредственно на продуктах сгорания, присутствующих в потоке в виде частиц сажи, паров воды и др. Наличие удобно расположенных оптических окон и достаточно большое количество светорассеивающих частиц позволило сравнительно легко применить метод лазерного ножа.

С появлением мощных ультрафиолетовых лазерных источников света стало возможным использовать в аэрофизическом эксперименте так называемых методов ЛИФ (лазерно-индуцированная флюоресценция). При этом светорассеивающими (флюоресцирующими) центрами являются молекулы непосредственно рабочего газа или одной из его компонент, резонансно возбуждаемые лазерным излучением. Для чистого воздуха это, как правило, молекулы кислорода, возбуждаемые на длине волны 193 нм. При исследовании процессов, связанных с электрическими разрядами и химическими реакциями, в частности с горением, это могут быть различные радикалы и отдельные атомы. Основным преимуществом ЛИФ-методов является возможность не только исследовать геометрические параметры потока, но и

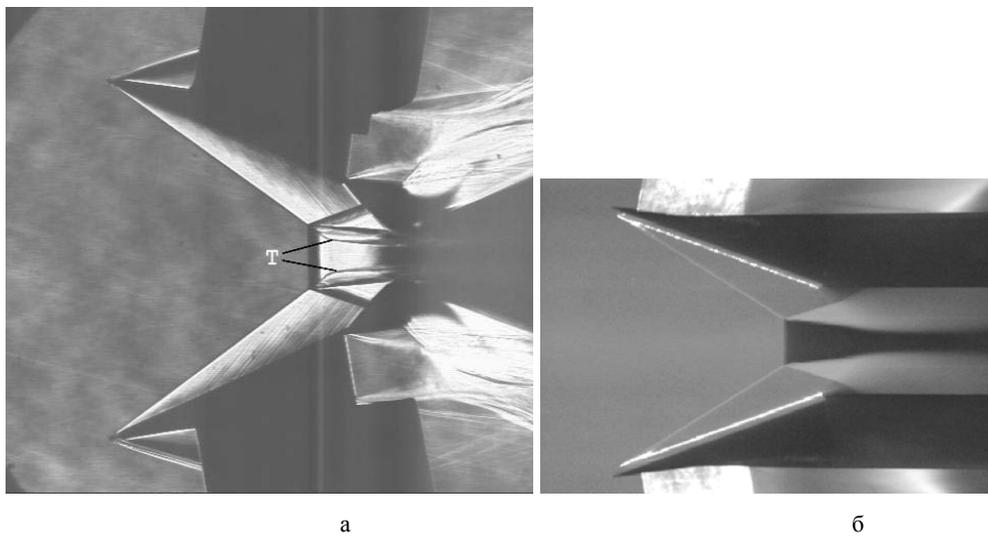


Рис. 24.1. Визуализация структуры ударных волн при обтекании клиньев конечной ширины на сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТПМ ( $M = 4$ , поток слева направо): *а* – теневая визуализация; *б* – визуализация лазерным ножом (плоскость ножа параллельна набегающему потоку)

получать количественную информацию о распределении плотности, температуры и скорости в выделенном сечении.

Однако большинство аэродинамических труб работают на чистом осушенном воздухе, что приводит к трудностям при реализации метода. Использование ЛИФ-методов требует дорогостоящих и не всегда доступных лазерных источников света и соответствующей регистрирующей аппаратуры. Кроме того, конструкции труб с закрытой рабочей частью и с камерой давления зачастую вносят дополнительные трудности, связанные с вводом зондирующего излучения в исследуемую область потока и с регистрацией визуализируемой картины течения. Мы рассмотрим возможные пути преодоления этих проблем на методике, реализованной на сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТПМ СО РАН.

### 24.2. Оптические схемы формирования лазерного ножа

Как уже отмечалось, визуализация картины течения методом лазерного ножа происходит в результате рассеяния излучения от зондирующего плоского пучка света на микрочастицах примесей, присутствующих в исследуемом потоке. Интенсивность излучения из какой-либо области выделенного сечения определяется концентрацией светорассеивающих частиц в данной зоне, которая, в свою очередь, зависит от параметров исследуемого потока. Исходя из этого для реализации метода на конкретной установке необходимо решить следующие основные задачи:

1) разработать оптические схемы формирования лазерного ножа и регистрации картины течения исходя из конструктивных особенностей и основных параметров аэродинамической трубы и конкретной задачи, стоящей перед исследователем;

2) разработать способ дозировки и ввода в основной поток газа светорассеивающих частиц, имеющих необходимые параметры.

Формирование лазерного ножа в случае ввода зондирующего излучения через оптические окна перпендикулярно к оси трубы не представляет особой сложности. На рис. 24.2 приведена одна из возможных схем, которая использовалась в реальных экспериментах. Луч света от лазера (1) расширяется одной или двумя отрицательными цилиндрическими линзами (2). Далее пучок света проходит через положительную сферическую линзу (3), расположенную с таким расчетом, чтобы ее фокальная плоскость попадала в центр исследуемой области, что обеспечивает минимальную ( $< 1$  мм) толщину ножа.

Приведенная схема позволяет сформировать параллельный по высоте плоский пучок. Тем самым достигается неизменность интегральной по толщине мощности в плоскости ножа вдоль направления зондирующего излучения и постоянство (параллельность) волновых векторов по всей плоскости исследуемого сечения. Это является важным при проведении количественных измерений. Параллельность или по крайней мере точная информация о направлении волновых векторов в плоскости ножа является необходимой при реализации схем панорамных ЛДИС. В некоторых количественных методах

на основе лазерного ножа распределение яркости изображения напрямую связано с регистрируемым параметром. Например, при исследовании двухфазных течений, когда измеряемым параметром является интегральная интенсивность рассеянного света, связанная с плотностью частиц в потоке, регистрация распределения плотности газового потока ЛИФ-методами, в схемах панорамных ЛДИС с использованием оптических газовых фильтров и оптических процессоров и др.

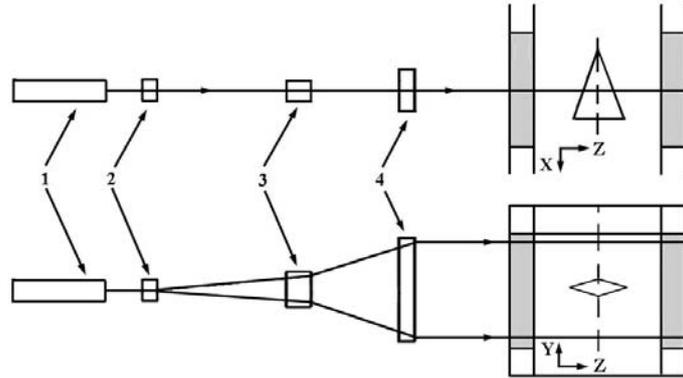


Рис. 24.2. Оптическая схема формирования лазерного ножа

Постоянство мощности вдоль плоскости лазерного ножа существенно упрощает интерпретацию полученных данных. При этом по высоте лазерного ножа мощность излучения, как правило, не является постоянной. Это связано с тем, что исходный лазерный пучок обычно имеет цилиндрическую (эллиптическую) симметрию, и при растяжении

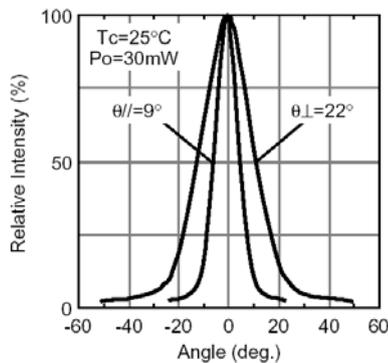


Рис. 24.3. Распределение интенсивности излучения по сечению полупроводникового лазера

его по одной координате интегральная по толщине мощность пропорциональна интегралу по соответствующей хорде исходного пучка. Выделение из основного пучка части излучения с помощью прямоугольной полевой диафрагмы позволяет реализовать более постоянную по высоте мощность излучения, однако не решает проблему полностью. Это обусловлено Гауссовым распределением интенсивности излучения по сечению лазерного пучка. На рис. 24.3 дано типичное распределение интенсивности лазерного пучка по сечению на примере полупроводникового лазера ML1016L фирмы «Mitsubishi». В этой связи для получения более высокой однородности зондирующего пучка необходимо использовать специальные полевые диафрагмы или фильтры с соответствующим распределением коэффициента поглощения.

Следует отметить, что в связи с развитием электронной и вычислительной техники и появлением доступных электронных средств регистрации и ввода изображений в ЭВМ, данная проблема в большинстве случаев потеряла свою актуальность. Учет неравномерности засветки довольно легко осуществляется соответствующими программными методами при обработке изображений. При визуализации структуры течения проблема неоднородности излучения по высоте лазерного ножа при достаточно высоком градиционном разрешении фотоприемника вообще не стоит, так как положение геометрических особенностей потока не зависит от данного параметра. Это позволяет использовать схемы с веерообразным лазерным ножом.

При исследовании некоторых типов течений, например трехмерной структуры ударных волн, возникающих при обтекании клиньев конечной ширины, более предпочтительной является схема с формированием плоскости лазерного ножа вдоль потока (рис. 24.4). При проведении данных работ на аэродинамической трубе Т-313 сложность заключалась в том, что данная установка не имеет каких-либо дополнительных люков и оптических окон, позволяющих вводить излучение вдоль потока. Поэтому для реализации метода было сделано отверстие в боковой стенке трубы перед коробкой сопел. Излучение от лазера (1) – см. рис. 24.4, а – проходило через оптический блок формирования ножа (2) и направлялось на поворотную призму (3) с характерным размером около 10 мм. С помощью микровинта (4) можно изменять угол наклона отражающей поверхности призмы и тем самым перемещать плоскость лазерного ножа (5) по координате  $Z$ . Данная схема не позволяет обеспечить параллельность плоскости лазерного ножа относительно оси трубы для всех сечений. Тем не менее, так как расстояние между поворотной призмой и исследуемой областью потока (6) в данном случае составляло около 4,5 м, при полном сканировании рабочей части трубы по оси  $Z$  (600 мм) максимальный угол между осью трубы и плоскостью лазерного ножа не превышал  $8^\circ$ . Для большинства задач подобное отклонение от параллельности направлению набегающего потока не является критичным, но при использовании количественных методов, например панорамных ЛДА, данное обстоятельство необходимо учитывать.

Введение излучения в тракт аэродинамической трубы в виде тонкого расширяющегося пучка позволяет уменьшить влияние оптических узлов (блок поворотной призмы) на параметры потока и провести зондирующее излучение через узкое критическое сечение сопла. Достаточно большое расстояние от точки ввода до рабочей части обеспечило приемлемую однородность яркости излучения в исследуемой области, несмотря на расширение (около  $5^\circ$ ) лазерного ножа в его плоскости.

На рис. 24.4, б приведена схема оптического блока формирования ножа. Применение этого достаточно сложного узла обусловлено следующими причинами. Использование одной линзы для фокусировки пучка в окрестности рабочей области по координате ортогональной плоскости ножа не позволяет

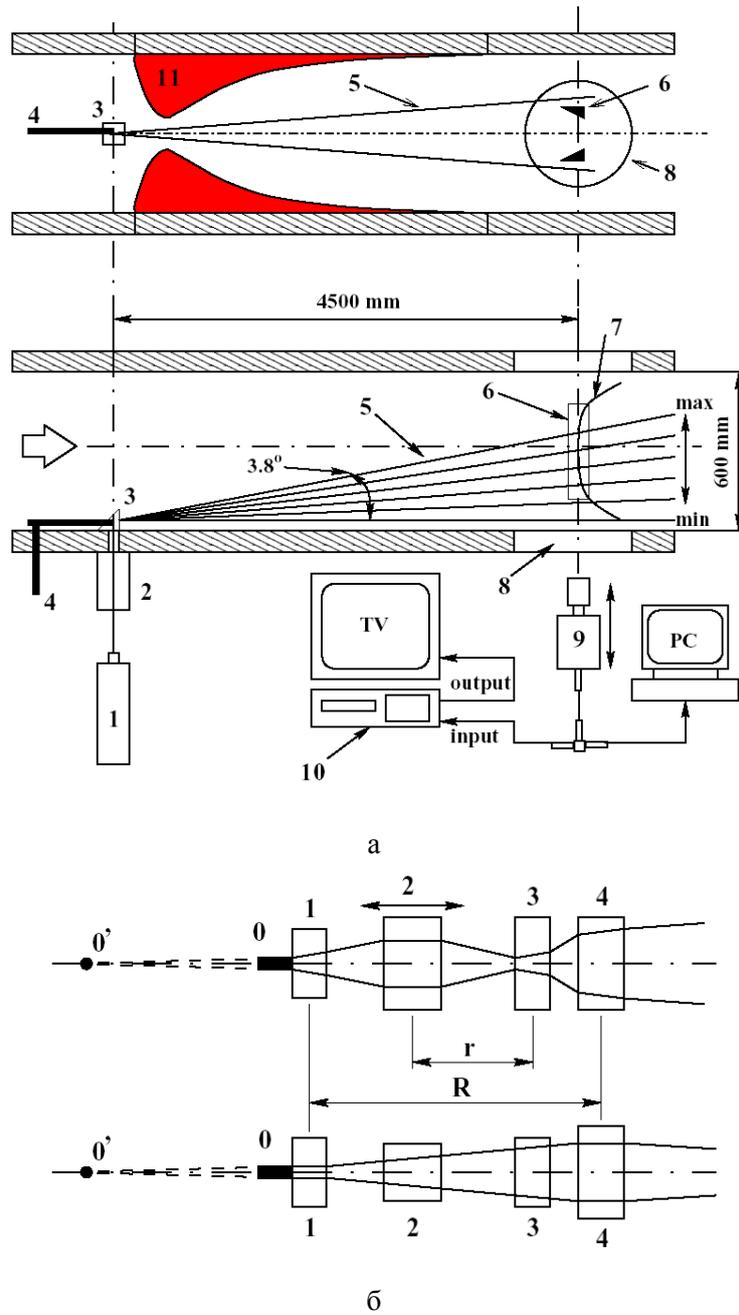


Рис. 24.4. Схема формирования лазерного ножа вдоль потока: а – общая схема; б – блок формирования лазерного ножа (1 – отрицательная сферическая линза; 2 – положительная цилиндрическая линза; 3 – отрицательная цилиндрическая линза; 4 – положительная сферическая линза)

смещать область фокусировки вдоль ножа, что делает систему менее универсальной и мобильной. Кроме того, ширина исходного пучка излучения используемого в данном случае аргонового лазера ЛГ-106М1 составляет  $< 3$  мм. В силу дифракционных эффектов такой пучок невозможно преобразовать в достаточно тонкий в рабочей области лазерный нож. Минимально достижимую толщину можно определить из известной формулы для размеров дифракционного пятна идеального объектива:  $d_1 = 1,22L\lambda / d_0$  [56]. Здесь  $d_0$  и  $d_1$  – диаметр пучка на линзе и в плоскости фокусировки соответственно;  $L$  – расстояние от линзы до плоскости фокусировки.

Использование двух линз (1 и 4) – см. рис. 24.4, б – позволило решить обе эти проблемы. Изменение расстояния между линзами позволяет регулировать положение плоскости фокусировки, а использование отрицательной линзы (1) увеличивает размер лазерного пятна на фокусирующей линзе (4). В результате удалось добиться толщины ножа в рабочей области менее 1 мм. Использование двух цилиндрических линз (2 и 3) позволяет, изменяя расстояние между ними и их положение относительно сферических линз, регулировать расходимость, а тем самым и высоту лазерного ножа, без изменения его толщины в рабочей области.

### 24.3. Регистрация изображений

Как показали многочисленные испытания, при ортогональной относительно направления потока плоскости лазерного ножа наиболее оптимальной является схема с расположением регистрирующего устройства непосредственно в потоке. При этом стояла задача защиты телекамеры и ее объектива от механических повреждений набегающего потока, особенно в момент запуска и остановки аэродинамической трубы.

На рис. 24.5 и 24.6 приведены схема регистрации с расположением фоторегистрирующего устройства в потоке и схема его расположения на саблевидной подвеске. Устройство включает в себя крепежные элементы и защитный бокс, в котором размещена телекамера. Объектив телекамеры защищен оптическим стеклом. На первых этапах, особенно при фоторегистрации, дополнительно использовалась электромеханическая заслонка. Ее применение было вызвано двумя причинами. Во-первых, при фоторегистрации она выполняла роль фотозатвора. Во-вторых, без данной заслонки быстро выходили из строя защитные стекла (рис. 24.7). Как видно из рисунка, стекло приходит в полную негодность уже после 3–5 испытаний.

При проведении исследований режимов обтекания треугольных крыльев, выяснилось, что использование электромеханической заслонки, имеющей достаточно большие размеры, вносит значительные искажения в картину течения, особенно при больших углах атаки. На рис. 24.8 приведены результаты визуализации обтекания треугольного крыла при числе Маха, равном 3. На углах атаки  $\alpha \geq 18^\circ$  возникает значительная асимметрия потока. При дальнейшем увеличении  $\alpha$  наблюдается существенная перестройка течения с образованием асимметричной крупномасштабной отрывной зоны на подветренной стороне крыла. Аналогичная картина наблюдалась и на других числах Маха.

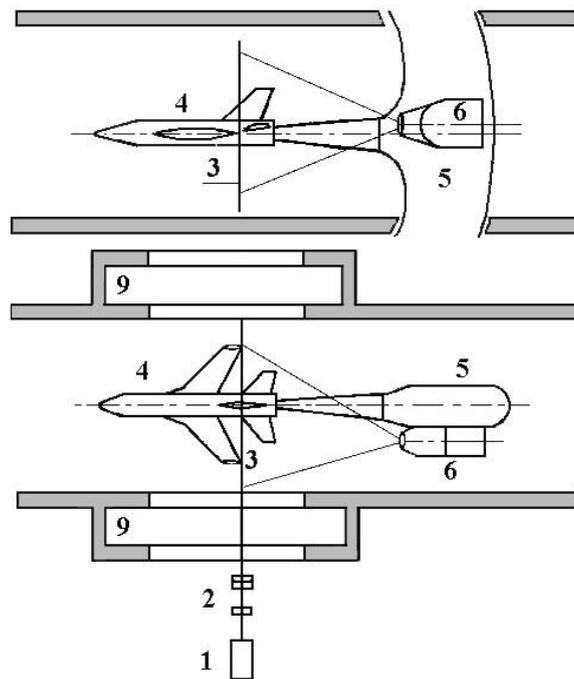


Рис. 24.5. Схема регистрации с расположением телекамеры в потоке: 1 – лазер; 2 – система формирования лазерного ножа; 3 – плоскость лазерного ножа; 4 – модель; 5 – саблевидная подвеска; 6 – бокс с телекамерой; 7 – камера давления

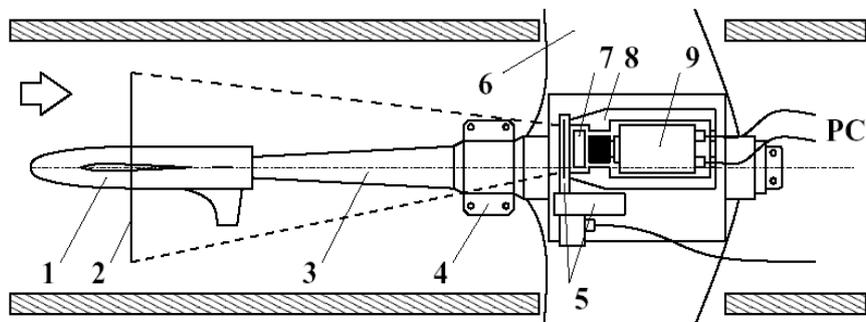


Рис. 24.6. Схема фоторегистрирующего устройства на саблевидной подвеске: 1 – модель; 2 – плоскость лазерного ножа; 3 – державка; 4 – хомут; 5 – электромеханическая заслонка; 6 – саблевидная подвеска; 7 – защитное стекло; 8 – бокс для телекамеры; 9 – телекамера; PC – выход видеосигнала и управляющих импульсов на компьютер

Как уже отмечалось, одной из основных функций электромеханической заслонки при фоторегистрации – иногда даже более важной, чем защита оптических стекол от повреждений, была функция фотозатвора. При использовании телекамер необходимость в механическом затворе отпала, что позволило исключить данный узел из конструкции устройства. Для защиты объектива от механических повреждений при этом применялась насадка (рис. 24.9). Защиту от воздействия частиц присутствующих в потоке обеспечивает тонкое стекло, к которому вплотную прижато более толстое стекло, осуществляющее защиту от воздействия скоростного напора и от ударных нагрузок, возникающих в моменты запуска и остановки аэродинамической трубы. Тонкое стекло дешево и просто в изготовлении. Конструкция насадки позволяет легко производить его замену. Состояние обращенной к потоку оптической поверхности и необходимость замены тонкого стекла легко контролируется как его наружным визуальным осмотром, так и по качеству регистрируемых изображений.

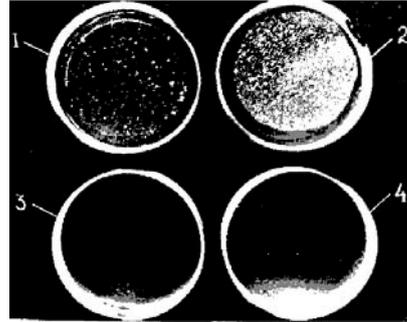


Рис. 24.7. Защитные стекла: 1, 2 – соответственно после трех и 10 испытаний без защитной заслонки; 3 – до испытаний; 4 – после 30 испытаний с защитной заслонкой

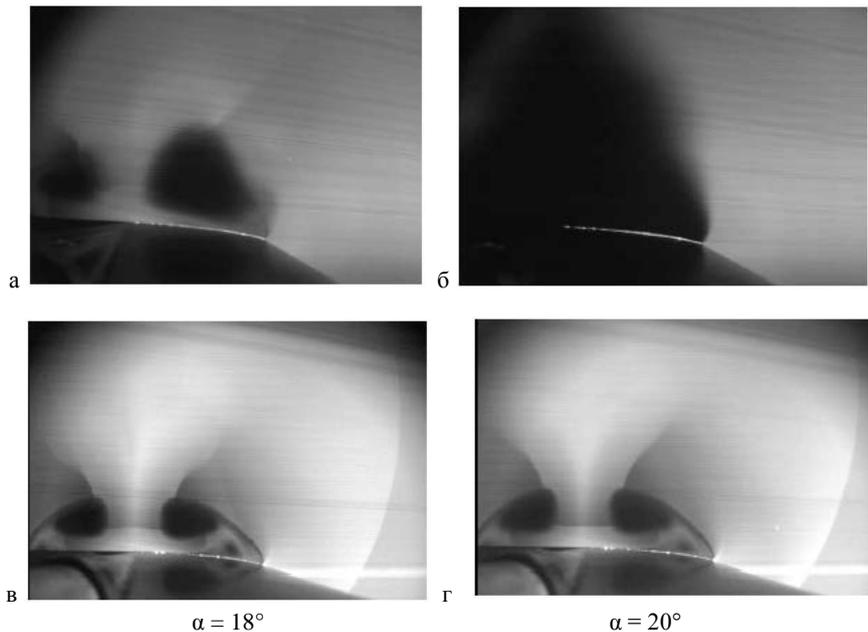


Рис. 24.8. Визуализация обтекания треугольного крыла,  $M = 3$ : а, б – с электромеханической заслонкой (наблюдается перестройка течения); в, г – без электромеханической заслонки (искажения картины обтекания не наблюдается)

Использование вместо механической заслонки защитной насадки позволило, во-первых, исключить воздействие регистрирующего устройства на поток, во-вторых, появилась возможность постоянного контроля и регули-

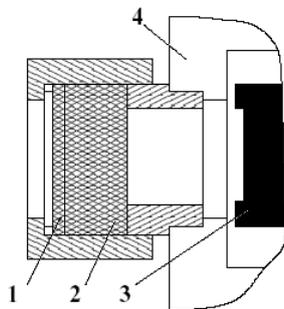


Рис. 24.9. Схема защиты объектива: 1 – тонкое защитное стекло; 2 – основное защитное стекло; 3 – объектив; 4 – защитный бокс

ровки качества изображения в процессе эксперимента. Регистрация изображений может осуществляться в любой момент в продолжение всего эксперимента. Несмотря на необходимость замены тонкого стекла по мере ухудшения его поверхности (срок работы одного стекла составляет 3–5 экспериментов), итоговое время работы установки для получения информации, а значит, и стоимость эксперимента существенно сократились. Возможность наблюдать картину обтекания на протяжении всего эксперимента, в том числе и во время переходных процессов при смене режимов обтекания модели (например, угла атаки и

числа Рейнольдса), позволило наблюдать некоторые интересные не фиксированные ранее эффекты. Один из таких примеров приведен на рис. 24.10. Исследовалось обтекание треугольного крыла. При плавном уменьшении числа Рейнольдса наблюдалось появление скачка конденсации (обозначен цифрой 1 на рис. 24.10, б), который при стационарном обтекании не обнаруживается.

В настоящее время на установке Т-313 все эксперименты проводятся с применением защитной насадки. Однако схема с использованием электро-механической заслонки и полученные результаты кроме исторического имеют и методическое значение. Они лишней раз подчеркивают вполне очевидный факт, что необходимо быть осторожным при установке какого-либо оборудования в поток не только выше, но и ниже модели по потоку. Их влияние

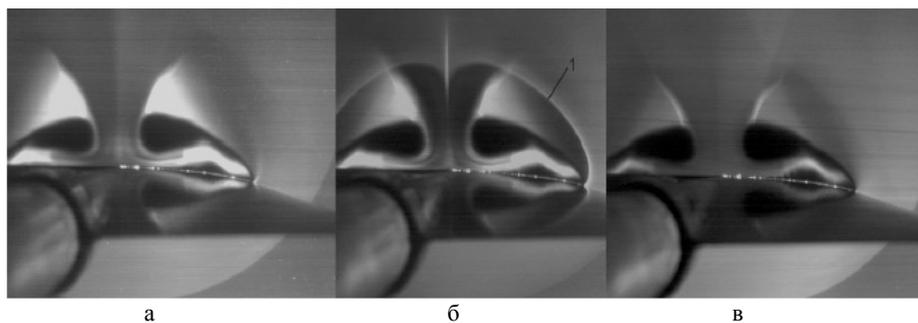


Рис. 24.10. Обтекание треугольного крыла ( $M = 3,5$ ,  $\alpha = 16^\circ$ ): а – стационарный режим обтекания; б – непрерывное уменьшение числа Рейнольдса; в – стационарный режим с меньшим числом Рейнольдса

на режим обтекания может быть существенным и проявляться далеко вверх по потоку. В приведенных примерах (см. рис. 24.8) регистрирующее устройство с электромеханической заслонкой располагалось на расстоянии более 0,5 м от сечения лазерного ножа.

Учет данного положения особенно важен для аэродинамических установок с малым сечением рабочей части. Это связано с тем, что минимально возможный размер регистрирующего устройства определяется не размерами рабочей части аэродинамической трубы, а требованием высокого качества регистрируемых изображений, которое напрямую зависит от размеров приемной матрицы телекамеры и входного зрачка объектива. Эти же параметры определяют и светосилу, а значит, и чувствительность системы. Свой вклад в размеры устройства вносит и защитный бокс.

#### 24.4. Требования к параметрам светорассеивающих частиц

Необходимым условием для метода лазерного ножа является наличие в набегающем потоке достаточного количества светорассеивающих частиц. В качестве частиц, обеспечивающих рассеяние света, может использоваться целый ряд элементов и их соединений: вода, мелкодисперсные дымы, другие твердые и жидкие частицы. При этом должны учитываться следующие требования.

1. Примеси не должны состоять из агрессивных веществ, чтобы их частицы не вызывали преждевременного износа штатного оборудования установки.

2. Концентрация и размеры частиц должны быть достаточными для обеспечения необходимой для регистрации изображений интенсивности рассеянного света. В то же время частицы не должны приводить к искажению картины течения как в результате влияния конденсированной фазы на параметры потока, так и в результате эффекта отставания их скорости от скорости течения в градиентных зонах.

3. Минимальное количество примеси должно обеспечивать получение максимального количества светорассеивающих частиц.

К дополнительным требованиям можно отнести, например, дешевизну используемых для создания рассеивающих центров веществ, удобство их ввода в основной поток и т. п.

Большинству из предъявляемых требований удовлетворяют частицы мелкодисперсной сажи (дыма) или алюминиевой пудры, а также конденсированные частицы воды, углекислоты или других веществ. Эти частицы обладают хорошими светорассеивающими свойствами. Однако при использовании сажи или алюминиевой пудры возникают проблемы их получения, дозировки и ввода в поток рабочего газа аэродинамической трубы в необходимых количествах.

Известно применение сажи совместно с другими частицами продуктов сгорания в тепловой сверхзвуковой аэродинамической трубе, где для подогрева воздуха использовался керосиновый подогреватель. Но создание генераторов дыма для труб с большим расходом, работающих на чистом осушен-

ном воздухе, связано с рядом трудностей. Такие генераторы получаются довольно сложными, массивными и неудобными для широкой эксплуатации. К тому же частицы дыма или сажи загрязняют тракт аэродинамической трубы продуктами сгорания, что приводит к необходимости защиты приборного оборудования, а также очистки внутренних стенок от скапливающейся сажи и грязи. Использование металлических или других смесей связано с аналогичными трудностями и является нежелательным с точки зрения защиты окружающей среды. Поэтому более привлекательным является применение паров воды или углекислого газа, которые при адиабатическом расширении в сверхзвуковом сопле успевают конденсироваться в частицы необходимых размеров в виде тумана.

Весовой расход вещества, вводимого в тракт аэродинамической трубы, должен быть достаточным для начала конденсации. Минимальный расход необходимый для этого

$$W_{мз} = W_{в} \mu_{з} P_{нз} / \mu_{в} P_{ст.в},$$

где  $P_{нз}$  и  $\mu_{з}$  – давление насыщенного пара при температуре потока и молекулярный вес используемого вещества;  $W_{в}$ ,  $\mu_{в}$  и  $P_{ст.в}$  – весовой расход, молекулярный вес и статическое давление воздуха в потоке.

В табл. 24.1 приведены показатели давления насыщенных паров  $P_{н.уг}$ ,  $P_{н.вд}$  и минимального расхода  $W_{м.уг}$ ,  $W_{м.вд}$  для углекислого газа и воды, необходимые для начала конденсации, в зависимости от параметров потока для различных чисел Маха ( $\rho_{в}$  и  $T_{ст}$  – плотность воздуха и статическая температура в рабочей части) для двух значений температуры в форкамере трубы  $T_{ф}$  [122]. Видно, что для воды давление насыщенных паров при температурах потока, приведенных в таблице, всегда меньше  $10^{-5}$  см вод. ст., а расход, необходимый для начала конденсации, меньше  $10^{-6}$  кг/с, и его можно не учитывать.

Очевидно, что к расходу вводимого вещества, необходимого для начала конденсации, следует добавить расход для непосредственного получения светорассеивающих частиц. Величина этого показателя в нашем случае определялась опытным путем. В процессе отработки метода проводились эксперименты с использованием в качестве вещества для генерации светорассеивающих частиц как углекислого газа, так и воды. Было показано, что применение углекислоты позволяет добиться удовлетворительной визуализации без существенного изменения параметров потока. Однако при этом выявились существенные недостатки.

1. Применение  $CO_2$  позволило осуществить только локальное засеивание потока светорассеивающими частицами. Его ввод в этом случае производился через форсунки, устанавливаемые в районе продольной оси симметрии форкамеры. Засеивание всего потока вряд ли является реальным из-за достаточно большого необходимого объема  $CO_2$ . Кроме того, даже при локальном вводе ограниченные запасы сжатого газа в стандартных 40-литровых баллонах позволяли проводить последовательно всего несколько экспериментов.

2. Сильное охлаждение  $CO_2$  при расширении приводит к его конденсации непосредственно в понижающем редукторе и подводящих трубопроводах. В результате истечение через форсунки происходило весьма неравномерно, в

виде отдельных сгустков или хлопьев, а яркость регистрируемых изображений была случайно-неравномерной по времени и по полю изображения.

3. Локальность засеивания потока сама по себе вносила неравномерность в концентрацию светорассеивающих частиц в плоскости лазерного ножа и ограничивала область возможной визуализации течения ядром струи светорассеивающего вещества.

4. Резкое возрастание необходимого количества  $\text{CO}_2$  с уменьшением числа Маха. Это связано с увеличением  $T_{\text{ст}}$  потока и соответственно давления насыщающих паров  $\text{CO}_2$ . Так, при  $M \leq 2,75$  изображение картины течения в плоскости лазерного ножа вообще не наблюдалось. Это согласуется с данными, приведенными в табл. 24.1.

В связи с этим дальнейшие эксперименты на Т-313 проводились с использованием только водяного конденсата. Тем не менее на установках с более низким расходом газа, при некоторых режимах, использование углекислого газа может быть вполне успешным.

Таблица 24.1

Показатель	M				
	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$P_{\text{ф}}$ [см вод. ст.]	$2 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$	$4,2 \cdot 10^3$	$6,7 \cdot 10^3$	$10,3 \cdot 10^3$
$W_{\text{в}}$ [кг/с]	101,0	88,5	82,3	81,2	81,0
$P_{\text{ст.в}}$ [см вод. ст.]	256	175	114	87,8	67,8
$T_{\text{ф}} = 300 \text{ K}$					
$T_{\text{ст}}$ [K]	166,6	133,3	107,1	87,0	71,4
$\rho_{\text{в}}$ [кг/м <sup>3</sup> ]	0,524	0,443	0,363	0,345	0,324
$P_{\text{н.уг}}$ [см вод. ст.]	66,7	0,62	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$< 10^{-7}$
$W_{\text{м.уг}}$ [кг/с]	39,93	0,48	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$	$< 10^{-7}$
$P_{\text{н.вд}}$ [см вод. ст.]	$4,1 \cdot 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
$W_{\text{м.вд}}$ [кг/с]	$9,6 \cdot 10^{-7}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
$T_{\text{ф}} = 273 \text{ K}$					
$T_{\text{ст}}$ [K]	151,6	121,3	97,5	79,1	65,0
$\rho_{\text{в}}$ [кг/м <sup>3</sup> ]	0,577	0,492	0,399	0,379	0,356
$P_{\text{н.уг}}$ [см вод. ст.]	9,5	0,06	$9,6 \cdot 10^{-5}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$	$< 10^{-7}$
$W_{\text{м.уг}}$ [кг/с]	5,69	0,046	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-7}$	$< 10^{-7}$
$P_{\text{н.вд}}$ [см вод. ст.]	$7,5 \cdot 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
$W_{\text{м.вд}}$ [кг/с]	$1,3 \cdot 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

Из-за малого давления насыщенных паров воды в сверхзвуковом потоке минимально необходимый расход  $W_{\text{м.вд}}$  (см. табл. 24.1) остается пренебрежимо малым при всех режимах работы трубы, а реальный расход определяется только величиной, необходимой для получения нужного количества светорассеивающих частиц. Необходимое для визуализации количество влаги в потоке может быть обеспечено либо путем временного отключения осушителей воздуха на турбокомпрессорной станции, либо вводом воды в тракт под-

вода осушенного воздуха к аэродинамической трубе. В неоднократных сериях отладочных экспериментов были опробованы оба способа увлажнения сжатого воздуха. Как показала практика, подача воды непосредственно в тракт трубы за дросселем путем впрыскивания через расходные шайбы является более удобным способом получения светорассеивающих частиц. При этом запасы сжатого воздуха на газобаллонной станции сохраняют свой обычный состав по влажности, и проведение экспериментов по визуализации методом лазерного ножа не оказывает влияния на других потребителей. Использование расходных шайб позволяет достаточно просто регулировать расход воды в зависимости от режима.

На рис. 24.11 приведена схема подвода воды в тракт аэродинамической трубы Т-313. Из емкости вода подается в тракт трубы через форсунку. При выходе из форсунки она распыляется на мелкие капли, которые интенсивно испаряются в осушенном воздухе. Проходя через фильтр и хонейкомб, выравнивающие сетки, расположенные в форкамере трубы, водяной пар равномерно перемешивается в потоке. Использование электромеханического клапана типа УП-53/1-2 с дистанционным управлением позволяет осуществлять включение и выключение подачи воды с пульта управления установкой. Расход воды может регулироваться как сменой расходных шайб на форсунке, так и в процессе эксперимента изменением с помощью редуктора давления сжатого воздуха в емкости с водой. При адиабатическом расширении в сверхзвуковом сопле, статическая температура потока постепенно понижается и в некоторый момент времени статическое давление паров воды начинает превышать давление насыщенных паров, что приводит к конденсации и росту

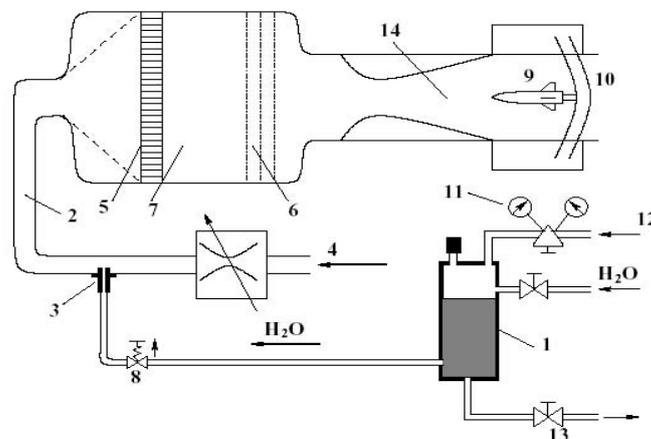


Рис. 24.11. Схема ввода воды в поток: 1 – емкость с водой; 2 – тракт аэродинамической трубы; 3 – форсунка; 4 – подвод рабочего сжатого воздуха; 5 – фильтр и хонейкомб; 6 – выравнивающие сетки; 7 – форкамера; 8 – электро-механический клапан; 9 – модель; 10 – саблевидная подвеска; 11 – редуктор управления расходом воды; 12 – сжатый воздух; 13 – вентиль слива воды

частиц водяного тумана. На этих частицах и происходит рассеяние зондирующего излучения. Это позволяет наблюдать пространственные картины обтекания различных моделей во всем диапазоне чисел Маха, реализуемых на сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313.

### 24.5. Влияние светорассеивающих частиц на поток

При изэнтропическом расширении газа в сверхзвуковом сопле содержащаяся в воздухе вода, а при больших числах Маха и некоторые компоненты самого воздуха, начинают конденсироваться в виде тумана. При конденсации воды и других примесей, таких как  $\text{CO}_2$ , выделяется скрытая теплота фазового перехода, что приводит к увеличению статического давления и уменьшению числа Маха. Обычно от этого в значительной степени избавляются осушением воздуха до точки росы ( $-30$  или  $-40$  °С), а влиянием конденсации остающейся влаги пренебрегают. Хотя и известно, что даже значительная конденсация практически не влияет на коэффициенты нормальной силы и момента тангажа [123], тем не менее она может оказать негативное влияние на результаты некоторых других исследований.

Для визуализации в поток приходится вводить примеси для получения светорассеивающих частиц. Было показано, что для местного засеивания потока добавление  $\text{CO}_2$  в количестве до  $0,15$  г/с приводит только к небольшой деформации поля скорости в исследуемой зоне рабочей части. Измерения, выполненные с помощью гребенки полного давления, показали, что максимальное изменение числа Маха в некоторых точках доходит до  $0,5$  % от номинальной величины. Однако такая деформация поля чисел Маха лежит в пределах дорожки разбросов, получаемой при работе на чистом воздухе.

Были также проведены исследования влияния ввода воды на изменение поля чисел Маха в одном из сечений рабочей части. Вводимое количество было достаточно мало: до  $125$  г/с при  $M_\infty = 2$  ( $\approx 1,1$  г/кг воздуха), а при больших числах Маха еще меньше. Выпадающий при этом туман невооруженным глазом не обнаруживался. Он становился видимым только при мощном лазерном освещении. Следует отметить, что остаточная

концентрация влаги в потоке составляет  $0,3$ – $0,5$  г/кг воздуха. После дополнительного ввода воды этот параметр повышался всего в  $2$ – $3$  раза. Исследования производились с помощью крестообразной гребенки  $P'_0$ , имеющей  $21$  насадок, а также с помощью регистрации давления на клине с углом раскры-

Таблица 24.2

Условия	Серия	М в рабочей части		
Без воды	1	2,266		4,017
		2,267		
	2	2,275	3,019	4,019
		2,274	3,018	4,019
		2,275	3,019	4,016
	2,275	3,019	4,018	
С водой	1	2,257		4,013
		2,258		4,015
	2	2,261	3,005	4,013
		2,260	3,004	4,011
		2,261	3,005	4,012
	2,260	3,004	4,013	

тия  $12,5^\circ$ . Также регистрировались среднее по сечению число Маха  $M_{\text{ср}}$  (по измерениям  $P'_0$ ) и число Маха невозмущенного потока  $M_\infty$  (по измерениям давления торможения в форкамере  $P_{0\text{ф}}$  и статического давления на стенках рабочей части). В табл. 24.2 приведены числа Маха, полученные при работе на осушенном воздухе и при вводе воды. Как видно из таблицы, при добавлении воды, во всех случаях четко фиксируется уменьшение числа Маха. Однако это снижение весьма мало и не превышает  $0,7\%$  при  $M_\infty = 2,27$ ;  $0,5\%$  при  $M_\infty = 3$  и  $0,2\%$  при  $M_\infty = 4$ .

На рис. 24.12 показано распределение чисел Маха в рабочей части Т-313 в сечении  $X = 675$  мм от среза сопла при работе на сухом воздухе и при подаче воды в тракт подвода воздуха перед форкамерой. Среднее число Маха набегающего потока составляет  $2,25$ . Как видно из приведенных рисунков, по измерениям  $P'_0$  трудно сделать определенный вывод о влиянии воды на параметры потока в рабочей части. В большинстве точек результаты измерений полностью совпадают, в особенности при  $M_\infty = 4$ . Только в некоторых точках обнаруживается заметное снижение местного числа Маха (при  $M_\infty = 2,27$  до  $0,04$ ), но в то же время имеются точки, где при добавлении воды местное число Маха увеличивается. Однако все эти изменения, как и в случае использования  $\text{CO}_2$ , лежат в пределах дорожки разбросов, имеющих место при многократных испытаниях на сухом воздухе. То же самое наблюдалось и для других чисел Маха.

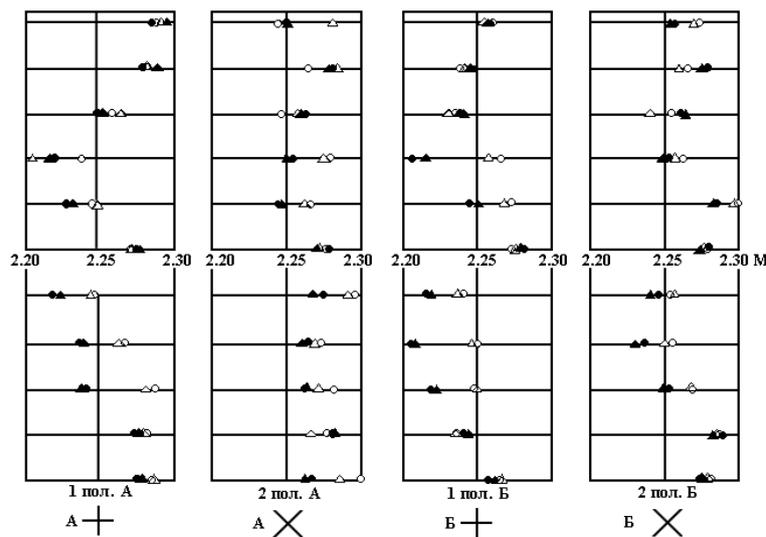


Рис. 24.12. Поле местных чисел Маха в рабочей части Т-313 при работе на сухом воздухе ( $\circ$ ,  $\Delta$ ) и при подаче воды ( $\bullet$ ,  $\blacktriangle$ )

На рис. 24.13 даны результаты измерений давления на поверхности клина в виде коэффициентов давления  $P^*_i = (P_i - P_\infty) / q$  при углах атаки  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 12,5^\circ$  ( $q$  – скоростной напор). Измерения выполнялись без воды, с водой и снова без воды в одном эксперименте. Как и для  $P'_0$ , результаты подтвержда-

ют исключительно малое влияние вводимого количества воды. За исключением отдельных точек распределение давления при работе трубы на сухом воздухе и при добавлении воды практически одинаково. По-видимому, полученные результаты закономерны, так как вводимое дополнительно количество воды ( $\sim 1,1$  г/кг воздуха) всего в 2–3 раза превышает количество остаточной влаги в осушенном воздухе ( $\sim 0,5$  г/кг воздуха).

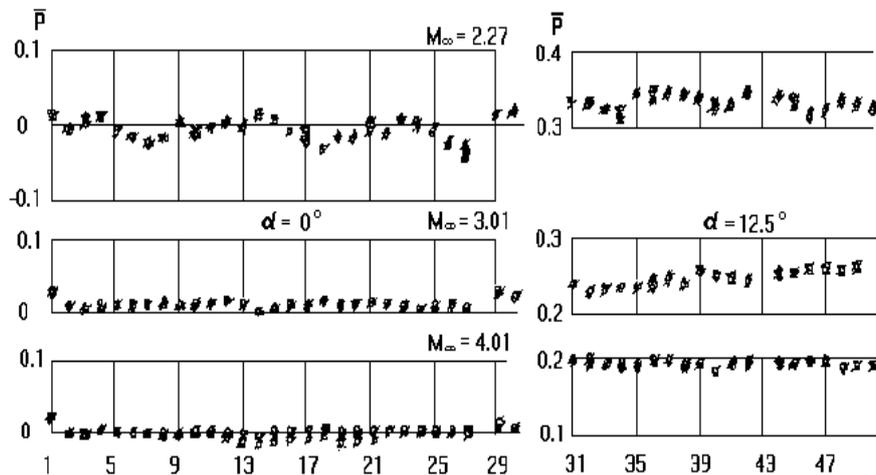


Рис. 24.13. Распределение давления на поверхности клина на сухом воздухе (светлые значки) и при подаче воды (темные значки).  $M = 2,27$

Таким образом, методические испытания не указывают на заметное влияние вводимого количества воды на поток. Поле скоростей в окрестностях модели не претерпевает заметных отклонений при добавлении в поток конденсата воды, необходимого для визуализации.

#### 24.6. Примеры использования метода

Использование в качестве рассеивающих центров частиц, конденсирующихся в процессе расширения потока в сверхзвуковом сопле, существенно усложняет интерпретацию полученных картин визуализации. Если при использовании, например, ЛИФ-методов наблюдается рассеяние света на молекулах, концентрация и скорость которых, а значит, интенсивность и доплеровский сдвиг частоты рассеянного света пропорциональны плотности и скорости потока, то при использовании частиц конденсата ситуация существенно усложняется. При этом основное влияние на параметры рассеянного излучения оказывают два эффекта.

1. Отставание изменения скорости частиц по сравнению с изменениями скорости потока, обусловленное эффектами инерции.

2. Изменение размеров и количества частиц. Возможен как рост существующих и появление новых частиц (конденсация), так и их испарение в зависимости от параметров потока.

Указанные эффекты приводят к тому, что яркость изображений зависит не только и не столько от плотности потока, сколько от полей температуры, давления и градиентов скорости. По эти причинам зависимость яркости изображения от этих параметров практически невозможно задать в явной форме. С целью демонстрации возможностей метода, а также влияния на картины визуализации некоторых из перечисленных эффектов ниже приводятся результаты визуализации картин обтекания различных моделей на сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТПМ.

При обсуждении некоторых вопросов мы уже использовали результаты визуализации картины обтекания тонкого треугольного крыла. На рис. 24.14 приведена его схема. Крыло имеет симметричный ромбовидный профиль с острой передней кромкой. В таблице 24.3 приводятся его основные геометрические характеристики. Использовались оптические схемы, приведенные на рис. 24.4 и 24.5.

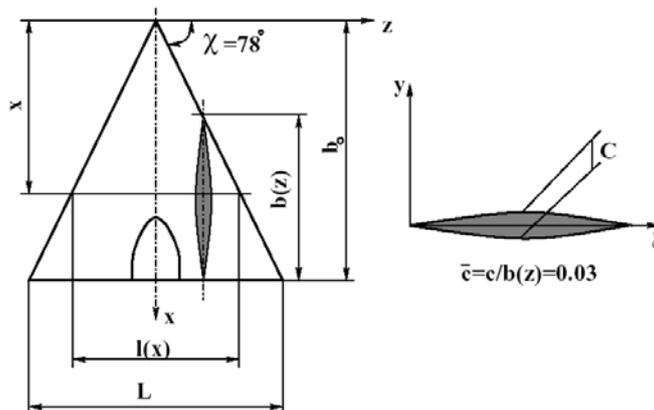


Рис. 24.14. Схема тонкого треугольного крыла

Картина обтекания треугольного крыла существенно меняется в зависимости от режима. На рис. 24.15 приведены типичные изображения, полученные с использованием метода лазерного ножа в  $X' = X / b_0 = 0,65$ , для различных чисел Маха и углов атаки. Полученные изображения поражают своим разнообразием. Для описания топологии подобных течений часто используют координаты  $M_N$  и  $\alpha_N$ , где  $M_N$  соответствует ортогональной передней кромке проекции вектора скорости. Карта режимов обтекания треугольных крыльев в этих координатах представлена на рис. 24.16. Многочисленные эксперименты по исследованию режимов обтекания подобных моделей, проведенные в ИТПМ с использованием метода лазерного ножа, позволили существенно уточнить карту течений (толстые пунктирные линии на рис. 24.16).

Таблица 24.3

Параметр	Значение
Угол стреловидности по передней кромке	$\chi = 70^\circ 40'$
Площадь	$S = 0,0407 \text{ м}^2$
Размах	$L = 0,239 \text{ м}$
Корневая хорда	$b_0 = 0,3404 \text{ м}$
Удлинение	$L^2/S = 1,41$
Максимальная относительная толщина	$C_{\max} = 3,2 \%$

Некоторые из характерных особенностей обтекания треугольного крыла можно увидеть на рис. 24.17 ( $M_\infty=2$ ). Хорошо видно положение головной ударной волны (2), отсоединенной от передней кромки крыла (1). След от ударной волны на фотографии виден как граница светлой С (сжатие) и более темной Н (набегающий поток) областей. На подветренной стороне крыла с передней кромки сходит вихревая пелена (3). Ближе к корневой хорде происходит сворачивание вихревой пелены в основной вихрь (4). В вихревом слое и в основном вихре происходит сепарация светорассеивающих частиц, поэтому на фотографии эти области затемнены. Вблизи верхней поверхности крыла видна еще одна затемненная область (5) – вторичный вихрь. Отчетливо наблюдаются висячие скачки (6, 7) и  $\lambda$ -скачок (8), образующийся над вихревой пеленой и основным вихрем.

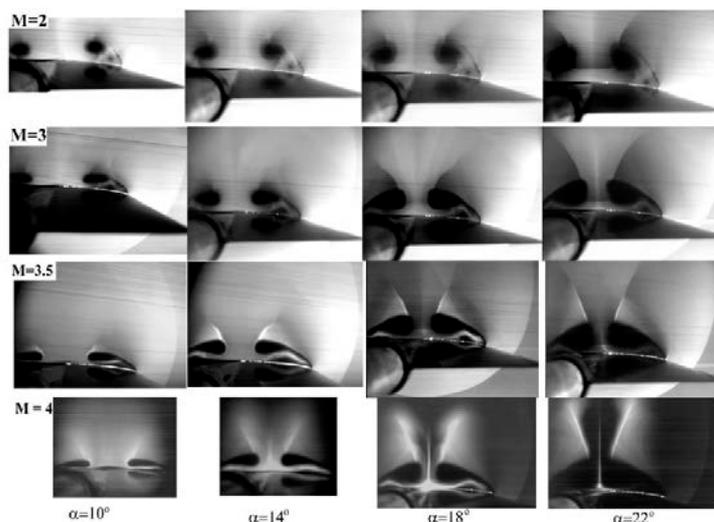


Рис. 24.15. Результаты исследования обтекания треугольного крыла

Таким образом, визуализация методом лазерного ножа позволяет получить характерные особенности течения. Поскольку количественные измерения параметров потока с помощью, например, пневмометрических исследо-

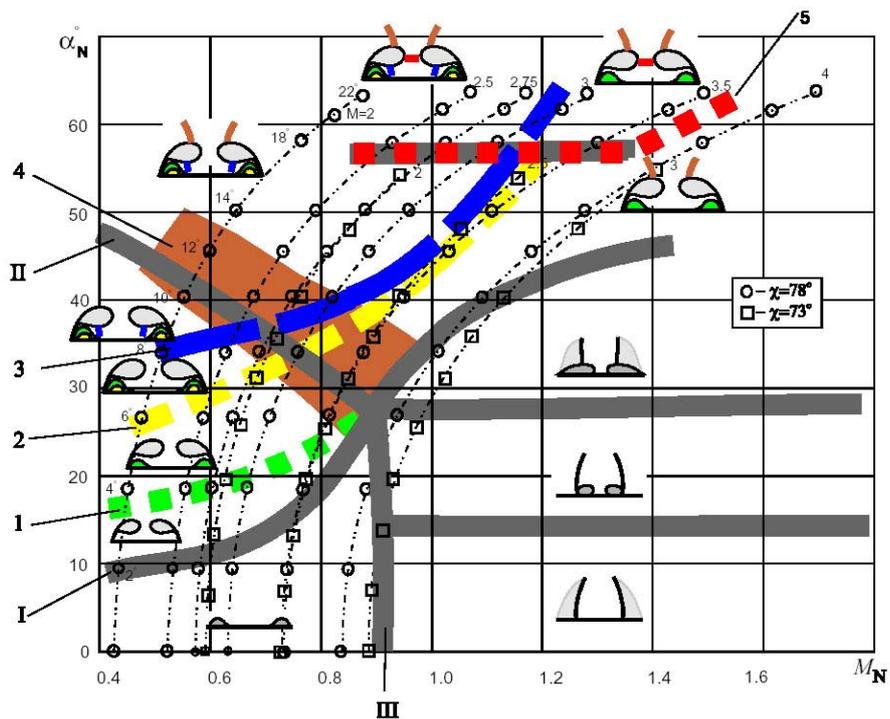


Рис. 24.16. Карта режимов обтекания треугольного крыла

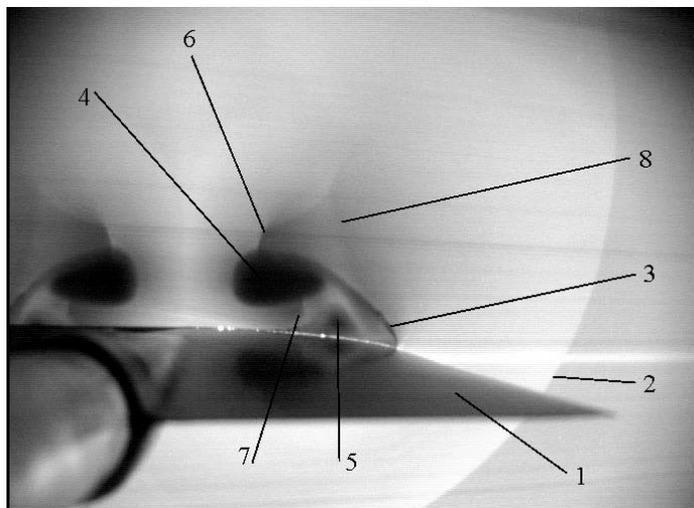


Рис. 24.17. Визуализация картины обтекания треугольного крыла в сечении  $X^* = 0,62$ .  $M_\infty = 2$

ваний являются более сложными и трудоемкими, для изучения структуры сложных течений на начальном этапе желательно использовать визуализацию с помощью лазерного ножа, а в последствии, для получения количественных данных, – различные пневмометрические измерения в интересных зонах течения.

Метод лазерного ножа использовался для исследования отражения ударных волн. Как известно, возможно регулярное и маховское отражение, реализующееся при достаточно больших углах падения волны (рис. 24.18). Существует два теоретических критерия перехода от регулярного отражения к маховскому. В соответствии с первым критерием максимального отклонения, переход к маховскому отражению происходит при угле падения  $\alpha_D$ , выше которого суммарное отклонение потока на падающем и отраженном скачках уже не может обеспечить направление потока, совпадающее с набегающим потоком. Второй критерий механического равновесия (критерий фон Неймана) определяет точку перехода углом  $\alpha_N$ , когда давление в потоке, прошедшем через прямой скачок (ножку Маха), совпадает с давлением в потоке, прошедшем через падающую и отраженную волны.

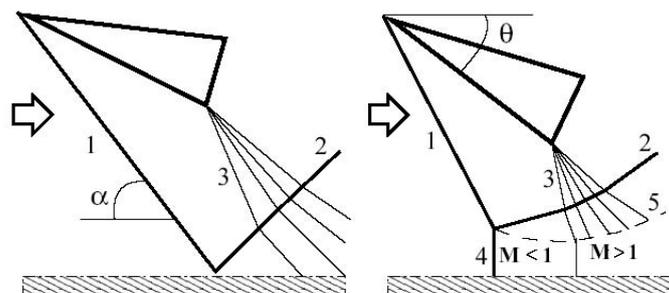


Рис. 24.18. Типы стационарного отражения ударных волн – регулярное (слева) и маховское (справа): 1 – падающая ударная волна; 2 – отраженная ударная волна; 3 – веер волн разрежения; 4 – ножка Маха; 5 – контактная поверхность

Условие равенства давлений может быть выполнено, только если число Маха набегающего потока превышает некоторое значение  $M_0$ . Для газа с показателем адиабаты  $\gamma = 1,4$ ,  $M_0 \approx 2,2$ . При этом  $\alpha_D = \alpha_N$ . Для  $M > M_0$  всегда  $\alpha_D > \alpha_N$ . Таким образом, в диапазоне углов  $\alpha_D > \alpha > \alpha_N$  возможно существование двойного решения. Размер этого диапазона увеличивается с ростом числа Маха набегающего потока. Двойное решение позволяет предположить возможность существования гистерезиса перехода от регулярного отражения к маховскому и обратно. Иначе говоря, угол перехода от регулярного отражения к маховскому при увеличении  $\alpha$  может существенно отличаться от угла перехода от маховского отражения к регулярному при его уменьшении.

Использование метода лазерного ножа, реализованного по схеме, приведенной на рис. 24.4, позволило провести подробное исследование конфигурации ударных волн при обтекании клиньев конечной ширины. Полученные результаты (рис. 24.19) дали возможность построить сценарий перехода

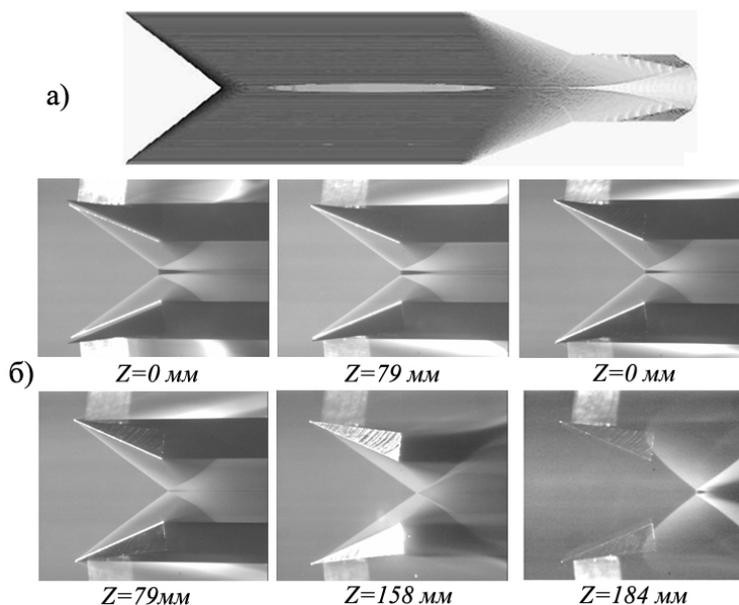


Рис. 24.19. Исследование конфигурации ударных волн при обтекании клиньев конечной ширины (комбинированное отражение): *a* - численные расчеты; *b* - визуализация картины течения методом лазерного ножа.  $M = 4$ ;  $b/w = 3,75$ ;  $g/w = 0,3$ ;  $\alpha = 35,5^\circ$

от регулярного отражения ударных волн к маховскому и обратно с учетом трехмерных эффектов. Был надежно зафиксирован гистерезис перехода. Подтверждена возможность существования предсказанного численными расчетами комбинированного режима отражения, когда на оси симметрии модели ( $Z = 0$ ) реализуется маховское отражение, переходящее при увеличении  $Z$  в регулярное, а при дальнейшем увеличении  $Z$  опять в маховское.

## **Глава 25**

### **Использование метода лазерного ножа для регистрации полей скорости**

#### **25.1. Панорамные оптические методы регистрации полей скорости**

Известно довольно большое количество модификаций оптических методов для измерения скорости [72–86]. К настоящему времени наибольшее распространение получили локальные ЛДА, позволяющие производить за одно измерение регистрацию скорости потока в отдельной точке (гл. 17). Исследование полей скорости подобными методами требует последовательного сканирования исследуемого потока и возможно только для стационарных или достаточно воспроизводимых объектов. Однако существует альтернативная возможность «мгновенных» панорамных измерений распределения скорости в потоке с использованием панорамных ЛДА. В работе [77] описан способ голографической регистрации линий равных проекций скорости, путем дискретных смещений частоты в опорном пучке. Известны методы регистрации полей скорости с помощью специального оптического процессора [72–74] и с применением узкополосных газовых фильтров. При этом распределение освещенности на получаемом изображении соответствует скорости в соответствующей точке исследуемого объекта.

Очевидно, что каждый метод имеет свои достоинства, но в то же время и свои ограничения по точности, диапазону измеряемых скоростей, возможностям применения на конкретных установках, стоимости и т. д. Поэтому, несмотря на широкий набор известных методов, существует необходимость совершенствования известных и развития новых подходов для панорамных измерений скорости в потоках. Ниже приводится несколько довольно простых схем регистрации полей скорости с использованием полевых интерферометров [80–86].

#### **25.2. Обоснование возможности использования полевых оптических интерферометров для регистрации полей скорости**

Логическим продолжением работ по реализации метода лазерного ножа является развитие этого метода для регистрации полей скорости газовых потоков. Действительно, использование когерентного излучения для локализации исследуемого сечения и присутствие в потоке светорассеивающих частиц, достаточно хорошо отслеживающих скорость основного потока, дает возможность регистрировать доплеровский сдвиг частоты зондирующего излучения, а значит, и некоторую компоненту скорости сразу во всем выделенном сечении. Как известно, доплеровский сдвиг частоты в первом приближении для скоростей, существенно меньших скорости света, определяется выражением

$$\Delta\omega_d = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{V}, \quad (25.1)$$

где  $\mathbf{k}_1$  – волновой вектор зондирующего излучения;  $\mathbf{k}_2$  – волновой вектор рассеянного излучения;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости в точке измерения.

Оптическая схема панорамных измерений скорости разбивается на две части – схему формирования лазерного ножа и приемную часть. Первая часть аналогична схеме, используемой в методе лазерного ножа. Приемная часть в качестве основной компоненты содержит полевой интерферометр с локализацией интерференционных полос в плоскости изображения исследуемого объекта. Для регистрации полей скорости необходимо существование зависимости вида интерференционной картины от распределения доплеровского сдвига частоты в исследуемом сечении. Это будет обеспечиваться при соблюдении следующих условий.

1. Изображения объекта, создаваемые различными интерферирующими пучками, должны точно совпадать друг с другом. Это необходимо в связи с диффузным характером рассеяния зондирующего излучения частицами в измерительной плоскости, что приводит к нарушению пространственной когерентности регистрируемого излучения по полю изображения. Даже незначительный сдвиг изображений, создаваемых различными пучками, приводит к исчезновению интерференционной картины. Данное условие можно определить как совпадение плоскости локализации интерференционной картины с плоскостью изображения исследуемого объекта.

2. Для возможности регистрации сдвига частоты, область свободной дисперсии используемого интерферометра должна быть конечной величиной. Для большинства типов интерферометров область свободной дисперсии

$$\Delta\nu_{\text{ин}} = c / \Delta S_{\text{ин}}, \quad (25.2)$$

где  $\Delta S_{\text{ин}}$  – оптическая разность хода интерферирующих лучей. Данный параметр определяет величину частотного сдвига, необходимого для смещения интерференционной картины на один порядок интерференции. Очевидно, что чем больше разность хода интерферирующих лучей, тем меньше область свободной дисперсии и тем выше чувствительность прибора к изменению частоты. При  $\Delta S_{\text{ин}} = \text{const} = 0$  прибор становится не чувствительным к сдвигу частоты и, как правило, не может использоваться для измерения скорости. Однако когда разность хода зависит от частоты света  $\Delta S_{\text{ин}} = \Delta S_{\text{ин}}(\nu)$ , выражение для области свободной дисперсии отличается от (25.2). Данные интерферометры имеют конечное значение  $\Delta\nu_{\text{ин}}$  и могут быть достаточно чувствительны к сдвигу частоты и при  $\Delta S_{\text{ин}} \approx 0$ .

3. Вид базовых (невозмущенных) интерференционных картин различен для разных типов интерферометров и используемых оптических схем. Невозмущенная интерферограмма может иметь постоянную яркость по всему полю изображения (случай полос бесконечной ширины). Может иметь пространственную модуляцию интерференционными полосами в виде колец, прямолинейных полос и др. Наиболее удобными являются интерферограммы, полученные в прямолинейных эквидистантных полосах. Для этого необходимо обеспечить совпадение кривизны волновых фронтов интерферирующих пучков в плоскости локализации интерференционной картины. Другими сло-

вами, разность хода интерферирующих пучков для различных точек изображения должна быть одинаковой по всему полю изображения. При регистрации интерферограмм в конечных полосах фазы интерферирующих пучков могут отличаться в плоскости изображения на линейную величину  $\delta\varphi = 2\pi(x/\xi + y/\psi)$ , где  $x, y$  – координаты по полю изображения,  $\xi$  и  $\psi$  – шаг интерференционных полос по этим координатам.

4. При использовании многочастотных лазеров необходимо выполнение условия

$$\Delta\nu_{\text{л}} = c / \Delta S_{\text{л}} = m\Delta\nu_{\text{ин}},$$

где  $\Delta\nu_{\text{л}}$  – разность соседних лазерных частот;  $\Delta S_{\text{л}}$  – удвоенная длина лазерного резонатора;  $m$  – целое число.

Для регистрации полей скорости могут использоваться различные типы интерферометров, для которых выполняются первые два из перечисленных условий. Условия 3 и 4 не являются обязательными, но их выполнение существенно упрощает интерпретацию экспериментальных данных. Ряд оптических схем для панорамных измерений скорости с использованием полевых интерферометров приведен в работах [80–86]. Ниже дано описание нескольких подобных интерферометров.

### 25.3. Схемы с многолучевыми интерферометрами

На рис. 25.1 представлена схема регистрации полей скорости с использованием интерферометра Фабри – Перо (ИФП). Данная схема с локализацией интерференционных полос в плоскости изображения объекта использовалась для регистрации скорости у среза дозвукового сопла диаметром 1 мм. Излучение He–Ne-лазера (1) фокусировалось цилиндрической линзой (2) в плоскости, перпендикулярной к оси двухфазной струи, вытекающей из сопла (3). Струя содержала частицы алюминия диаметром  $\sim 15$  мкм. Излучение, рассеянное вдоль оси струи, направлялось зеркалом (4) в ИФП (5). Интерференционная картина регистрировалась фотокамерой (6).

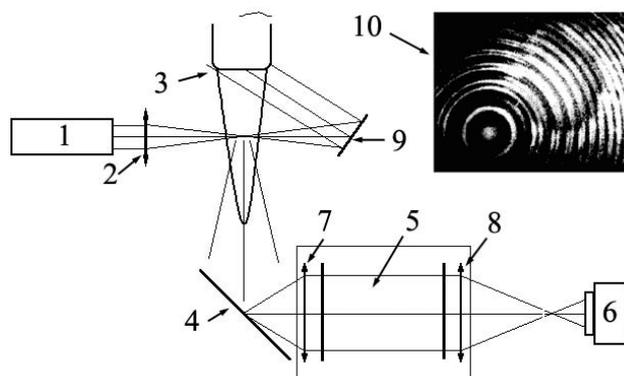


Рис. 25.1. Оптическая схема регистрации полей скорости на базе многолучевого интерферометра Фабри – Перо

Перед интерферометром размещалась линза (7) таким образом, что исследуемое сечение находилось в ее фокальной плоскости. При этом каждой точке объекта соответствовал свой угол наклона интерферирующих пучков в интерферометре. Линза (8), расположенная на выходе интерферометра, строит в своей фокальной плоскости изображение объекта, модулированное интерференционными полосами, которое регистрируется фотокамерой. Очевидно, что так как все пучки, относящиеся к одной точке исследуемого сечения, выходят из интерферометра под одним и тем же углом, то и фокусируются они в одной и той же точке фокальной плоскости линзы (8). Тем самым выполняется первое необходимое условие. Второе условие для ИФП выполняется автоматически. Излучение, прошедшее через исследуемое сечение, зеркалом (9) направлялось на срез сопла и, после рассеяния на нем, служило для создания опорной системы колец. В верхней правой части рисунка приведена типичная интерферограмма (10), полученная с использованием данной схемы.

В случае использования в качестве источника света одночастотного лазера сдвиг интерференционной картины на один порядок интерференции соответствует доплеровскому сдвигу частоты на  $\Delta\nu_d = c / \Delta S_{ин}$ . Используя интерферометр с базой, кратной длине лазерного резонатора, в качестве источника света можно применять многочастотные лазеры, работающие на одной поперечной моде. При этом возможно два случая:  $\Delta S_d = m\Delta S_{ин}$  или  $\Delta S_{ин} = m\Delta S_d$ .

В первом случае при диапазоне лазерных частот, превышающем область свободной дисперсии ИФП, интерференционные кольца, соответствующие одному порядку интерференции, но разным лазерным частотам, будут равномерно заполнять промежуток между кольцами, соответствующими соседним порядкам интерференции для одной частоты. Кольца в разных порядках интерференции для частот, отличающихся на  $m\Delta\nu_{ин}$ , будут точно совпадать. Расстояние между кольцами в этом случае определяется частотным интервалом между продольными модами лазера  $\Delta\nu_d$ , и сдвиг интерференционной картины на величину, равную расстоянию между соседними кольцами базовой картины, соответствует доплеровскому сдвигу частоты рассеянного излучения на  $\Delta\nu_d = c / 2S_d$ .

Если диапазон лазерных частот меньше области свободной дисперсии интерферометра, то интерференционная картина представляет собой отдельные серии колец. Расстояние между сериями будет определяться областью свободной дисперсии интерферометра, а расстояние между кольцами в отдельной серии – частотным интервалом между продольными модами лазера. Подобная ситуация реализована при регистрации интерферограммы, приведенной на рис. 25.1.

Во втором случае соседние лазерные частоты будут отличаться на величину, кратную области свободной дисперсии интерферометра, и интерференционные картины для них будут точно совпадать друг с другом.

В экспериментах использовался He–Ne-лазер ЛГ-78 с длиной резонатора  $\Delta S_d = 3$  м,  $\lambda = 0,63$  мкм. База ИФП –  $\Delta S_{ин} = 0,6$  м. При ортогональном рассеянии зондирующего излучения, что выполняется в данной схеме, доплеров-

ский сдвиг частоты без учета влияния поперечной составляющей скорости равен  $\Delta\nu_d = vV/c = V/\lambda$ . Доплеровский сдвиг частоты, равный разнице соседних лазерных частот  $\Delta\nu_d$ , соответствовал изменению скорости в точке исследуемого сечения  $\Delta V = 63$  м/с.

#### 25.4. Схемы с двухлучевыми интерферометрами

На рис. 25.2 приведена оптическая схема панорамных измерений скорости с применением специального двухлучевого интерферометра, удовлетворяющего необходимым условиям. Излучение, рассеянное от сечения потока (1), выделенного с помощью лазерного ножа, объективами (2 и 3) подается в двухлучевой интерферометр (4). Диафрагма (5), расположенная в фокусе объектива (2), ограничивает угловую апертуру принимаемого излучения и тем самым разброс доплеровского сдвига частоты для отдельной точки объекта.

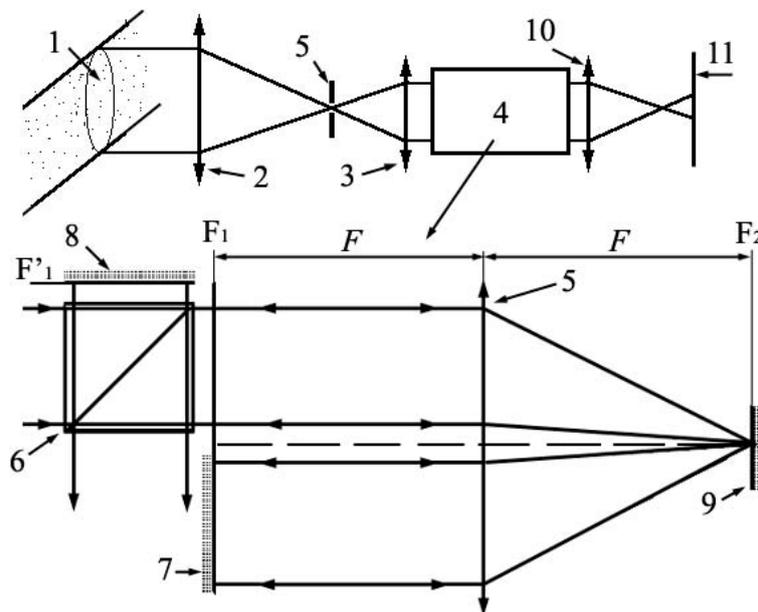


Рис. 25.2. Оптическая схема панорамных измерений скорости с применением двухлучевого интерферометра

Интерферометр, представляющий собой неравноплечий интерферометр Майкельсона (рис. 25.2, б), в большем плече которого помещена линза (5), образован светоделительным кубиком (6) и зеркалами (7–9). Зеркала (7 и 9) расположены в фокальных плоскостях линзы (5)  $F_1$  и  $F_2$ . Плоскость  $F_1$  по отношению к светоделительному кубику расположена симметрично плоскости расположения зеркала (8)  $F'_1$ . В коротком плече излучение просто отражается

от зеркала (8) и, пройдя светоделительный кубик (6), выходит из интерферометра. Во втором плече излучение проходит через верхнюю половину линзы (5), отражается от зеркала (9) и проходит через нижнюю половину этой линзы до зеркала (7). После отражения излучение проходит по тому же пути назад и выходит из интерферометра. Изображение исследуемого сечения, модулированное интерференционными полосами, объективом (10) фокусируется в плоскости регистрации (11).

Данный интерферометр аналогичен интерферометру с двумя идентичными линзами в большем плече, расположенными на двойном фокусном расстоянии друг от друга. Применение промежуточного зеркала (9) и использование при каждом проходе половины поля линзы существенно сокращает габариты прибора и упрощает его настройку. Интерферометр позволяет регистрировать изменение частоты излучения по полю диффузно рассеивающего объекта в прямолинейных эквидистантных полосах. Покажем это.

Пусть  $A_1(x, y)$  – распределение комплексной амплитуды в плоскости  $F_1$ . Очевидно, что такая же амплитуда с точностью до постоянного множителя будет и в плоскости  $F'_1$ . Для тонкой линзы комплексные амплитуды излучения в фокальных плоскостях связаны между собой через преобразование Фурье. Иначе говоря,  $A_2(x, y)$  является Фурье-образом от  $A_1(x, y)$ :

$$A_2(x, y) = \Phi(A_1(x, y))e^{i4\pi Fv/c},$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы;  $\Phi$  – оператор Фурье-преобразования. Аналогично комплексная амплитуда отраженного от зеркала (9) излучения в плоскости зеркала (7)

$$A_3(x, y) = \Phi(A_2(x, y))e^{i4\pi Fv/c} \Phi(\Phi(A_1(x, y)))e^{i8\pi Fv/c}.$$

Из свойств преобразования Фурье следует, что  $\Phi(\Phi(A(x, y))) = A(-x, -y)$ , и

$$A_3(x, y) = A_1(-x, -y)e^{i8\pi Fv/c}.$$

Отразившись от зеркала (7), излучение опять дважды проходит через линзу (5). В итоге в плоскости  $F_1$  для комплексной амплитуды выходящего из интерферометра излучения имеем

$$A(x, y) = A_1(x, y)e^{i16\pi Fv/c} = A_1(x, y)e^{i2\pi v\Delta S_{\text{эт}}/c}. \quad (25.3)$$

Таким образом, комплексная амплитуда на выходе из интерферометра в обоих плечах совпадает с точностью до постоянного для данной частоты фазового множителя. Это позволяет наблюдать интерференционную картину между выходящими пучками. Фокусировка изображения исследуемого объекта в плоскости зеркала (8) позволяет получать интерферограммы в конечных полосах, так как это плоскость локализации интерференционных полос. Изменяя в небольших пределах наклон зеркала (8), можно менять их шаг и наклон.

Фазовый множитель в соотношении (25.3) определяет величину свободной дисперсии, при этом  $\Delta S_{\text{ин}} = 8F$ , а  $\Delta v_{\text{ин}} = c / 8F$ .

Как видно из приведенных рассуждений, конфокальная система из двух линз (ее иногда называют телескопической) переносит изображение из передней фокальной плоскости одной линзы в заднюю фокальную плоскость другой с сохранением распределения комплексной амплитуды. Очевидно, что это будет соблюдаться и для любых других двух плоскостей, расположенных

на расстоянии  $4F$  друг от друга. Это значит, что требующими точной настройки в интерферометре являются расстояние между линзой (5) и зеркалом (9), а также общая разность хода интерферирующих пучков  $8F$ .

При использовании в качестве источника света лазера с одной поперечной, но несколькими продольными модами необходимо так же, как и в случае с многолучевыми интерферометрами, согласование разности хода лучей в интерферометре с длиной лазерного резонатора. Совпадение интерференционных картин для различных лазерных частот для двухлучевого интерферометра будет выполняться при условии  $\Delta\nu_{\text{л}} = m\Delta\nu_{\text{ин}}$  или  $m\Delta S_{\text{л}} = 8F$ .

На рис. 25.3 приведена схема другого интерферометра, который может быть использован для панорамных измерений скорости. Входная часть схемы аналогична приведенной на рис. 25.2.

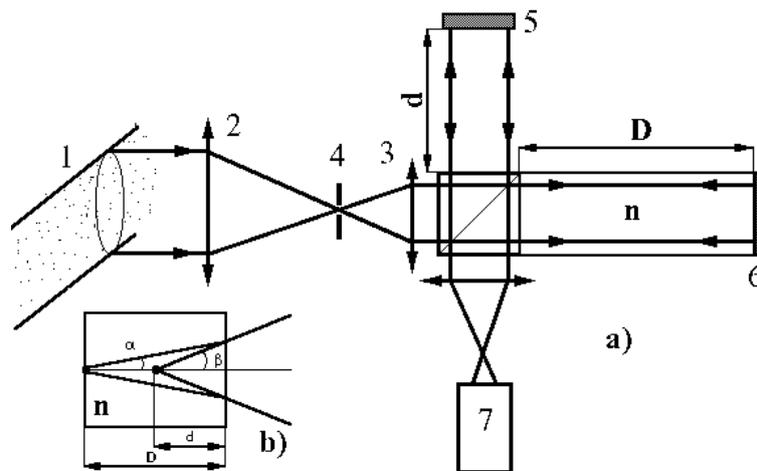


Рис. 25.3. Оптическая схема панорамных измерений скорости на базе неравноплечего интерферометра Майкельсона

Интерферометр представляет собой неравноплечий интерферометр Майкельсона, большее плечо которого заполнено веществом с коэффициентом преломления  $n$ . Длина большего плеча интерферометра  $D$  связана с длиной меньшего плеча  $d$  соотношением

$$d = D \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta \approx_{\beta \ll 1} D / n.$$

При соблюдении данного условия изображение исследуемого сечения (1), сфокусированное объективами (2 и 3) в плоскости зеркала (5), будет одновременно сфокусировано и в плоскости зеркала (6). Точно так же, если фотоприемное устройство будет сфокусировано на плоскость зеркала (5), то оно будет сфокусировано и на плоскость зеркала (6). Таким образом, автоматически выполняются условия 1÷3 (см. п. 25.2). При этом можно показать, что область свободной дисперсии данного интерферометра

$$\Delta\nu_{\text{св}} = \frac{\tilde{n}}{2D[(n - 1/n) - \lambda dn/d\lambda]}.$$

В качестве тестовых экспериментов по проверке возможности применения двухлучевых интерферометров для панорамных измерений с использованием схемы, приведенной на рис. 25.2, производилась регистрация скорости вращения диска с одновременным измерением частоты модуляции светового пучка на отверстиях в нем. Диск располагался на фоне неподвижного экрана, рассеянное излучение от которого служило для получения базовых полос.

Для вращающегося диска проекция линейной скорости и доплеровский сдвиг частоты пропорциональны значению ортогональной координаты, отсчитываемой от оси вращения. При этом при настройке интерферометра на полосы конечной ширины, расположенные при нулевой скорости перпендикулярно к измеряемой компоненте, изменение скорости вращения приводит к повороту всех интерференционных полос на один и тот же угол одновременно. Это позволяет измерение сдвига полос заменить измерением угла поворота, что увеличивает точность и существенно для тестовых измерений. На рис. 25.4, *a* показаны типичные интерферограммы. Значение угловой скорости, полученной по интерферограммам, совпадало с альтернативными измерениями с точностью не хуже 2 % при  $\omega = 240$  об/с.

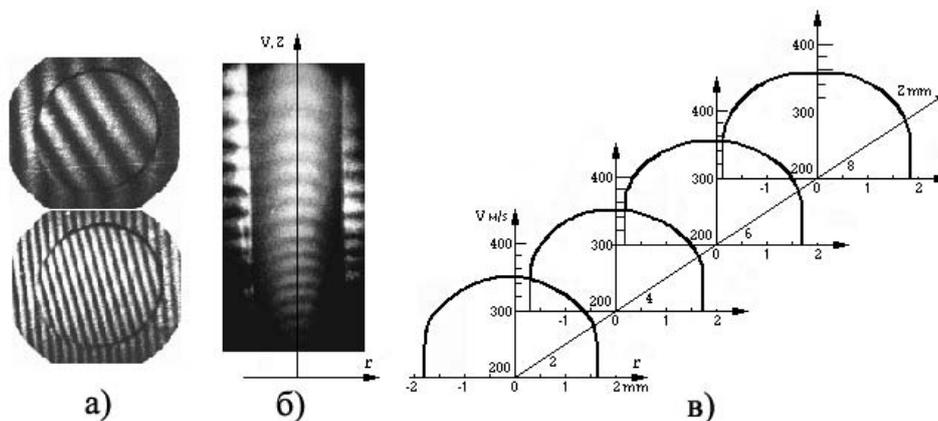


Рис. 25.4. Интерферограммы вращающегося диска (*a*), сверхзвуковой струи с частичками алюминия (*б*) и рассчитанное по ней поле скоростей (*в*)

Были проведены измерения скорости частиц алюминия диаметром  $\sim 10$  мкм в сверхзвуковой струе. Разность хода лучей в интерферометре составляла 200 см. Для излучения с длиной волны  $\lambda = 0,51$  мкм (аргоновый лазер) и ортогонального рассеяния света сдвиг интерференционной картины на один порядок интерференции соответствовал для измеряемой проекции скорости 76,5 м/с.

На рис. 25.4, *б* приведена типичная интерферограмма, а на рис. 25.4, *в* рассчитанное по ним распределение полей скорости. Плоскость лазерного ножа, выделяющего исследуемое сечение, проходила через ось симметрии

струи. Для приведенной интерферограммы направление зондирующего излучения совпадало с осью симметрии. Проводились измерения и с не совпадающими с направлением потока волновыми векторами зондирующего пучка, что приводило к уменьшению доплеровского сдвига согласно формуле (25.1). Это было необходимо для определения полного сдвига полос при максимальной чувствительности схемы. Малое количество частиц на периферии струи не позволяло по одной интерферограмме проследить переход интерференционных полос из ядра струи в базовые.

## Глава 26

### PIV диагностика в аэродинамическом эксперименте

#### 26.1. Особенности использования PIV-методов на крупномасштабных аэродинамических установках

Как уже отмечалось в 18-й главе, метод PIV является одним из наиболее привлекательных методов оптической диагностики потоков в современных аэродинамических исследованиях. Измерительные PIV-системы пока являются достаточно дорогими и сложными в эксплуатации приборами и в мировой практике успешно применяются, в основном, для исследования гидродинамических течений, а в области газодинамики – для дозвуковых потоков. В сверхзвуковой аэродинамике, для которой характерным является наличие высокоградиентных течений с газодинамическими разрывами, применение PIV пока еще ограничено. Во многом это связано с необходимостью использования самой совершенной и дорогостоящей на данное время аппаратуры PIV-диагностики и большими погрешностями измерений, связанными с инерционностью трассирующих частиц.

Современные PIV-системы для проведения исследований в аэродинамических установках должны обеспечивать регистрацию скорости как в низкоскоростных потоках (например, скорости потока менее 1 м/с в турбулентных пограничных слоях), так и в потоках со скоростями достигающим 500 – 1000 м/с (например, сверхзвуковые потоки с ударными волнами). Поля течений над твердыми, движущимися или деформируемыми моделями в аэродинамике обычно ассоциируются со сложными трехмерными структурами потока с различными пространственными и временными масштабами, которые по существу должны быть решены PIV-диагностикой.

Применение PIV на больших, промышленных аэродинамических трубах ставит несколько специфических проблем [125,126]:

- большие области наблюдения;
- большие расстояния между камерой и плоскостью светового ножа;
- ограничения на время установки и настройки оборудования;
- высокая стоимость эксперимента на аэродинамической трубе.

Несмотря на эти жесткие требования PIV-техника очень привлекательна в современных аэродинамических исследованиях, поскольку помогает в понимании многих явлений в нестационарных потоках, таких как сдвиговые и пограничные слои, вихревые следы и отрыв потоков над моделью при больших углах атаки. PIV-методы обеспечивают получение экспериментальных данных в формате удобном для верификации численных моделей потока. При этом, для сравнения с результатами численных расчетов экспериментальные данные о полях скорости должны быть получены с высоким пространственно-временным разрешением.

Решение указанных выше проблем, требует выполнения соответствующих требований к оборудованию PIV-системы, которые должны быть выполнены при применении PIV-метода в аэродинамике.

Прежде всего, высокое пространственное разрешение полей скорости необходимо для идентификации как крупномасштабных, так и мелкомасштабных структур потока. Это условие непосредственно влияет на выбор регистрирующей среды (большой формат ПЗС матрицы для цифровой регистрации изображений). Высокая плотность экспериментальных данных по полю изображения необходима также для корректного сопоставления с численными результатами. Таким образом, плотность изображений, т. е. число детектируемых частиц на данном размере регистрирующего материала должна быть максимально возможной.

Второе требование обусловлено тем, что в PIV методах скорость потока определяется косвенно по скорости трассирующих частиц, присутствующих в потоке. Для обеспечения соответствующей плотности трассеров необходимы мощные запыляющие устройства, генерирующие частицы одинакового размера. Очевидно, что сами частицы должны отслеживать скорость потока без запаздывания, поэтому в аэродинамических исследованиях необходимо использовать частицы с характерным размером менее 1 мкм.

Поскольку такие частицы рассеивают очень небольшое количество света, то должно быть выполнено третье требование к успешному использованию PIV в аэродинамике. А именно, необходим мощный импульсный лазер, генерирующий, по крайней мере, два импульса для подсветки частиц в заданной плоскости потока, и высокочувствительная цифровая камера.

Существует большое количество различных модификаций PIV-метода (стандартный, голографический, стереоскопический), развитых в предыдущие 20 лет (см., например, [127]). В большинстве случаев метод применяется на лабораторных установках, для которых оборудование и время сбора и обработки данных является вторичным по отношению к высокому качеству данных. Для систем, предназначенных для исследований на больших аэродинамических установках, требования принципиально отличаются:

- PIV-система должна быть транспортабельной;
- ее компоненты должны быть модульными, для возможности реализации схемы на реальных установках с учетом их конструктивных особенностей, которые могут существенно отличаться для разных аэродинамических труб;
- надежность и способность дистанционного управления всеми критическими компонентами PIV системы имеют принципиальное значение из-за высокой стоимости экспериментов на больших аэродинамических трубах;
- время между регистрацией PIV и восстановлением поля скоростей должно быть минимальным, чтобы можно было перестроить программу испытаний по полученным в ходе эксперимента результатам.

В ИТПМ СО РАН для PIV-диагностики потоков на больших аэродинамических установках использовался комплекс оборудования «Oxford Lasers PIV system DP3D», включающий лазер, CCD-камеру, блок синхронизации; 2-х процессорный компьютер и программное обеспечение по обработке изобра-

жений VID PIV 4.6. В качестве источника света в данной системе используется Nd:YAG – лазер с двумя головками который может генерировать два импульса длительностью 5 нс с максимальной энергией 300 мДж на длине волны 1064 нм. В PIV-комплекс входит система сведения пучков и преобразователь лазерного излучения во вторую гармонику с  $\lambda = 532$  нм, CCD-камера PSO SensiCamQE с разрешением  $1376 \times 1040$  пикселей (размер пикселя  $6,45 \times 6,45$  мкм) и динамическим диапазоном 12 бит. Минимальный интервал между двумя кадрами в режиме двойной экспозиции – 500 нс.

## 26.2. К измерению поля скоростей в высокоградиентных газовых потоках

Как уже отмечалось, в большинстве случаев, в связи с малой величиной молекулярного рассеяния света при обычных для аэрофизического эксперимента условиях, в методах LDA и PIV-диагностики скорость потока газа определяется косвенно по скорости светорассеивающих (трассирующих) частиц, специально в него введенных. При этом из-за большого различия в плотностях газа и частиц их скорости зачастую не совпадают. Особенно сильно скоростное рассогласование несущей и дисперсной фаз проявляется в высокоскоростных сильно градиентных течениях.

Как правило, для уменьшения скоростного рассогласования фаз стремятся использовать наиболее мелкие фракции трассирующих частиц (микронных и субмикронных размеров). Однако с уменьшением размеров частиц до значений существенно меньших длины волны зондирующего излучения очень быстро падает количество рассеянного света, и работа PIV-системы становится невозможной. Поэтому минимальные размеры трассирующих частиц должны определяться устойчивой работой PIV-системы, а для более точного описания поля скоростей газа в высокоскоростных сильно градиентных течениях необходима коррекция данных PIV с учетом релаксационных параметров трассирующих частиц.

Рассмотрим технику восстановления скорости потока по скорости частиц примеси, находящихся на произвольной стадии скоростной релаксации. Движение одиночной сферической частицы в потоке вязкой жидкости или газа в общем случае описывается уравнением [128]:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} C_d \rho \pi r^2 |U - V| (U - V) - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \frac{dU}{dt} + \frac{2}{3}\pi r^3 \rho \frac{d(U - V)}{dt} + 6r^2 \sqrt{\pi \rho \mu} \int_{-\infty}^t \frac{d(U - V)/d\tau}{\sqrt{t - \tau}} d\tau + \sum F,$$

где  $P$ ,  $\rho$ ,  $U$  и  $\mu$  – давление, плотность, скорость и динамическая вязкость газа;  $r$ ,  $V$  и  $\rho_p$  – радиус, скорость и плотность материала частицы,  $C_d$  ( $Re$ ,  $M$ ) – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы. Первый член в правой части уравнения соответствует силе аэродинамического сопротивления, второй – силе Архимеда, третий – силе, обусловленной наличием «присо-

единенной» массы, четвертый – «наследственной» силе Бассе,  $\Sigma F$  – силы, приложенные со стороны внешнего потенциального поля.

Анализ движения частиц в газе значительно упрощается, поскольку плотность газа на три порядка меньше плотности частиц и, соответственно, последние три силы в данном уравнении много меньше силы аэродинамического сопротивления. Таким образом, в большинстве случаев (особенно в потоках больших скоростей) следует учитывать лишь силу аэродинамического сопротивления, а действием остальных сил можно пренебречь. Если для простоты ограничиться одномерным движением, то уравнение движения частицы принимает вид:

$$\frac{\pi d^3}{6} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} C_d \rho \frac{\pi d^2}{4} |U - V|(U - V) \quad (26.1)$$

Коррекция скорости газа основана на возможности экспериментального определения профиля скорости частицы вдоль пространственной координаты при использовании PIV-диагностики. Выбрав, например, координату  $x$  и сделав замену  $dV/dt = V \cdot dV/dx$ , выражение (26.1) можно записать в виде, более подходящем к формату данных, получаемых трековыми методами:

$$V \frac{dV}{dx} = \frac{1}{\lambda_u} |U - V|(U - V), \quad (26.2)$$

где  $\lambda_u$  – характерная длина скоростной релаксации частиц:

$$\lambda_u = \frac{4 \rho_p d}{3 C_d \rho} \quad (26.3)$$

Из (26.2) вычисляется скорость потока, восстановленная по скорости трассирующих частиц:

$$U = V \pm \sqrt{\lambda_u \cdot V \cdot \frac{dV}{dx}} \quad (26.4)$$

Таким образом, имея массив данных в виде зависимости скорости от пространственных координат и зная длину релаксации, можно найти соответствующие корректирующие поправки для более точного определения скорости потока газа.

Длину скоростной релаксации частиц можно рассчитать по соотношению (26.3), если хорошо известны физические и геометрические параметры трассирующих частиц (размеры, плотность, форма, коэффициенты аэродинамического сопротивления) и распределение плотности газа в исследуемом течении газа. Однако на этом пути встречаются большие трудности, обусловленные отсутствием достоверных данных о размерах и фракционном составе частиц, а также их коэффициентах аэродинамического сопротивления.

Хорошо известно, что запыляющие устройства, генерируют, как правило, полидисперсные фракции частиц [129]. При этом фракционный состав часто зависит от режима работы конкретного устройства. Следует особо отметить,

что, несмотря на широкое использование различных способов селекции частиц по размерам, получить монодисперсные фракции микронных и субмикронных размеров с достаточно высокой плотностью засева потока пока не удастся. К тому же в эксперименте очень трудно осуществить точные измерения размеров и формы частиц.

Кроме того, для вычисления длины скоростной релаксации  $\lambda_u$  необходимо точное задание коэффициента аэродинамического сопротивления частицы  $C_d(\text{Re}, M)$ , который является ключевым параметром, включающим всю совокупность физических механизмов силового межфазного взаимодействия частиц и газа. Имеется большое число теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию  $C_d$  частиц в газовых потоках, однако результаты этих работ в значительной степени отличаются друг от друга, а в некоторых случаях и противоречивы (см., например [130-136]).

Аналитическое выражение  $C_d = 24 / \text{Re}$  получено Стоксом лишь для гладкого шара в случае очень низких относительных скоростей ( $\text{Re} \ll 1$ ) в пренебрежении инерционными членами в уравнении Навье-Стокса. За пределами режима Стокса аналитические выражения базируются в основном на приближении Озеена  $C_d = 24/\text{Re}(1+0,187 \text{Re})$  при  $\text{Re} < 1$ , которое учитывает инерционные члены только вдали от тела. Поэтому наиболее часто в расчетах движения частиц используют экспериментальные данные о коэффициентах аэродинамического сопротивления, полученные при исследовании обтекания гладкого шара континуумным несжимаемым изотермическим потоком газа бесконечной протяженности, когда  $C_d(\text{Re})$  является однозначной функцией числа Рейнольдса («стандартная» кривая, рис. 26.1 [128, 130, 135]).

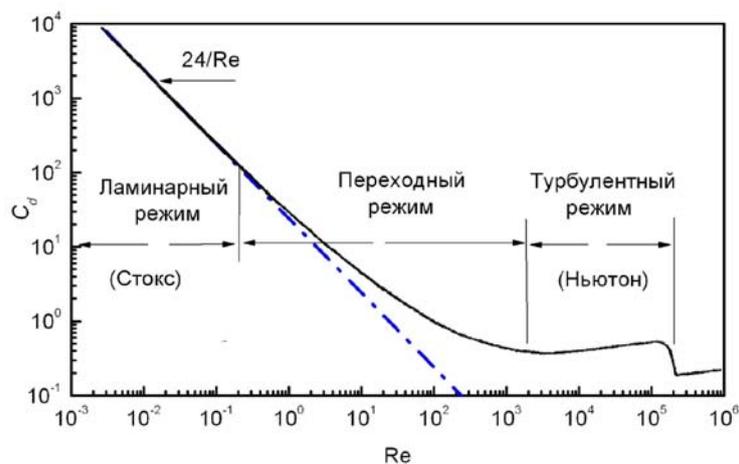


Рис. 26.1. Зависимость  $C_d$  от  $\text{Re}$

С этой точки зрения «стандартная» кривая является полностью эмпирической при числах  $\text{Re} > 1$ . Для аппроксимации этой кривой предлагаются раз-

личные корреляционные зависимости, и в частности, в работе [129] следующие:

- а) при  $1 < Re < 285$ ,  $C_d = 24/Re(1 + 1,935 Re^{0,63})$ ;  
 б) при  $285 < Re < 2000$ ,  $C_d = 24/Re(1 + 0,015 Re + 0,22 Re^{0,427})$ ;  
 в) при  $2000 < Re < 3,5 \cdot 10^5$ ,  $C_d \sim 0,4 - 0,5$ .

Наряду с этим  $C_d$  существенно зависит от шероховатости поверхности частицы (твердой), вязкости и циркуляции жидкости (в жидкой капле), ее формы, вращения частицы и т.п. Коэффициент сопротивления изменяется при горении или испарении частицы. В градиентных течениях заметное влияние на коэффициент сопротивления оказывает и нестационарность пограничного слоя и следа. Например, при переходе через фронт скачка уплотнения частица практически мгновенно попадает в другие условия. При этом требуется некоторый промежуток времени, для того чтобы пограничный слой на поверхности частицы и след достигли квазистационарного состояния, когда можно применять соотношения, полученные в случае установившегося обтекания сферы. Кроме того, большинству измерений  $C_d$  присущи те или иные неточности, так что эти результаты часто оказываются непригодными для расчета установившегося (включая турбулентность) движения даже в бесконечной несжимаемой жидкой среде [136].

Один из подходов к решению данного вопроса рассмотрен в работах [137, 138], где для определения времени (длины) релаксации трассеров делается предположение о стоксовом режиме течения, что существенно облегчает дальнейшие вычисления. Если же режим течения изначально неизвестен, то рассчитать значение длины релаксации невозможно.

### 26.3. Экспериментальное определение длины релаксации трассирующих частиц

Более предпочтительным является второй способ определения длины скоростной релаксации – это калибровочные эксперименты с конкретным запыляющим устройством, работающим в оптимальном для данной установки режиме. Для определения длины релаксации трассирующих частиц можно использовать выражение (4), записанное в виде:

$$\frac{dx}{\lambda_u} = \frac{1}{2} \frac{dV^2}{(U - V)^2}$$

Решением этого уравнения при начальных условиях  $x = 0$ ,  $V = 0$  будет:

$$\frac{x}{\lambda_u} = \ln(1 - V/U) + \frac{V/U}{(1 - V/U)} \quad (26.5)$$

Соотношение (26.5) позволяет вычислить длину скоростной релаксации трассеров  $\lambda_u$  из массива данных PIV-диагностики  $V(x)$ , если известна скорость потока  $U$ . В частности, достаточно точно  $\lambda_u$  можно определить из измерений динамики ускорения трассирующих частиц при переходе через газодинамические разрывы с точно известными параметрами. Например, для

одномерного течения параметры газа за фронтом плоской ударной волны, распространяющейся в ударной трубе, вычисляются с высокой точностью при известных начальных параметрах газа и скорости фронта ударной волны.

Основной цикл исследований по изучению процессов скоростной релаксации частиц при переходе через фронт плоской ударной волны был выполнен на ударной трубе УТ-4М ИТПМ СО РАН с использованием системы PIV-диагностики. Схема установки и ее внешний вид представлены на рис. 26.2.

Ударная труба имела быстродействующий пневматический клапан, разделяющий камеры высокого и низкого давления, что обеспечивало хорошую повторяемость опытов. Камера низкого давления (КНД) состояла из разгонной секции, переходника, рабочей и измерительной секций общей длиной 5 м. Рабочая секция сечением  $52 \times 52$  мм и длиной 1,4 м была оснащена технологическими отверстиями для установки датчиков давления, запыляющих устройств и т.п. Измерительная секция сечением  $52 \times 52$  мм и длиной 300 мм была оснащена двумя стеклянными окнами размером  $20 \times 200$  мм на противоположных сторонах и третьим окном размером  $52 \times 250$  мм, расположенном на съемной крышке.

В качестве толкающего газа использовался гелий или воздух при давлении до 5 МПа. Рабочий газ – воздух при начальном давлении 0,1 МПа. Диапазон чисел Маха ударной волны (УВ)  $M = 1,05 \div 2,5$ . Параметры газа за фронтом проходящей УВ рассчитывались по измеренной скорости фронта и начальным параметрам газа в КНД.

Для получения трассирующих частиц применялись жидкости, распыляемые двумя наиболее распространенными способами: эжекторным (рис. 26.3) и конденсационным (рис. 26.4). При первом способе получается аэрозоль, дисперсный состав которого может регулироваться в небольших пределах путем изменения скорости истечения струи соответствующей настройкой соплового насадка. При этом размеры образующихся микрокапель находятся в диапазоне 1 – 100 мкм. В запыляющем устройстве второго типа жидкость испаряется нагревателем и далее пары конденсируются, образуя туман. В этом случае, согласно паспортным данным на коммерческие генераторы тумана, размеры образующихся микрокапель находятся в диапазоне 0,2 – 60 мкм. Для выделения тонкодисперсных фракций осуществлялась селекция частиц по размерам путем закрутки двухфазного потока в циклонах.

В данных опытах в качестве жидкости для получения аэрозоля использовался этанол, а для получения тумана – глицерин. Трассирующие частицы вводились в канал ударной трубы непосредственно перед прохождением УВ. Система синхронизации запускала измерительную систему PIV-комплекса в момент появления фронта УВ в области наблюдения, что позволяло получать поля скоростей в области газодинамического разрыва на фронте УВ.

26.3. Экспериментальное определение длины релаксации  
трассирующих частиц

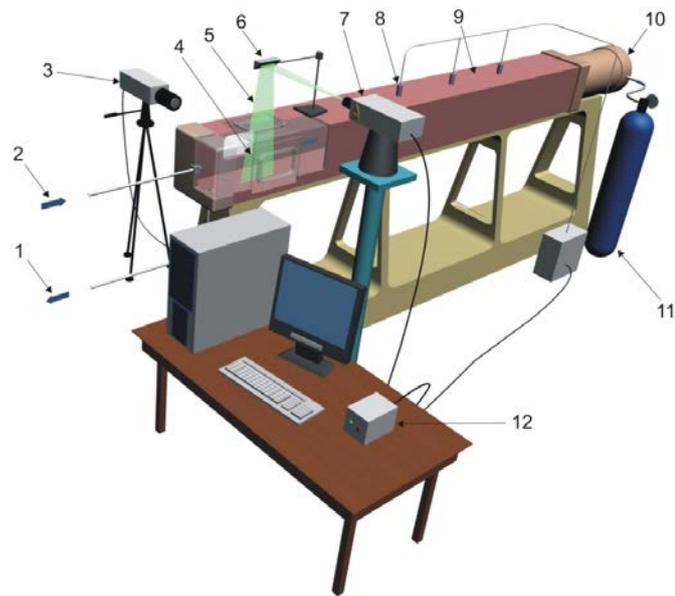


Рис.26.2. Схема эксперимента и общий вид ударной трубы УТ-4М.

1 – канал сброса газа, 2 – канал подачи трассеров, 3 – CCD-камера, 4 – измерительная секция, 5 – плоскость светового ножа, 6 – поворотная призма, 7 – лазер, 8 – пьезодатчики давления, 9 – камера низкого давления, 10 – камера высокого давления, 11 – емкость со сжатым газом, 12 – блок синхронизации

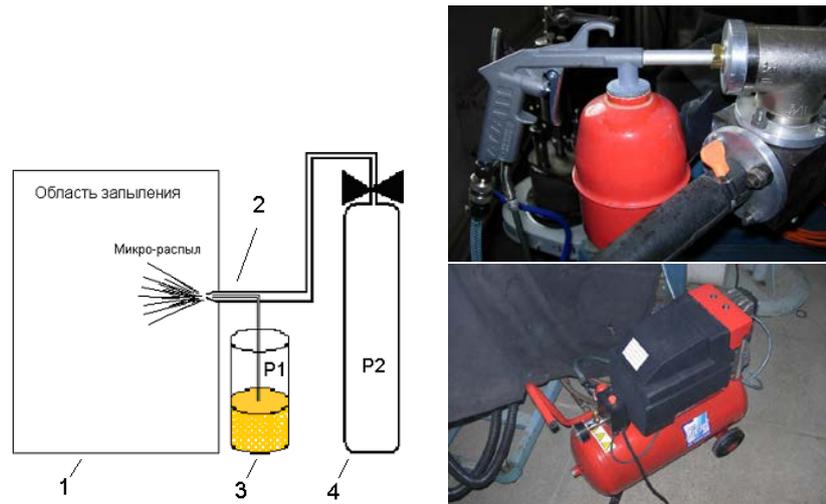


Рис. 26.3. Схема и внешний вид распылительного устройства эжекторного типа. 1 – участок ударной или аэродинамической трубы, 2 – эжектор, 3 – резервуар с жидкостью при давлении  $P_1$ , 4 – баллон высокого давления  $P_2$ .  $P_2 > P_1$

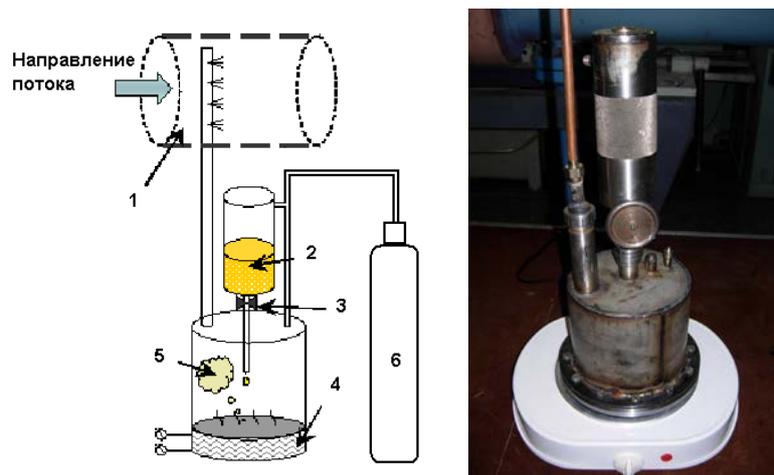


Рис. 26.4. Схема и внешний вид запыляющего устройства конденсационного типа. 1 – форкамера аэродинамической трубы, 2 – резервуар с жидким глицерином, 3 – кран, 4 – нагревательный элемент, 5 – пары глицерина. 6 – баллон высокого давления

На рис. 26.5 сверху представлено векторное поле скоростей трассирующих частиц на фоне визуализации течения по методу лазерного ножа в момент времени соответствующий второй экспозиции. При этом отчетливо наблюдается положение фронта УВ ( $x_2$ ), определяемое границей между относительно более темными и более светлыми участками изображения, обусловленными увеличением концентрации трассирующих частиц за фронтом УВ.

$X_1$  показывает положение фронта УВ на первом изображении. Здесь же в качестве иллюстрации показаны профили скорости различных трассирующих частиц (аэрозоля и тумана) за фронтом УВ и представлен теоретический профиль скорости газа. Хорошо видно, что частицы тумана и аэрозоля по-разному отслеживают газодинамический разрыв.

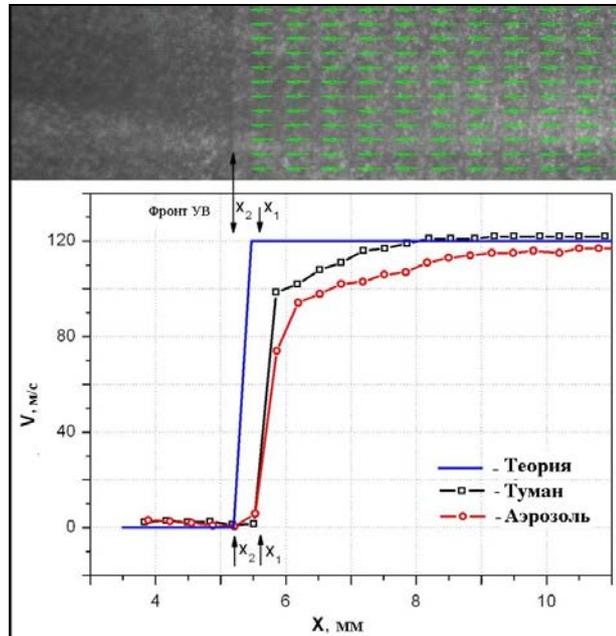


Рис. 26.5. Визуализация течения вблизи фронта УВ, поле скорости и профили скорости для различных трассеров

Для получения более представительной информации выполнены серии опытов в приблизительно одинаковых условиях с различными трассирующими частицами. Получены безразмерные поля скоростей, отнесенные к расчетной скорости газового потока за фронтом УВ, и построены профили скорости вдоль трубы, осредненные по 40 – 50 реализациям для разных опытов и в разных сечениях потока. На рис. 26.6 приведены экспериментальный и рассчитанные по выражению (26.5) для различных значений длины скоростной релаксации профили скорости потока за фронтом УВ при использовании в качестве трассеров частиц аэрозоля. Видно, что на начальном участке экспериментальный профиль лежит в пределах расчетных зависимостей для длин релаксации от 0.5 до 0.8 мм, и далее при  $x = 17$  мм выходит за эти пределы на профиль скорости, соответствующий  $\lambda_{ii} = 0,1$  мм.

Причину изменения значения  $\lambda_{ii}$  на втором участке можно объяснить либо уменьшением размера трассеров за счет прогрева и испарения микрокапель этанола, либо увеличением коэффициента аэродинамического сопротивления. Уменьшение размера частиц должно сопровождаться уменьшением интенсивности рассеянного света, чего на длине исследуемой области отчетливо не наблюдалось. Следовательно, быстрое уменьшение величины  $\lambda_{ii}$  при

постоянных параметрах  $\rho_p$ ,  $\rho$  и  $d$  может быть связано с увеличением  $C_d$ . Действительно, при рассмотрении зависимости коэффициента  $C_d$  от  $Re$  (рис. 26.1) было отмечено три характерных участка: первый при  $Re \leq 0,1$  – режим ламинарного вязкого течения (Стокс), где  $C_d = 24/Re$ ; второй ( $0,1 \leq Re \leq 2 \cdot 10^3$ ) – переходный режим; третий ( $2 \cdot 10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5$ ) – режим турбулентного течения (Ньютон), где  $C_d \approx const$ . Можно предположить, что в области  $x = 17$  мм наблюдается смена турбулентного режима, где согласно Ньютону  $C_d \sim 0,4 - 0,5$ , на переходный режим, в котором коэффициент аэродинамического сопротивления увеличивается на порядки с уменьшением числа  $Re$ .

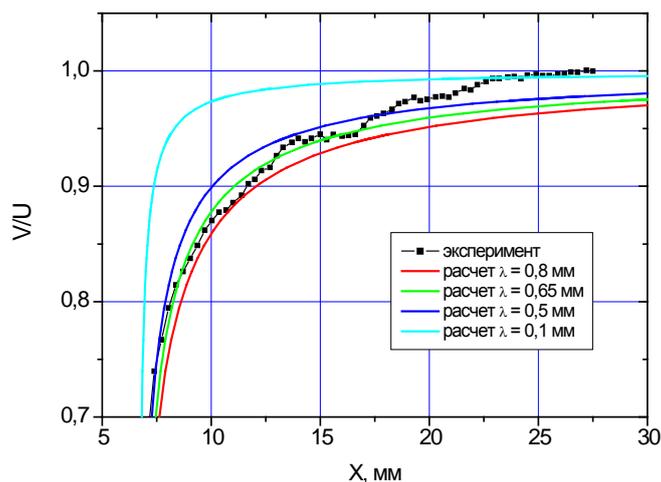


Рис. 26.6. Профиль скорости частиц аэрозоля за фронтом УВ

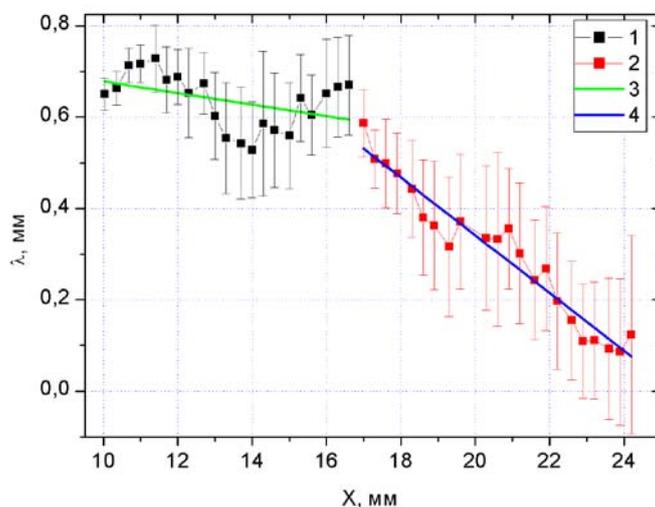


Рис. 26.7. Зависимость длины релаксации от координаты для частиц аэрозоля

На рис. 26.8 и рис. 26.9 представлены зависимости скорости потока и длины скоростной релаксации от расстояния за фронтом УВ, полученные при использовании в качестве трассеров частиц тумана. Видно, что в этом случае

среднее значение длины релаксации составляет 0,1 мм и находится в пределах точности эксперимента.

Приведенные результаты позволяют сделать оценки аэродинамических размеров  $d/C_d$  трассирующих частиц, по экспериментально измеренным значениям длины релаксации. Из формулы (26.2) имеем:

$$\frac{d}{C_d} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} \lambda_u. \quad (26.8)$$

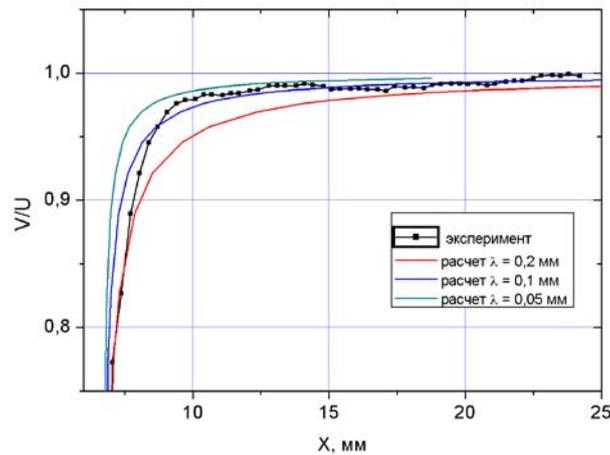


Рис. 26.8. Профиль скорости частиц тумана за фронтом УВ

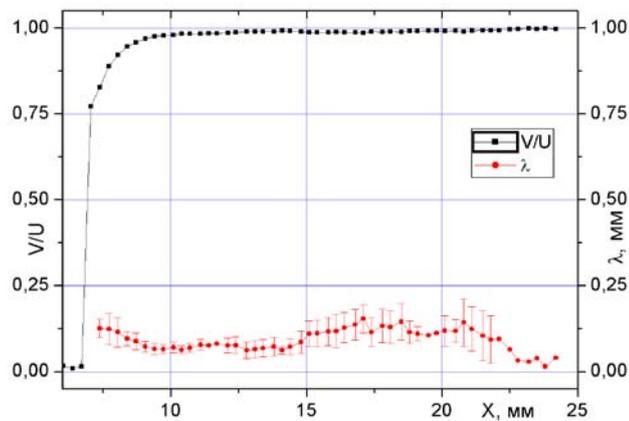


Рис. 26.9. Зависимость скорости и длины релаксации частиц тумана от координаты.

В данных опытах число Маха ударной волны составляло  $M = 1.25$ , что соответствовало скорости газового потока за фронтом УВ  $U = 125$  м/с. Плотность воздуха при этом составляла  $\rho = 1,7$  кг/м<sup>3</sup> [139]. Плотность этанола  $\rho = 789$  кг/м<sup>3</sup>, плотность глицерина  $\rho = 1260$  кг/м<sup>3</sup>. Согласно рис. 26.7, на

начальном этапе ускорения аэрозольных частиц этанола за фронтом УВ длина скоростной релаксации составляет  $\lambda_u = 0.7$  мм, и, следовательно, аэродинамический диаметр трассеров равен  $d/C_d = 1.13$  мкм. Соответственно, для частиц тумана глицерина:  $\lambda_u = 0.1$  мм,  $d/C_d = 0.16$  мкм. Для определения истинного размера трассирующих частиц необходимо знать величину коэффициента аэродинамического сопротивления.

#### 26.4. Примеры использования PIV-диагностики при исследовании структуры высокоскоростных струйных течений

Полученные результаты по измерению длины релаксации трассирующих частиц были использованы при изучении высокоградиентных потоков газа [140]. В качестве объекта исследования были выбраны трансзвуковые и сверхзвуковые струйные течения, которые широко применяются в различных технических устройствах. Актуальность исследования ударно-волновой структуры и характеристик слоя смещения сверхзвуковых неизобарических струй определяется необходимостью поиска путей интенсификации смешения при сверхзвуковых скоростях потока и уменьшения уровня звука, генерируемого высокоскоростным потоком [141, 142].

На рис. 26.10, *a* схематично представлена структура истекающей из сопла сверхзвуковой неизобарической струи [143] при степени нерасчетности  $N_{pr} = p_a/p_n > 1$ , где  $p_a$  – давление на срезе сопла,  $p_n$  – давление в окружающей среде. На значительном удалении от сопла давление в струе и в атмосфере должно уравниваться. В связи с этим, давление в струе по мере удаления от выходного отверстия сопла постепенно уменьшается, скорость газа возрастает, и поперечное сечение струи увеличивается. При этом происходит перерасширение струи, т.е. в некотором наиболее широком ее сечении **a** устанавливается давление ниже атмосферного  $p_{a1} < p_n$ . Далее струя начинает сужаться, так как давление должно приблизиться к атмосферному, а скорость соответственно уменьшится.

Торможение сверхзвукового потока приводит к возникновению скачков уплотнения. В результате этого в некоторой части струи **b** скорость становится дозвуковой, а давление выше атмосферного. Затем давление вновь уменьшается, приближаясь к атмосферному. Соответствующий рост дозвуковой скорости приводит к сужению струи. При достаточно большом избытке давления скорость вновь достигает критического, а затем и сверхзвукового значения, т.е. появляется второй сверхзвуковой участок, на котором струя расширяется. В результате второго перерасширения и последующего увеличения давления возникает вторая группа скачков уплотнения. Естественно, что вследствие потерь в первом скачке второе перерасширение струи и вторая группа скачков получается слабее первой. Таким образом, постепенно струя рассеивает свою энергию.

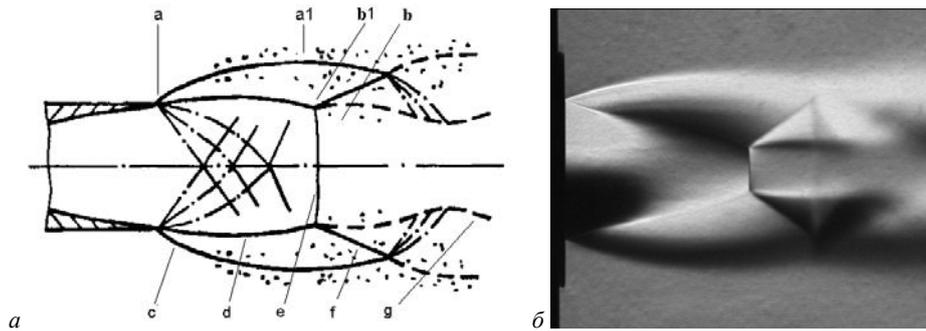


Рис.26.10. Схема истечения сверхзвуковой недорасширенной струи газа в затопленное пространство (а) и шлирен-фотография начального участка струи (б)

Граница струи  $c$  представляет собой контактный разрыв, пре переходе через который давление и нормальная составляющая скорости газа не изменяются, причем  $P_{c-} = P_{c+} = P_n$ ,  $V_{n-} = V_{n+} = 0$ , а остальные параметры претерпевают скачки. В частности для касательной скорости имеем:  $V_{\tau-} \neq 0$  и  $V_{\tau+} = 0$ . Вблизи среза сопла газ «натекает» на границу струи под малым углом, поэтому возмущения, идущие с границы струи, малы. Однако по мере удаления от среза сопла эти возмущения наслаиваются, в результате чего формируется постепенно усиливающаяся «висячая волна»  $d$ . Поведение газа в струе существенно зависит от совокупности значений определяющих параметров задачи. В нашем случае реализуется так называемая «маховская» конфигурация сильных разрывов, включающая в себя падающую  $d$ , замыкающую  $e$  и отраженную  $f$  ударные волны и контактный разрыв  $g$ . Все эти сильные разрывы сходятся в тройной точке  $b1$ . Выше контактного разрыва газ движется со сверхзвуковой скоростью, а ниже (за замыкающей УВ  $e$ ) – с дозвуковой. В случае плоской струи замыкающую УВ называют обычной волной Римана, а в случае осесимметричной – диском Маха. На рис. 26.10,б представлена теневая картина недорасширенной струи ( $n_p = 2.64$ ,  $M_a = 1.0$ ,  $Re_d = 2.21 \cdot 10^6$ ), полученная на струйном модуле аэродинамической трубы Т-326 с помощью теневого прибора ИАБ-451 шлирен-методом при горизонтальном положении визуализирующего ножа. Число Рейнольдса  $Re_d$  определено по параметрам потока и диаметру на срезе сопла.

Схема расположения PIV-системы на струйном модуле аэродинамической трубы Т-326 ИТПМ СО РАН и общий вид установки показаны на рис. 26.11. Излучение лазера 4.1 посредством системы зеркал 4.2 вводилось через верхнее оптическое окно камеры Эйфеля, над которым была установлена сферическая и цилиндрическая линза 4.3. для формирования плоскости лазерного ножа 4.4 в области измерения. Рассеянное излучение от трассеров 3.2 регистрировалось цифровой видеокамерой 4.5, расположенной напротив бокового оптического окна камеры Эйфеля. В экспериментах использовалось запыляющее устройство конденсационного типа 3.1. В качестве трассера исполь-

зовался туман глицерина, который с помощью транспортирующего газа 3.0 вводился в форкамеру 1.1.

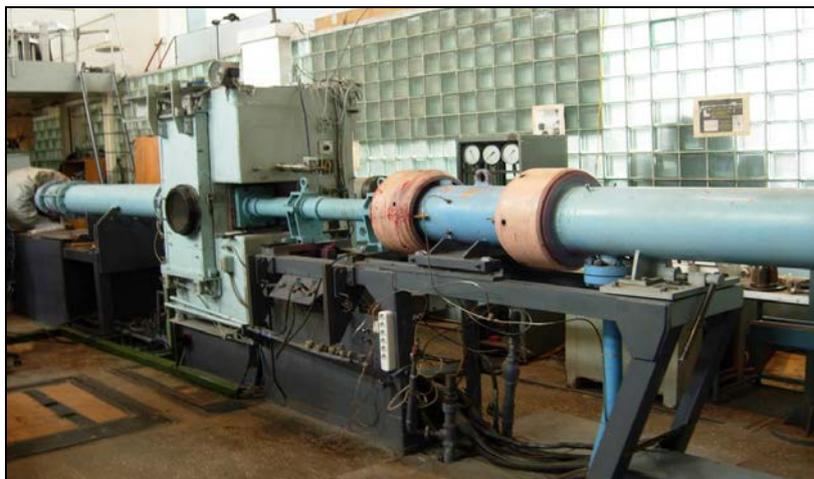
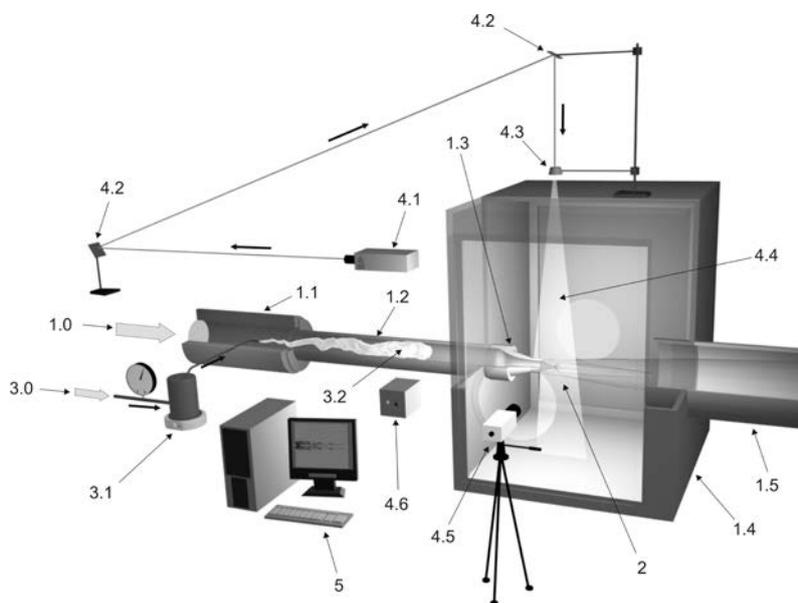


Рис. 26.11. Схема эксперимента и общий вид аэродинамической трубы Т-326. 1 – струйный модуль (1.1 – форкамера, 1.2 – ресивер, 1.3 – сопло, 1.4 – камера Эйфеля, 1.5 – диффузор); 2 – струя; 3 система засева потока (3.0 – подвод воздуха высокого давления, 3.1 – нагреватель, 3.2 – частицы в потоке); 4 – система визуализации и измерения скорости (4.1 – лазер, 4.2 – зеркало, 4.3 – линза, 4.4 – лазерный нож, 4.5 – видеокамера, 4.6 – блок синхронизации); 5 – система сбора данных.

Особого внимания требует запыляющее устройство. В аэродинамических трубах больших скоростей с большим размером рабочей части засев всей области может быть невозможен, например, из-за недостаточной производительности генератора частиц. В этом случае можно ограничиться локальным засевом только трубки тока, проходящей через исследуемую область течения. Возможное возмущение потока, вносимое зондом засева, может быть исключено расположением зонда на достаточно далеком расстоянии от области измерения или введением засева в стабилизирующую камеру. При этом нужно подбирать оптимальное расстояние от зонда до измерительной зоны, так как турбулентные возмущения уменьшают концентрацию частиц в исследуемой области при перемещении зонда от рабочей области вверх по потоку. Однако в высокоскоростных потоках (сверхзвуковых или околозвуковых), достаточно трудно добиться однородного засева исследуемой области.

**PIV-диагностика дозвуковых потоков.** Были проведены измерения поля скоростей транзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство, с числом Маха на выходе сопла  $M_a = 0.9$ , определяемым отношением давлений  $N_{pr} = 1.7$ . На рис. 26.12 показаны характерная картина запыления потока трассерами и мгновенное поле скорости в векторной форме.

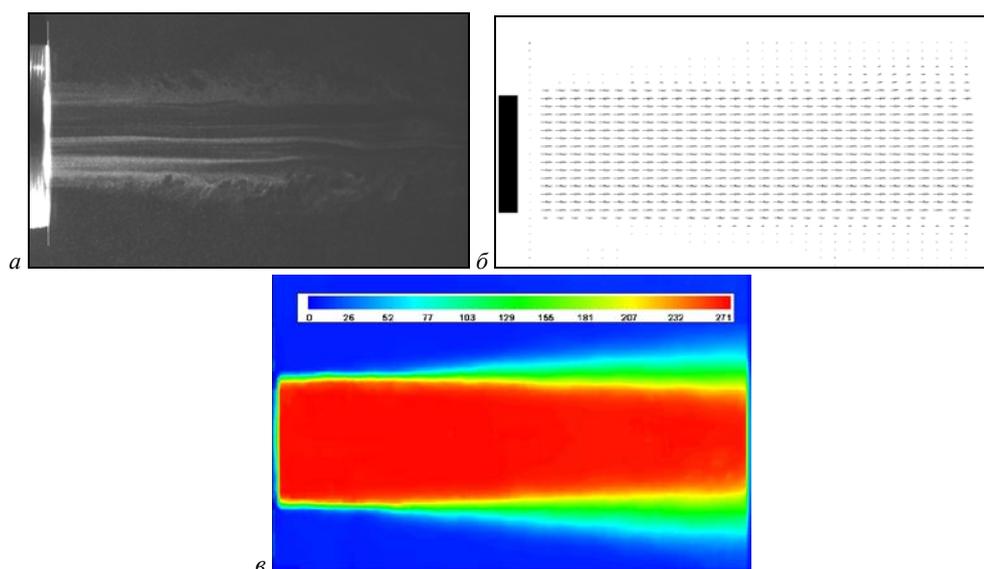


Рис. 26.12. Данные PIV-диагностики для дозвуковой струи: *a* – картина засева потока; *б* – поле скорости в векторном представлении; *в* – поле скорости в цветовой палитре

Поле скорости трансзвуковой струи, осредненное по 120 парам фотографий, приведено на рис. 26.12, *в* в цветовой палитре, а на рис. 26.13 показаны распределение средней скорости и пульсации скорости в трехмерном виде. На рис. 26.14 приведено распределение средней скорости потока вдоль оси струи и пульсаций скорости. Изолинии распределения средней скорости потока, осреднённые по 80 мгновенным измерениям, приведены рис. 26.15. Цифрами представлены численные значения скорости в м/с.

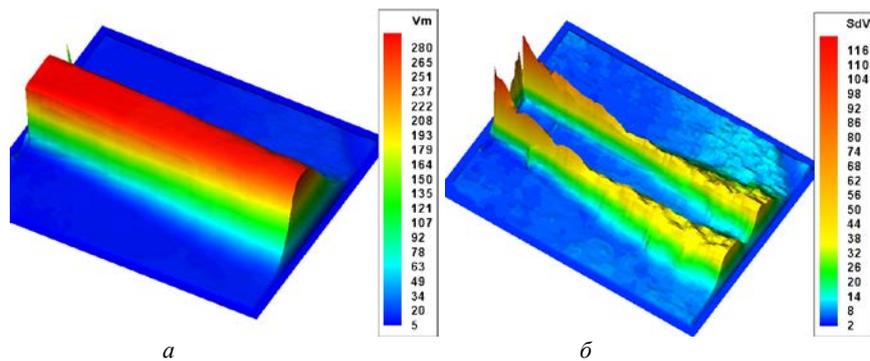


Рис. 26.13. Трехмерное представление: *a* – распределение средней скорости; *б* – пульсации скорости

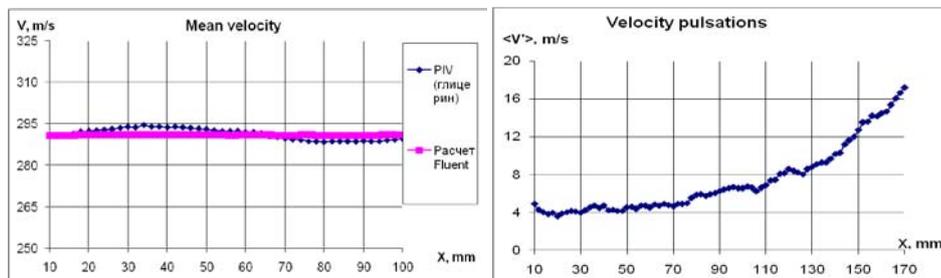
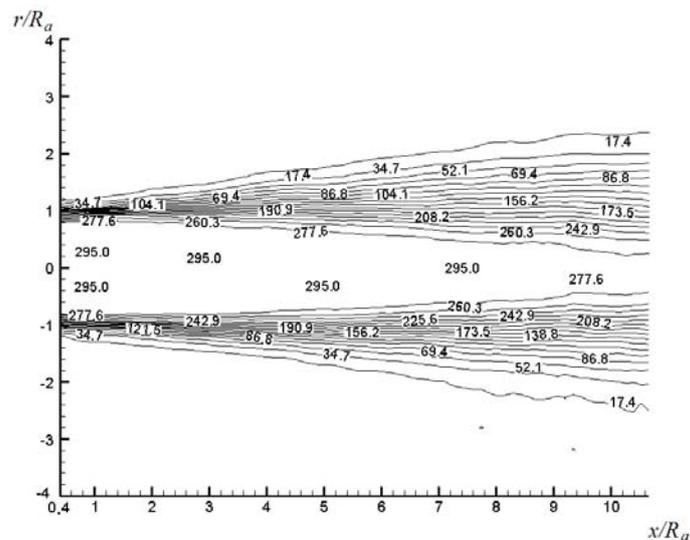
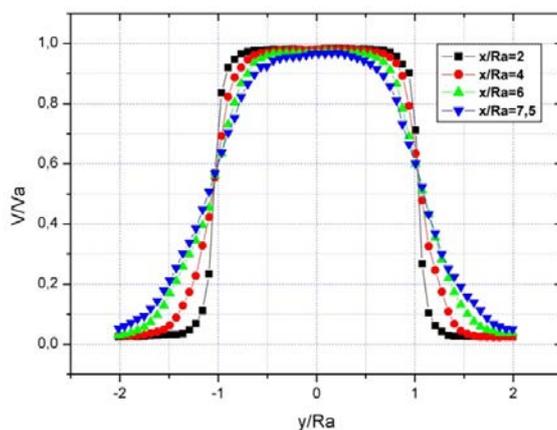


Рис. 26.14. Распределение средней скорости и пульсаций скорости на оси струи.

## 26.5. Коррекция эффектов скоростного запаздывания трассеров в высокоскоростных струйных течениях

Рис. 26.15. Изолинии распределения средней скорости потока для струи  $M_a = 0,9$ ,  $N_{pr} = 1,7$ 

Отчетливо видно потенциальное ядро струи, величина скорости трассирующих частиц в котором составляет около 295 м/с. Скорость на срезе сопла, вычисленная на основе модели изэнтропического течения по измеренным давлению ( $P_{форк} = 1.7$  атм), температуре ( $T_{форк} = 4$  С) газа в форкамере и числу Маха на срезе сопла ( $M = 0.9$ ), составила  $V_a = 286$  м/с. Таким образом, экспериментально определенная скорость трассирующих частиц тумана совпадает с расчетной скоростью газового потока с точностью до 3%. На рис. 26.16 представлены нормированные ( $V/V_a$ ) поперечные профили скорости в безразмерных координатах  $y/Ra$  на различных расстояниях от среза сопла  $x/Ra$ , где  $Ra$  – радиус сопла (15 мм).

Рис. 26.16. Поперечные профили скорости дозвуковой струи ( $M_a = 0,9$ ,  $N_{pr} = 1,7$ )

Таким образом, результаты исследования дозвуковых струйных течений показывают, что отсутствие градиентов не вызывает больших погрешностей в определении поля скорости газа при использовании в качестве трассеров частиц тумана, что свидетельствует о достоверности данных PIV-диагностики.

*PIV-диагностика сверхзвуковой недорасширенной струи.* На рис. 26.17 показана структура полей скорости недорасширенных сверхзвуковых струй со степенями нерасчетности  $N_{pr} = 5$  ( $M = 1.0$ ) и  $N_{pr} = 9$  ( $M = 1.71$ ). В качестве трассеров использовался туман глицерина. Изолинии распределения средней скорости сверхзвукового потока со степенью нерасчетности  $N_{pr} = 5$  ( $M = 1.0$ ), осреднённые по 80 мгновенным измерениям, приведены рис. 26.18. На рис. 26.19 представлены нормированные ( $V/V_a$ ) продольный и поперечные профили скорости в безразмерных координатах. Радиальные профили скоро-

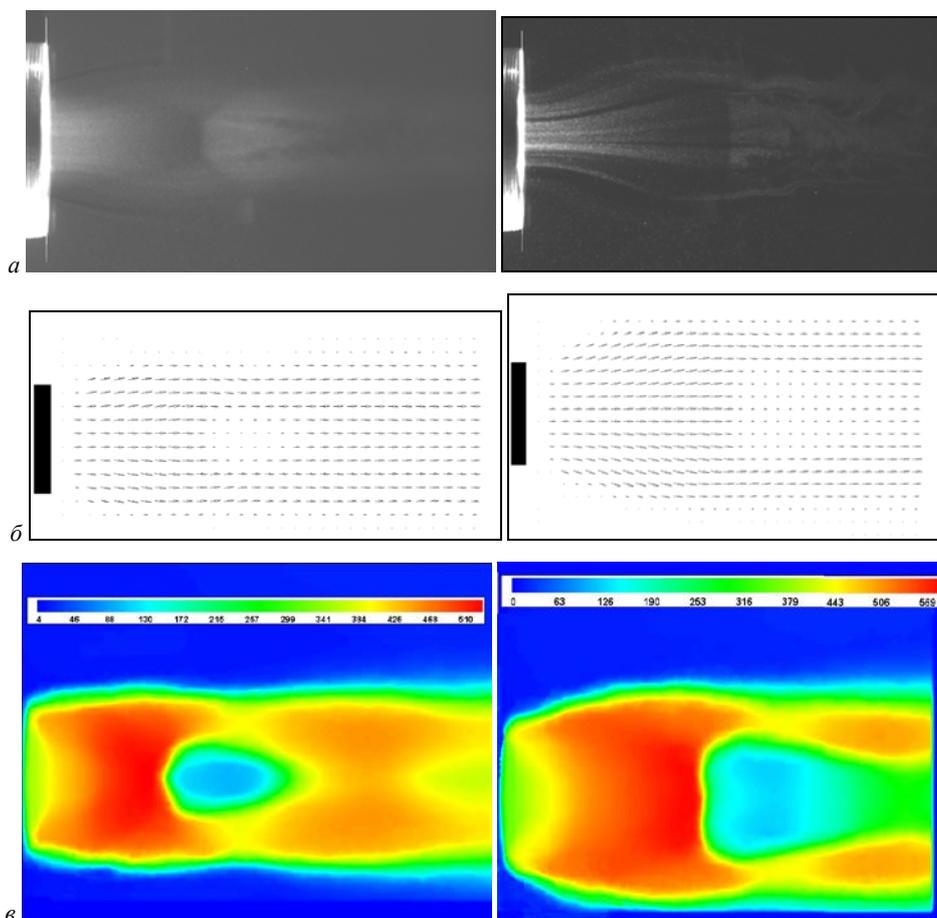


Рис. 26.17. Данные PIV-диагностики для сверхзвуковых струй: слева –  $N_{pr} = 5$  и справа –  $N_{pr} = 9$ . *a* – картина засева потока, *б* – векторное поле скорости, *в* – осредненное (по 120 парам фотографий) поле скорости в цветовой палитре

сти, полученные методом PIV, (рис. 26.19, б) позволяют выделить слой смешения струи, определить его внутреннюю и внешнюю границы.

Приведенные экспериментальные результаты дают количественное представление о структуре сверхзвуковой струи (положение диска Маха, области дозвуковых и сверхзвуковых скоростей, толщина слоя смешения), позволяют проводить сравнение с результатами расчетов и выявлять причины рассогласования. Например, измеренное на срезе сопла значение скорости (рис. 26.18) составляет 376 м/с ( $M = 1.2$ ), а расчетное - 313 м/с ( $M = 1.0$ ). Расхождение между измеренными и расчетными данными может быть обусловлено тем, что в недорасширенной струе из-за разности давлений в струе и окружающем пространстве на выходном участке сопла толщина пограничного слоя внутри сопла уменьшается (происходит так называемый сброс пограничного слоя сопла) и образуется газодинамическое горло. Последнее приводит к формированию критического сечения внутри сопла [141]. При этом поток газа разгоняется до сверхзвуковой скорости на участке течения между критическим и выходным сечениями сопла [143].

Следующим примером расхождения экспериментальных (PIV) и расчетных (Fluent) данных являются результаты, представленные на рис. 26.19, а. Чередование максимумов и минимумов на рисунке определяет положение первой, второй и третьей ячейки струи. При этом минимумы скорости соответствуют границам ячеек. Скорость потока перед диском Маха достигает значений  $V/Va = 1.74$  для данных, измеренных методом PIV, и  $V/Va = 1.98$  – по данным численных расчетов.

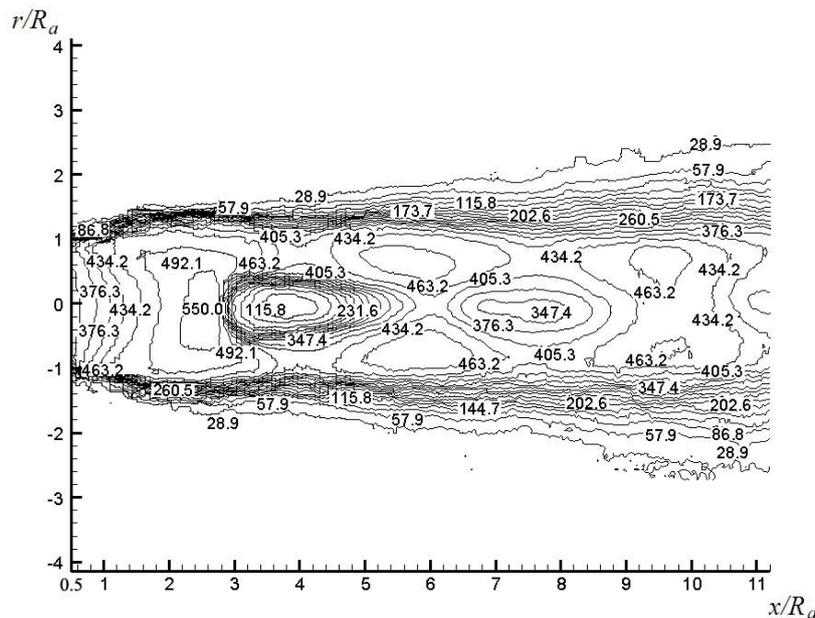


Рис. 26.18. Изолинии распределения средней скорости потока для сверхзвуковой недорасширенной струи  $M_a = 1.0$ ,  $N_{pr} = 5$

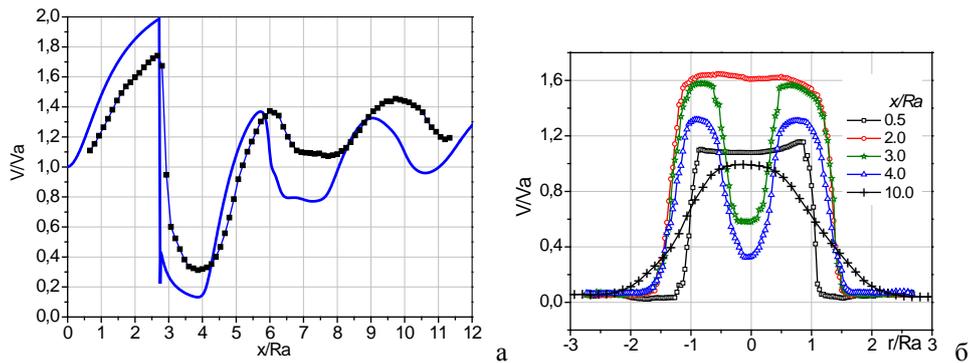


Рис. 26.19. Распределение относительной средней скорости частиц вдоль оси в начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи (а) и в поперечных сечениях струи (б), символами обозначены данные, полученные с помощью PIV-метода, сплошной линией - данные, полученные в результате численного расчета.

Далее за прямым скачком уплотнения происходит скачкообразное падение скорости до значений  $V/Va = 0.31$  и  $V/Va = 0.13$  (PIV и расчет, соответственно). Максимум расчетного значения скорости выше, чем экспериментально измеренного, а минимальные расчетные значения – ниже. Одна из причин такого отличия может заключаться в том, что скорость светорассеивающих частиц не соответствует скорости газа (влияние скоростной релаксации частиц). И более всего это проявляется в областях сильных градиентов скорости.

### 26.5. Коррекция эффектов скоростного запаздывания трассеров в высокоградиентных струйных течениях

Для коррекции влияния эффектов скоростного запаздывания трассирующих частиц при определении скорости газового потока в высокоградиентных струйных течениях используем технику восстановления скорости газа по данным PIV-диагностики. Для этого обратимся к уравнению (26.4), из которого следует, что можно определить скорость потока газа, если известны скорость трассеров, градиент скорости и длина релаксации в каждой точке потока. Скорость и градиент скорости измеряются непосредственно в ходе эксперимента. Длина релаксации в экспериментах на струйном модуле сверхзвуковой аэродинамической трубы Т-326 находится из следующих соображений. Поскольку в данных опытах использовался генератор тумана глицерина, тестированный на ударной трубе УТ- 4М, то воспользуемся полученными на ней результатами измерения длины релаксации

$$\lambda_{yT} = \frac{4 \rho_p d}{3 \rho_{yT} C_d} = 0.1 \text{ мм}$$

где  $\rho_p$  – плотность трассера,  $d$  – диаметр трассера,  $\rho_{yT}$  – плотность газа за фронтом УВ (в экспериментах  $\rho_{yT} = 1.7 \text{ кг/м}^3$ ).

Поскольку величины  $d$ ,  $\rho_p$  и  $C_d$  определяются типом и режимом работы запяляющего устройства, то выражение для длины релаксации в экспериментах на Т-326 можно представить в виде:

$$\lambda_u(x, y) = \lambda_{yT} \frac{\rho_{yT}}{\rho(x, y)},$$

где  $\rho(x, y)$  – распределение плотности газа в струе. Таким образом, для расчета длины релаксации кроме данных тестовых экспериментов ( $\lambda_{yT}$ ,  $\rho_{yT}$ ) необходимо знать распределение плотности газа в исследуемом градиентном течении.

На рис. 26.20 представлены данные измерения скорости трассеров вдоль оси сверхзвуковой недорасширенной струи при степени нерасчетности  $N_{pr} = 5$  и скорректированные результаты для определения скорости газа. Градиент скорости определялся по формуле  $\frac{d}{dx} \left( \frac{V}{x} \right) = \frac{V_p(x_{i+1}) - V_p(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}}$ , распределение плотности газа  $\rho(x)$  рассчитывалось по программе Fluent. По такому же алгоритму была проведена коррекция PIV данных для струи при степени нерасчетности  $N_{pr} = 9$  (рис. 26.21).

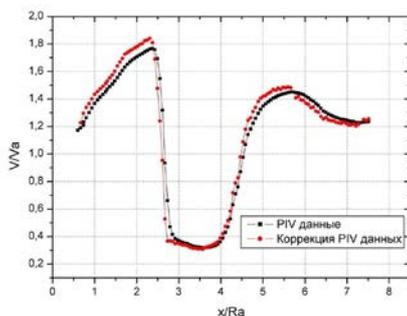


Рис. 26.20. Профиль скорости сверхзвуковой струи:  $N_{pr} = 5$ .

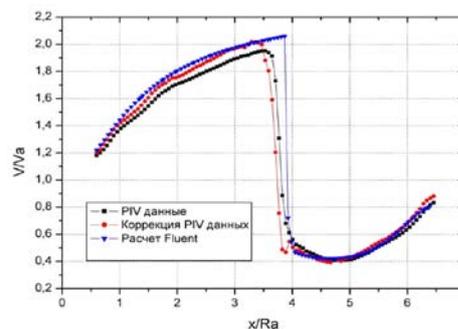


Рис. 26.21. Профиль скорости струи:  $N_{pr} = 9$ .

Приведенные результаты показывают, что в областях наибольших градиентов скорости разница между полученными данными скорости трассеров и скорости потока газа может достигать 10%, что существенно превышает экспериментальную ошибку. Сопоставление скорректированных результатов с результатами расчета (Fluent) позволяет подстраивать программу и добиваться достаточно хорошей степени совпадения, особенно в областях до и после скачка скорости.

## Глава 27

### Оптический метод регистрации поверхностного трения

#### 27.1. О возможности оптической регистрации поверхностного трения

В предыдущих главах были рассмотрены методы для регистрации параметров непосредственно в объеме газового потока. Однако не менее важным является знание значений физических величин на обтекаемых поверхностях. Одной из важнейших характеристик при изучении турбулентных пограничных слоев является поверхностное трение. Важность определения данного параметра для отработки и тестирования развиваемых методов расчета турбулентных течений, а также непосредственно практического использования вынуждает направлять усилия многих исследователей на разработку простых и надежных методов его измерения.

Принципы многих из существующих к настоящему времени методов измерения поверхностного трения изложены, например, в работах обзорного характера [87–89]. Большинство из них – такие, как метод Престона, Клаузера, измерения с помощью поверхностных термопарных датчиков и др., не являются прямыми, так как основаны на использовании закона подобия в распределении скоростей вблизи стенки. Поэтому при изучении структуры течения в турбулентных потоках с заранее неизвестными свойствами получение подобных данных становится проблематичным. Что касается более точных прямых измерений с помощью плавающего элемента, то этот метод, строго говоря, не является точечным, так как регистрация приложенной к элементу силы производится на поверхности конечных размеров. Применение перечисленных методов ограничено также тем, что они требуют постоянной установки измерительных элементов на поверхности модели или вносят существенные возмущения в поток. Все это диктует настоятельную необходимость разработки новых и развития существующих методов измерения поверхностного трения.

В настоящее время активно используется метод, основанный на оптической регистрации изменения толщины масляной капли, нанесенной на исследуемую поверхность. Теоретические основы метода заложены Таннером и Блоузом в работе [90]. В этой публикации, а также в работах [91–93; 87] приводятся соотношения для изменения толщины масляной капли в зависимости от сил поверхностного трения, а также результаты, учитывающие влияние на результаты измерений таких факторов, как сила поверхностного натяжения, гравитационная сила, градиенты поверхностного напряжения, трехмерность течения. Было показано, что эти эффекты достаточно легко учитываются, а для пленок, имеющих толщину несколько микрон, ими можно пренебречь.

Предложенный подход обладает рядом преимуществ по сравнению с ранее известными методами. Он, как и метод плавающего элемента, является прямым, что устраняет необходимость тарировок, дает возможность проводить измерения в любой точке поверхности и практически не вносит возму-

щений в поток, так как масляная капля очень тонкая. Для его реализации требуется достаточно простая и недорогая аппаратура, что существенно удешевляет эксперимент. Однако в связи с рядом технических сложностей метод не нашел широкого применения в первоначальном виде.

Дальнейшее развитие метод получил в работе Д. Дж. Монсона и Х. Хигучи [94–95]. Для измерений использовался лазерный интерферометр, позволяющий регистрировать изменение толщины масляной пленки одновременно в двух точках, разнесенных на расстояние  $dX$  (рис. 27.1). Пучок света от гелий-неонового лазера 1, пройдя через объектив 2, нейтральный светофильтр 3, необходимый для уменьшения интенсивности до уровня, исключающего нагрев масла, ирисовую диафрагму 4, расщепляется амплитудным делителем 5 на два. Непрозрачный экран 6 служит для отсекающего паразитного, прошедшего сквозь делитель, излучения. Один из пучков проходит далее через полуволновую пластинку 7, в результате чего плоскость его поляризации поворачивается на  $90^\circ$ . Оба пучка фокусируются на поверхности масляной капли, нанесенной на модель 13, каждый в своей точке  $x_1$  и  $x_2$ , на расстоянии  $dx$  друг от друга.

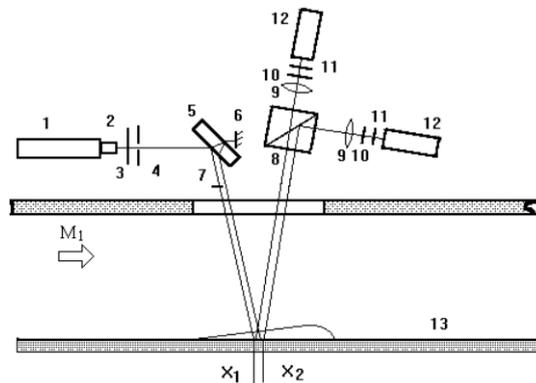


Рис. 27.1. Схема интерферометра [95]

Часть излучения каждого пучка отражается от поверхности капли и от поверхности модели с комплексной амплитудой соответственно  $A_{i1}$  и  $A_{i2}$ , где  $i = 1$  для точки  $x_1$  и  $i = 2$  для точки  $x_2$ . Пучки  $A_{i1}$  и  $A_{i2}$  интерферируют между собой. В зависимости от толщины капли меняется разность хода интерферирующих лучей, что приводит к косинусоидальному изменению интенсивности отраженного света. Отраженные лучи отклоняются поляризационной призмой 8 каждый на свою регистрирующую систему, состоящую из фокусирующей линзы 9, поляризатора 10, светофильтра 11 и фотодиода 12.

При наличии потока толщина масляной пленки, выраженная через порядок интерференции  $N$ , меняется, что приводит к изменению сигналов с фотодиодов пропорционально интенсивности регистрируемого излучения. Изменение толщины пленки на  $dy = \lambda / 2n \cos(\alpha)$  соответствует прохождению одной интерференционной полосы и одного периода сигнала с фотодиода. По-

сле измерения количества периодов, прошедших за промежутки времени  $dt_1$  и  $dt_2$  для каждого фотодиода, рассчитывалось значение коэффициента поверхностного трения. Рассмотренная методика, обладая существенными преимуществами по сравнению с оригинальным методом, предложенным Таннером и Блоузом, нашла довольно широкое применение при измерении поверхностного трения (см., например, [96–99]).

## 27.2. Использование полевых интерферометров

Несмотря на очевидные достоинства, методика, предложенная в [95], обладает рядом недостатков. К ним, в частности, относятся:

1) громоздкость конечных соотношений, используемых при вычислении коэффициента поверхностного трения;

2) необходимость постоянной во времени регистрации сигналов с фотоприемников, что увеличивает требования к уровням допустимых вибраций, так как смещение точки фокусировки лазерных пучков на поверхности капли может приводить к появлению ложных периодов;

3) возможность измерения поверхностного трения в один момент времени только в одной точке, что связано со сложностью размещения на установке одновременно нескольких интерферометров;

4) сильное влияние на результаты измерений даже малой запыленности потока, поскольку попадание отдельной пылинки на каплю в области фокусировки лазерных лучей приводит к срыву измерения.

Работы по преодолению перечисленных недостатков привели к развитию методики, излагаемой в данной главе [84; 100–113].

Пусть толщина капли (рис. 27.2) в некоторый момент времени  $t$  имеет профиль  $L=L(\xi, t)$ , а распределение трения  $\tau=\tau(\xi)$ , где  $\xi$  – координата вдоль предельной линии тока. В предположении малой толщины пленки  $L$  по сравнению с расстоянием, на котором происходит существенное изменение коэф-

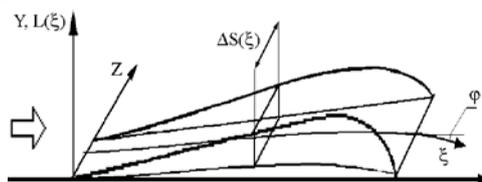


Рис. 27.2. Масляная капля в потоке

фициента поверхностного трения  $L \ll \tau d\xi / d\tau$ , или  $(Ldt) / (\tau d\xi) \ll 1$ , и без учета сил гравитации и поверхностного натяжения распределение скорости масла  $V(y, \xi)$  можно представить в виде  $\rho v dV(y, \xi) = \tau(\xi)$ , и

после интегрирования –  $V(y, \xi) = \nu \tau(y, \xi) / \rho \nu$ . Объемный расход масла  $W$  через сечение в координате  $\xi$

$$W(\xi) = \Delta S(\xi) \cdot \int_0^L V(Y, \xi) dY = \frac{\Delta S(\xi) \cdot L^2(\xi) \cdot \tau(\xi)}{2\rho\nu}, \quad (27.1)$$

где  $\Delta S(\xi)$  – ширина струйки тока масла.  $W(\xi)$  можно выразить также как изменение объема капли с какой-либо стороны сечения  $\xi$ . В нашем случае логично взять изменение объема со стороны передней кромки, так как ее координата остается постоянной во времени:

$$W(\xi) = \frac{d \int_0^{\xi} \Delta S(\xi) L(\xi) d\xi}{dt}. \quad (27.2)$$

Приравнявая соотношения (27.1) и (27.2), имеем:

$$\tau(\xi) = \frac{2\rho v}{\Delta S(\xi) \cdot L^2(\xi)} \cdot \frac{d \int_0^{\xi} \Delta S(\xi) \cdot L(\xi) d\xi}{dt}. \quad (27.3)$$

$\Delta S(\xi)$  можно представить в виде

$$\Delta S(\xi) = \Delta S(0) \cdot e^{\int_0^{\xi} \frac{d\phi}{ds} d\xi} \quad (27.4)$$

где  $d\phi / ds$  – изменение угла наклона линии тока по координате, ортогональной ее направлению. Соотношения (27.3) и (27.4) позволяют получать коэффициент поверхностного трения в общем случае.

При параллельных предельных линиях тока  $\Delta S(\xi) = \text{const}$  и равенство (27.3) приводится к виду

$$\tau(\xi) = \frac{2\rho v}{L^2(\xi)} \cdot \frac{d \int_0^{\xi} L(\xi) dx}{dt}. \quad (27.5)$$

В случае  $\Delta S(\xi) = \text{const}$ ,  $\tau(\xi) = \text{const}$  и начального линейного профиля капли  $L(\xi) = k \xi$  равенства (27.1) и (27.2) приводятся к виду

$$W(\xi) = (k\xi)^2 \tau / (2\rho v), \quad (27.1^*)$$

$$W(\xi) = d(k\xi^2) / 2dt. \quad (27.2^*)$$

Из равенства (27.1\*) вытекает сохранение линейности профиля капли по времени, так как для этого необходима квадратичная зависимость расхода  $W(\xi)$  через сечение от координаты  $\xi$ . Приравнявая далее (27.1\*) и (27.2\*), имеем

$$\tau = \frac{\rho v}{2k^2 \xi^2} \cdot \frac{d(k\xi^2)}{dt} = \frac{\rho v}{k^2} \cdot \frac{dk}{dt} = -\rho v \frac{d(k^{-1})}{dt}.$$

Величина  $k^{-1}$  – не что иное, как котангенс угла клиновидности капли  $\gamma$ . Таким образом, мы получим для случая постоянного трения вдоль поверхности капли соотношение

$$\tau = -\rho v \frac{d \text{ctg}(\gamma)}{dt}, \quad (27.5^*)$$

являющееся частным случаем уравнения (27.5).

Схема интерферометра представлена на рис. 27.3. Излучение He–Ne-лазера 1, сформированное в плоскопараллельный пучок линзами 2 и 3, поворотным зеркалом 4 направлялось на поверхность масляной капли 5, нанесенной на обтекаемую модель 6. Изображение капли, модулированное интерференционными полосами равной толщины, несущими информацию об ее профиле, регистрировалось в отраженном свете фото- или телекамерой 7.

Вид интерференционной картины определяется обычным выражением для интерференционных полос равной толщины:

$$L(\xi) = 2n\lambda N(\xi) / \cos(\alpha), \quad (27.6)$$

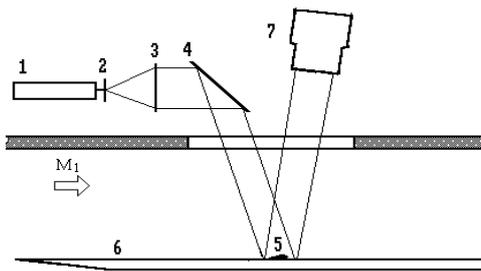


Рис. 27.3. Оптическая схема регистрации поверхностного трения

где  $\alpha$  – угол распространения зондирующего излучения внутри капли относительно нормали к ее поверхности. Номер интерференционных полос отсчитывается от передней кромки капли ( $\xi = 0$ ), при этом  $N(0) = 0$ . Имея две или более интерферограмм, полученных в различные моменты времени  $t$ , и используя соотношение (27.3), легко вычислить  $\tau(\xi)$ .

Существенным достоинством данного подхода является возможность получения значения поверхностного трения всего по двум интерферограммам. При этом могут использоваться импульсные источники света. Отпадает необходимость в постоянной регистрации сигнала. Облегчаются условия на возможные возмущения поверхности капли, связанные с вибрациями и наличием в потоке пылинок, так как панорамность изображения, как правило, позволяет определить порядок интерференции в зависимости от координаты  $N(\xi)$  даже в присутствии подобных возмущений.

Следует отметить, что для рассмотренной схемы, как и для двухпучковой, необходимо соблюдение довольно жесткого условия на возможную шероховатость поверхности модели. Изменение толщины пленки, связанное с шероховатостью модели на  $\delta u$ , при ортогональном падении зондирующего излучения приводит к изменению разности хода интерферирующих лучей и сдвигу интерференционной картины на  $\delta N = 2n\delta u / \lambda$  полос. Для наблюдения интерференции этот сдвиг не должен превышать одной четверти полосы, что дает при  $\lambda = 0.63$  мкм и  $n \approx 1,5$  условие на возможную шероховатость поверхности модели  $\delta u < 0.05$  мкм. Это обеспечивается полировкой поверхности модели в области измерений.

### 27.3. Реализация метода при малых скоростях

Метод использовался для измерения поверхностного трения в дозвуковом потоке. Измерения проводились на модели плоской пластины с размерами  $2\,500 \times 993$  мм в плане, установленной горизонтально в рабочей части аэродинамической трубы Т-324 ИТПМ СО РАН. За исключением окрестности передней кромки пластины, на остальной ее части реализован практически безградиентный характер течения. Скорость набегающего потока варьировалась от 13 до 49 м/с. Измерения выполнялись в сечении, расположенном на расстоянии 1 670 мм от передней кромки модели.

Типичные интерферограммы, отражающие процесс растекания капли для режима, соответствующего скорости невозмущенного потока 33,4 м/с, показаны на рис. 27.4. Для измерений использовалось масло, обладающее малой зависимостью вязкости от температуры, что весьма важно в условиях меняющейся по времени температуры потока. Известно, что наиболее стабильны-

ми свойствами по температуре обладают силиконовые масла. В данной работе после предварительных опытов предпочтение было отдано маслу этой группы Ж.132-244 с кинематической вязкостью  $\nu = 65.7 \text{ мм}^2/\text{с}$  при  $T = 20 \text{ С}$ .

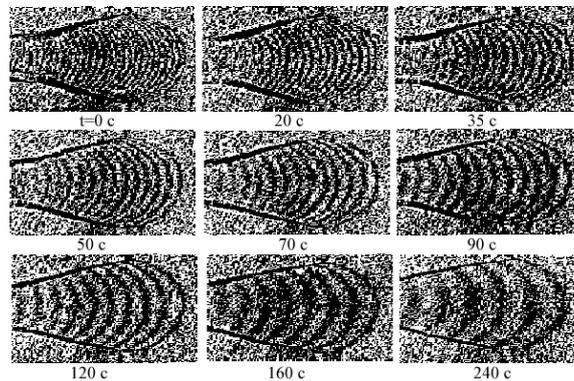


Рис. 27.4. Интерферограммы растекающейся масляной капли

На рис. 27.5 представлены профили средней скорости и интегральной интенсивности пульсаций скорости. Анализ этих профилей свидетельствует о том, что в исследуемом сечении реализуется развитый турбулентный пограничный слой. Исключение составляет лишь наименьшая скорость, при которой эти условия полностью не достигнуты. Профили скорости использовались для определения поверхностного трения, которые вместе с данными численного расчета служили основанием для подтверждения достоверности измерений, произведенных с помощью лазерного интерферометра.

Окончательные результаты представлены на рис. 27.6 в виде зависимости  $C_f = F(\text{Re}_x)$ . Здесь данные измерений  $C_f$  лазерным интерферометром сравниваются с аналогичными значениями, полученными по методу Людвиг – Тиллмана с использованием экспериментальных профилей средней скорости в пограничном слое. Штриховой линией изображены результаты численного расчета. Вертикальными отрезками показаны пределы возможных ошибок измерения  $C_f$  с использованием группы методов (Клаузера, Шлихтинга, Фокнера), которые, как и метод Людвиг – Тиллмана, в той или иной степени базируются на информации об экспериментальном распределении скоростей.

Как видно, результаты измерений с помощью лазерного интерферометра удовлетворительно согласуются с другими методами. В частности, максимальное расхождение в сравнении с данными по методу Людвиг – Тиллмана в большинстве точек не превышает 10 %. Большее отличие результатов измерений при  $\text{Re}_x = 600\,000$  вызвано следующей причиной. Анализ профилей средней скорости и интегральной интенсивности пульсаций скорости показывает, что в этом случае режим развитой турбулентности в исследуемом сечении не достигнут. В этой связи определение  $C_f$  методами, базирующимися на законе подобия о распределении скоростей в турбулентном пограничном слое, не является корректным. Поэтому вполне вероятно, что более достоверным значением  $C_f$  является величина, полученная именно лазерным

интерферометром. Это свидетельствует о достоверности полученных результатов и возможности надежного использования однолучевой схемы. Некоторый разброс экспериментальных точек, вероятно, обусловлен погрешностью обработки интерферограмм.

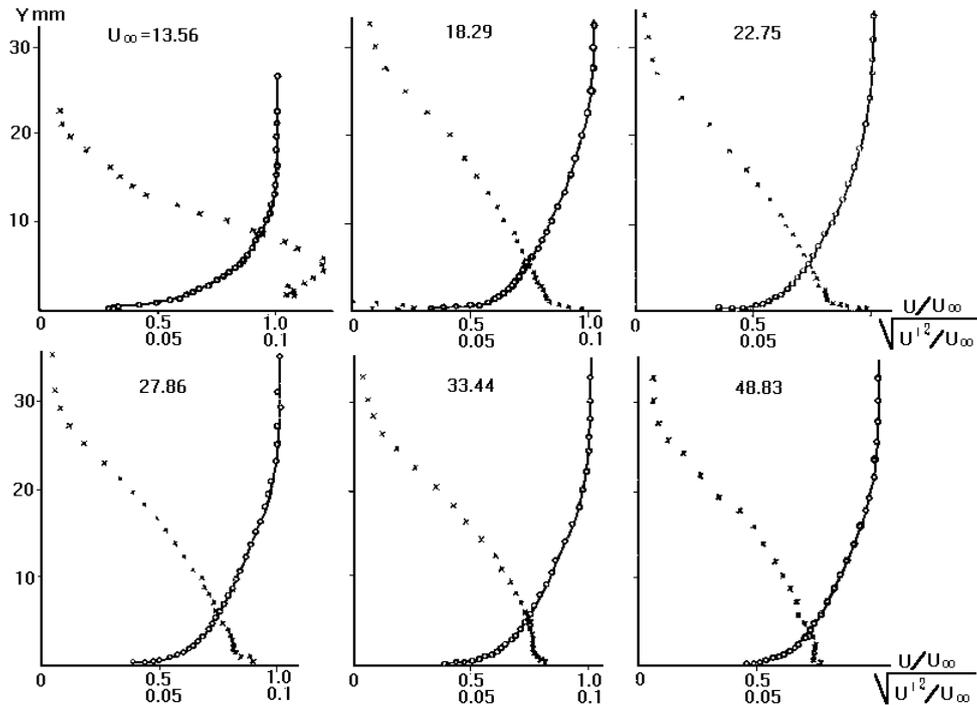


Рис. 27.5. Профили средней скорости и интегральной интенсивности пульсаций

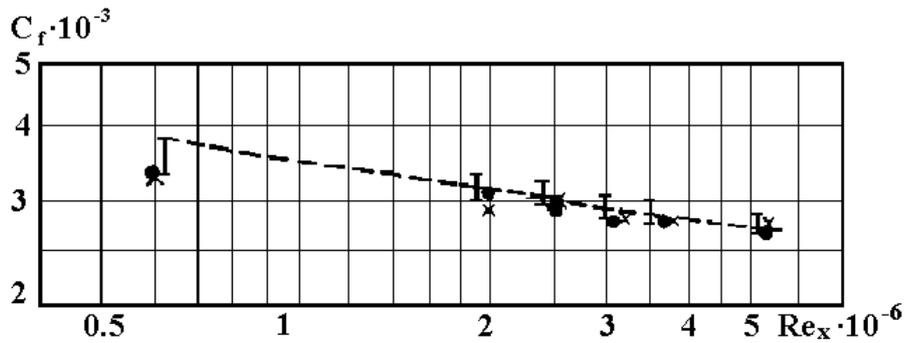


Рис. 27.6. Коэффициенты поверхностного трения в зависимости от числа  $Re_x$ :  $x$  – лазерный интерферометр;  $\bullet$  – метод Людвига – Тиллмана;  $I$  – методы Клаузера; Шлихтинга, Фокнера; --- – методы Сполдинг, Чи

На рис. 27.7 представлены результаты измерений на модели прямого продольного угла в сравнении с результатами, полученными по методу Престона [103]. Скорость набегающего потока составляла 30 м/с, ( $Re_x = 1,8 \cdot 10^6$ ). Наблюдается хорошее совпадение результатов для всей области измерений.

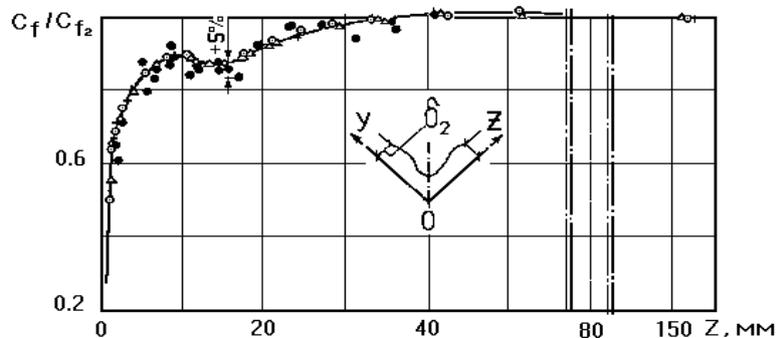


Рис. 27.7. Распределение коэффициента трения в продольном угле при  $U_\infty = 90$  м/с,  $Re_x = 1,8 \cdot 10^6$  (● – лазерный интерферометр; ° –  $D = 1,08$  мм,  $\Delta$  –  $D = 1,61$  мм, + –  $D = 2,06$  мм – метод Престона)

Видно, что в области существенного изменения коэффициента поверхностного трения  $C_f$  вдоль оси  $Z$  величины, измеренные оптическим методом, отличаются от полученных по методу Престона не более чем на 5 %.

#### 27.4. Реализация метода при сверхзвуковых скоростях

Для проверки работоспособности метода при сверхзвуковых режимах обтекания были проведены измерения поверхностного трения в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 (ИТПМ), при числе Маха 3. Капля масла наносилась на стенку рабочей части трубы. Расшифровка интерферограмм производилась так же, как и в случае дозвукового течения. Типичные интерферограммы, отражающие процесс растекания капли показаны на рис. 27.8.

Окончательные результаты представлены на рис. 27.9 в виде зависимости коэффициента поверхностного трения  $C_f$  от числа  $Re$ . Здесь данные измерений лазерным интерферометром сравниваются с аналогичными значениями, полученными по методу Сполдинга – Чи с использованием экспериментальных профилей средней скорости в пограничном слое. Как видно, они качественно совпадают. Отличие результатов, полученных с помощью лазерного интерферометра, по сравнению с методом Сполдинга – Чи в сторону уменьшения поверхностного трения может быть объяснено довольно большой зависимостью вязкости используемого масла от температуры. Из выражения (27.3) видно, что уменьшение вязкости масла, заложенной в расчеты при обработке интерферограмм по сравнению с истинным значением, должно приводить именно к таким результатам.

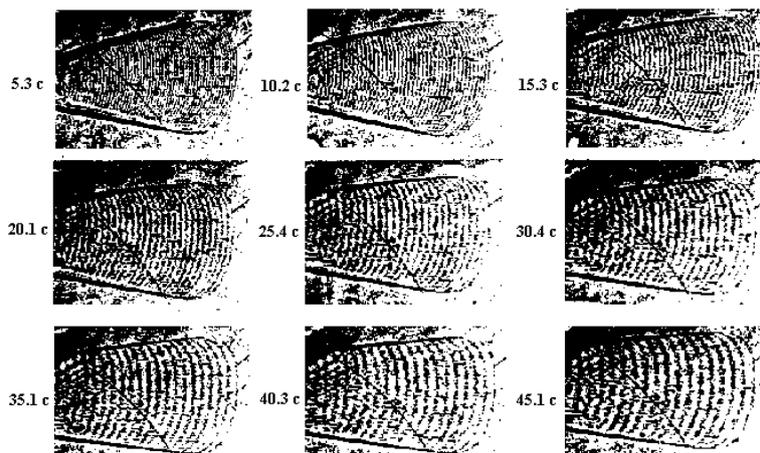


Рис. 27.8. Типичные интерферогаммы при  $M_\infty = 3$ ,  $Re_{d^{**}} = 1,85 \cdot 10^5$

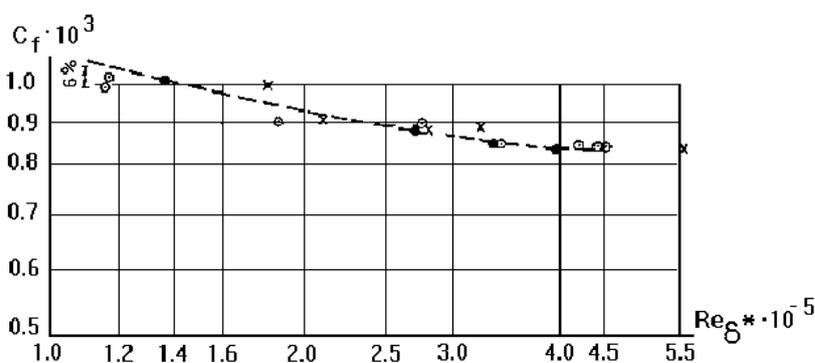


Рис. 27.9. Распределение коэффициента поверхностного трения на стенке рабочей части трубы при  $M_\infty = 3$  (O – лазерный интерферометр; • – Сполдинг и Чи; x – Муур и Хоркнесс)

Одним из достоинств использовавшегося метода является возможность измерения поверхностного трения одновременно в нескольких точках. На рис. 27.10 приведены интерферогаммы пяти капель, полученные в одном эксперименте. Все результаты, представленные на рис. 27.9, получены из подобных серий. Удавалось регистрировать в одном эксперименте до восьми интерферогамм.

В табл. 27.1 приведены диапазоны изменения значений температур в форкамере аэродинамической трубы в процессе эксперимента для различных режимов  $T_{\text{оф}}$ , а также значения температур, взятых для расчетов  $T_{\text{расч}}$ . Видно, что температуры пленки могли быть существенно ниже используемых при расчете. К сожалению, в данных экспериментах не было возможности регистрировать температуру поверхности рабочей части аэродинамической трубы одновременно с регистрацией трения. Однако полученные результаты гово-

рят о целесообразности регистрации температуры, что позволяет надеяться на более точное совпадение результатов оптических измерений с результатами, полученными иными методами.

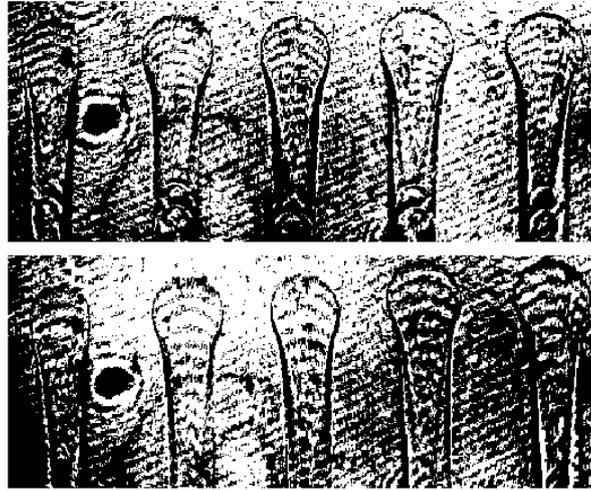


Рис. 26.10. Интерферограммы пяти капель, полученные в одном эксперименте для двух различных моментов времени

Таблица 27.1

Показатель	Режим				
	1	2	3	4	5
Re	116 000	206 000	265 000	338 000	392 000
$T_{\text{оф}}, ^\circ\text{C}$	20,5–14,5	17,8–13,5	23,3–15,4	26,0–16,5	25,7–14,4
$T_{\text{расч}}, ^\circ\text{C}$	19,00	16,5	22,05	19,75	23,5

### 27.5. Особенности применения метода в градиентных течениях

В приведенных выше результатах в силу особенностей течения поверхностное трение можно считать не зависящей от координаты  $\xi$  величиной для  $\Delta\xi$  порядка характерного размера масляной капли. Это позволило использовать для расчета упрощенное соотношение (27.5\*).

Для проверки возможности применения более общего соотношения (27.5) были проведены измерения на плоской пластине со ступенькой (рис. 27.11). Течение, реализующееся при обтекании данной модели, интересно в методическом плане тем, что перед ступенькой имеется отрывная зона с большим градиентом коэффициента поверхностного трения в ее окрестности, а также зона возвратного течения, в которой другими методами измерить трение практически невозможно. Для расчетов использовалось соотношение (27.5),

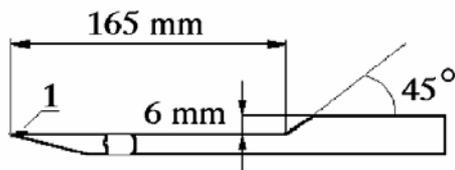


Рис. 27.11. Плоская пластина со ступенькой

так как течение на поверхности пластины характеризуется параллельностью предельных линий тока.

Измерения проводились на сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ, при числе Маха 3, и числе Рейнольдса по толщине пограничного слоя перед зоной взаимодействия

$Re_\delta = 75\,000$ . Давление торможения потока  $P_0 = 375\text{ кПа} \pm 4\%$ , температура торможения  $T_0 = 283\text{ К} \pm 5\%$ . На носке модели был установлен турбулизатор (1) в виде тонкой полоски наждачной бумаги для получения заполненного турбулентного слоя в зоне отрыва. Его толщина перед зоной отрыва, а также толщина вытеснения и потери импульса соответственно составляли  $\delta = 2,270\text{ мм}$ ,  $\delta_1 = 0,833\text{ мм}$ ,  $\delta_2 = 0,170\text{ мм}$ . В области измерений было установлено шесть термопар для регистрации температуры поверхности модели во время измерений. Это необходимо для учета изменения вязкости масла. Применялись масла типа Dow-Corning с вязкостью 50 и 500 Сст. Программное обеспечение позволяло в интерактивном режиме вводить координаты интерференционных полос и рассчитывать коэффициенты поверхностного трения как по соотношению (27.5), так и по соотношению (27.5\*).

Ниже представлено несколько типичных интерферограмм, полученных в ходе эксперимента. На рис. 27.12, а приведены интерферограммы масляной пленки, нанесенной в области  $x < 130\text{ мм}$  от носика модели с постоянным по длине капли коэффициентом поверхностного трения. Видно, что шаг полос практически постоянен по длине капли. На рис. 27.12, б приведены интерферограммы капли, нанесенной непосредственно в области отрыва. Отчетливо заметно изменение шага полос при приближении к отрыву, т. е. профиль капли заведомо нелинеен и применение соотношения (27.5\*) в этом случае неправомерно. В области с нулевым трением происходит накопление масла. На интерферограммах эта зона выглядит как темная полоса. Справа от нее реализуется область возвратного течения. Здесь также наблюдаются интерференционные полосы.

На рис. 27.13 приведены усредненные по времени эксперимента результаты расчета коэффициента поверхностного трения  $C_f$ , полученные по обоим алгоритмам. Для перекрытия всего диапазона координаты  $x$ , представленного на графике, было произведено несколько пусков аэродинамической трубы, так как по одной растекающейся масляной капле можно получить данные о величине поверхностного трения только в ограниченном диапазоне  $x$ . Измерения проводились с маслом вязкостью  $\nu = 502,3\text{ Сст}$  для температуры  $24\text{ С}$ , а для диапазонов, помеченных звездочкой,  $\nu = 52,6\text{ Сст}$ . На этом же рисунке приведены результаты расчетов на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса и по методу Сполдинга.

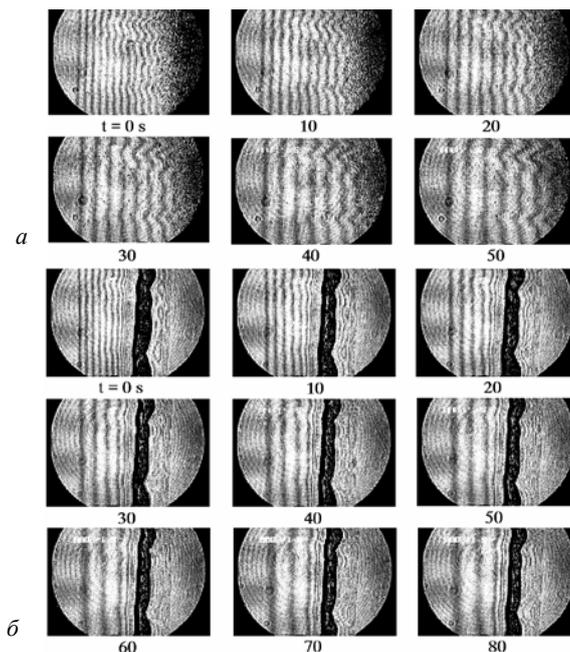


Рис. 27.12. Типичные интерферограммы, полученные при регистрации поверхностного трения на пластине со ступенькой (направление основного потока – слева)

Анализ полученных данных показывает следующее.

1. Результаты измерений, полученные для отдельных экспериментов (капель), хорошо согласуются друг с другом.

2. Результаты, полученные по интегральному алгоритму, имеют существенно меньший разброс значений, чем полученные по дифференциальному алгоритму. Это вполне понятно, так как расчет производной по времени от интеграла в выражении (27.5) (площадь сечения капли) регистрируется по интерферограммам с большей точностью, чем производная от котангенса угла клиновидности капли в точке измерения.

3. Результаты, полученные по соотношениям (27.5) и (27.5\*), практически совпадают для областей с малыми градиентами поверхностного трения и существенно отличаются в зонах больших градиентов, что подтверждает необходимость использования более общего соотношения (27.5).

4. Результаты расчетов в основном хорошо совпадают с данными экспериментов. Однако расчетная длина области отрыва ( $C_f = 0$ ) заметно меньше определенной экспериментально. Наблюдается также заметное количественное отличие расчетных и экспериментальных данных в зоне значительных отрицательных градиентов ( $171 < X < 180$  мм). Такое несоответствие может обуславливаться различными причинами. Например, точностью расчетов, определяемой порядком используемой схемы и / или физическими факторами, не учтенными в расчетной модели – такими, как наличие заметных нестационарных эффектов, особенно сильно проявляющихся в окрестности точки отрыва.

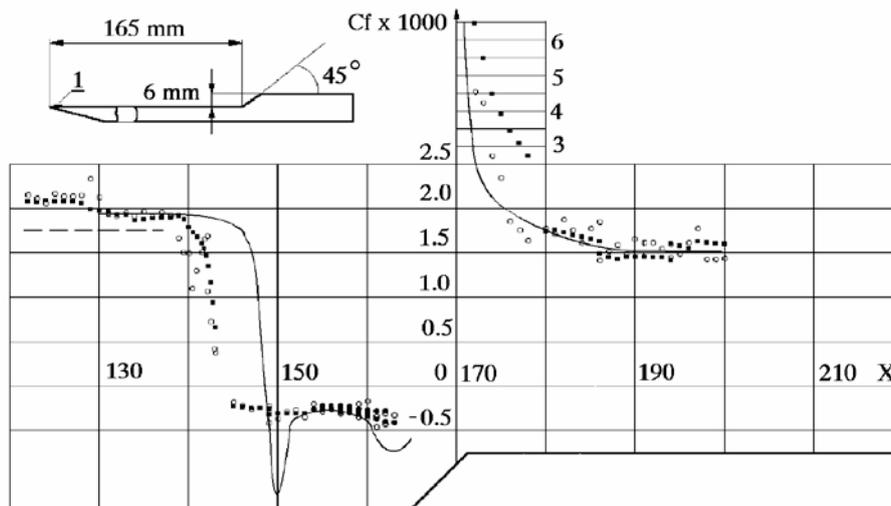


Рис. 27.13. Распределение коэффициента поверхностного трения на пластине со ступенькой. ○ - обработка по соотношению (26.7), ●, ■ - по соотношению (26.5). Численный расчет: — - уравнение Навье – Стокса, - - - - метод Сполдинга – Чи

На рис. 27.14 приведены результаты измерений, полученные в другой серии экспериментов. Обработка данных проводилась только по интегральному методу. При этом использовалась система синхронного с вводом изображения измерения температуры (в первой серии данная система еще не была разработана, и значения температур регистрировались оператором по показаниям вольтметра вручную). Полученные результаты несколько отличаются от первой серии. Так, зарегистрированные значения коэффициента трения на пластине перед областью отрыва во второй серии несколько ниже, чем в первой.

Это может быть связано с целым рядом факторов: с погрешностями в определении профилей масляной пленки; с неточностями в установке модели; с точностью воспроизведения одних и тех же параметров потока в аэродинамической трубе; с ошибками в определении температуры масла и др. В первой серии еще не использовалась система синхронного измерения температуры. Но даже при ее применении истинное значение температуры поверхности, а значит, и масла может существенно отличаться от измеренных. Это проявляется в период быстрого охлаждения модели в начале эксперимента, когда температура термопар не успевает отслеживать температуру поверхности модели, что обнаружили тепловизионные измерения.

Вместе с тем отличие результатов для первой и второй серий не превышает 10 % (за исключением небольшой области непосредственно за вершиной ступеньки), что является хорошей точностью для подобных измерений. Полученные на пластине перед зоной отрыва данные ( $x < 140$  мм) хорошо соответствуют расчету по методике Сполдинга – Чи, что также подтверждает надежность метода.

## 27.6. Регистрация поверхностного трения на искривленных произвольно ориентированных поверхностях

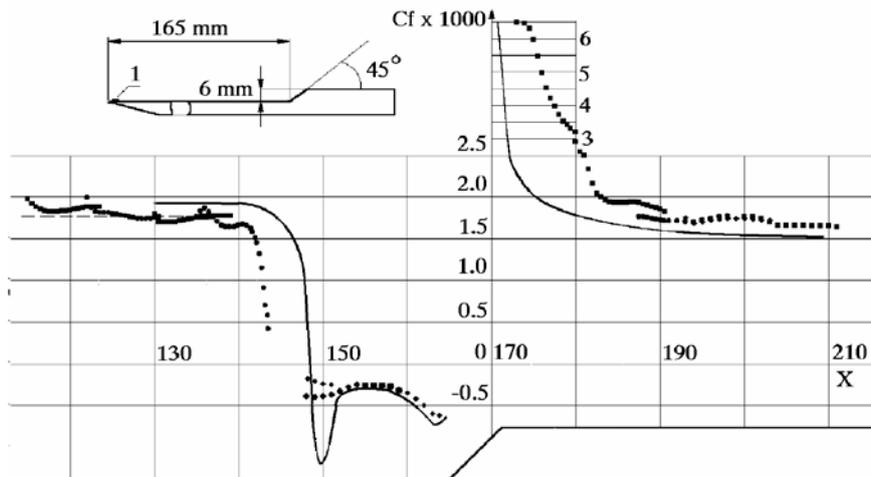


Рис. 27.14. Распределение коэффициента поверхностного трения на пластине со ступенькой (●, ■ – эксперимент, обработка по соотношению (26.5); численный расчет: — – уравнение Навье – Стокса, - - - – метод Сполдинга – Чи)

### 27.6. Регистрация поверхностного трения на искривленных произвольно ориентированных поверхностях

В предыдущих примерах регистрация профиля капли осуществляется с использованием оптических схем, работающих в зеркально отраженном свете. Это ограничивает применение метода плоскими поверхностями. При этом ориентация поверхности в пространстве должна обеспечивать возможность регистрации зеркально отраженного от нее излучения. Применение методики, основанной на использовании интерференции при диффузном освещении исследуемой поверхности, снимает эти ограничения. В оптическом плане данная задача аналогична случаю интерференции в тонких пленках от протяженного источника света и обсуждается практически в любом учебнике по физической оптике (см., например, [114]). Поэтому мы ограничимся достаточно упрощенным рассмотрением возможности регистрации подобных интерферограмм (рис. 27.15).

Излучение от лазерного источника, рассеивается на диффузоре 1 и освещает масляную пленку 2 на поверхности модели. Приемная часть схемы содержит объектив 3 и диафрагму 4 в фокальной плоскости объектива. Изображение фокусируется в плоскости фотоприемника 5.

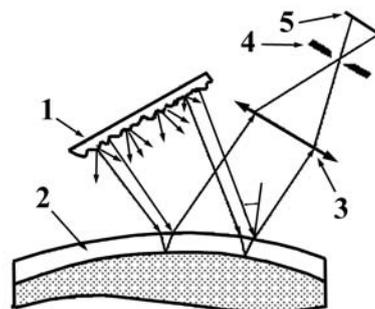


Рис. 27.15. Схема регистрации интерферограммы в полосах равной толщины при диффузном освещении

Любую световую волну можно представить набором плоских волн, распространяющихся под различными углами. С другой стороны, в фокальной плоскости объектива формируется Фурье-образ или разложение произвольной световой волны по пространственным частотам, которые и определяют направление исходных плоских волн. При бесконечно малом радиусе отверстия диафрагмы сквозь нее будет проходить часть излучения, соответствующего идеальной плоской волне, распространяющейся от исследуемой области под углом  $i$ . Для этой волны будет наблюдаться интерференционная картина, вид которой описывается выражением  $\Delta L = 2nL\cos(r)$ , где  $\Delta L$  – разность хода лучей;  $L$  – толщина капли;  $n$  – коэффициент преломления масла;  $r$  – угол преломления  $\sin(i) / \sin(r) = n$  ( $i$  – угол падения). Для искривленных поверхностей угол  $i$  будет меняться в зависимости от ориентации рабочей поверхности. В общем случае этот угол равен углу между волновым вектором регистрируемого излучения и нормалью к поверхности в соответствующей точке.

Радиус отверстия диафрагмы объектива отличен от нуля. Это приводит к тому, что фотоприемник регистрирует одновременно некоторый набор интерференционных картин для плоских волн с направлением волновых векторов, лежащих внутри телесного угла  $\Omega$ , определяемого размером диафрагмы и фокусным расстоянием объектива  $F$ . Максимальное отличие направления регистрируемых плоских волн от направления осевой волны  $\Delta i \approx R / F$ . Очевидно, что для каждой волны будет наблюдаться своя интерференционная картина, однако для тонких пленок и малых изменений угла  $i$  эти картины будут практически совпадать, и для диффузного источника света будут наблюдаться полосы равной толщины.

В первом приближении, в предположении  $\Delta i \approx 0$  (направление регистрируемого излучения близко к ортогональному относительно поверхности капли) изменение угла  $\Delta i$  связано с изменением фазы интерференционной полосы  $\Delta\varphi$  соотношением  $\Delta\varphi \approx 2\pi Ln\Delta i^2/\lambda$ . Легко показать, что с увеличением угла  $i$  данное условие становится более мягким, т. е. в общем случае

$$\Delta\varphi < 2\pi Ln\Delta i^2/\lambda.$$

Для уверенного наблюдения интерференционных полос необходимо соблюдение условия  $\Delta\varphi < \pi/4$ , или

$$2\pi Ln\Delta i^2/\lambda < \pi/4. \quad (27.6)$$

Отметим, что  $Ln/\lambda \approx N$ , где  $N$  – толщина масляной пленки, выраженная в количестве наблюдаемых интерференционных полос, и выражение (2.6) можно записать в виде

$$\Delta i^2 < 1/8 N.$$

Учитывая что  $\Delta i \approx R / F$  и вводя диаметр отверстия диафрагмы  $D = 2R$ , находим условие для максимально возможного относительного отверстия объектива:

$$(D/F)_{\max} \approx (1/2N)^{1/2},$$

где  $N$  – число интерференционных полос, наблюдаемых на масляной пленке.

Как видно из приведенных выше интерферограмм, количество рабочих полос  $N \leq 30$ , что позволяет использовать для регистрации стандартные объ-

27.6. Регистрация поверхностного трения на искривленных произвольно ориентированных поверхностях

ективы с обратным относительным отверстием  $F/D = 8$  – значение на шкале диафрагм.

Несмотря на то что регистрация интерферограмм при диффузном освещении возможна для различных углов ориентации рабочей поверхности, в том числе и для искривленной, необходимо, чтобы зондирующая волна содержала компоненты, которые при зеркальном отражении от любой точки исследуемой области попадали в приемный зрачок объектива. Подобное освещение невозможно обеспечить для всех случаев. Однако можно использовать поверхность самой модели как источник диффузного света. Несмотря на то что зеркальная рабочая поверхность отражает большую часть падающего излучения, некоторая часть будет диффузно рассеиваться на поверхности. В этом диффузном свете можно наблюдать интерференцию, аналогичную рассмотренному выше случаю. Приемная оптика точно так же будет регистрировать интерферограммы с той же самой разностью хода для интерферирующих пучков.

На рис. 27.16 представлены типичные интерферограммы, зарегистрированные при регистрации поверхностного трения с использованием схемы с внешним диффузным освещением. При сравнении данных интерферограмм с изображениями, представленными на рис. 27.4; 27.8; 27.10, видно, что изображения, полученные с помощью диффузного освещения, более качественные и на них отсутствуют характерные для интерференции в зеркальном отраженном свете помехи. Это говорит о том, что даже в случаях возможной реализации зеркальной схемы вариант с диффузным освещением иногда является более предпочтительным.

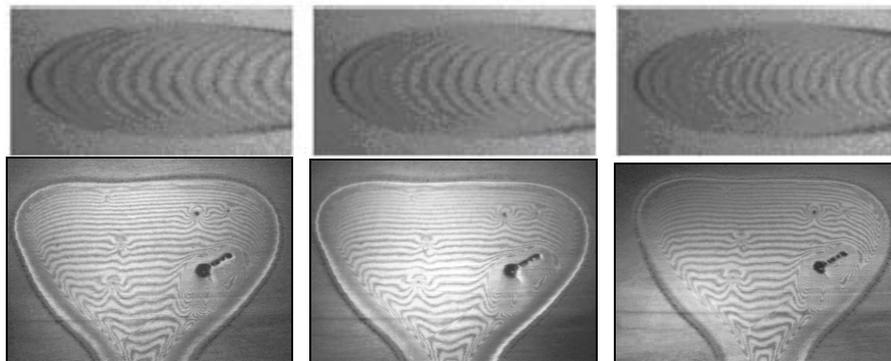


Рис. 27.16. Интерферограммы масляной пленки, растекающейся под действием сил поверхностного трения, зарегистрированные при внешнем диффузном освещении

Следует отметить, что чрезмерное уменьшение относительного отверстия ухудшает качество изображения. Это связано с тем, что изображение диффузного объекта модулировано спекловой структурой. При этом средний размер спекла в нашем случае будет составлять  $d \approx \lambda F / D$  [15]. Естественно,

качество изображения ухудшается, когда размер спекла становится сравнимым с шагом интерференционных полос. Этот эффект демонстрируется на рис. 27.17. Для случая *б* средний размер спекла составляет  $d \approx 0,02$  мм, что сравнимо с шагом наиболее густых интерференционных полос и со средним пространственным размером шумовой составляющей на данном изображении, полный размер изображения составляет около 10 мм.

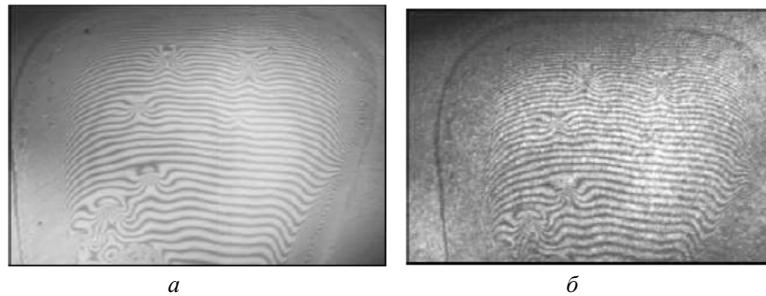


Рис. 27.17. Интерферограммы масляной пленки, зарегистрированные при внешнем диффузном освещении с различными относительными отверстиями приемного объектива:  $F/D = 8$  (а);  $F/D = 32$  (б)

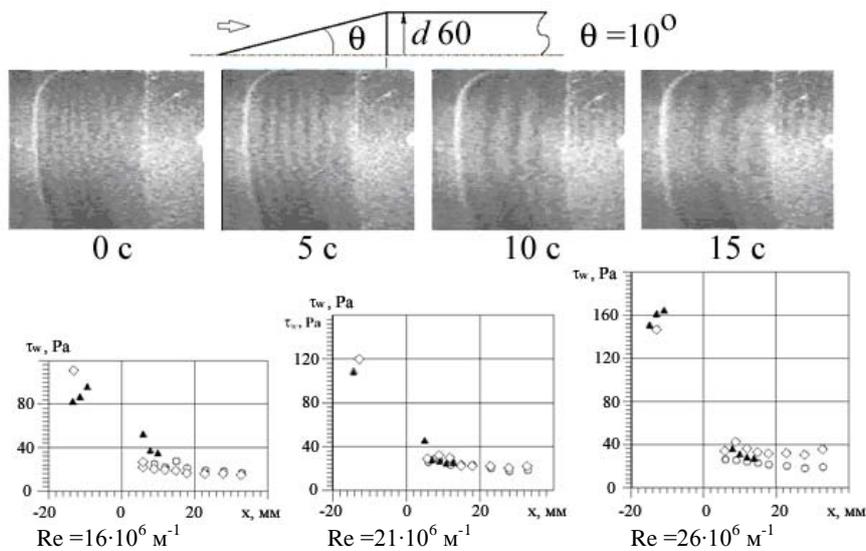


Рис. 27.18. Пример использования внутреннего диффузного освещения (рассеяние света на поверхности модели) для регистрации поверхностного трения на модели конус-цилиндр:  $\blacktriangle$  – оптический метод;  $\circ$  – расчет по профилю скорости в предположении ламинарного пограничного слоя;  $\diamond$  – расчет по профилю скорости в предположении турбулентного пограничного слоя

27.6. Регистрация поверхностного трения на искривленных произвольно ориентированных поверхностях

---

На рис. 27.18 приведен пример использования метода с рассеянием зондирующего излучения непосредственно на поверхности модели. Исследовалась модель типа конус-цилиндр. При обработке интерферограмм на конической части модели использовалось общее соотношение (27.5), учитывающее непараллельность предельных линий тока.

## Глава 28

### Регистрация параметров на поверхности модели Оптические методы регистрации тепловых потоков

#### 28.1. Краткий обзор методов регистрации тепловых потоков

Регистрация тепловых потоков имеет большое значение при исследовании аэродинамического нагрева стенок летательных аппаратов, при изучении работы газовых турбин, компрессоров, авиационных двигателей, теплообменников и т. д. В некоторых случаях измерение тепловых потоков дает дополнительную информацию о характере течения вблизи стенок аэродинамической модели. В частности, использование панорамных оптических методов позволяет визуализировать переход пограничного слоя из ламинарного в турбулентное состояние, области отрыва и присоединения, продольные вихревые структуры и другие особенности течения.

Большинство методов измерения тепловых потоков основано на регистрации температуры в интересующей области обтекаемой поверхности с помощью термпар, термосопротивлений или иных датчиков. Для интерпретации данных могут использоваться как стационарные, так и нестационарные решения уравнения теплопроводности. В первом случае регистрируется разность температур между двумя поверхностями слоя вещества при установившемся тепловом потоке. При этом одна из граней датчика расположена на обтекаемой поверхности. Вторая грань имеет хороший тепловой контакт с термостатированной поверхностью или с массивной подложкой, которой обычно служит тело исследуемой модели. Зная тепловое сопротивление датчика, по разности температур его поверхностей можно определить тепловой поток. Подобные типы измерений применяются, как правило, при исследовании стационарных процессов.

Регистрация тепловых потоков с использованием нестационарных решений уравнения теплопроводности применяется при исследовании нестационарных и быстропотекающих процессов, при работе на импульсных установках, при регистрации очень больших тепловых потоков и в других случаях, когда достижение стационарного процесса по тем или иным причинам невозможно. Наиболее часто при этом используются решения уравнения теплопроводности в полупространстве или просто регистрируется изменение температуры теплоизолированного рабочего тела малогабаритного датчика, изготовленного из материала с известной теплоемкостью.

Перечисленные методы, имеющие множество различных типов реализации, позволяют с приемлемой точностью регистрировать тепловые потоки при решении различных научно-исследовательских и прикладных задач. Однако их существенным недостатком является локальность измерения и необходимость довольно сложного препарирования модели. Альтернативным решением может служить применение оптических методов визуализации и регистрации поверхностной температуры или непосредственно теплового потока. К очевидным достоинствам оптических методов следует отнести от-

носительную простоту подготовки поверхности модели и возможность регистрировать интересующий параметр сразу на большой площади. К ним относятся методы на основе термоиндикаторных покрытий (термочувствительные красители, индикаторы плавления, жидкокристаллические покрытия), регистрация температуры обтекаемой поверхности с помощью тепловизоров и оптический метод регистрации полей тепловых потоков.

Например, на рис. 28.1 приведены результаты визуализации изотерм на поверхности модели, обтекаемой гиперзвуковым потоком с помощью термоиндикаторных покрытий. (Эксперименты проводились на гиперзвуковой аэродинамической трубе Т-326 ИТПМ СО РАН при числе Маха 8.) Исследовались модели гиперзвуковых летательных аппаратов и возвращаемых космических модулей. Для получения необходимой информации регистрировались моменты прохождения изотермы через интересующие точки поверхности. До появления современных телекамер для этого, как правило, применялась киносъемка. Использование телевизионной регистрации с вводом изображений непосредственно в ЭВМ существенно упрощает получение и обработку необходимой информации. При этом существенно сократилось время получения конечных результатов (например, числа Стантона  $St$ ).

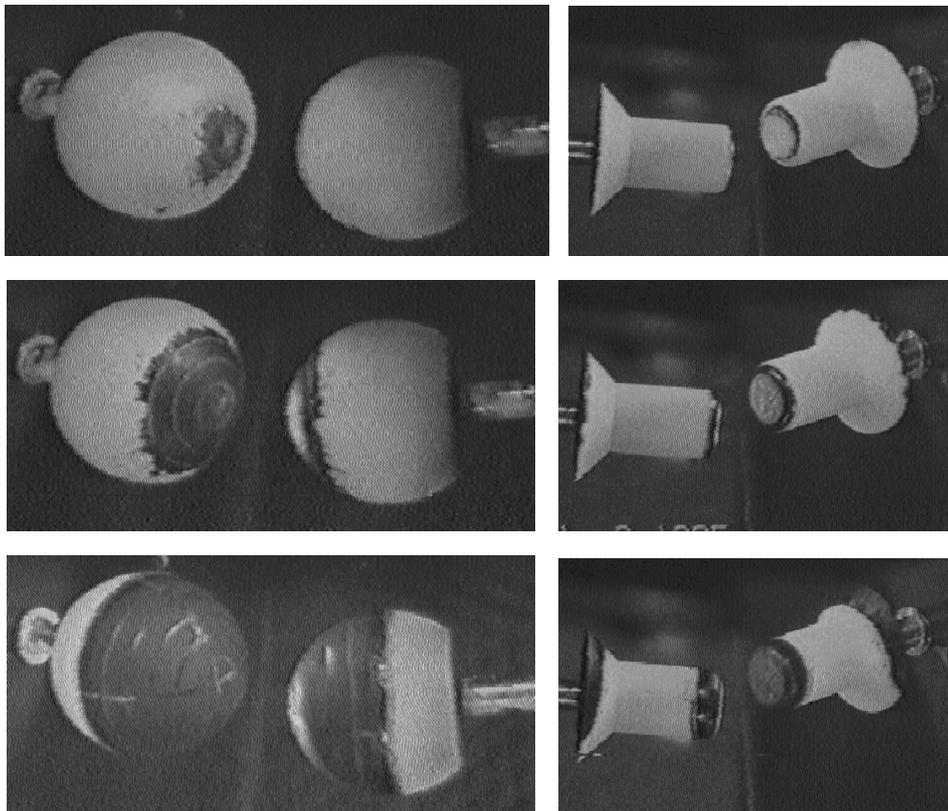


Рис. 28.1. Визуализация изотерм с помощью термоиндикаторных покрытий при гиперзвуковом обтекании тестовой модели в виде шара (а) и модели типа «волан» (б)

Достаточно эффективным подходом при исследовании процессов теплообмена является использование тепловизоров. На рис. 28.2 приведены примеры серии тепловизионных изображений, полученных при исследовании модели гиперзвукового летательного аппарата гиперзвуковым потоком в азотной аэродинамической трубе Т-327 ИТПМ. Число Маха в потоке  $M = 21$ , температура торможения  $T_0 = 1\,200\text{ К}$ , давление торможения  $P_0 = 80\text{ атм}$ . В средней правой части рисунка для одного из изображений серии (выделено рамкой) для выбранных сечений построены графики температуры. Слева для этого изображения показано поле температур на поверхности модели в изометрической проекции. В нижней части рисунка приведен чертеж модели.

Приведенные примеры доказывают высокую эффективность и информативность оптических методов при исследовании процессов теплообмена.

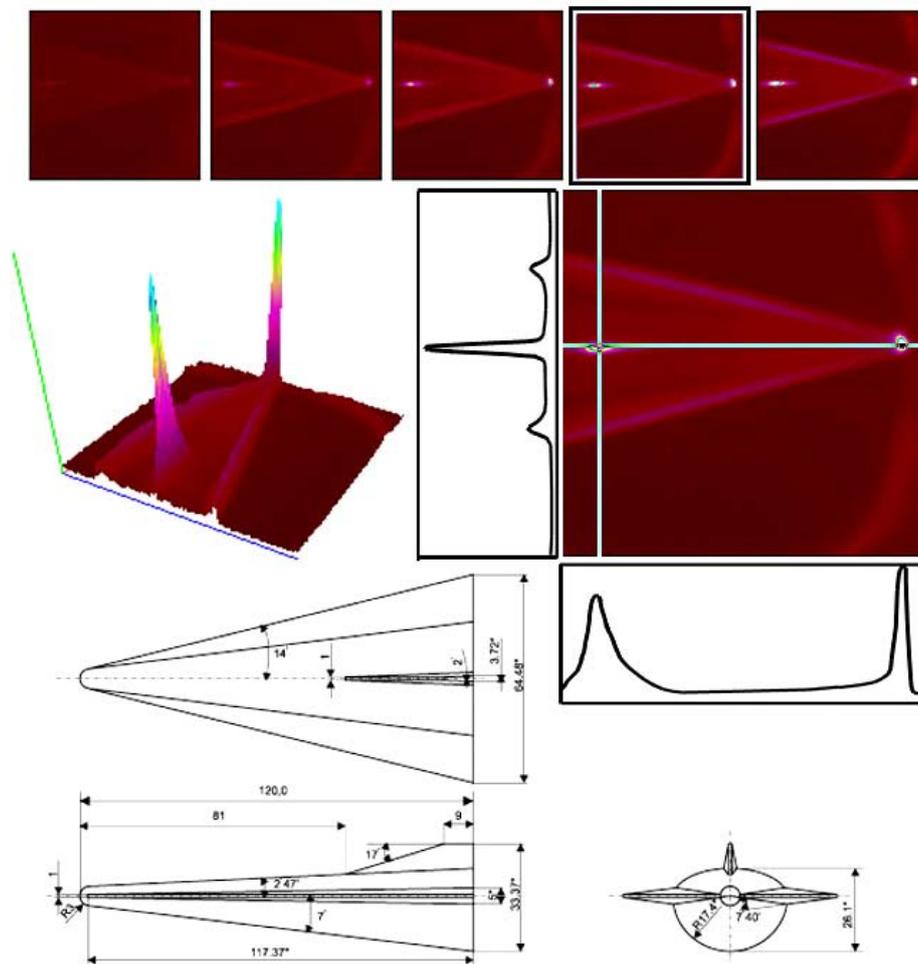


Рис. 28.2. Результаты исследования процессов теплообмена при обтекании гиперзвукового летательного аппарата с использованием тепловизора

Однако наряду с достоинствами практически любой метод обладает определенными недостатками и спецификой его применения в зависимости от конкретных условий. Например, покрытия на основе термочувствительных красителей и индикаторов плавления резко меняют свою окраску при переходе определенного уровня температуры и позволяют визуализировать одну или, в некоторых случаях, несколько изотерм. При использовании тепловизоров для количественных измерений необходимо наличие точной информации о коэффициенте серости поверхности модели в регистрируемом спектральном диапазоне. Это требует проведения дополнительных калибровочных измерений. Непосредственно при регистрации полей температур возможно влияние на результаты экспериментов паразитного отраженного исследуемой поверхностью излучения от более нагретых участков как самой модели, так и конструктивных узлов установки. Особенно остро этот эффект может проявляться при проведении экспериментов на высокоэнтальпийных установках.

Таким образом, выбор методики измерений тепловых потоков должен определяться не только возможностями экспериментальной базы исследователя, но и особенностями того или иного метода. В связи с этим расширение спектра доступных метрологических средств является вполне актуальной задачей и увеличивает возможности аэрофизического эксперимента. В данной и следующей главах обсуждается регистрация полей температуры с помощью жидкокристаллических (ЖК) покрытий и оптический интерференционный метод регистрации полей тепловых потоков (GIHF meter – global interferometer heat flow meter).

### **28.2. Регистрация температуры с помощью жидкокристаллических покрытий**

Тонкопленочные термочувствительные ЖК покрытия находят широкое применение для регистрации температурных полей в трубных и летных испытаниях. Тонкое покрытие на поверхности модели не вносит возмущений в пограничный слой, а высокая чувствительность позволяет фиксировать малые градиенты температур. При изменении температуры происходит переориентация молекул жидкого кристалла, в результате чего меняется длина волны отраженного от поверхности света. В результате участки поверхности с разными температурами имеют разный цвет в отраженном свете. Положение максимума и ширина линии спектра селективного отражения однозначно определяется температурой поверхности (рис. 28.3, приводится по: [115]). По цветовой картине можно судить о таких особенностях течения в пограничном слое, как положение области перехода ламинарного слоя в турбулентный, области отрыва или присоединения потока и т. д.

На рис. 28.4 приведен пример использования жидкокристаллических термоиндикаторных покрытий для визуализации полей температур на модели крыла при обтекании его дозвуковым потоком. (Изображения любезно предоставлены д-ром физ.-мат. наук Галиной Михайловной Жарковой.)

Некоторым ограничением в использовании ЖК покрытий для получения количественных данных является сложность определения положения макси-

муна в спектре отраженного зондирующего излучения. Для регистрации изображений используется цветная фото- или телерегистрация. При этом не регистрируется непосредственно длина волны принимаемого излучения. Данные фотоприемники имеют три типа фоточувствительных элементов. Максимальная чувствительность этих элементов соответствует красной, зеленой и синей областям оптического диапазона. (Красные элементы обычно имеют еще дополнительный максимум в фиолетовой области спектра – пурпурный цвет.) Для определения положения максимума отражения необходимо регистрировать интенсивность сигнала от всех трех типов приемников с последующим определением его положения по кривым чувствительности. Все это требует обработки больших объемов информации и, следовательно, довольно большой оперативной памяти и высокой скорости работы ЭВМ.

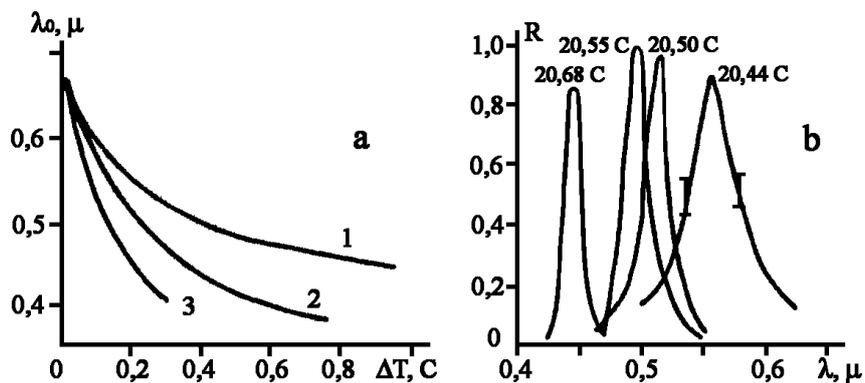


Рис. 28.3. Зависимость положения максимума спектра селективного отражения от температуры ЖК (а) и интенсивность линий селективного отражения холестерилолеилкарбоната для нескольких значений температур (б):  $\Delta T = T - T_0$ , 1 – холестерилпеларгонат ( $T_0 = 76^{\circ}\text{C}$ ); 2 – холестерилолеилкарбонат ( $T_0 = 20,3^{\circ}\text{C}$ ); 3 – холестерилэруцилкарбонат ( $T_0 = 36,3^{\circ}\text{C}$ )

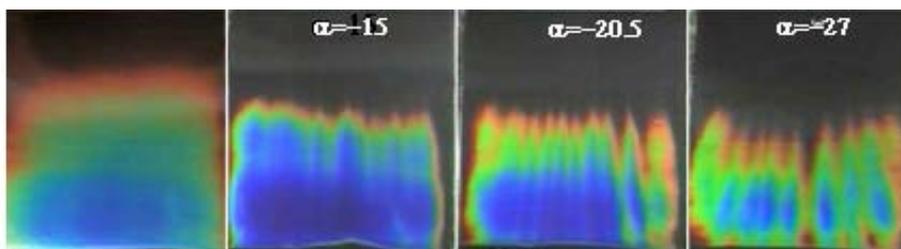


Рис. 28.4. Примеры визуализации полей температур с использованием ЖК покрытий на модели крыла при обтекании его дозвуковым потоком при различных углах атаки

Необходимо отметить, что бытовые цветные видеокамеры, обладающие достаточно хорошим качеством черно-белого изображения, имеют, как правило, малое пространственное и градиционное разрешение по сигналу цвет-

ности. Это связано с физиологическими особенностями восприятия цвета человеческим глазом, позволяющими снизить требования к качеству цветовой составляющей сигнала. В силу этого для более точного определения положения максимума отражения желательнее использовать специальные, многоматричные видеокамеры, имеющие на выходе отдельный RGB сигнал. Это, однако, не уменьшает сложности используемых алгоритмов обработки. Кроме того, большинство бытовых видеокамер имеют автоматическую регулировку параметров видеосигнала, что нежелательно при проведении экспериментов подобного типа, так как может приводить к ошибкам в определении температуры.

В ряде работ при определении положения максимума селективного отражения использовалась съемка через узкополосные светофильтры. Например, в работе [116] регистрировалось до 20 кадров, каждый из которых снимался в своем спектральном диапазоне. Такой подход существенно повышает точность измерений, однако еще больше увеличивает объем данных и, кроме того, требует либо использования соответствующего количества телекамер, либо увеличения времени измерений, что в ряде случаев нежелательно, например при исследовании быстропротекающих процессов. Ниже изложен способ количественной регистрации полей температуры с помощью ЖК покрытий с использованием черно-белых фото- или телекамер [117; 108].

### 28.3. Описание и теоретическое обоснование метода

Суть метода заключается в том, что для регистрации цвета ЖК покрытия исследуемая поверхность освещается пучком белого света, пространственно модулированного прямолинейными регулярными полосами. При этом изображение полос, проецируемых на поверхность с помощью спектрального элемента (например, призмы), разлагается в спектр по координате, ортогональной направлению полос, т. е. положение полос на поверхности для разных длин волн будет различным.

На рис. 28.5 приведена простейшая схема реализации метода. Исследуемый объект *1* с нанесенным на его поверхность ЖК покрытием освещается проектором *2* через транспарант *3*, выполненный в виде набора прямолинейных черно-белых полос. Изображение полос сфокусировано на поверхность объекта. Между объективом проектора и исследуемой поверхностью расположена оптическая призма *4*, осуществляющая спектральное разложение изображения полос по координате, ортогональной их направлению. Изображение исследуемого объекта в отраженном свете регистрируется телекамерой *5* и вводится в ЭВМ *6*.

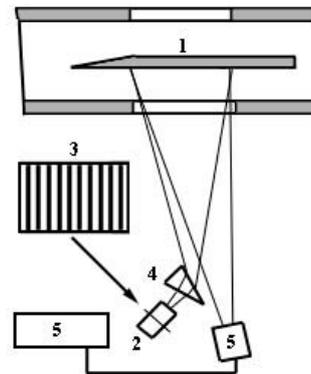


Рис. 28.5. Схема установки для регистрации полей температур с помощью ЖК покрытий

При подобной организации освещения для постоянной по всей поверхности температуры изображение исследуемого объекта будет представлять собой набор прямолинейных полос с соответствующим для данной температуры цветом и положением максимумов. При неоднородности температуры по полю объекта изображение будет иметь разный цвет и положение модулирующих полос для участков с разными температурами будет различным, что визуально выражается в сдвиге этих полос. Получаемое изображение напоминает интерферограмму в конечных полосах. При использовании черно-белых регистрирующих устройств различие цвета в виде изменения яркости полос может вообще не проявляться или быть очень слабо выраженным. Однако при этом сдвиг полос, однозначно определяемый температурой поверхности, четко фиксируется.

Интегральную по диапазону спектральной чувствительности фотоприемника интенсивность регистрируемого излучения, отраженного от поверхности, можно представить в виде зависимости

$$I(x, y) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \varepsilon(\nu) i(x, y, \nu) m(x, y, \nu) R(\nu, T(x, y)) d\nu, \quad (28.1)$$

где  $I(x, y)$  – интенсивность регистрируемого излучения;  $i(\nu, x, y)$  – удельная спектральная интенсивность зондирующего излучения на исследуемой поверхности;  $R(\nu, T(x, y))$  – коэффициент отражения ЖК покрытия по интенсивности в зависимости от частоты излучения  $\nu$  и температуры  $T(x, y)$ ;  $\nu_1, \nu_2$  – рабочий спектральный диапазон;  $m(x, y, \nu)$  – модулирующая функция определяется видом используемого раstra и дисперсией оптического элемента, используемого для разложения его изображения в спектр;  $\varepsilon(\nu)$  – коэффициент, учитывающий спектральную чувствительность фотоприемного устройства и геометрические параметры схемы.

Фигурирующие в выражении (28.1) величины могут иметь различные значения в зависимости от типа используемого ЖК покрытия – вида пространственной модуляции зондирующего излучения, геометрии схемы и т. п. Получим выражения для  $I(x, y)$  в предположении выполнения следующих условий.

1.  $i(\nu, x, y) = i_0 = \text{const}$ . Условие предполагает равномерную по полю исследуемого объекта интенсивность зондирующего излучения, постоянную для всего диапазона рабочих частот (равномерная засветка при отсутствии модулирующего транспаранта).

2.  $\varepsilon(\nu) = 1$ . Постоянная чувствительность фотоприемника в рабочем диапазоне частот. Несмотря на свою реальную невыполнимость, условие приемлемо не только для понимания принципа работы метода, но и для рабочих измерений. Это связано с тем, что для реальных источников белого света  $\varepsilon(\nu)$ , как правило, гладкая медленно меняющаяся непрерывная функция и ее зависимость от частоты слабо влияет на результаты измерений.

3.  $R(\nu, T) = \exp(-(\nu - \nu_0(T))^2 / \Delta\nu_R^2)$ . Зависимость коэффициента отражения от частоты описывается гауссовым распределением (с точностью до постоянного множителя).  $\nu_0(T)$  – зависящая от температуры частота максимального

коэффициента отражения, для которой  $R(v_0) = 1$ .  $\Delta v_R$  характеризует ширину линии селективного отражения по уровню  $e^{-1}$ .

4. Растр выполнен в виде косинусоидальной решетки –

$$m(v, x, y) = m(v, x) = [1 + \cos(2\pi(x/h + v/\Delta v_D))]/2. \quad (28.2)$$

Здесь  $h$  – шаг модулирующих полос в пространстве объекта;  $\Delta v_D$  – интервал частот, определяющий сдвиг модулирующих полос на один период. Данная величина является эквивалентом области свободной дисперсии для спектральных и интерференционных приборов, и в дальнейшем для удобства при описании данного метода мы ее так и будем называть. Область свободной дисперсии определяется шагом модулирующих полос  $h$  и линейной дисперсией оптической схемы в пространстве исследуемой поверхности

$$\Delta v_D = h / \delta_v = h / \lambda^2 c \delta_\lambda, \quad \delta_v = \frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial v} = \lambda^2 c \frac{\partial x}{\partial \lambda} = \lambda^2 c \delta_\lambda.$$

Здесь  $\delta_v$  и  $\delta_\lambda$  – линейная дисперсия в зависимости от частоты и длины волны зондирующего излучения соответственно.

С учетом допущений 1 и 2 выражение (28.1) запишется в виде:

$$I(x, y) = i_0 \int_{v_1}^{v_2} m(x, y, v) R(v, T(x, y)) dv,$$

а при выполнении всех заданных условий получим

$$I(x, y) = \frac{i_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \cos(2\pi(x/h + v/\Delta v_D))) \exp((v - v_0)^2 / \Delta v_R^2) dv. \quad (28.3)$$

Интегрирование производится по бесконечным пределам, так как полосы селективного отражения достаточно узкие, и подынтегральное выражение быстро стремится к нулю при увеличении  $v - v_0$ . Выражение (28.3) сводится к табличным интегралам. В итоге для интенсивности регистрируемого изображения получаем

$$I(x, y) = \frac{i_0 \Delta v_R \sqrt{\pi}}{2} [1 + e^{-(\pi \Delta v_R / \Delta v_D)^2} \cos(2\pi \frac{x}{h} + 2\pi \frac{v_0}{\Delta v_D})]. \quad (28.4)$$

Результат интересен тем, что соотношение (28.4) аналогично соответствующему выражению для распределения интенсивности на интерференционной картине, полученной с помощью двухлучевого интерферометра. Как и в случае интерференции двух волн, имеем косинусоидальные полосы. Максимальная интенсивность пропорциональна яркости источника зондирующего излучения и полуширине линии селективного отражения, что вполне естественно. Положение максимумов полос определяется центральной частотой селективного отражения  $v_0$ , однозначно зависящей от температуры (второе слагаемое в аргументе косинуса). При линейной зависимости центральной частоты от температуры ( $v_0 = v_0^* + \alpha T$ ) сдвиг полос пропорционален ее изменению. Видность (контраст) полос определяется множителем перед косинусом и равна

$$W = \exp(-(\pi \Delta v_R / \Delta v_D)^2).$$

Как видно из (28.4), при уменьшении аргумента под экспонентой видность полос стремится к своему максимально возможному значению 1. Так

как значение  $\Delta\nu_R$  определяется видом используемого ЖК покрытия и не может быть изменено, то для повышения контраста необходимо увеличивать значение области свободной дисперсии. Однако чувствительность метода также определяется значением  $\Delta\nu_D$  и при этом в отличие от контраста полос обратно пропорциональна ей. Для оптимального выбора этой величины необходимо руководствоваться достижением максимальной точности измерений.

#### 28.4. Возможные конфигурации схем реализации метода

Для реализации метода используются различные оптические схемы. При этом могут применяться другие дисперсионные элементы и модулирующие транспаранты, различные приемы устранения геометрических искажений, возникающих при использовании дисперсионных элементов и т. п. Однако все это не вносит изменений в суть метода. Тем не менее обратим внимание на возможность реализации двух различных типов оптических схем.

Примером первого подхода является схема, приведенная на рис. 27.5 (далее такие схемы называются прямыми). В этом случае исследуемая поверхность освещается заранее сформированными, разложенными в спектр модулирующими полосами. Во втором случае исследуемая поверхность просто освещается белым светом. В приемной части изображение этой поверхности разлагается в спектр по одной координате. В плоскости фокусировки разложенного в спектр изображения располагается растр, аналогичный используемому в схемах прямого типа. Далее спектр изображений исследуемой поверхности с помощью второго спектрального элемента совмещается в одно изображение, которое и регистрируется фото- или телекамерой. Очевидно, что конечный результат при использовании подобного подхода (обратные схемы) будет таким же, как и для прямых схем.

Обратные схемы, хотя и более сложны в реализации, могут оказаться более предпочтительными в тех случаях, когда возникают сложности в организации модулированного освещения исследуемого объекта, например при исследовании поверхностей со сложным рельефом. Кроме того, подобные схемы могут использоваться при изучении самосветящихся объектов, когда спектр излучения имеет четко выраженную линию, положение которой зависит от регистрируемого параметра.

#### 28.5. Методика измерений и примеры ее использования

Соотношения, полученные в предыдущих параграфах, показывая возможность использования метода, как правило, не могут применяться для получения конкретных значений чувствительности, динамического диапазона, контрастности регистрируемых полос и других параметров в реальных экспериментах. Это обусловлено лишь приблизительным (не аналитическим) знанием формы линии селективного отражения, довольно сильной зависимостью ее вида от температуры для реальных ЖК покрытий, а также неполным выполнением допущений, принятых при выводе аналитических соотноше-

ний, например использование модулирующих транспарантов, не удовлетворяющих соотношению (28.2). На свойства ЖК покрытия могут влиять физико-химические условия его получения, технологии нанесения на исследуемую поверхность и т. д.

Более предпочтительным при проведении количественных измерений является получение тарировочных изображений, аналогичных представленным на рис. 28.6. При этом регистрируется несколько изображений исследуемой поверхности при разных температурах, постоянных по всему полю изображения. Это дает положение максимумов полос в зависимости от температуры, что и используется для построения поля температур по изображениям, полученным в основном эксперименте. Необходимые значения температур могут обеспечиваться специальным терморегулируемым вкладышем и контролироваться термопарным датчиком.

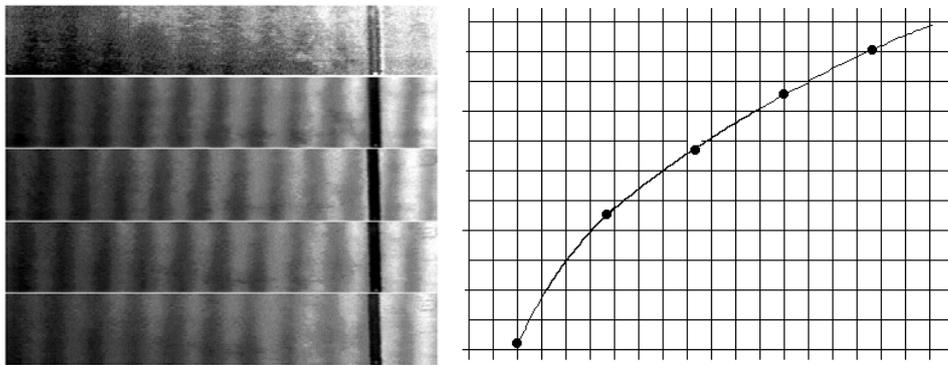


Рис. 28.6. Тарировочные изображения для различных температур и построенная по ним зависимость сдвига полос от температуры

Регистрация тарировочных изображений непосредственно на экспериментальной установке перед проведением основного эксперимента (или / и после него) позволяет учесть эффекты, связанные не только со свойствами ЖК покрытия, но и с особенностями освещения, приемной оптики и используемой оптической системы в целом. Тарировки могут проводиться и на специальном стенде, однако при переходе на экспериментальную установку необходимо учесть все перечисленные нюансы, что довольно сложно.

Метод использовался для регистрации полей температур в малотурбулентной дозвуковой аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН, представляющей собой установку с закрытой частью сечением  $1 \times 1 \text{ м}^2$  и длиной 4 м. В процессе эксперимента скорость невозмущенного потока поддерживалась постоянной и составляла 20 м/с, что соответствовало  $Re_1 = 2 \cdot 10^6$ .

Измерение поля температур выполнялось на модели, представляющей собой плоскую пластину длиной 1 200 мм и шириной 400 мм, установленной на жестком стальном пилоне симметрично относительно оси рабочей части трубы. Носовая и хвостовая части модели были изготовлены в виде полуэллипса с отношением полуосей  $b : a = 1 : 11$ , где  $b = 8 \text{ мм}$  – половина толщины пла-

стины. Характер распределения статического давления на большей части поверхности модели был безградиентным, что достигалось в основном регулированием с помощью хвостовых закрылков. Полностью развитый турбулентный пограничный слой в области измерений обеспечивался за счет искусственного турбулизатора, представляющего собой полосу наждачной бумаги толщиной 0,8 мм, наклеенной в трансверсальном направлении на расстоянии 10 мм от передней кромки модели.

Исследуемая область представляла собой специальный теплоизолированный медный вкладыш размерами 260 × 200 мм, установленный заподлицо с основной поверхностью модели на расстоянии 715 мм от передней кромки пластины. В нижней его части располагался электронагревательный элемент, позволяющий варьировать температуру вкладыша. Контроль температуры осуществлялся с помощью хромель-копелевой термопары, зачеканенной на рабочей поверхности вкладыша. Однородность цветовой окраски нанесенного на вкладыш высокочувствительного ЖК покрытия показала при отсутствии потока достаточно высокую равномерность его прогрева и надежную теплоизоляцию от основной конструкции.

Известно, что при низких (дозвуковых) скоростях потока локальные значения коэффициента теплоотдачи в турбулентном пограничном слое плоской пластины весьма малы. В этой связи для проверки изложенной выше методики использовался известный в литературе случай пространственного течения, формирующегося в прикорневой области цилиндра, установленного перпендикулярно поверхности пластины, где реализуются более высокие значения коэффициента теплоотдачи. Цилиндр диаметром  $D = 22$  мм, высотой  $h = 10$  мм ( $h/D = 0,45$ ), изготовленный из стеклотекстолита, располагался непосредственно на вкладыше на расстоянии 770 мм от передней кромки модели. Поскольку размеры реализующихся перед таким препятствием отрывных зон зависят от относительной толщины пограничного слоя, на рис. 28.7 приведены экспериментальные данные о распределении толщины пограничного слоя  $\delta^*$  и толщины потери импульса  $\delta^{**}$  по длине модели, в том числе и в области размещения вкладыша. В указанных условиях значение  $h/\delta$  составляло 0,72, где  $\delta = 13,8$  мм – толщина пограничного слоя в области расположения цилиндра (при его отсутствии). Линиями показаны результаты численного расчета для двумерного равновесного турбулентного пограничного слоя. Удовлетворительное согласие данных свидетельствует о том, что в области

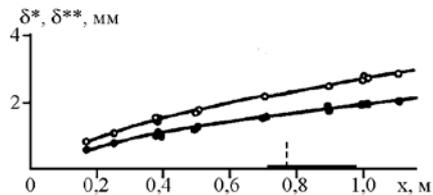


Рис. 28.7. Интегральные характеристики пограничного слоя по длине модели:  $\circ$  –  $\delta^*$ ;  $\bullet$  –  $\delta^{**}$ ; --- – численный расчет. Положение вкладыша показано утолщенной линией, оси цилиндра – штриховой

цилиндра пограничный слой на исследуемой модели находится в развитом равновесном состоянии.

На рис. 28.8 показана схема течения реализующегося на поверхности пластины в окрестности цилиндра. Она получена на основе визуализации предельных линий тока, выполненной в области течения перед цилиндром, а также с использованием литературных данных для области течения позади

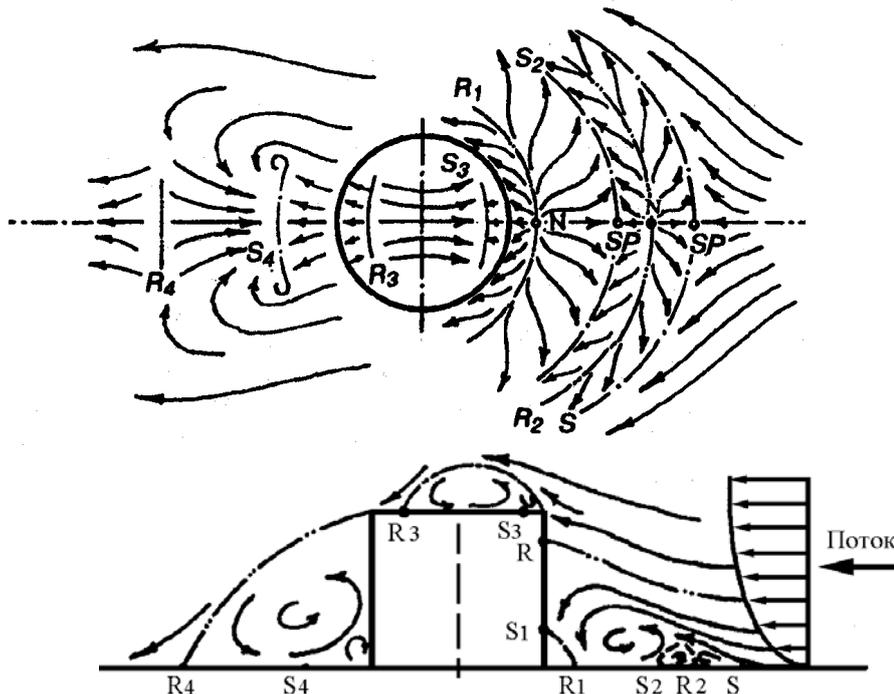


Рис. 28.8. Схема течения на плоской пластине в окрестности цилиндра.  $S$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  – линии стекания;  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  – линии растекания;  $SP$  – седловая точка;  $N$  – узел ( $a$  – вид сверху;  $b$  – вид сбоку в плоскости симметрии)

цилиндра, полученных в сходных условиях эксперимента. Обтекание исследуемой конфигурации характеризуется наличием пространственной отрывной зоны, начало которой изображено линией стекания  $S$  (точка  $S$  в плоскости симметрии) с отчетливо выраженной седловой точкой  $SP$ . Оторвавшийся пограничный слой присоединяется вдоль линии растекания  $R$ , расположенной на передней части цилиндра (точка  $R$  в плоскости симметрии). Естественно, что часть струек тока отклоняется вниз, присоединяясь вдоль линии растекания  $R_1$ , расположенной на поверхности пластины (точка  $R_1$  в плоскости симметрии), и образуя возвратное течение с формированием вторичного отрыва по линии  $S_2$  (точка  $S_2$  в плоскости симметрии). Что касается области  $S$ – $S_1$ , то из-за малых масштабов структуру течения здесь в полной мере выявить не удалось. Тем не менее полученные данные дают основание полагать о существовании в этой области дополнительных локальных зон отрыва и присоединения потока, изображенных на рисунке штриховой линией. Поток, оторвавшийся вдоль линии  $S_3$  от передней кромки верхнего основания цилиндра, присоединяется на его верхней поверхности вдоль линии  $R_3$  с образованием зоны рециркуляционного течения. Струйки тока, имеющие в плоскости симметрии позади линии  $R_3$  направление невозмущенного течения, отрываются от задней кромки цилиндра, присоединяясь на поверхности пластины вдоль линии  $R_4$ , с образованием нового отрыва вдоль линии  $S_4$ .

На рис. 28.9, *a* приведено типичное изображение, полученное при регистрации полей температур на пластине с цилиндром рассматриваемым методом. При этом температура вкладыша  $T_{\text{вкл}}$  составляла 24,8 С. В верхней части рисунка рис. 28.9, *a* приведено изображение верхней относительно оси симметрии полуплоскости пластины, полученное до включения потока с такой же температурой вкладыша, что и на основном изображении. Отчетливо виден сдвиг полос в невозмущенной области течения (по сравнению с опорным изображением), который обусловлен остыванием поверхности ЖК-покрытия в результате теплообмена на 0,8 С.

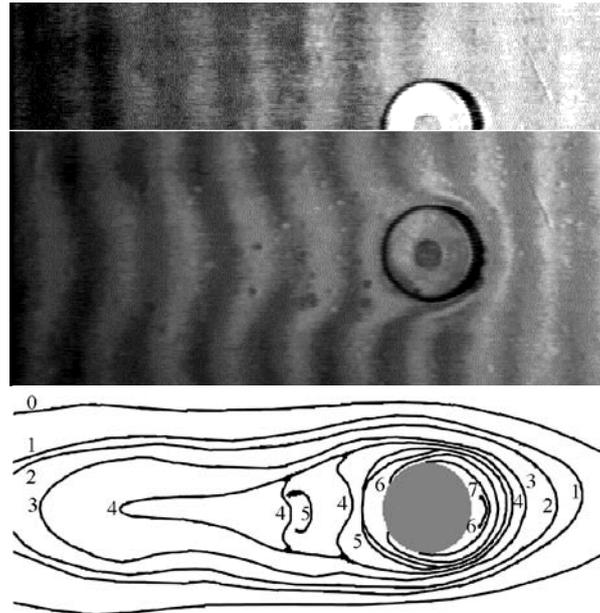


Рис. 28.9. Изображение, полученное при регистрации поля температуры в окрестности цилиндра при температуре вкладыша 24,8 С (*a*) и построенные по ним изотермы (*б*).

0 –  $T = 24.00$  С,  $q_w^* = 1.00$ ; 1 –  $T = 23.90$  С,  $q_w^* = 1.10$ ; 2 –  $T = 23.80$  С,  $q_w^* = 1.25$ ;  
 3 –  $T = 23.62$  С,  $q_w^* = 1.48$ ; 4 –  $T = 23.55$  С,  $q_w^* = 1.56$ ; 5 –  $T = 23.30$  С,  $q_w^* = 1.88$ ;  
 6 –  $T = 22.83$  С,  $q_w^* = 1.97$ ; 7 –  $T = 22.55$  С,  $q_w^* = 2.81$ ; 8 –  $T = 22.40$  С,  $q_w^* = 3.00$ .

На рис. 28.9, *б* приведены результаты расшифровки полей температур в виде изотерм. При этом использовалась тарировочная кривая, приведенная на рис. 28.6. Следует отметить, что изотермы  $T(x, y) = \text{const}$  одновременно являются и линиями равного теплового потока  $q_w(x, y) = (T(x, y) - T_{\text{вкл}}(x, y)) / d\rho_q$  (здесь  $\rho_q$  – удельное тепловое сопротивление ЖК покрытия;  $d$  – толщина покрытия, которые постоянны по всему полю). В подрисуночной подписи приведены относительные значения теплового потока для каждой изотермы  $q_w^*(x, y) = q_{w\infty}(x, y) / q_w = (T(x, y) - T_{\text{вкл}}) / (T_\infty - T_{\text{вкл}})$ , где  $q_{w\infty}$  и  $T_\infty$  – тепловой поток и температура поверхности в невозмущенной области потока.

Из приведенного рисунка видно, что по мере приближения к передней части цилиндра тепловой поток возрастает. Максимальных значений он достигает у основания цилиндра, т. е. в окрестности линии присоединения  $R_1$ , рас-

положенной, как было установлено по данным визуализации, на расстоянии  $(0,5-0,6)D$  от оси цилиндра. Начало повышения  $q_w$  примерно совпадает с линией стекания  $S$ , которая располагается на расстоянии  $(1,5-2)D$  вверх по течению от оси цилиндра.

В области течения позади цилиндра наблюдается слабый максимум теплового потока на расстоянии  $(0,55-0,6)D$  от оси цилиндра. Связать наличие данного максимума с линией растекания потока  $R_4$  довольно затруднительно по двум причинам. Во-первых, точное положение линии  $R_4$  в нашем случае определить не удалось. Во-вторых, известно, что в условиях пространственного течения аналогия Рейнольдса между трением и теплообменом нарушается, и, следовательно, отмеченный максимум  $q_w$  не обязательно должен совпадать с положением линии  $R_4$ . Тем не менее относительное положение отмеченного максимума на оси  $x/D$  сомнений не вызывает.

Об этом свидетельствует рис. 28.10, на котором представлено распределение величины  $q_w^*(x/D)$  в плоскости симметрии течения с «привязкой» к характерным точкам типа  $R_1$ ,  $S$  и т. п. Результаты эксперимента обнаруживают качественное согласие не только в распределении теплового потока, но и в положении указанного выше максимума этой величины позади цилиндра, полученного другими методами. Видно также, что полученная кривая имеет плавный характер. Вместе с тем локальные максимумы, например в окрестности точек типа  $R_2$  (см. рис. 28.8), могут существовать, однако наличие подобных особенностей может быть установлено только на основе использования более совершенных методик.

Представленные результаты доказывают работоспособность и перспективность метода для регистрации полей температуры. Использование для регистрации черно-белых телекамер увеличивает рабочий диапазон ЖК покрытий, а обработка экспериментальных данных существенно упрощается по сравнению со схемами на основе цветной регистрации.

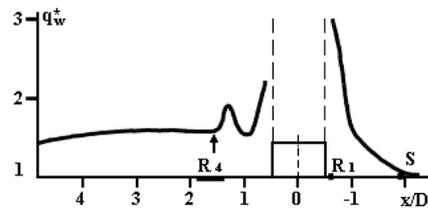


Рис. 28.10. Распределение относительных тепловых потоков в окрестности цилиндра. Стрелкой показано положение максимума числа  $St$ , полученное альтернативными способами

## Глава 29

### Оптический интерференционный метод регистрации полей тепловых потоков

#### 29.1. Обоснование метода

Жидкокристаллические покрытия, обладая неоспоримыми достоинствами, – такими, как высокая чувствительность, наглядность получаемой информации достаточно простая подготовка поверхности и др., имеют ряд особенностей, затрудняющих в некоторых случаях их применение в аэрофизическом эксперименте. К ним можно отнести следующие моменты. ЖК-покрытия, обладая высокой чувствительностью, имеют малый динамический диапазон и как следствие узкий интервал рабочих температур. Спектр селективного отражения этих материалов сильно зависит от условий освещения, что требует особой тщательности при проведении количественных измерений. Это наряду с трудностями изготовления покрытий с одинаковыми, заранее известными параметрами зачастую требует проведения тарировки непосредственно на экспериментальной установке до (или после) эксперимента. Следует также отметить, что с помощью ЖК-покрытий регистрируются поля температур, и для нахождения тепловых потоков требуется использовать соответствующие достаточно сложные и обоснованные алгоритмы расчета.

В данной главе обсуждается оптический метод, лишенный данных недостатков, позволяющий регистрировать непосредственно поля тепловых потоков, и приводятся некоторые результаты, подтверждающие его работоспособность и перспективность [117–120]. Метод основан на изменении оптического пути в слое прозрачного вещества при изменении температуры. Слой подобного вещества и служит датчиком тепловых потоков.

Оптическая схема, поясняющая суть метода, приведена на рис. 29.1. На плоскопараллельную пластину толщиной  $L$ , изготовленную из прозрачного вещества, например из стекла, падает коллимированный пучок когерентного излучения  $A_0$  под углом  $\gamma$ . При этом часть излучения отразится от передней грани пластины  $P_1$ , а часть, преломившись и пройдя через пластину, отразится от задней грани  $P_2$ . В отраженном свете будут присутствовать две плоские волны  $A_1$  и  $A_2$ . Разность фаз между ними  $\delta\varphi$ , определяется разностью оптического пути  $\Delta S$  и равна  $\delta\varphi = \delta\theta + 2\pi\Delta S / \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны излучения, а  $\delta\theta$  – величина, учитывающая изменение фазы световой волны, которое, согласно формулам Френеля, происходит при отражении от границы раздела двух сред. В случае отражения от границы стекло – воздух,  $\delta\theta = \pi$ .

Отраженные волны интерферируют между собой. В результате теплового потока  $Q$  через обтекаемую поверхность происходит изменение температуры в толще стекла, что приводит к тепловому расширению и изменению коэффициента преломления. Это в свою очередь ведет к изменению оптического пути световой волны внутри пластины и тем самым к изменению вида интерференционной картины. В правой части рис. 29.1 показаны фрагменты типич-

ных интерферограмм, полученных при регистрации полей тепловых потоков. Верхний снимок – до включения потока, нижний – через некоторое время после включения потока. Как будет показано ниже, по сдвигу интерференционных полос на двух интерферограммах, зарегистрированных через известный промежуток времени, можно определить значение теплового потока в соответствующей области обтекаемой поверхности.

Для плоскопараллельной пластины, с постоянным значением коэффициента преломления  $n$  разность оптических путей определяется известным соотношением  $\Delta S = 2Ln \cdot \cos(\gamma')$ , где  $\gamma'$  – угол преломления;  $n = \sin(\gamma) / \sin(\gamma')$ . В случае непостоянства величины  $n$  по объему пластины для определения значения  $\Delta S$  необходимо использовать более общее интегральное соотношение. Именно такая ситуация реализуется при регистрации тепловых потоков, когда в обтекаемом теле в результате процессов теплообмена появляются градиенты температуры и как следствие градиенты коэффициента преломления. Для упрощения дальнейших выкладок примем следующие допущения.

1. Температурные изменения показателя преломления не приводят к изменению направления распространения световой волны, проходящей внутри стекла. Это стандартное допущение, используемое в оптической интерферометрии. Как известно, угол отклонения  $\delta\epsilon$  луча света при прохождении в неоднородной среде определяется градиентом показателя преломления по координатам, ортогональным к направлению распространения луча. В нашем случае, как будет видно из приведенных ниже результатов измерений, градиенты оптического пути, а значит, и  $\delta\epsilon$  не превышают  $5 \cdot 10^{-2}$ , что допускает применение данного условия.

2. При реализации метода использовалась оптическая схема с ортогональным направлением распространения зондирующего излучения относительно слоя стекла, т. е.  $\gamma \approx n\gamma' \approx 0$ . Это позволяет без внесения существенных ошибок принять  $\cos(\gamma') = 1$ . Полученные далее соотношения при необходимости можно легко распространить и на случай косоугольного падения зондирующего излучения.

3. Учитывались только температурный коэффициент изменения показателя преломления  $\beta = \partial n / \partial T$  и температурный коэффициент линейного расширения  $\alpha = \partial L / \partial T$ . Влияние упругости и пьезооптических эффектов на изменение оптического пути не рассматривалось.

4. Распространение тепла вдоль поверхности не учитывалось, т. е. решалась одномерная задача.

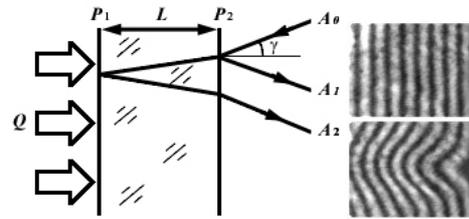


Рис. 29.1. Оптическая схема (слева) и фрагменты типичных интерферограмм, полученных при регистрации полей тепловых потоков

5. Тепловой поток через грань, противоположную рабочей поверхности датчика, равен нулю.

С учетом принятых допущений разницу оптического пути для плоских волн, отраженных от стеклянной пластины в некоторый начальный момент времени  $t_0$ , можно представить в виде

$$\Delta S_{t_0} = 2 \int_L n(l, T_{t_0}) dl . \quad (29.1)$$

Здесь учитывается возможность непостоянства температуры, а значит, и коэффициента преломления по объему пластины. Следует заметить, что и оптический путь и коэффициент преломления в выражении (29.1) могут быть различными для разных точек обтекаемой поверхности, т. е. являются некоторыми функциями от координат  $(x, y)$ . Так как мы, согласно допущению 4, решаем одномерную задачу, то ниже используется упрощенная запись уравнений, без явного указания функциональной зависимости от координат поверхности, что не сказывается на конечных результатах.

При наличии теплового потока  $Q$  распределение температуры внутри пластины с течением времени будет меняться. В момент времени  $t_1$  значение разности оптических путей будет описываться выражением, аналогичным (29.1). Изменение разности оптических путей за время  $\delta t = t_1 - t_0$  будет зависеть от изменения распределения температуры вдоль пути распространения световой волны. При этом изменение дифференциала разности оптических путей  $d\Delta S = 2n(l, T)dl$  может быть представлено в виде

$$\delta d\Delta S(l) = d\Delta S_{t_1} - d\Delta S_{t_0} = \frac{\partial d\Delta S}{\partial T} \delta T(l) = 2\delta T(l) \cdot (\beta + n\alpha) dl , \quad (29.2)$$

где  $\delta T(l)$  – изменение температуры в соответствующей точке.

Соотношение (29.2) записано в предположении постоянства коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  в диапазоне максимального по оптическому пути изменения температуры. При этом множитель  $(\beta + n\alpha)$  также можно считать постоянным по всему пути интегрирования. Для полного изменения разности оптических путей отраженных световых волн получим

$$\delta\Delta S = 2(\beta + n\alpha) \int_L \delta T(l) dl .$$

Умножив и разделив подынтегральное выражение на  $\rho\sigma C_p$ , где  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – теплоемкость,  $\sigma$  – элементарная площадка, получим

$$\delta\Delta S = \frac{2(\beta + n\alpha)}{\rho C_p \sigma} \int_L \rho C_p \sigma \delta T(l) dl = \frac{2(\beta + n\alpha)}{\rho C_p \sigma} \int_L \delta q(l) dl .$$

Интеграл в правой части равенства – не что иное, как количество теплоты  $q$ , прошедшее внутрь стеклянной пластины через площадку  $\sigma$ , за время  $\delta t = t_1 - t_0$ . После деления левой и правой частей на  $\delta t$  и длину волны зондирующего излучения  $\lambda$  получим

$$\frac{\delta\Delta S}{\lambda \delta t} = \frac{dN}{dt} = \frac{2(\beta + n\alpha)}{\lambda \rho C_p} Q ,$$

где  $N$  – номер интерференционной полосы. Отсюда соотношение для нахождения распределения тепловых потоков по сдвигу интерференционных полос можно записать в следующем виде:

$$Q(x, y) = k \frac{dN(x, y)}{dt}, \quad (28.3)$$

где  $k = \lambda \rho C_p / 2(\beta + n\alpha)$  – постоянный коэффициент, зависящий от свойств используемого для изготовления датчика вещества.

Следует подчеркнуть, что в формуле (29.3) значение температуры как таковое не присутствует. Это исключает необходимость решать тепловую задачу и существенно упрощает получение непосредственно тепловых потоков по интерферограммам. Измерение при соблюдении приведенных выше условий сводится к регистрации минимум двух интерферограмм через заданный промежуток времени. В принципе, при периодической регистрации интерферограмм, при известной толщине датчика и учете перетекания тепла через поверхность, контактирующую с поверхностью модели, возможно получение данных и о распределении температуры с дальнейшим решением соответствующей тепловой задачи. Однако в данной книге эти вопросы не рассматриваются.

## 29.2. Чувствительность и точность метода

Для любого метода важнейшей характеристикой является потенциальная точность и / или чувствительность метода. Для рассматриваемой методики непосредственно регистрируемой величиной является сдвиг интерференционных полос  $\Delta N$  за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ . Измерение интервалов времени в настоящее время может производиться с очень высокой точностью и практически не вносит ошибки при нахождении  $\Delta N / \Delta t$ .

Более существенной является случайная ошибка в определении  $\Delta N$ , которая обусловлена шумами на интерферограммах и пространственным разрешением используемых телекамер. Для качественных интерферограмм точность определения  $\Delta N$  обычно составляет  $\delta \Delta N \approx 0,05$ . Абсолютная ошибка в регистрации теплового потока, связанная с этой величиной, будет составлять при этом

$$\delta Q(x, y) = k \frac{\delta \Delta N(x, y)}{\Delta t} = \frac{k}{20 \cdot \Delta t}.$$

В реальном эксперименте ошибка в определении  $\Delta N$  может быть существенно больше при шаге интерференционных полос, сравнимом с пространственным разрешением телекамеры. Поскольку при обработке интерферограмм положению максимума или минимума интерференционной полосы, как правило, приписывается координата центра определенного пикселя на изображении, очевидно, что при шаге интерференционной полосы  $m$  пикселей  $\delta \Delta N \geq 1 / m$ . Эту ошибку можно уменьшить с помощью специального математического аппарата или используя статистическую обработку результатов многократных измерений. Точность определения сдвига интерференционной полосы, практически, определяет чувствительность метода.

Более сложными для анализа являются ошибки, связанные с принятыми допущениями (а именно, 3 и 4) при выводе соотношения (29.3). При оценке

погрешностей следует учитывать влияние на точность измерений следующих особенностей.

1. Растекание тепла вдоль поверхности датчика. При  $Q(x, y) = \text{const}$  этот эффект отсутствует. Однако в общем случае, когда  $Q(x, y) \neq \text{const}$ , тепловые потоки вдоль поверхности могут вносить существенные искажения в результаты измерений. Следует отметить, что ошибка в определении интегральной по площади величины теплового потока при этом может быть малой. Эффект сказывается в основном в погрешности определения локальных значений и ухудшает пространственное разрешение метода. Вносимые данным эффектом ошибки зависят не только от времени регистрации, параметров материала датчика и его конструкции, но и от пространственных частот полей регистрируемых тепловых потоков. В данной работе мы не приводим теоретические оценки величины возможных погрешностей, связанных с растеканием тепла вдоль поверхности. Однако ниже (см. п. 29.6) приведены некоторые экспериментальные результаты оценки данного эффекта.

2. Эффекты упругости и связанные с ними эффекты фотоупругости. При неравномерном по объему нагреве тела датчика в нем возникают упругие напряжения, которые могут приводить к дополнительным, не учтенным соотношением (29.3), деформациям и, следовательно, к дополнительным изменениям разности оптических путей интерферирующих волн. Кроме того, механические напряжения сами по себе могут вызывать изменение показателя преломления, связанное с эффектом фотоупругости. Напряжения и деформации в упругом теле характеризуются тензорами второго ранга: тензором напряжения  $P_{kl}$  и тензором деформации  $r_{kl}$ , которые связаны между собой линейно. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости, которые определяют коэффициенты преломления, изменяются под действием напряжений и деформаций [114]. Изменения компонент этого тензора линейно связаны с компонентами напряжений и, следовательно, с компонентами деформаций, и эта связь определяется *тензором упругооптических напряжений и деформаций* соответственно. В рамках данной работы эти эффекты не рассматриваются. Однако при изучении процессов, характеризующихся быстрым неравномерным нагревом датчика, их влияние на результаты измерений может быть существенным, и этот вопрос требует как теоретического, так и экспериментального исследования.

3. Конечность толщины  $L$  оптического датчика. При выводе соотношения (29.3) предполагалось, что все тепло, вошедшее через рабочую поверхность, остается в объеме датчика. Это предположение оправдано при отсутствии теплового потока через его противоположную поверхность. В реальном эксперименте датчик, как правило, крепится на исследуемой модели, и это предположение может не выполняться. Для оценки величины возможного эффекта предположим, что модель и датчик изготовлены из одинакового материала с коэффициентом теплопроводности  $\aleph$ . Пусть через рабочую поверхность  $P_1$  (рис. 28.2) проходит тепловой поток  $Q_1(t)$ . На плоскости  $P_2$  величину теплового потока можно найти из следующего соотношения [124]:

$$Q_2(t) = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{\rho C_p}{\pi \kappa}} \int_{-\infty}^t \frac{Q(t_1)}{(t-\tau)^{1.5}} \exp\left[-\frac{\rho C_p}{4\kappa} \frac{L^2}{(t-\tau)}\right] d\tau.$$

Можно показать, что при включении в момент времени  $t = 0$  постоянного в дальнейшем теплового потока  $Q_1$  выражение для потока через плоскость  $P_2$  приводится к виду

$$Q_2(t) = Q_1 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{\rho L^2 C_p}{4\kappa t}} \right) \right], \quad (29.4)$$

где функция  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$  – интеграл ошибок. Как и следовало ожи-

дать, тепловой поток через поверхность  $P_2$  стремится к нулю в начальный момент времени при  $L \rightarrow \infty$  или при очень малых коэффициентах теплопроводности. Наоборот, для тонких слоев и для больших времен регистрации поток  $Q_2$  стремится к своему предельному значению  $Q_1$ .

Погрешности в измерениях можно оценить как отношение интеграла по времени от теплового потока через нерабочую поверхность  $Q_2$  к интегралу от регистрируемого потока  $Q_1$ . Соотношение (28.4) позволяет оценить максимально возможное время регистрации и минимальную толщину датчика для обеспечения заданной точности. При увеличении теплопроводности подложки тепловой поток  $Q_2$  будет более интенсивным и наоборот. Поток  $Q_2$  с течением времени все более приближается по величине к  $Q_1$ . Это приводит к тому, что результаты измерений будут стремиться к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , что позволяет по серии измерений оценить величину теплового потока через поверхность  $P_2$  и учесть возможные погрешности.

Изложенные выше соображения об эффектах, влияющих на точность и пространственное разрешение при регистрации тепловых потоков, позволяют сделать следующие вполне очевидные выводы. Для увеличения чувствительности метода необходимо использовать телекамеры с низким уровнем шумов, с как можно большим динамическим диапазоном и высоким пространственным разрешением. Получение высококачественных интерферограмм позволяет существенно увеличить точность в определении сдвига полос (см. п. 22.1). Сокращение времени регистрации тепловых потоков ухудшает чувствительность метода, однако при этом увеличивается пространственное разрешение и повышается точность измерений.

### 29.3. Оптические схемы измерений

Для проверки работоспособности метода были проведены измерения теплового потока от нагретой струи, распространяющейся вдоль плоской по-

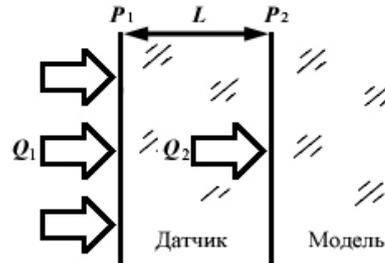


Рис. 29.2. К оценке влияния толщины датчика на результаты измерений

верхности. Схема эксперимента приведена на рис. 28.3, а. Струя подогретого газа 1, истекает из сопла 2 и распространяется вдоль поверхности датчика 3, представляющего собой плоскую пластину  $80 \times 80$  мм толщиной 10 мм, изготовленную из стекла ЛК5. Величина теплового потока  $Q$ , проходящего через поверхность, регулировалась мощностью  $W$  подогревателя 4, работающего от источника тока 5. Управление расходом воздуха производилось редуктором 6. Излучение от полупроводникового лазера 7 линзой 8 формировалось в плоскопараллельный пучок.

Интерферограммы в отраженном свете регистрировались ПЗС-камерой 9. Полученные изображения сохранялись на компьютере 10. Схема настраивалась таким образом, чтобы отраженное излучение фокусировалось линзой 8 вблизи области перетяжки лазерного пучка. Это позволило использовать небольшое по размерам ( $10 \times 10$  мм) поворотное зеркало 11 для направления излучения в приемный зрачок телекамеры. Расстояние между точками фокусировки прямого и отраженного излучения составляло не более 10 мм. При этом угол падения не превышал  $10^{-2}$ , что позволило использовать для расчетов соотношение (29.3), полученное для случая ортогонального падения зондирующего излучения.

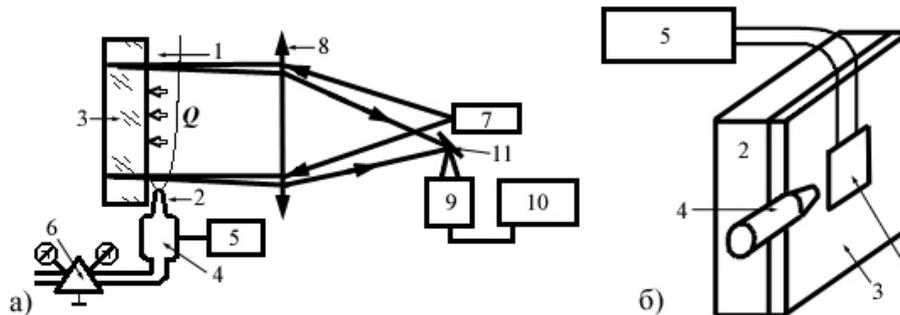


Рис. 29.3. Схема регистрации тепловых потоков

Для проверки достоверности результатов при тех же параметрах и расположении струи относительно рабочей плоскости проводились измерения тепловых потоков с помощью паспортизованного датчика на основе термопар (ДТП). Схема измерений приведена на рис. 29.3, б. Датчик 1 устанавливался на массивной плоской пластине 2, изготовленной из алюминиевого сплава Д16Т, выполняющей наряду с несущими функциями роль термостата. Для надежного теплового контакта между задней площадкой датчика и несущей пластиной применялась паста с высоким коэффициентом теплопроводности. Защитное покрытие 3, выполненное из органического стекла заподлицо с передней площадкой ДТП, устанавливалось для изоляции термостата от теплового потока от струи, истекающей из сопла 4, и для создания плоской рабочей поверхности. Показания датчика регистрировались цифровым вольтметром 5. Использовался ДТП с рабочей площадью  $10 \times 10$  мм<sup>2</sup>, толщиной 2 мм, с чувствительностью 288 Дж / мВ·м<sup>2</sup>.

Для панорамных методов одним из важнейших параметров является пространственное разрешение. Для оценки этой величины в качестве источников тепла использовалось сфокусированное на поверхность оптического датчика излучение от полупроводниковых лазеров мощностью 25 мВт. Оптическая схема приведена на рис. 29.4, а. Для более полного поглощения излучения соответствующая поверхность датчика была зачернена слоем черного лака 1 толщиной около 0,2 мкм. Излучение от двух лазеров 2 линзами 3 фокусировалось в две точки, расположенные друг от друга на регулируемом расстоянии  $\delta$ .

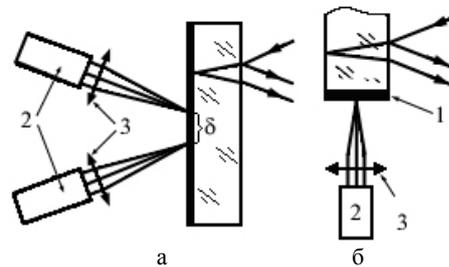


Рис. 29.4. Схема получения тепловых источников на поверхности оптического датчика: а – создание двух тепловых источников при исследовании пространственного разрешения метода; б – создание теплового источника на торцевой поверхности датчика при исследовании распространения тепловой энергии в теле датчика по глубине

При регистрации тепловых потоков предполагается, что тепловой поток через заднюю поверхность датчика отсутствует или мал по сравнению с тепловым потоком через рабочую поверхность. Это ставит ограничения на минимально возможную толщину рабочего слоя датчика и на максимальный период времени, за который необходимо провести измерения. Для оценки приемлемых размеров датчика и времени измерений были проведены эксперименты по регистрации скорости и глубины проникновения тепла от точечного теплового источника с использованием схемы, изображенной на рис. 29.4, б. Излучение лазера фокусировалось на торцевую поверхность датчика, что позволяло следить за процессом распространения тепла по толщине пластины.

#### 28.4. Результаты тестовых измерений

Для проверки соотношения (29.3) проводились тестовые измерения тепловых потоков от подогретой струи воздуха с помощью оптического метода и паспортизованного ДТП (см. рис. 29.3). Использовался датчик из стекла ЛК5. Коэффициент  $k$  рассчитывался по справочным данным [121]. В табл. 29.1 приведены оптические свойства некоторых стекол и кристалла КРС5 для длины волны  $\lambda_c = 656,3$  нм и рассчитанный по ним коэффициент  $k$  для  $\lambda = 650$  нм. Там же указана относительная чувствительность материала  $k_{\text{ЛК5}} / k$ , взятая по уровню стекла ЛК5, и коэффициент теплопроводности  $\mathcal{N}$ . Для стекла фирмы «Balzers» и органического стекла (ОС) коэффициент  $k$  получен из экспериментальных данных.

Как видно из таблицы, чувствительность обычных стекол отличается между собой не более чем в два раза. Особое внимание привлекают кристаллические материалы на основе галогенидов таллия, обладающие существенно большей чувствительностью. Так, для КРС5 (твердый раствор ПВг 42 % + ПИ 58 %) предполагаемая чувствительность в 60 раз выше, чем для ЛК5. Кроме того, по-

добные материалы обладают более низким коэффициентом теплопроводности, что существенно для увеличения пространственного разрешения и уменьшения минимально возможной толщины оптического датчика.

Таблица 29.1

Вещество	$n_c$	$\beta_c \cdot 10^6, \text{K}^{-1}$	$\alpha, \text{K}^{-1}$	$\rho, \text{г/см}^3$	$C_p, \text{Дж/г} \cdot \text{К}$	$k, \text{Дж/Н} \cdot \text{см}^2$	$k_{\text{ЛКС}} / k$	$\approx 10^3, \text{Вт/К} \cdot \text{см}$
ЛК5	1,476	6,2	33,9	2,270	0,674	4,440	1	—
К2	1,498	3,2	61,1	2,380	0,674	4,220	1,052	10
К3	1,508	2,1	78,4	2,470	0,674	3,886	1,143	—
К5	1,509	2,7	71,0	2,470	0,674	4,035	1,1	—
ТК3	1,586	3,3	56,7	3,290	0,674	5,865	0,757	—
ТК4	1,608	4,6	62,1	3,580	0,674	5,377	0,826	—
КФ5	1,497	3,2	60,3	2,500	0,674	4,477	0,992	—
КФ6	1,498	4,1	65,2	2,520	0,674	3,980	1,116	—
БФ1	1,540	3,4	69,1	2,670	0,490	3,027	1,467	—
БФ28	1,659	8,1	62,7	3,960	0,490	3,409	1,302	—
ЛФ1	1,537	1,4	81,8	2,860	0,490	3,259	1,362	—
ЛФ10	1,545	2,3	75,1	2,730	0,490	3,127	1,42	—
Ф2	1,612	4,5	74,9	3,600	0,490	3,459	1,284	7,95
Ф6	1,599	3,6	72,3	3,480	0,490	3,654	1,215	—
ТФ1	1,642	2,9	84,8	3,860	0,490	3,653	1,215	—
ТФ2	1,667	5,7	79,4	4,090	0,490	3,438	1,291	7,83
ТФ10	1,797	8,7	81,9	5,190	0,490	3,529	1,258	—
КРС5	2,564	251	600	7,370	0,126	0,074	60	4,605
ОС	1,492	—	350	1,18	1,48	0,442	10,05	—
Balzars	—	—	—	—	—	5,155	0,861	—

Тестовые эксперименты проводились следующим образом. Включались струя воздуха и подогреватель. Для выхода подогревателя на стационарный режим работы требовалось  $\sim 5$  мин. После этого осуществлялся быстрый ввод датчика в поток, и производилась регистрация данных: показания вольтметра для ДТП и ввод серии кадров для оптического датчика. Регистрация тепловых потоков проводилась последовательно: термомпарным, оптическим и снова термомпарным датчиками.

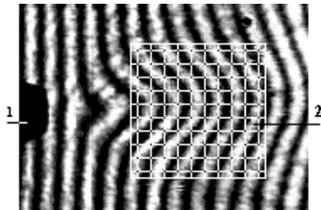


Рис. 29.5. Положение ДТП, и область интегрирования. 1 – сопло; 2 – область усреднения (100 точек в узлах сетки)

При измерениях с помощью ДТП одновременно регистрировалось его положение относительно среза сопла. Это связано с тем, что датчик регистрирует средний по своей площади тепловой поток, поэтому при измерениях оптическим методом результаты усреднялись по соответствующей площади. Усреднение производилось по 100 точкам (рис. 29.5).

На рис. 29.6, а, б представлены типичные интерферограммы, полученные при проведении тестовых экспериментов. В табл. 29.2 даны результаты обработки интерферограмм в сравнении с измерениями ДТП ( $Q_{\text{ДТП}}$ ) для двух се-

рий экспериментов при различных мощностях подогрева  $W$ . Наблюдается хорошее совпадение результатов. Различие тепловых потоков, усредненных по двум сериям, не превышает 5 %.

Таблица 29.2

$W$ , Вт	$Q_{\text{ДТП}}$ , мВт/см <sup>2</sup>	$Q_{\text{ОПТ}}$ , мВт/см <sup>2</sup>	$Q_{\text{ОПТ}} / Q_{\text{ДТП}}$
44	1238,4	1316,4	1,063
		1279	1,033
		1297,7	1,048
24,9	662,4	690,5	1,042
		674,9	1,019
Усредненное значение $Q_{\text{ОПТ}} / Q_{\text{ДТП}}$			1,031

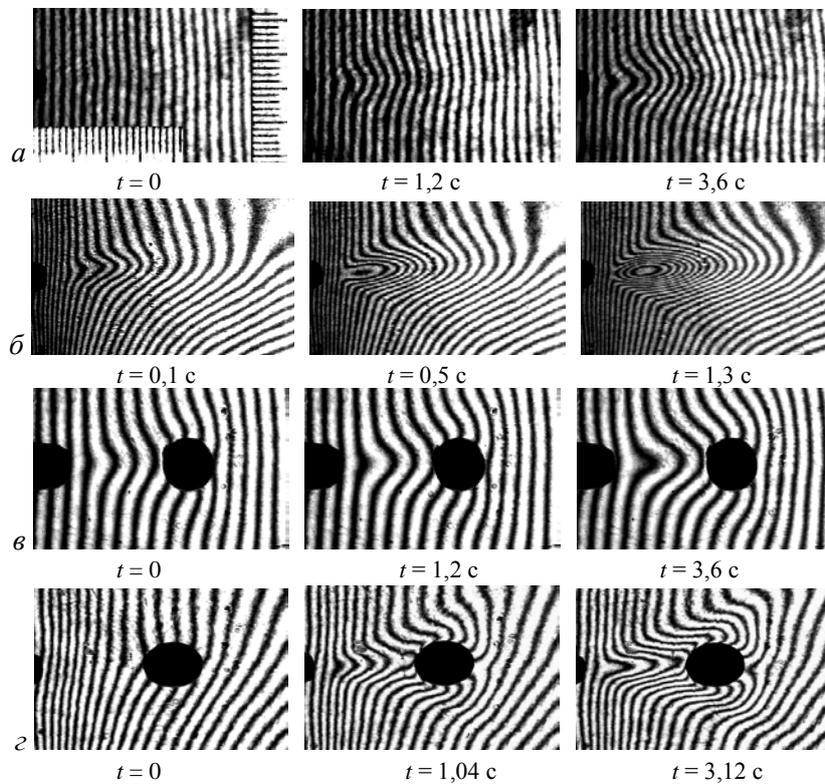


Рис. 28.6. Интерферограммы, полученные при регистрации тепловых потоков от нагретой струи газа: *а, б* - свободная струя; *в, г* - обтекание вертикального цилиндра. Слева на изображениях виден срез сопла. На первой интерферограмме показана масштабная линейка. Цена деления 1 мм. Чувствительный элемент изготовлен из ЛК5,  $W = 44$  Вт (*а, в*); из органического стекла,  $W = 24,9$  Вт (*б, г*)

Как уже отмечалось, коэффициент  $k$  для различных стекол отличается не более чем в два раза. Это существенно уменьшает возможности применения метода при регистрации малых тепловых потоков.

Использование более чувствительных материалов типа КРС5 ограничено высокой стоимостью и сложностью оптической обработки. Однако многие пластики, в том числе и полиметилметакрилат (органическое стекло), обладают более высоким коэффициентом теплового расширения  $\alpha$  и более сильной зависимостью коэффициента преломления от температуры  $\beta$  по сравнению с обычными оптическими стеклами. Это позволило предположить, что эти материалы будут обладать и более высокой чувствительностью. Трудность заключается в том, что для подобных веществ довольно трудно найти все параметры, необходимые для расчета коэффициента  $k$ . Однако данный коэффициент можно определить по изложенной методике.

В связи с этим одновременно с тестовыми измерениями тепловых потоков с помощью ДТП и оптического датчика на основе ЛК5 проводились измерения с помощью датчика, изготовленного из органического стекла. На рис. 29.6, б показаны некоторые из полученных интерферограмм. Даже без количественной обработки видно, что ОС обладает значительно более высокой чувствительностью по сравнению с ЛК5. Для менее нагретой струи и за меньшее время сдвиг полос  $\Delta N$  для ОС существенно превышает эту же величину для ЛК5. Проведенные измерения показали, что чувствительность ОС в 10 раз выше, чем чувствительность ЛК5 (см. табл. 29.1; 29.3). На рис. 29.6, в, г приведены интерферограммы, полученные при обтекании вертикального цилиндра с использованием этих же датчиков.

Таблица 29.3

$W$ , Вт	$Q_{\text{опт}}$ , мВт/см <sup>2</sup>	$Q_{\text{дтп}}$ , мВт/см <sup>2</sup>	$\Delta N / \Delta t_{\text{ос}}$ , с <sup>-1</sup>	$k_{\text{(дтп)}}$	$k_{\text{(лк5)}}$
44	1297,7	1238,4	2,851	0,4344	0,4617
24,9	682,7	662,4	1,558	0,4252	0,445
Среднее значение $k = 0,4416$					

Интерферограммы наглядно демонстрируют не только более высокую чувствительность, но и более высокое пространственное разрешение для датчика изготовленного из органического стекла.

### 29.5. Экспериментальная оценка пространственного разрешения метода

Одним из основных достоинств метода является возможность регистрации потоков на большой площади исследуемой поверхности. Следует подчеркнуть следующие моменты. До настоящего времени мы не останавлива-

лись особо на характере интерферограмм. Существуют такие понятия, как интерферограммы в конечных и бесконечных полосах. Под этим обычно подразумевается конечный или бесконечный шаг интерференционных полос на базовой (невозмущенной) интерферограмме. В нашем случае все интерферограммы регистрировались в конечных полосах. Это определялось наличием некоторого угла клиновидности между поверхностями оптического датчика. Так как в соотношении (29.3) тепловой поток не зависит от толщины датчика  $L$ , это не приводит к изменению результатов измерений. Небольшие по сравнению с базовой вариации толщины ( $\delta L/L \ll 1$ ) не скажутся и при учете погрешностей, связанных с тепловым потоком через заднюю поверхность датчика. Действительно, для получения по полю интерферограммы двадцати полос необходимо обеспечить изменение разности хода  $20\lambda$ . При показателе преломления стекла  $n \approx 1,5$  это составит для изменения толщины датчика  $\delta L$  всего около 4,3 мкм.

Достоинством интерферометрии в конечных полосах является довольно простая обработка полученных результатов. Для определения сдвига полос в этом случае можно использовать достаточно простое оборудование. Не менее важным является возможность использования в качестве датчиков слоев вещества с не абсолютно плоскими поверхностями. Кривизна отражающих поверхностей приводит к изгибу базовых полос. Однако, поскольку при измерениях регистрируется не форма, а изменение порядка (номера) интерференционной полосы, проходящей через данную точку, изгиб полос не влияет на конечный результат. (Естественно, предполагается, что кривизна поверхностей все-таки достаточно мала, чтобы обеспечить регистрацию полос как таковых с помощью используемой телекамеры.) Это позволяет уменьшить требования к качеству поверхностей.

В частности, интерферограммы, представленные на рис. 29.6, *a, в*, получены с датчиком, изготовленным из оптически обработанного стекла ЛК5. Интерферограммы на рис. 29.6, *б, г* зарегистрированы датчиком, изготовленным из обыкновенного технического листового органического стекла толщиной 10 мм без какой-либо дополнительной обработки поверхностей. Кривизна и неравномерность шага базовых полос не мешает получению количественной информации о полях тепловых потоков.

Как уже отмечалось, даже при визуальном сравнении интерферограмм, полученных с датчиком из ЛК5 и с датчиком из ОС, видно, что ОС обладает не только более высокой чувствительностью, но и более высоким пространственным разрешением. Сдвиг интерференционных полос в областях с градиентами теплового потока для ОС более резок и четче выражен. Это объясняется более низким коэффициентом температуропроводности для ОС по сравнению с ЛК5.

Для оценки реального пространственного разрешения были проведены эксперименты по регистрации растекания тепловой метки от точечного источника тепла, в качестве которого выступало сфокусированное на поверхность датчика лазерное излучение (см. рис. 29.4, *a*). На рис. 29.7 показаны интерферограммы от подобной одиночной тепловой метки и графики сдвига

интерференционных полос в зависимости от времени после включения лазера. На рис. 29.8 – интерферограммы для двух тепловых меток, расположенных на расстоянии 1 мм друг от друга. Использовался оптический датчик, изготовленный из органического стекла. Мощность лазерного излучения около 25 мВт. Сверху приведен фрагмент масштабной линейки. Малое деление соответствует 1 мм. Время в секундах приведено от момента включения лазерного излучения. На интерферограммах, зарегистрированных в интервале времени  $t = 0,4\text{--}2,0$  с, видно рассеянное лазерное излучение, прошедшее сквозь поглощающее покрытие. В момент времени  $t \approx 2,1$  с лазерное излучение было выключено.

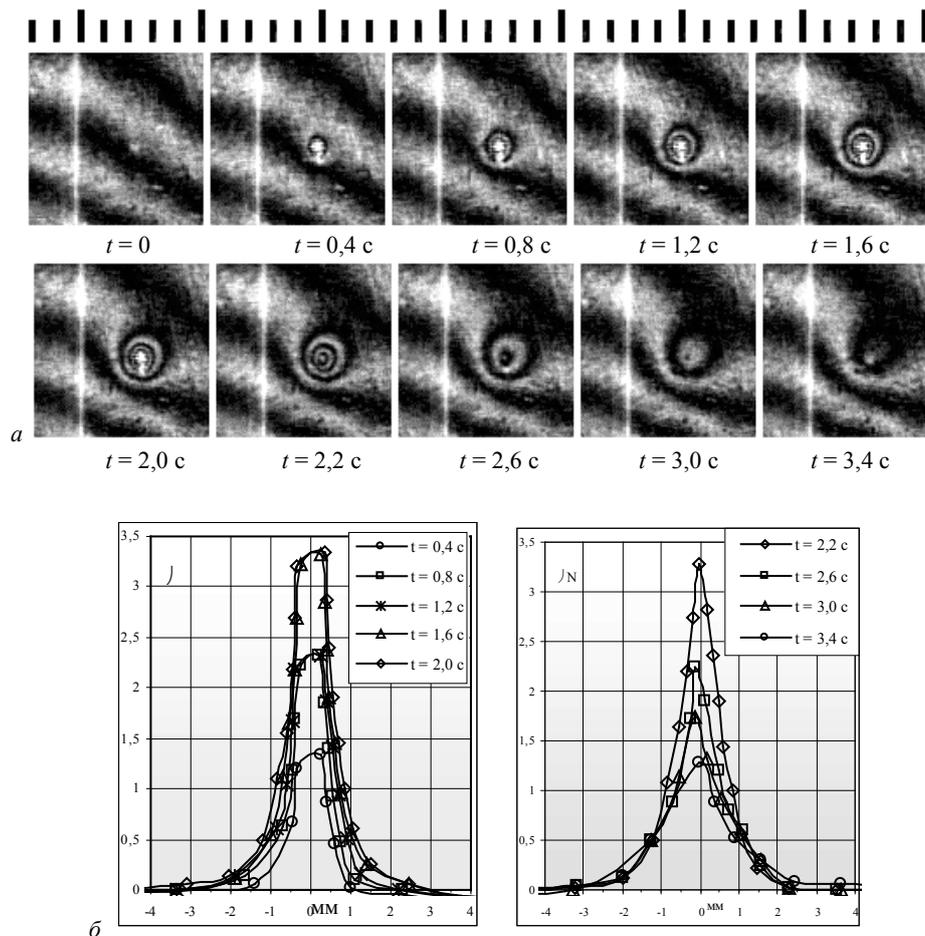


Рис. 28.7. Интерферограммы (а) и графики рассчитанных по ним  $\Delta N$  (б), иллюстрирующие растекание одиночной тепловой метки

Видно, что в течение 0,8 с после включения излучения энергия теплового источника локализована в пятне диаметром  $\approx 1$  мм. Это говорит о том, что пространственное разрешение для ОС при временах регистрации менее 1 с составляет около 1 мм. То же самое подтверждают и результаты для двух теп-

## 29.5. Экспериментальная оценка пространственного разрешения метода

ловых источников. Вплоть до  $t = 2,5$  с после включения излучения регистрируются две отдельные метки, и только после этого они полностью сливаются.

Экспериментальная оценка пространственного разрешения дает возможность определить допустимые интервалы времени, за которые должны быть проведены измерения, и может быть использована при планировании эксперимента. Кстати, интегрирование среднего по площади сдвига полос за время от  $t = 0$  до  $t_1 = 0,4$  с для интерферограмм, представленных на рис. 29.7, дало интегральную мощность теплового источника 19 мВт. Это с учетом частичного прохождения излучения сквозь поглощающее покрытие и неполной передачи тепла от покрытия датчику хорошо совпадает со значением для мощности используемого лазера ( $\approx 25$  мВт).

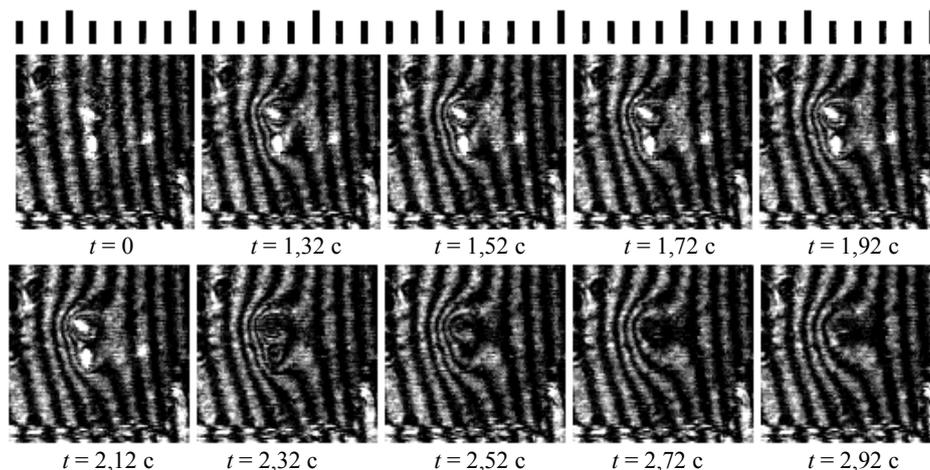


Рис. 29.8. Интерферограммы, иллюстрирующие слияние двух тепловых меток

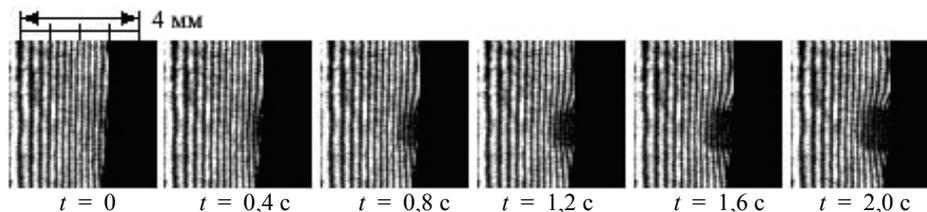


Рис. 29.9. Интерферограммы, иллюстрирующие процесс распространения тепловой метки по глубине датчика

Как отмечалось в п. 29.2, на результаты измерений существенное влияние может оказывать тепловой поток через обратную поверхность датчика. Следовательно, наличие информации о скорости проникновения тепла внутрь датчика является важным для выбора его толщины. На рис. 29.9 представлены интерферограммы, полученные при исследовании динамики распростра-

нения тепла внутрь оптического датчика. Использовалась схема, приведенная на рис. 29.4, б. Эксперименты проводились на датчике из органического стекла. По сдвигу базовых интерференционных полос можно сделать вывод, что по крайней мере в течение времени  $\Delta t \approx 2$  с глубина заметного распространения тепловой метки не превышает 1 мм.

### 29.6. Регистрация тепловых потоков на дельта-крыле при гиперзвуковых режимах обтекания

Исследовалось распределение теплового потока на дельта-крыле при гиперзвуковом обтекании. Эксперименты проводились на аэродинамической трубе Т-327 (ИТПМ СО РАН), которая представляет собой установку периодического действия баллонного типа с диапазоном чисел Маха в рабочей части  $M_\infty = 16-24$ , работающую на чистом азоте. Максимальная температура газа на выходе из подогревателя  $T_0 = 2\,000$  К. Максимальное давление в форкамере  $P_0 = 180$  кг/см<sup>2</sup>. Время установления режима  $\sim 0,2 \cdot 10^{-3}$  с. Выхлоп осуществляется в вакуумную емкость. Время непрерывной работы установки – до 4 мин.

Эксперименты проводились  $M_\infty \approx 21$ , температуре торможения  $T_0 \approx 1\,700$  К и давлении торможения  $P_0 \approx 84$  бар. Модель представляла собой 10 % дельта-крыло с углом стреловидности  $\chi = 70^\circ$  и затупленными передними кромками.

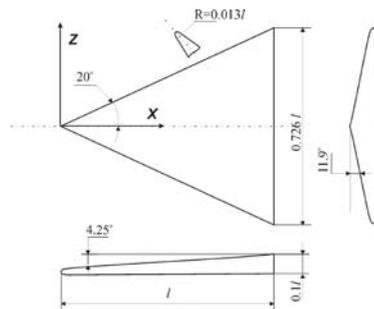


Рис. 29.10. Схема дельта-крыла

Длина модели 100 мм (схематическое изображение приведено на рис. 29.10).

Основное тело модели изготовлено из стекловолонита. На верхнюю плоскую поверхность модели наклеен оптический датчик, изготовленный из стекла фирмы «Balzers», толщиной 1,5 мм. Поверхность датчика со стороны модели покрыта тонким слоем хрома с коэффициентом отражения около 50 %. Измерения проводились для трех углов атаки  $\alpha = 0; 5$  и  $10^\circ$ . На рис. 29.11 приведены типичные интерферограммы для угла атаки  $\alpha = 5^\circ$ .

На рис. 29.12 дан профиль тепловых потоков по размаху крыла для сечений 40 мм от носика модели. Наблюдается хорошее совпадение результатов для разных экспериментов. На рис. 29.13 приведен график тепловых потоков вдоль оси модели.

Отметим некоторые моменты, не затронутые в данной главе. Метод может использоваться не только для получения количественной информации, но для визуализации полей тепловых потоков. При использовании датчиков с качественно обработанными оптическими поверхностями, когда базовые интерференционные полосы регулярны и прямолинейны, регистрируемые интерферограммы позволяют визуально оценивать распределение тепловых

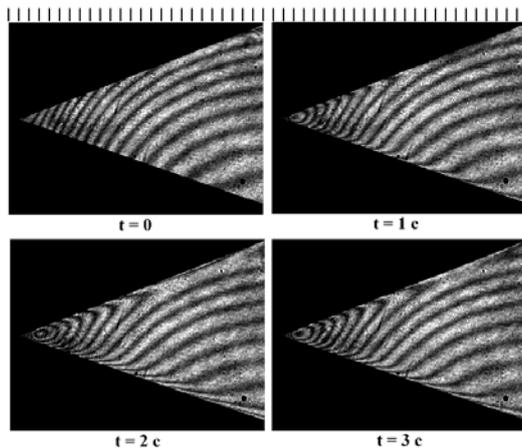


Рис. 29.11. Типичные интерферограммы, полученные при регистрации тепловых потоков на наветренной стороне крыла.  $M = 21$ ,  $\alpha = 5^\circ$ . В верхней части рисунка приведена масштабная линейка. Цена деления 2 мм

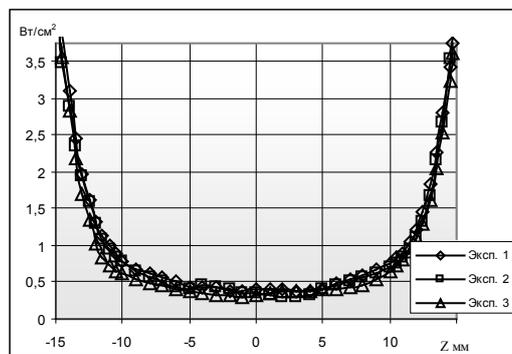


Рис. 29.12. Распределение тепловых потоков в сечении  $X = 40$  мм для трех серий экспериментов

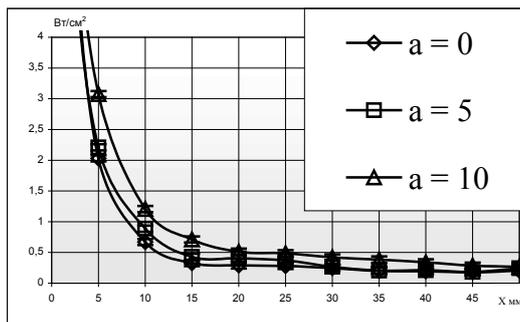


Рис. 29.13. Тепловые потоки вдоль оси модели для различных углов атаки  $\alpha$ . Показан доверительный диапазон по  $\delta N = 0,05$

потоков. Интересные результаты должно дать использование датчиков, позволяющих работать в полосах бесконечной ширины. В этом случае, при использовании соответствующей аппаратуры, возможно увеличение чувствительности метода в десятки раз по сравнению с его реализацией в полосах конечной ширины. Важнейшим направлением исследований по усовершенствованию методики является расширение возможностей ее использования на криволинейных, произвольно ориентированных поверхностях. И, наконец, на основе предлагаемой технологии возможно изготовление не только панорамных, но и локальных датчиков.

**Список литературы**

1. *Васильев Л. А.* Теневые методы // М.: Наука, 1968.
2. *Холдер Д., Норт Р.* Теневые методы в аэродинамике. М.: Мир, 1966.
3. *Скотников М. М.* Теневые количественные методы в газовой динамике. М.: Наука, 1976.
4. *Скотников М. М.* Применение теневого прибора к исследованию сверхзвукового пограничного слоя. М.: Оборонгиз, 1954.
5. *Бабичев Ю. Д., Емельянов В. А., Скотников М. М.* Опыт расчетов осесимметричного распределения показателя преломления // Физические методы исследования прозрачных неоднородностей: Сб. науч. ст. МДНТП, 1975.
6. *Скотников М. М.* Теневые количественные методы в газовой динамике. М.: Наука, 1976.
7. *Settles G. S.* Schlieren and Shadowgraph Techniques. Visualizing Phenomena in Transparent Media. Berlin: Springer, 2006.
8. *Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А., Белоусов П. П., Белоусов П. Я.* Оптические методы исследования потоков / Отв. ред. В. Е. Накоряков. Новосибирск: Сиб. университет. изд-во, 2003. 418 с.
9. *Оптические методы исследований в баллистическом эксперименте /* Отв. ред. Г. И. Мишин. Л.: Наука, 1979.
10. *Клочков В. П., Козлов Л. Ф., Потыкевич И. В., Соскин М. С.* Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия. Киев: Наук. думка, 1985.
11. *Теневые и интерференционные методы изучения газовых потоков //* Обзор ОНТИ ЦАГИ: № 430. М., 1973. 311 с.
12. *Использование лазеров и голографии для визуализации и изучения течений в аэродинамических трубах /* Отв. ред. Н. А. Мальмберг. М., 1975.
13. *Климкин В. Ф., Папырин А. Н., Солоухин Р. И.* Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов. Новосибирск: Наука, 1980.
14. *Ван-Дайк М.* Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. 181 с.
15. *Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1980
16. *Островский Ю. И., Бутусов М. М., Островская Г. В.* Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977.
17. *Павлов А. А.* Способ получения интерферограмм фазовых объектов. Авторское свидетельство № 994966, 1981.
18. *Желтоводов А. А., Павлов А. А.* Комплексное исследование течения в сверхзвуковой отрывной зоне: Сб. докл. II Всесоюз. конф. по методам аэрофизического эксперимента. Новосибирск, 1979. С. 42–45.
19. *Григорьев Г. А., Зауличный Е. Г., Кац И. Р., Маркевич Ю. А., Мерзьянкин А. И., Павлов А. А., Трубочеев Т. В.* Комплекс методов, использованный при экспериментальном исследовании обтекания уступа в сопле: Сб. докл. II Всесоюз. конф. по методам аэрофизического эксперимента. Новосибирск, 1979.
20. *Павлов А. А.* Интерференционные исследования полей плотности и скорости газовых и двухфазных потоков: Тез. докл. 4-й Всесоюз. школы-

семинара «Современные проблемы газодинамики и пути повышения эффективности энергетических установок». М., 1983.

21. Pavlov A. A., Golubev M. P., Pavlov A. A. Method of phase Heterogeneity Interferogram Registration with a Reference Beam Forming from a Separate Light Source // Proceed. at XII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 28 June – 3 July, 2004. Novosibirsk, Russia, 2004. Vol. 2. P. 157–161.

22. Ivanov M. S., Klemenkov G. P., Kudryavtsev A. N., Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Fomin V. M., Kharitonov A. M., Khotyanovsky D. V., Hornung H. G. Experimental and Numerical Study of the Transition Between Regular and Mach Reflections of Shock Waves in Steady Flows // Proceed. of 21<sup>th</sup> Int. Shock Waves Symp. Great Keppel, Australia, 1997. Vol. 2. P. 819–824.

23. Bannink W. J., Delft T. U., Lokotko A. V., Muylaert J., Nikiforov S. B., Ottens H., Pavlov A. A., Tchernyshev A. V., Zapryagaev V. I. Base-Plume Experiment in a Cone-Cylinder in an External Supersonic Flow // Proceed. at X Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 2000. Vol. 3. P. 152–157.

24. Zapryagaev V. I., Bannink W. I., Lokotko A. V., Muylaert J., Nikiforov S. B., Ottens H., Pavlov A. A., Tchernyshev A. V. Experimental Investigation of Base Pressure with Hot Supersonic Jet for External Supersonic Flow // 4<sup>th</sup> European Symposium on Aerothermodynamics for Space Applications, 15–18 October. 2001. Capua, Italy, ESA SP-487, March 2002. P. 579–584.

25. Запрыгаев В. И., Кисилев Н. П., Локотко А. В., Никифоров С. Б., Павлов А. А., Солотчин А. В., Чернышев А. В. Особенности пространственной структуры течения в сверхзвуковых неизобарических струях // Материалы 1 и 2 междунар. школ-семинаров «Модели и методы аэродинамики». М., 2002. С. 36–37.

26. Zapryagaev V. I., Kornilov V. I., Lokotko A. V., Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Solotchin A. V., Tchernyshev A. V. Experimental Investigation of Shock Wave Structure and Streamwise Vortices in Supersonic Jet. // 4<sup>th</sup> European Symposium on Aerothermodynamics for Space Applications, 15–18 October, 2001. Capua, Italy, ESA SP-487, March 2002. P. 603–610.

27. Zapryagaev V. I., Kudryavtsev A. N., Lokotko A. V., Solotchin A. V., Pavlov A. A., Hadjadj A. An Experimental and Numerical Study of a Supersonic-Jet-Shock-Wave Structure // Proceed. at XI Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 1–7 July, 2002. Novosibirsk, Russia, 2002. Vol. 2. P. 187–191.

28. Zapryagaev V. I., Kudryavtsev A. N., Lokotko A. V., Solotchin A. V., Pavlov A. A., Hadjadj A. An Experimental and Numerical Study of a Supersonic-Jet Shock-Wave Structure // West East High Speed Fields. Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime. A series of Handbooks on Theory and Engineering Applications of Computational Methods CIMNE. Barcelona, 2002. P. 346–351.

29. Zapryagaev V. I., Kudryavtsev A. N., Lokotko A. V., Solotchin A. V., Pavlov A. A., Hadjadj A. An experimental and numerical study of a supersonic jet shock-wave structure // West East High Speed Flow Fields. Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime / Eds. D. E. Zeitoun, J. Periaux, J. A. Desideri, M. Marini. 1<sup>st</sup> ed. Barcelona, Spain, 2003. P. 244–305.

30. *Ivanov M. S., Kudryavtsev A. N., Nikiforov S. V., Khotyanovsky D. V., Pavlov A. A.* Experiments of Shock Wave Reflection Transition and Hysteresis in Low-Noise Wind Tunnel // *Physics of Fluids*. 2003. Vol. 15. No. 6. P. 1807–1810.
31. *Запругаев В. И., Локотко А. В., Никифоров С. В., Павлов А. А., Чернышев А. В., Баннинк В. Дж., Оттенс Г., Майларт Дж.* Экспериментальное исследование донного давления на цилиндрической модели с истечением струи в сопутном сверхзвуковом потоке // *Аэромеханика и газовая динамика*. 2003. № 3.
32. *Ivanov M. S., Kudryavtsev A. N., Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Shiplyuk A. N.* Study of Transition Between Regular and Mach Reflections in Different Wind Tunnels // 41<sup>st</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 6–9 January 2003. AIAA 2003-0156. Reno, Nevada, 2003. 10 p.
33. *Запругаев В. И., Локотко А. В., Никифоров С. В., Павлов А. А., Чернышев А. В., Баннинк В. Дж., Оттенс Г., Майларт Дж.* Экспериментальное исследование донного давления на цилиндрической модели с истечением струи в сопутном сверхзвуковом потоке // *Аэромеханика и газовая динамика*. 2003. № 3. С. 48–53.
34. *Запругаев В. И., Киселев Н. П., Павлов А. А.* Влияние кривизны линий тока на интенсивность продольных вихрей в слое смешения сверхзвуковых струй // *ПМТФ*. 2004. Т. 45. № 3. С. 32–43.
35. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* О преобразовании Абеля при голографической интерферометрии точечного взрыва // *Физика горения и взрыва*. 1974. № 6 (923).
36. *Запругаев В. И., Локотко А. В., Павлов А. А.* Gasdynamic Structure of the Initial Part of a Two-Dimensional Over-Expanded Jet Exhausted into an Ambient Space // *Proceed. at XII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research*. Novosibirsk, 28 June – 3 July, 2004. Novosibirsk, Russia, 2004. Vol. 2. P. 71–76.
37. *Фомин В. М., Фомичев В. П., Головнев И. Ф., Малмус Н. Д., Павлов А. А., Поздняков Г. А., Правдин С. С., Яковлев В. Н.* Особенности МГД воздействия на сверхзвуковой поток воздуха, ионизированного электронным пучком при обтекании клина // *Proceed. at XII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research*. Novosibirsk, 28 June – 3 July, 2004. Novosibirsk, Russia, 2004. Vol. 5. P. 93–99.
38. *Запругаев В. И., Кавун И. Н., Касенбаев В. Ж., Киселев Н. П., Локотко А. В., Павлов А. А.* Экспериментальные исследования пространственно-временной структуры сверхзвуковых струйных течений // XX Юбилейный междунар. семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Санкт-Петербург, Россия, 1–3 июля 2004 г.): Тез. докл. СПб., 2004. С. 126–127.
39. *Ivanov M. S., Kudryavtsev A. N., Nikiforov S. B., Kosinov A. D., Pavlov A. A.* Experimental Investigation of Strong Shock Reflection and Hysteresis in Various Wind Tunnels // *Proceed. of the 24th International Symposium on Shock Waves* (Beijing, China, July 11–16, 2004) / Ed. by Z. L. Jiang. Tsinghua Univ. Press, 2004. Paper No. 1381. 6 p.
40. *Ivanov M. S., Kharitonov A. M., Khotyanovsky D. V., Kudryavtsev A. N., Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* Three-Dimensional Steady Shock Wave Interactions.

Numerical Simulations and Experimental Validation // 4<sup>th</sup> European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Jyvaskyla, Finland, July 24–28, 2004: Proceed.. 2004. Vol. 2. Paper No. 543. 16 p.

41. *Shevchenko A., Kavun I., Pavlov A., Zapryagaev V.* Review of ITAM Experiments on Shock / Vortex Interactions // European Conf. for Aerospace Sciences. July 4–7, 2005, Moscow, Russia. M., 2005.

42. *Zapryagaev V. I., Lokotko A. V., Pavlov A. A.* Gasdynamic Structure of the Initial Part of a Two-Dimensional Over-Expanded Jet Exhausted into an Ambient Space // Proceed. of the 5<sup>th</sup> European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. Cologne, Germany, 2005. P. 627–632 (ESA SP-563).

43. *Запругаев В. И., Локотко А. В., Павлов А. А.* Газодинамическая структура начального участка плоской перерасширенной затопленной струи // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12. № 1. С. 61–76.

44. *Golovnov I. A., Pavlov A. A., Pavlov Al. A., Pozdnyakov G. A., Pravdin S. S., Fomin V. M., Fomichev V. P., Yakovlev V. I.* MHD-Effect Upon Location on a Bow Shock Wedge of a Supersonic Flow Around // Proceed. of the 15<sup>th</sup> International Conference on MHD Energy Conversion and 6th International Workshop on Magnetoplasma Aerodynamics. 2005.

45. *Грачев Г. Н., Пономаренко А. Г., Тищенко В. Н., Смирнов А. Л., Трашкеев С. И., Стаценко П. А., Зимин М. И., Мякушина А. А., Запругаев В. И., Гулидов А. И., Бойко В. М., Павлов А. А., Соболев А. В.* Объединение ударных волн, создаваемых движущимся оптическим пульсирующим разрядом // Квантовая электроника. 2006. Т. 36. № 5. С. 470–472.

46. *Pavlov A. A., Pavlov Al. A., Golubev M. P.* Interferogram Registration with a Reference Beam Forming from a Separate Light Source / 12th International Symposium on Flow Visualization (ISFV-12). Goettingen, Germany, 2006. Art № 154.

47. *Pavlov A. A., Pavlov Al. A., Golubev M. P.* Development of Interferometry Methods // 12<sup>th</sup> International Symposium on Flow Visualization (ISFV-12). Goettingen, Germany, 2006. Art № 159.

48. *Shevchenko A. M., Kavun I. N., Pavlov A. A., Zapryagaev V. I.* Visualization of Wing-Tip Vortices and of an Unsteady Flowfield in Shock / Vortex Interaction // 12<sup>th</sup> International Symposium on Flow Visualization (ISFV-12). Goettingen, Germany, 2006. Art № 219.

49. *Pavlov Al. A., Golubev M. P., Pavlov A. A.* Development of Optical Interferometry Methods for Investigations of Gas Flows Characterized by Small Density Changes // Proceed. at XIII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. 5–10 February, 2007. Novosibirsk, Russia, 2007. Vol. 4. P. 132–136.

50. *Golubev M. P., Pavlov A. A., Pavlov Al. A.* Velocity Field Registration by Means of PIV Using Natural Flow Heterogeneities as Tracers // Proceed. at XIII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. 5–10 February, 2007. Novosibirsk, Russia, 2007. Vol. 3, P. 115–119.

51. *Pavlov A. A., Pavlov Al. A., Golubev M. P.* Automation of Interferogram Registration with a Reference Beam Forming from a Separate Light Source // Proceed. at XIII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. 5–10 February, 2007. Novosibirsk, Russia, 2007. Vol. 4. P. 137–142.

52. *Fomin V. M., Fomichev V. P., Korotaeva T. A., Maslov A. A., Pavlov A. A., Pavlov Al. A., Pravdin S. S., Shashkin A. P., Yakovlev V. I., Malmuth N. D., Smereczniak P., Silkey J. S.* Initiation of non Equilibrium Conductivity of a Hypersonic Flow and MHD-Interaction // 45<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (The Boeing Company, Saint Louis, Missouri, USA, 63166, 8–11 January 2007). Reno, Nevada, 2007. AIAA 2007–1376.
53. *Павлов А. А., Павлов Ал. А., Голубев М. П., Грачев Г. Н., Смирнов А. Л., Тищенко В. Н.* Использование метода теневой визуализации на основе адаптивных визуализирующих транспарантов (АВТ) для исследования полей возмущений, создаваемых оптическим пульсирующим разрядом в газе // Тр. IX Междунар. науч.-техн. конф. ОМИП-2007 (Москва, 26–29 июня 2007 г.) М.: Изд-во МЭИ, 2007. С. 174–177.
54. *Павлов А. А., Павлов Ал. А., Голубев М. П.* Использование фототропных материалов в качестве адаптивных визуализирующих транспарантов в теневых приборах // Тр. IX Междунар. науч.-техн. конф. ОМИП-2007 (Москва, 26–29 июня 2007 г.) М.: Изд-во МЭИ, 2007. С. 170–173.
55. *Шевченко А. М., Запрягаев В. И., Кавун И. Н., Павлов А. А., Павлов Ал. А., Шмаков А. С.* Нестационарные эффекты при взаимодействии вихревого следа за крылом с головным скачком уплотнения // Тез. докл. XXI Всерос. семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям. Новосибирск, 2007. С. 195–197.
56. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. М.: Наука, 2004. 654 с.
57. *Gregor Mc.* The Vapour-Screen Method of Flow Visualization // J. Fl. Mech. Vol. 11. No. 4. 1961. P. 481–511.
58. *Боровой В. Я., Иванов В. В., Орлов А. А., Харченко В. Н.* Визуализация пространственного обтекания моделей с помощью «лазерного ножа» // Учен. зап. ЦАГИ. 1973. Т. 4, № 5.
59. *Алхимов А. П., Горбачев А. Т., Папырин А. Н.* О методе скоростной фоторегистрации сверхзвуковых двухфазных потоков // Аэрофизические исследования: Сб. науч. тр. Новосибирск, 1973. Вып. 2.
60. *Liou T. M.* Flow Visualization and LDV Measurement of Fully Developed Laminar Flow in Helically Coiled Tubes // J. Experiments in Fluids. 1992. Vol. 13, No. 5. P. 332–338.
61. *Боровой В. Я., Иванов В. В., Орлов А. А., Харченко В. Н.* Исследование обтекания сверхзвуковым потоком крыльев различной формы в плане методом лазерного ножа // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1793.
62. *Гориков М. И., Иванов Б. А.* Установка «лазерный нож» для визуализации пространственного обтекания моделей в аэродинамической трубе // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1881.
63. *Майкапар Г. И.* Отрывные течения у подветренной стороны треугольного крыла и тела вращения в сверхзвуковом потоке // Учен. зап. ЦАГИ. 1982. Т. 13, № 4. С. 22–23.
64. *Максимов А. И., Павлов А. А.* Развитие метода «лазерного ножа» для визуализации потока в сверхзвуковых аэродинамических трубах // Учен. зап. ЦАГИ. 1986. Т. 17, № 5.

65. *Васенев Л. Г., Максимов А. И., Павлов А. А., Шевченко А. М.* Развитие метода лазерного ножа для визуализации потока в классических сверхзвуковых аэродинамических трубах // IV Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований: Тез. докл. Новосибирск, 1986.
66. *Бродецкий М. Д., Максимов А. И., Харитонов А. М.* Особенности взаимодействия интерференционных и дифракционных течений при сверхзвуковых скоростях // ПМТФ. 1986. № 1.
67. *Максимов А. И.* Дифракция косоугольного скачка уплотнения в окрестности внешнего прямого угла // ПМТФ. 1987. № 4.
68. *Максимов А. И.* Экспериментальное исследование взаимодействия пространственных отрывных течений при продольном сверхзвуковом обтекании угловых конфигураций // Взаимодействие сложных пространственных течений: Сб. науч. ст. Новосибирск, 1987.
69. *Максимов А. И.* Использование лазерного ножа для изучения структуры сложных пространственных течений // Физические методы исследования прозрачных неоднородностей: Сб. науч. ст. М.: МДНТП, 1988.
70. *Brodetsky M. D., Shevchenko A. M.* Some Features of a Separated Flow and Supersonic Vortex Structure at the Leaside of a Delta Wing // Proceed. at IUTAM Symp. on Separated Flows and Jets (Novosibirsk, USSR, 9–13 July 1990). Berlin: Springer-Verlag; Heidelberg, 1990. P. 341–344.
71. *Бродецкий М. Д., Никифоров С. Б., Павлов А. А., Шевченко А. М.* Развитие метода лазерного ножа для сверхзвуковых аэродинамических труб // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7, № 3. С. 375–380.
72. *Дубнищев Ю. Н.* Методы оптической диагностики потоков, основанные на селекции пространственно-временной структуры рассеянного света: Дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 1993.
73. *Василенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Коронкевич В. П. и др.* Лазерные доплеровские измерители скорости // Под ред. Ю. Е. Нестерихина. Новосибирск: Наука, 1975.
74. *Дубнищев Ю. Н., Ринкевичус Б. С.* Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
75. *Brucker C., Althaus W.* Study of Vortex Breakdown on Particle Tracking Velocimetry (PTV) // J. Experiments in Fluids. 1992. Vol. 13, No. 5. P. 339–349.
76. *Фомин Н. А.* Спекл-интерферометрия газовых потоков. Минск: Наука и техника, 1989.
77. *Mayo W. T. (jr.), Allen J. B.* New Doppler Holographic Technique for Fluid Velocity Visualization and Measurement // Appl. Opt. 1971. Vol. 10. No. 9. P. 2119–2126.
78. *Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Пальшакова И. Г.* Измерение поля скорости потоков // Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения: Тез. докл. Всесоюз. семинара. Новосибирск, 1980.
79. *Ewan B. C. R.* Particle Velocity Distribution Measurement by Holography // Appl. Optics. 1970. Vol. 18. № 18. P. 3156–3160.
80. *Бердюгин А. Е., Павлов А. А., Рудницкий А. Л.* Панорамные измерения полей скорости // Оптические методы исследований газовых потоков и плаз-

мы: Тез. докл. Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований. Минск, 1982. С. 30–35.

81. Павлов А. А. Интерферометр для панорамных измерений скорости его варианты. Авторское свидетельство № 1304565, 1986.

82. Павлов А. А. Интерферометрические исследования полей плотности и скорости газовых и двухфазных потоков // Тез. докл. IV Всесоюз. школы-семинара «Современные проблемы газодинамики и пути повышения эффективности энергетических установок». М., 1983.

83. Павлов А. А., Фомичев В. П., Бердюгин А. Е., Казанцев А. В. Панорамное измерение полей скорости частиц в гетерогенных струях // Тез. докл. IX Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы. Фрунзе: ИЛИМ, 1983.

84. Павлов А. А. Развитие панорамных методов оптической диагностики пространственных течений: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1995.

85. Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Fomichov V. P. The Use of Field Interferometers for Panoramic LDA // 9<sup>th</sup> (Millenium) International Symposium on the Flow Visualization. Edinburg, 2000. P. 226.1–226.6.

86. Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Fomichov V. P. Field Interferometers Based Panoramic LDA // The 6<sup>th</sup> Asian Symposium on Visualization, PUEXCO. Pusan, 2001. P. 042.1–041.6.

87. Winter K. G. An Outline of the Techniques for the Measurement of Skin Friction in Turbulent Boundary Layers // Progress in the Aerospace Sciences. Vol. 18. 1977. P. 1–57.

88. Rechenberg I. Messung der turbulenten Wandschubspannung // Zeitschrift für Flugwissenschaften. 1963. Bd. 11.

89. Корнилов В. И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях. Новосибирск: Наука. Сиб. изд. фирма РАН, 2000. 399 с.

90. Tanner L. H. and Blows L. G. A study of the Motion of Oil Films on Surfaces in Air Flow, with Application to the Measurement of Skin Friction // J. of Physics E: Scientific Instruments. 1976. Vol. 9. P. 194–202.

91. Tanner L. H. A Skin Friction Meter, Using the Viscosity Balance Principle, Suitable for Use with Flat or Curved Metal Surfaces // J. of Physics E: Scientific Instruments. 1977. Vol. 10. P. 278–284.

92. Tanner L. H. A Comparison of the Viscosity Balance and Preston Tube Methods of Skin Friction Measurement // J. of Physics E: Scientific Instruments. 1977. Vol. 10. P. 627–632.

93. Tanner L. H. Two Accurate Optical Methods for Newtonian Viscosity Measurements, and Observations on a Surface Effect with Silicon Oil // J. of Physics E: Scientific Instruments. 1977. Vol. 10. P. 1019–1028.

94. Монсон Д. Дж., Хигучи Х. Измерение поверхностного трения с помощью двухлучевого лазерного интерферометра // Ракетная техника и космонавтика. 1981. Т. 19, № 8.

95. Monson D. J. A Nonintrusive Laser Interferometer Method for Measurement of Skin Friction // Experiments in fluids. 1983. Vol. 1. No. 1. P. 15–22.

96. *Monson D. J., Driver D. M., Szodruch J.* Application of a Laser Interferometer Skin-Friction Meter in Complex Flows // *Proceed. of the International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities*. 1981. P. 232–243 (IEEE Publication 81CH1712-9).
97. *Feyzl F.* Messung von wandschubspannungen mit laserinterferometrie. Aachen: Bericht RWTH, 1986.
98. *Settles G. S.* Recent Skin Friction Techniques for Compressible Flows // AIAA. 1986. Paper 86–1099.
99. *Kim K.-S., Setteles G. S.* Skin Friction Measurements by Laser Interferometry in Swept Shock Wave // *Turbulent Boundary Layer Interactions*. AIAA. 1988. Paper 88–0497.
100. *Корнилов В. И., Меклер Д. К., Павлов А. А.* К методике измерения поверхностного трения однолучевым лазерным интерферометром // *Методы аэрофизических исследований*. Новосибирск, 1990. С. 144–151.
101. *Корнилов В. И., Павлов А. А., Шпак С. И.* К методике измерения поверхностного трения оптическим методом в сверхзвуковом потоке // Докл. на Всесоюз. семинаре по аэродинамике гиперзвуковых летательных аппаратов. Калининград, 1990.
102. *Корнилов В. И., Павлов А. А., Шпак С. И.* К методике измерения поверхностного трения оптическим методом в сверхзвуковом потоке // *Сибирский физико-технический журнал*. 1991. Вып. 6. С. 47–52.
103. *Kornilov V. I., Pavlov A. A., Shpak S. I.* On the Techniques of Skin Friction Measurement Using Optical Method // *Proceed. of International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. 1992. Part 1. P. 71–74.
104. *Graichen K., Kornilov V. I., Pavlov A. A.* Near-Wall Flow Measurement: Problems, Approaches, Errors // *Proceed. of International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. 1994. Part 2. P. 112–117.
105. *Maksimov A. I., Pavlov A. A., Shevchenko A. M.* Development of the Optical Skin Friction Measurement Technique for Supersonic Gradient Flows // *Proceed. of International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. 1994. Part 2. P. 172–177.
106. *Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* Digital Oil Visualisation Pictures Processing // *International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. Part 2. P. 191–195.
107. *Жаркова Г. М., Коврижина В. Н., Корнилов В. И., Павлов А. А.* Метод регистрации полей температур с помощью жидкокристаллических покрытий // *Теплофизика и аэромеханика*. 1996. Т. 3, № 4. С. 369–279.
108. *Жаркова Г. М., Корнилов В. М., Лебига В. А., Миронов С. Г., Павлов А. А.* Методы и средства исследований течений в аэрогазодинамическом эксперименте // *Теплофизика и аэромеханика*. 1997. Т. 4, № 3. С. 283–294.
109. *Nestulya R. V., Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* Development of the Oil Film Method of Skin Friction Measurement for Curved and Arbitrary Oriented Surfaces // *International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. 1998. Part 1. P. 167–172.

110. *Kornilov V. I., Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* A Modification of GISF Meter Utilizing Diffuse Light Scattering // 9<sup>th</sup> (Millenium) International Symposium on the Flow Visualization. Edinburg, 2000. P. 174.1–174.6.
111. *Kornilov V. I., Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* Skin Friction Measurements by Oil Film Method Utilising Diffuse Light Scattering for Image Registration // Proceed. at X Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. 2000. Vol. 1. P. 140–144.
112. *Kornilov V. I., Nikiforov S. B., Pavlov A. A.* Skin Friction Measurement Utilising Diffuse Light GISF // The 6<sup>th</sup> Asian Symposium on Visualization, PUEXCO. Pusan, 2001. P. 041.1–041.6.
113. *Kornilov V. I., Litvinenko Yu. A., Pavlov A. A.* Skin-Friction Measurements in an Incompressible Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layer Review of Techniques and Results // Proceed. at XI Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. 2002. Vol. 1. P. 114–119.
114. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970.
115. *Беляков В. А., Сонин А. С.* Оптика холестерических жидких кристаллов. М.: Наука, 1982.
116. *Akino N., Kunugi T., Iehimiya K. et al.* Improved Liquid-Crystal Thermometry Excluding Human Color Sensation // J. Heat Transfer. 1989. Vol. 111. P. 558–565.
117. *Жаркова Г. М., Коврижина В. Н., Павлов А. А.* Цифровая обработка видео-изображений – новые возможности термотропных жидких кристаллов для визуализации и исследования потоков // Тр. III Межгос. науч.-техн. конф. «Оптические методы исследования потоков». М.: Изд-во МЭИ, 1995.
118. *Павлов А. А., Голубев М. П., Павлов Ал. А.* Оптический метод регистрации тепловых потоков. Препринт № 3-2002, ИТПМ СО РАН. Новосибирск, 2002.
119. *Голубев М. П., Павлов А. А., Павлов Ал. А., Шиплюк А. Н.* Оптический метод регистрации тепловых потоков // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. С. 174–184.
120. *Голубев М. П., Павлов А. А., Павлов Ал. А.* Оптический метод регистрации полей тепловых потоков // Тр. VII Междунар. науч.-техн. конф. ОМИП-2003 (Москва, 24–27 июня 2003 г.) М.: Изд-во МЭИ, 2003. С. 476–479.
121. *Golubev M. P., Pavlov A. A., Pavlov Al. A.* Optical Method of Heat-Flow-Field Registration // Proceed. at XII Int. Conference on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 28 June – 3 July, 2004. Vol. 2. P. 157 – 161.
122. *Таблицы физических величин: Справ. / Под ред. И. К. Кикоина.* М.: Атомиздат, 1976.
123. *Поуп А., Гойн К.* Аэродинамические трубы больших скоростей. М.: Мир, 1968.
124. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. М.: Наука, 1986. Т. 6: Гидродинамика.
125. *Kompenhans J., Raffel M., Dierrle L. et al.* PIV in aerodynamics: technology and appcations in wind tunells// J. Visualization, 2000. V.2. pp.229-244.
126. *Kompenhans J., Arnott A., Agos A., Gilliot A., Monnier J.C.* Application of PIV for the investigation of high speed flow fields// West East High Speed Flow Field, Barselona, 2002. P. 39-52.

127. *Adrian R. J.* Twenty years of particle image velocimetry // *Experiments in Fluids*, 2005. 39. P. 159–169.
128. *Нугматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч.1. - М: Наука, 1987.
129. *Melling A.* Tracer particles and seeding for particle image velocimetry // *Meas. Sci. Technol.*, 1997. 8. P. 1406–1416.
130. *Coy C.* Гидродинамика многофазных систем. - М.: Мир, 1971.
131. *Bailey AB, Hiatt J.* Sphere drag coefficients for a broad range of Mach and Reynolds numbers. // *AIAA J*, 1972. 10. P. 1436–1440
132. *Bailey A.B., Starr R.F.* Sphere drag at transonic speeds and high Reynolds numbers. // *AIAA J*, 1976. 14, P. 1631-1632.
133. *Henderson C.B.* Drag coefficients of sphere in continuum and rarefied flows // *AIAA J*, 1976. 14(6). P. 707–708
134. *Gelfand B.E.* Droplet breakup phenomena in flows with velocity lag // *Prog. Energy Combust. Sci.*, 1996. 22. P. 201–265.
135. *Allen T.* Powder sampling and particle size determination. Elsevier, 2003.
136. *Loth E.* Numerical approaches for motion of dispersed particles, droplets and bubbles // *Progress in Energy and Combustion Science*, 2000. 26. P. 161–223.
137. *Scarano, F., van Oudheusden, B.W.* Planar velocity measurements of a two-dimensional compressible wake // *Experiments in Fluids*, 2003. 34. P. 430 – 441.
138. *Schrijer, F.F.J., Scarano, F. van Oudheusden, B.W.* Application of PIV in a Mach 7 double-ramp flow // *Experiments in fluids*, 2006. 41. P. 353-363
139. *Васильев А.А.* Параметры ударных волн в газах. Методические указания. - Новосибирск: НГУ, 1990. Ч.1.
140. *Бойко В.М., Достовалов А.В., Запрягаев В.И., Кавун И.Н., Киселев Н.П., Пивоваров А.А.* Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй // *Учен. зап. ЦАГИ*. 2009.
141. *Запрягаев В.И., Киселёв Н.П., Солотчин А.В.* Исследование структуры сверхзвуковой струи при изменении входного участка сопла // *ПМТФ*, 2002. (4), С.58-64.
142. *Alkislar M.B., Krothapalli A., Choutapalli I., Lourenco L.* Structure of supersonic twin jets // *AIAA Journal*., 2005.43(11). P. 2309-2318
143. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М.: «Наука», 1969.

---

## ЧАСТЬ 4 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ДИАГНОСТИКЕ ГАЗА И ПЛАЗМЫ

### Глава 30 Обратные задачи и основные принципы томографии

Прогресс в развитии современных ЭВМ сделал возможным более глубокие исследования многих интересных физических явлений в вычислительном эксперименте. Это же характерно и для исследований в области физики потоков газа и плазмы. При этом, например, стало возможным получение трехмерных пространственных и временных характеристик таких потоков, с последующей динамической визуализацией результатов численного моделирования.

Для верификации той или иной теории или теоретической модели физического явления необходимо сравнение теоретических расчетов с экспериментом. Вот здесь зачастую и возникают осложнения, поскольку результаты многомерного численного моделирования приходится сопоставлять с данными диагностического эксперимента обычно лишь в нескольких точках либо вдоль одной линии, да еще и усредненными во времени.

С другой стороны, быстрое развитие методов автоматизации физического эксперимента позволяет в настоящее время собирать и хранить в компьютере огромные объемы информации об исследуемом плазменном или газовом объекте. Однако обычно такая информация не локальна, она требует сложной дополнительной математической обработки, прежде чем экспериментальные данные будут готовы для сопоставления с результатами численного моделирования.

Физическая томография (ФТ) представляет собой то самое связующее звено, которое дает и экспериментатору и теоретику инструмент для адекватного сопоставления теории с экспериментальными данными. Томографические методы позволяют с хорошим пространственным и временным разрешением провести обработку данных диагностического эксперимента и представить результаты такой обработки в форме, позволяющей провести сопоставление с теоретическими вычислениями.

В отличие от медицинской томографии, где томографические измерения проекционных данных ведутся с большим числом детекторов (сотни и тысячи) и с большого числа углов наблюдения (тот же порядок – сотни и тысячи), в физической томографии обычно имеют дело с малоракурсной томографией (число ракурсов наблюдения от 3 до 10–20). В этом случае распространенные алгоритмы компьютерной томографии либо неприменимы, либо требуют существенных модификаций.

Рассмотрим общую постановку наиболее простой задачи эмиссионной и абсорбционной плазменной томографии пока в двумерном случае [18;22;25;28]. Запишем уравнение переноса излучения вдоль прямой  $l_1 - l_2$  (рис. 30.1):

$$\frac{dI_\nu(l)}{dl} = \varepsilon_\nu(l) - \kappa_\nu(l)I_\nu(l),$$

где  $\varepsilon$ ,  $\kappa$  – локальные коэффициенты эмиссии и абсорбции, соответственно, на фиксированной частоте  $\nu$ ;  $l$  – координата вдоль прямой. Решение этого уравнения для выходящего излучения запишется в виде

$$I_\nu(p, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\int_l^{\infty} \kappa(l') dl'\right) \varepsilon(l) dl.$$

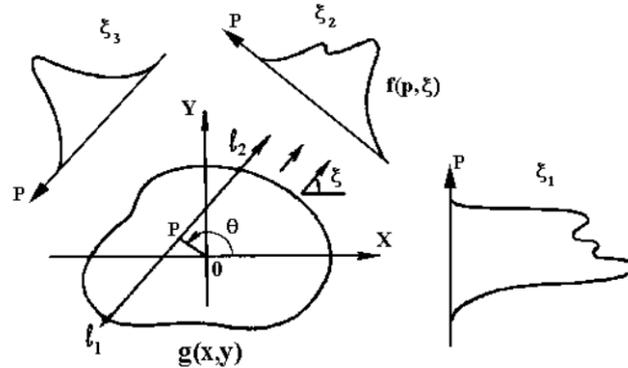


Рис. 30.1. Схема томографической регистрации излучения плазмы

Интегральное излучение плазмы  $I_\nu(p, \xi)$  (проекция) регистрируется вдоль системы прямых лучей, задаваемых направлением  $\xi$  и расстоянием  $p$  до начала координат. В приближении оптически тонкой плазмы ( $\kappa = 0$ ) регистрируемое излучение описывается классическим интегральным преобразованием Радона [14]:

$$f(p, \xi) = R\{g(x, y)\} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) dl. \quad (30.1)$$

Здесь и далее неизвестные локальные коэффициенты эмиссии будем обозначать через  $g(x, y)$ , а регистрируемое интегральное излучение – через  $f(p, \xi)$ .

К похожему интегралу сводится и связь между набегом фазы световой волны и локальными разностными коэффициентами преломления в интерферометрии фазовых объектов, в частности при исследовании газовых потоков. В связи с этим все алгоритмы, изложенные ниже на примере эмиссионной томографии плазмы, в равной степени могут быть перенесены на интерферометрическую томографию.

На рис. 30.1 показано плоское сечение исследуемого плазменного объекта с распределением локальных коэффициентов эмиссии  $g(x, y)$ . Измерив в диагностических экспериментах интегральное излучение для набора углов  $\{\xi_i\}$ ,

$\xi \in [180^\circ]$  и набора координат  $\{p_j\}$ , можно получить оценку искомого решения:

$$g = R_\alpha^{-1}(f + \eta).$$

Здесь  $R_\alpha^{-1}$  – приближение к обратному преобразованию Радона,  $\eta$  – шумовая составляющая проекционных данных. Если пренебречь шумом, то для решения уравнения (30.1) можно получить формулу, известную как обратное преобразование Радона:

$$g(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(p, \xi) dp}{(p - p_0)^2}, \quad (30.2)$$

где  $p_0 = -x \sin \xi + y \cos \xi = r \sin(\varphi - \xi)$ , а  $(r, \varphi)$  – полярные координаты точки  $(x, y)$ . К сожалению, в задачах плазменной томографии напрямую этой формулой обычно воспользоваться нельзя из-за наличия шумов в измерениях, сингулярной особенности в подынтегральном выражении, малого объема экспериментальных данных.

Широко известны успехи медицинской томографии, позволяющей врачу наблюдать на экране дисплея структуру различных органов пациента, ставить диагноз. Перечислим особенности задач ФТ, отличающие их от задач медицинской томографии и затрудняющие их решение:

- малость числа направлений (ракурсов) наблюдений  $K$ ;
- малость числа отсчетов (по  $p$ )  $N$ ;
- угловые ограничения в регистрации проекций;
- возможное рассогласование проекций;
- наличие самых разнообразных искажающих сигнал аппаратных функций в системах детектирования;
- наличие случайных шумов в измерительных каналах;
- появление в некоторых случаях непрозрачных включений внутри плазменных объектов;
- возможное отклонение лучевых траекторий от прямолинейных вследствие рефракции.

Методы получения проекционных данных в ФТ обычно являются дальнейшим развитием классических способов получения диагностической информации о плазме и газовых потоках. В основном это эмиссионные (различного спектрального диапазона – от инфракрасного до мягкого рентгеновского), трансмиссионные – интерферометрические [1] (также в разных областях электромагнитных волн), дефлектометрические (спекл- и теневые методы), корпускулярные и т. п. методы [6; 8; 11; 27; 29]. Все они получили свое развитие, прежде всего, для одноракурсных систем измерений. При определенных ограничениях на класс изучаемых плазменных образований даже такие системы сбора данных можно отнести к томографическим, если они позволяют по измеренной информации определить локальные характеристики фазового объекта в некоторых ее сечениях, а иногда и во всем объеме.

Применение того или иного метода диагностики газа и плазмы ставит перед исследователем две основные проблемы: как поставить сам эксперимент и какие математические методы выбрать для обработки полученных измере-

ний. Обзор экспериментальных схем в разнообразных томографических экспериментах приведен в работе [18]. Данный раздел посвящен описанию различных методов обработки данных измерений в томографии газа и плазмы с акцентом на практику их применения.

В задачах исследования пространственного распределения разнообразных параметров плазмы важную роль играет интегральное преобразование Абеля. Это преобразование описывает связь между боковым распределением интегрального излучения плазмы на выделенной длине волны и радиальным распределением локальных коэффициентов эмиссии для случая осесимметричного оптически прозрачного разряда. Поскольку данное уравнение относится к интегральному уравнению 1-го рода типа Вольтерра, т. е. относится к классу некорректных задач математической физики, то математически последовательным его решением должно быть решение, содержащее процедуры регуляризации.

Осевая симметрия – не единственный вариант применения инверсии Абеля. Имеется возможность его применения и для эллиптических объектов. Кроме того, несколько усложняя вид эмиссионных изолиний, можно получить обобщенное уравнение Абеля, позволяющее получить численное решение задачи пространственной диагностики плазмы для заранее известных изолиний.

Все рассмотренные выше случаи позволяют обойтись одним направлением регистрации излучения, поэтому их можно объединить под названием одноракурсной томографии. Если же имеется экспериментальная возможность добавить еще несколько направлений наблюдения (ракурсов), то возникает возможность восстанавливать гораздо более сложные пространственные распределения эмиссии плазмы. Такие задачи относятся к малоракурсной (3–10 направлений наблюдения) или многоракурсной (число ракурсов более 10) томографии. Математически обратная задача тогда описывается интегральным преобразованием Радона (преобразование Абеля есть его частный случай для цилиндрических объектов). В данной части книги даются основные постановки задач эмиссионной томографии плазмы, приводятся простейшие алгоритмы их решения, основанные на инверсии Радона. Даны иллюстрации характерных ошибок (артефактов) эмиссионной томографии плазмы в численном эксперименте. В приложениях даны примеры простых программ реконструкции, приводятся аналитические выражения для преобразования Радона от некоторых функций, а также сделана попытка собрать список классических первых работ по томографии плазмы. Этот список по очевидным причинам неполный, но он отражает начальные этапы становления этих методов диагностики.

## Глава 31 Одномерные алгоритмы томографии

### 31.1. Случаи редукции двумерных задач томографии к одномерным

В данной главе остановимся на ряде упрощенных постановок задач томографии, которые могут быть редуцированы к одномерным интегральным уравнениям, что значительно облегчает их решение. Такое сведение зачастую возможно при введении предположений о той или иной степени симметрии объекта: круговой, эллиптической, наличия плоскостей симметрии и т. д. Рассмотрим, что дает при решении задач томографии априорная информация о характеристиках изолиний искомой функции.

Самые распространенные примеры заранее известного вида изолиний – осесимметричные распределения. В этом случае, как известно, интегральное преобразование Радона сводится к преобразованию Абеля, имеющему аналитическое обращение (также имеющему вид некоторого особенного интеграла, называемого инверсией Абеля).

Более сложные геометрии, допускающие все же редукцию двумерного интегрального уравнения к одномерному, – это случай изолиний, заданных в виде смещенных эллипсов, треугольных изолиний, семейства вложенных парабол высших порядков и – в весьма общем случае – выпуклых изолиний без самопересечений, допускающих введение обобщенного радиуса.

### 31.2. Одноракурсная томография: инверсия Абеля

Изолинии локальных коэффициентов эмиссии  $g(\mathbf{r})$  в случае радиально-симметричной (или цилиндрической) плазмы представляют собой концентрические окружности и, следовательно,  $g(x, y) = g_0(|\mathbf{r}|)$ . Тогда все проекции  $f_\xi(p)$  становятся эквивалентными и не зависящими от угловой переменной  $\xi$ :  $f_\xi(p) = f_0(|p|) \equiv f_0(p)$ .

В двумерной декартовой системе координат интегрирование вдоль луча наблюдения можно выполнить, например, вдоль оси  $y$ :

$$f_0(p) = f_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g_0(r) dy = 2 \int_x^{\infty} \frac{r g_0(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr. \quad (31.1)$$

Полученное уравнение относительно  $g_0(r)$  является интегральным уравнением типа Вольтерра 1-го рода, в данном частном случае имеющим название уравнения Абеля. Известно, что данное уравнение имеет аналитическое обращение:

$$g_0(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{\infty} \frac{f_0'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx = -\frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^{\infty} \frac{x f_0(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx. \quad (31.2)$$

Отсюда легко заметить природу некорректности задачи обращения интегрального уравнения Абеля: необходимо дифференцировать зашумленные экспериментальные измерения, а также преодолевать сингулярность в интеграле в его нижнем пределе. В силу того, что уравнение Абеля встречается

как первое приближение к описанию физических явлений самой разнообразной природы, литература по методам его инверсии очень обширна (эти методы интенсивно развиваются уже более ста лет, см. обзоры в [25; 28]). В целом такие методы можно разбить на два больших класса.

Первый класс – это представление искомой функции в виде разложения в ряд по каким-либо базисным функциям с последующим решением получившейся системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно коэффициентов такого разложения. В частном случае коэффициентами разложения могут быть и сами значения искомой функции  $g_0$  в узлах сетки по радиусу:

$$f_i = \sum_j A_{ij} g_j.$$

Ко второму классу алгоритмов относятся различные численные реализации использования формул инверсии (31.2). В последнем случае для получения устойчивых решений следует в первую очередь выполнить сглаживание экспериментальных данных, учитывающее уровень шумов и их статистику. Хорошо зарекомендовали себя здесь сглаживающие кубические регуляризирующие сплайны. Для методов, связанных с решением СЛАУ, необходимо преодолевать присущую матрице  $A$  плохую обусловленность, растущую с увеличением числа измерений и числа узлов  $N$  в разбиении сетки по  $r$  для искомой функции  $g(r)$ .

Устойчивое решение СЛАУ получают с использованием разнообразных методов регуляризации, в частности регуляризации по Тихонову [30] или статистической регуляризации [31]. В работе [19] впервые проведены детальные исследования применения метода статистической регуляризации в решении уравнения Абеля. Показана его высокая устойчивость к случайным ошибкам измерений. Приведем конечные формулы этого алгоритма. Вектор решения  $g$  определяется по формуле

$$g = (A^+WA + \alpha\Omega)^{-1}A^+Wf, \quad (31.3)$$

где  $A^+$  – транспонированная матрица  $A$ ; диагональная матрица  $W$  состоит из обратных дисперсий  $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ , оцениваемых для вектора измерений  $f_i$  в каждой точке. Матрица  $\Omega$  вносит в задачу априорную информацию о степени гладкости искомого решения и определяется из аппроксимации его интегральной нормы.

Наиболее сложная проблема при использовании решения по (31.3) – это определение параметра регуляризации  $\alpha$ . В методе невязки этот параметр определяется из согласования нормы невязки с уровнем шумов [12; 30]:

$$\|f - Ag_\alpha\| = \delta^2,$$

где  $\delta^2$  – это норма экспериментальных шумов (но только случайных, без учета систематических). Обычно этот метод дает излишне сглаженное решение  $g$ .

В методе статистической регуляризации имеется несколько подходов к выбору этого параметра [2; 28]. Неплохо зарекомендовал себя итерационный метод:

$$\alpha^l = \frac{N}{(g^{l-1}, \Omega g^{l-1})}.$$

В ряде численных экспериментов более точным оказался выбор параметра регуляризации решением нелинейного уравнения:

$$\alpha = N[Sp\{\Omega(A^+WA + \alpha\Omega)^{-1}\} + (g_a, \Omega g_a)]^{-1}.$$

Метод статистической регуляризации позволяет получить и теоретическую оценку ошибки восстановленного радиального распределения в виде его дисперсии в каждой точке:

$$\sigma_i^2 = (A^+WA + \alpha\Omega)_{ii}^{-1}.$$

### 31.3. Эллиптические изолинии

Следующие два раздела излагаются, в основном, по материалам работы [18]. Естественным обобщением задачи реконструкции объекта по изолиниям является переход от системы линий уровня, аппроксимируемых окружностями, к системе эллиптических изолиний. Изолинии в виде софокусных или смещенных один относительно другого эллипсов характерны для ряда режимов работы стеллараторов и токамаков [34; 50], винтовых дуг и т. п. Кроме того, как отмечают авторы работы [8], нередко целесообразным бывает наклонное микроволновое зондирование столба плазмы, позволяющее повысить точность восстановления  $2D$  распределения электронной плотности плазмы. В этом случае, если столб обладает осевой симметрией, эллиптические изолинии появляются автоматически.

В работах [10; 18] рассматривались различные возможности более общего задания вида изолиний и соответствующих постановок обратных задач локальной диагностики плазменных объектов включая проблему редукции задачи для оптически плотной плазмы к оптически тонкому слою.

Рассмотрим систему изолиний в виде смещенных эллипсов в условиях веерного сканирования излучения оптически тонкого объекта. Такая задача решалась в [21]. В общем случае уравнение изолиний запишется в виде (рис.31.1)

$$[x - A(\rho)]^2/a^2 + [y - B(\rho)]^2/b^2 = \rho^2, \quad (31.4)$$

где  $\rho$  имеет смысл обобщенной радиальной переменной, пробегающей значения от  $\rho = 1$  (внешний эллипс) до  $\rho = 0$  (точка сгущения  $(\alpha, \beta)$ );  $a$  и  $b$  – полуоси эллипса. Уравнение (31.4) записано в системе координат  $XOY$ , повернутой на угол  $\varphi$  относительно лабораторной системы отсчета;  $d$  – сдвиг детектора  $D$  в системе  $X'OY'$ .

Примем для простоты, что центры эллипсов смещаются по линейному закону:

$$A(\rho) = \alpha(1 - \rho), \quad B(\rho) = \beta(1 - \rho). \quad (31.5)$$

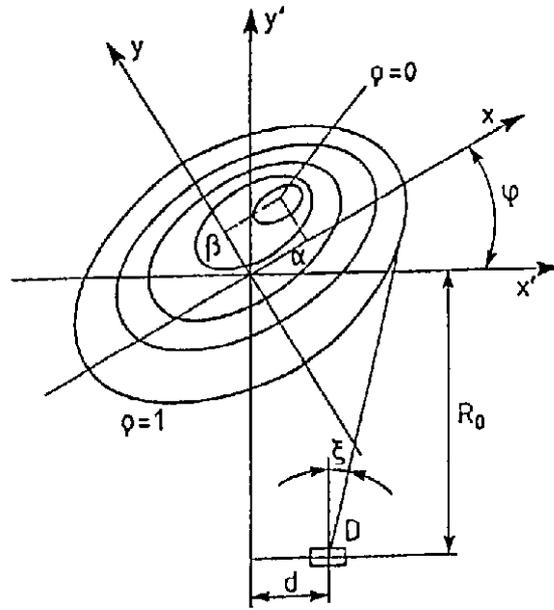


Рис.31.1. Система эллиптических изолиний со смещениями,  $\xi$  - угол веерного сканирования.

После ряда выкладок, схема которых изложена в [16; 21], приходим к следующей связи проекционных данных  $f(\xi)$  с восстанавливаемым распределением  $g(\rho)$ :

$$f(\xi) = \int_{\rho_1}^1 K(\rho, \xi) g(\rho) d\rho \quad (31.6)$$

где

$$K(\rho, \xi) = \frac{2ab}{m^2} \cdot \frac{\rho(m^2 - p^2) + p(p - R_\xi \sin \xi)}{[(m^2 - p^2)(\rho - \rho_1)(\rho + \rho_2)]^{1/2}};$$

$$m^2 = a^2 \cos^2(\varphi + \xi) + b^2 \sin^2(\varphi + \xi);$$

$$p = a \cos(\varphi + \xi) - \beta \sin(\varphi + \xi);$$

$$R_\xi = R_0 + d \operatorname{ctg} \xi;$$

$$\rho_1 = |p - R_\xi \sin \xi| (m + p)^{-1};$$

$$\rho_2 = |p - R_\xi \sin \xi| (m - p)^{-1}. \quad (31.7)$$

В выражениях для  $\rho_1$  и  $\rho_2$  верхние знаки берутся для луч-сумм, проходящих правее точки сгущения; нижние знаки – в противоположном случае. Результаты работы [21] соответствуют отсутствию сдвига внешнего эллипса, т. е.  $d = 0$ . Расчетам Сильвера и Рони [50] отвечает еще более частный случай отсутствия внутренних смещений эллипсов,  $\alpha = \beta = 0$ .

Переход к случаю параллельных лучей наблюдения производится заменой:  $R_g \sin \xi \rightarrow x, (\varphi + \xi) \rightarrow \theta$ , где  $\theta$  – теперь угол поворота внешнего эллипса относительно лабораторной системы координат. При этом

$$f(x) = \int_{\rho_1}^1 K(\rho, x) g(\rho) d\rho, \quad (31.8)$$

где

$$K(\rho, x) = \frac{2ab}{m^2} \cdot \frac{\rho(m^2 - p^2) + p(p - x)}{\sqrt{[(m^2 - p^2)(\rho - \rho_1)(\rho + \rho_2)]}};$$

$$m^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta;$$

$$p = \alpha \cos \theta - \beta \sin \theta;$$

$$\rho_1 = |p - x|(m \mp p)^{-1};$$

$$\rho_2 = |p - x|(m \pm p)^{-1}. \quad (31.9)$$

Авторы работы [10] с помощью формул (31.8), (31.9) обработали данные спектроскопического исследования плазменного шнура, помещенного в продольное магнитное поле. Перемещение по круговой траектории максимума интенсивности в выбранном спектральном интервале электрической дуги, горящей в цилиндрическом канале, подтвердило существование винтовой формы дугового шнура; при токах около 100 А и значениях индукции магнитного поля  $B = (0.035 - 0.630)$  Т шнур заметно смещается с центра канала в радиальном направлении. Применительно к данной задаче формулы (31.8), (31.9) допускают существенное упрощение: как показано в [10], можно положить  $\beta = \theta = 0$ , после чего вместо (31.9) получаем

$$K(\rho, x) = \frac{2b}{a} \cdot \frac{\rho(a^2 - \alpha^2) + \alpha(\alpha - x)}{[(a^2 - \alpha^2)(\rho - \rho_1)(\rho + \rho_2)]^{1/2}};$$

$$\rho_1 = (x - \alpha) / (a - \alpha); \quad \rho_2 = (x - \alpha) / (a + \alpha);$$

$$m = a; \quad p = \alpha; \quad x \geq \alpha. \quad (31.10)$$

Уравнение (31.8) с ядром (31.10) решалось методом статистической регуляризации. Серией модельных экспериментов была показана возможность получения устойчивого решения с небольшим (порядка единицы) коэффициентом усиления погрешности  $\sigma_g/\sigma_f$ , где  $\sigma_g^2$  и  $\sigma_f^2$  – дисперсии восстанавливаемой функции и экспериментальных данных соответственно.

В качестве моделей  $g(\rho)$  выбирались функции

$$g(\rho) = 1 - \rho^2, \quad g(\rho) = k_1 \exp(-k_2 \rho^2),$$

причем вторая использовалась при обработке данных реального эксперимента, в котором параметры  $k_1$  и  $k_2$  подлежали определению наряду с  $a$ ,  $b$  и  $\alpha$ . В описываемой серии экспериментов использовались всего две ортогональные проекции:  $f(x)$  и  $f(y)$  для интенсивности континуума аргоновой плазмы на длине волны  $\lambda$  428 нм. С возрастанием индукции  $B$  асимметрия плазмы уве-

личивалась, что вызвало необходимость увеличения числа ракурсов наблюдения (конкретно – до 6), и, тем самым, потребовался переход к общей схеме 2D томографии.

Упомянем о некоторых важных в прикладном отношении вырожденных случаях задачи. Если для ядра (31.10) положить  $a = a$ , то вместо (31.8) получим уравнение Абеля вида

$$f(x) = 2b\sqrt{z_1} \int_{z_1}^1 \frac{g(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho - z_1}}, \quad z_1 = \frac{a-x}{2a}. \quad (31.11)$$

Для варианта восстановления с веерным сканированием вырождение связано с условием  $m = a \cos(\varphi + \xi)$ . Тогда

$$f(\xi) = \frac{2ab}{m} \sqrt{z_2} \int_{z_2}^1 \frac{g(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho - z_2}}, \quad z_2 = \frac{m - R_\xi \sin \xi}{2m}. \quad (31.12)$$

О решении таких уравнений уже говорилось ранее. Более подробно соответствующий круг вопросов, связанных с диагностикой лазерной плазмы и корректностью формулы обращения, полученной в [7], исследован в работе [26].

Если в формулах (31.8), (31.9) взять  $a = b = 1$  и учесть смещение центров изолиний только по оси  $x$ , то нетрудно прийти к соотношениям для системы неконцентрических окружностей работы [4; 5].

Наконец, если взять еще более частный случай:

$$\alpha = \beta = \theta = p = 0; \quad a = b = m = 1; \quad \rho_1 = \rho_2 = x,$$

то от (31.8) перейдем к стандартному преобразованию Абеля:

$$f(x) = 2 \int_x^1 r(r^2 - x^2)^{-1/2} dr. \quad (31.13)$$

С точки зрения моделирования более широкого класса задач газовой динамики и физики плазмы полезно рассмотреть так же эллиптические изолинии порядка  $n$ . Для простоты не будем здесь вводить смещений и поворотов эллипсов и запишем для линий уровня выражение

$$\left(\frac{x^2}{a^2}\right)^n + \left(\frac{y^2}{b^2}\right)^n = \rho^{2n}, \quad \rho \in [0, 1] \quad (31.14)$$

На рис.31.2 в качестве иллюстрации показано несколько кривых такого типа:  $2n = 2, 3, 6, 12$ ;  $\rho = a = 1$ ;  $b = 0.75$ . Интегральное уравнение, связывающее проекционные данные и искомую функцию  $g(\rho)$ , записывается в виде

$$f(x) = 2b \int_{x/a}^1 \frac{\rho^{2n-1} g(\rho) d\rho}{[\rho^{2n} - (x/a)^{2n}]^\gamma} \quad (31.15)$$

$$\gamma = (2n - 1) / 2n; \quad \gamma \in [0.5, 1], \text{ где } n \geq 1.$$

Заменой переменных  $\rho^{2n} = 1 - u$ ;  $(x/a)^{2n} = (1 - v)$  уравнение (31.15) вновь сводится к канонической форме уравнения Абеля:

$$f(v) = \frac{b}{n} \int_0^v (v-u)^{-\gamma} g(u) du. \quad (31.16)$$

В переменных  $(x, \rho)$  его решение имеет вид

$$g(\rho) = -\frac{n \sin \gamma \pi}{b \pi \gamma} \int_{\rho}^1 \frac{f'(x) dx}{[(x/a)^{2n} - (\rho)^{2n}]^{1-\gamma}}. \quad (31.17)$$

Для отыскания распределения  $g(\rho)$  по приведенным формулам необходимо предварительно определить входящие в систему параметры: показатель степени эллиптических изолиний, ориентацию эллипсов относительно лабораторной системы отсчета, положение точки сгущения - из независимых экспериментальных данных, расчетов конфигурации магнитных поверхностей, модельных соображений и т.п. Значения параметров, как правило, удается уточнить в процессе реконструкции  $g(\rho)$ , причем использование нескольких направлений наблюдения повышает достоверность интерпретации результатов.

Уточнению, в частности, хорошо поддается положение точки сгущения.

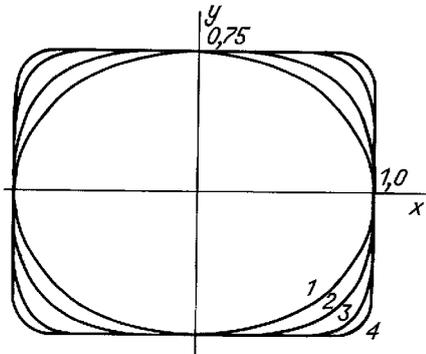


Рис. 31.2. Изолинии вида (30.14) с различными показателями  $2n$ :  
1 – 2; 2 – 3, 3 – 6; 4 – 12.

Из уравнений (31.16), (31.17) видно, что при восстановлении  $g(\rho)$  достаточно знать лишь правую (или левую) часть полного сигнала  $f(\xi)$  относительно луча, проходящего через точку сгущения. Расчеты, произведенные порознь по каждой из частей проекционных данных, обязаны давать близкие решения. Если параметры изолиний заданы правильно, то отклонения в расчетах определяются лишь погрешностями измерений. Варьируя далее, например, величину  $\alpha$  (или  $\beta$ ) в окрестности приближенно заданного ее значения, можно получить улуч-

шенную оценку  $\tilde{\alpha}$ , требуя минимума нормы отклонения двух решений:  $\|g_r - g_l\|$ .

На рис.31.3 показана зависимость нормы отклонений решений по правой ( $r$ ) и левой ( $l$ ) частям сигнала  $f(\xi)$  в модельной задаче с точным значением  $\alpha_0 = 0.5$ . Видно, что положение  $\tilde{\alpha}$ , определяемое минимумом нормы  $\|g_r - g_l\|$ , дает значение, близкое к  $\alpha_0$ , даже при погрешности измерений в 15%. В работе [3], посвященной локальной диагностике стеллараторной плазмы, исследовался практически важный вопрос о влиянии двумерности аппаратной функции детектора на точность восстановления  $2D$  поля коэффициента испускания при моделировании задачи с помощью системы смещенных эллиптических изолиний.

## Пример изолиний специального вида

Для уже упоминавшихся плазменных систем замкнутого типа, в частности стелларатора, характерно большое разнообразие режимов работы, причем во многих режимах реализуется случай специфической симметрии полей основных плазменных параметров.

О режимах, связанных с эллиптическими изолиниями, говорилось уже подробно. Рассмотрим в качестве примера еще один часто встречающийся режим, для которого линии уровня близки по форме к треугольнику или к наконечнику стрелы (рис. 31.4) [23; 24]. Разумеется, углы при этом должны быть сглажены, однако, как показывают оценки, учет такого сглаживания уточняет результат восстановления  $g(\rho)$  лишь в незначительной степени, и ради простоты аппроксимации изолиний им почти всегда можно пренебречь. При верном способе регистрации  $f(\xi)$  в данном случае получается интегральное уравнение существенно более простое, нежели (31.6):

$$f(\xi) = K(\xi) \int_{\rho_1}^1 g(\rho) d\rho, \quad (31.18)$$

причем для трех вариантов изолиний (рис.31.4, а - в), функции  $K(\xi)$  записываются соответственно так:

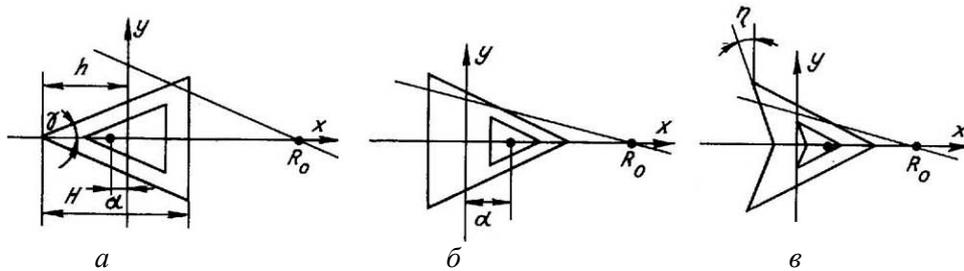


Рис. 31.4. Модели изолиний для плазмы торсатрона. Указаны параметры для формул (30.19), (30.20).

$$K_a(\xi) = \frac{h-\alpha}{\cos \xi} \left[ \frac{H}{h-\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \xi \cos \gamma} - 1 \right];$$

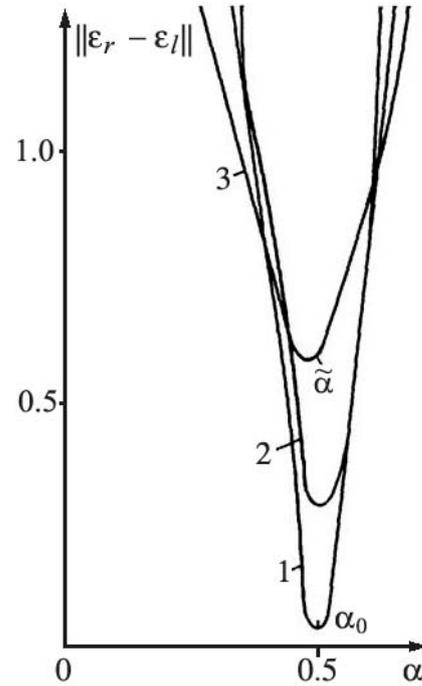


Рис. 31.3. Норма отклонения решений по правой и левой частям сигнала  $f(\xi)$  вблизи  $\alpha_0 = 0.5$ . Уровень шумов измерений, %: 1 - 0, 2 - 5, 3 - 10 [25].

$$K_b(\xi) = \frac{(h - \alpha) \sin \xi \cdot \cos \xi + q \sin(\gamma - \xi)}{\sin(\gamma - \xi) \cos \xi};$$

$$K_c(\xi) = \frac{(h - \alpha) \sin \gamma}{\sin(\gamma - \xi)} + \frac{q \cos \eta - H \operatorname{tg} \gamma \cdot \sin \eta}{\cos(\xi + \eta)};$$

$$q = H - h + \alpha. \quad (31.19)$$

Этим функциям соответствуют различные пределы интегрирования:

$$\rho_{1a} = \frac{R_0 + \alpha}{H \tan \gamma \cdot \operatorname{ctg} \xi + q},$$

$$\rho_{1b} = \rho_{1c} = \frac{(R_0 - \alpha) \tan \xi}{H \tan \gamma - q \tan \xi}. \quad (31.20)$$

Искомая функция  $g(\rho)$  немедленно находится из (31.15):

$$g(\rho = \rho_1(\xi)) = -\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{f(\xi)}{K(\xi)} \right] \frac{d\rho_1(\xi)}{d\xi} \quad (31.21)$$

т. е. задача КТ сводится к дифференцированию неточно заданной функции и может быть решена, например, с помощью сглаживающих регуляризованных сплайнов [2, 28].

### 31.4. Изолинии произвольной формы

В работах [10; 16; 21; 24; 48] рассматривались различные возможности более общего задания вида изолиний и соответствующих постановок обратных задач локальной диагностики газовых и плазменных объектов, включая проблему редукции задачи для оптически плотной плазмы к оптически тонкому слою.

Если ограничиться классом замкнутых выпуклых изолиний без самопересечений  $\Psi(x, y, \rho) = 0$ , то дифференциал пути  $ds$  вдоль луча зрения, направленного под углом  $\xi$  к оси ординат при веерном сканировании (см. рис. 30.1), можно представить в виде

$$ds = \frac{dx}{\sin \xi} = \begin{cases} Q^+(\rho, \xi) d\rho, & dx/d\rho \geq 0, (1); \\ Q^-(\rho, \xi) d\rho, & dx/d\rho < 0. \end{cases} \quad (31.22)$$

Здесь  $Q^+$  и  $Q^-$  – функции, определенные зависимостью  $x = x(\rho)$ , а параметр  $\rho$  однозначно характеризует заданную систему изолиний  $\Psi = 0$  и тем самым – восстанавливаемое распределение  $g(\rho)$ . Допустим, что функция  $x(t)$  двузначная и выполняются соотношения

$$Q^+ = \tilde{q} + Q, \quad Q^- = \tilde{q} - Q. \quad (31.23)$$

Тогда для 2D задачи редукции к тонкому слою в общем случае интегральную эмиссию плазмы следует записать в виде

$$I(\xi) = \int_{s_1}^{s_2} \varepsilon(x, y) \exp \left[ - \int_s^{s_2} \kappa(x, y) ds' \right] ds, \quad (31.24)$$

где, как и прежде,  $\varepsilon(x, y)$  – локальные коэффициенты эмиссии плазмы, а  $\kappa(x, y)$  – ее локальные коэффициенты абсорбции. С учетом (31.22) выражение (31.24) принимает вид

$$I(\xi) = \exp \left( - \int_{\rho_1}^1 Q^+ \kappa d\rho \right) \int_{\rho_1}^1 \varepsilon \left[ Q^+ \exp \left( \int_{\rho_1}^{\rho} Q^+ \kappa d\rho' \right) - Q^- \exp \left( \int_{\rho_1}^{\rho} Q^- \kappa d\rho' \right) \right] d\rho, \quad (31.25)$$

где  $\rho_1(\xi)$  есть решение уравнения

$$d\rho / dx = 0, \quad \rho \in [0, 1]. \quad (31.26)$$

В частности, для  $q = 0$  получается более простое соотношение

$$I(\xi) = 2 \exp \left( - \int_{\rho_1}^1 Q \kappa d\rho \right) \int_{\rho_1}^1 \varepsilon Q \cosh \left( \int_{\rho_1}^{\rho} Q \kappa d\rho' \right) d\rho, \quad (31.27)$$

которое является обобщением уравнения Фримена – Каца [37; 38]. Оптически тонкому слою ( $\kappa = 0$ ) соответствует интегральное уравнение

$$I(\xi) = \int_{\rho_1}^1 \left[ Q^+(\rho, \xi) - Q^-(\rho, \xi) \right] \varepsilon(\rho) d\rho. \quad (31.28)$$

В частном случае эллиптических изолиний из (31.28) сразу же следует (31.8). Аналогично можно рассмотреть иные конфигурации изолиний.

При переходе к более общему случаю изолиний [23; 24] ориентиром в выборе формы линий уровня могут, как и ранее, служить, например, изолинии магнитного потока, рассчитываемые в задаче о магнитном равновесии. Численные коды позволяют для заданного сечения плазмы  $(x, y)$  найти распределение магнитного потока  $B(x, y)$ , которое имеет с искомым распределением  $g(x, y)$  общие линии уровня. В остальном же соответствующие функции могут быть, конечно, совершенно различными.

Один из возможных подходов к задаче ВТ в такой постановке состоит в следующем. Строим интегральное представление

$$f(\mu) = \int_L K(\mu, \rho) g(\rho) d\rho, \quad (31.29)$$

где  $L$  – некоторая выделенная прямая, вдоль которой регистрируется сигнал, а вид ядра подлежит уточнению. Определяя сепаратрису, за пределами которой магнитные поверхности разрушаются, по таблично заданной функции  $B(x, y)$  находим  $B_{\min}$  и  $B_{\max}$ . Диапазон изменения  $\rho \in [0, 1]$  разбиваем на  $(N_\rho - 1)$  интервалов (для простоты равных), получая тем самым равномерную сетку по  $B \in [B_{\min}, B_{\max}]$ . Используя далее двумерную интерполяцию (например, билинейную), строим для луча  $L$  сеточную функцию одной переменной  $B(l_i)$ ,  $i = 1, \dots, N_\rho$ . Если  $dl_\mu$  – это дифференциал пути, то, переходя от него к дифференциалу обобщенной радиальной переменной  $d\rho$ , получим

$$f(\mu) = \int g(l) dl_\mu = \int g(\rho) (dl_\mu / d\rho) d\rho. \quad (31.30)$$

Сетку по  $\{l_i\}$  разбиваем на интервалы монотонного изменения "реперной" функции  $B(l_i)$ ; число таких интервалов  $q$ , очевидно, будет четным. На каждом интервале определяем взаимно однозначные функции  $l_i^{(q)} = l(B_i)$ , а с помощью перехода  $B_i \rightarrow \rho_i$  – сеточные функции  $l_i^{(q)} = l(\rho_i)$ ,  $i = 1, \dots, N_p$ . Используя достаточно гладкую аппроксимацию  $l_i^{(q)}$ , например, кубическими сплайнами, осуществляем требуемое согласно (31.30) дифференцирование  $l_\mu$  в заданных точках. Таким образом, приходим к окончательной формуле описываемого алгоритма:

$$f(\mu) = \int_0^1 \left[ \sum_{j=1}^q \eta_j^\mu \left| \frac{dS^{(j)}(\rho)}{d\rho} \right| \right] g(\rho) d\rho;$$

$$\eta_j^\mu = \begin{cases} 0, & \rho < \rho_{0j}; \\ 1, & \rho \geq \rho_{0j}. \end{cases} \quad (31.31)$$

Здесь  $S^{(j)}$  – кубический сплайн на  $j$ -м интервале,  $\rho_{0j}$  – значения для локальных максимумов  $B(l_i)$ .

Подчеркнем, что при численной реализации данного алгоритма возникает необходимость обхода особенностей в точке  $\rho_{0j}$ , регуляризации уравнения Вольтерра 1-го рода, двумерной интерполяции функции  $B(x, y)$  и приведения одномерной сеточной функции  $\{g_i\}$  к виду  $g(x_i, y_i)$ .

### 31.5. Двух- и трехракурсная томография

Рассмотрим некоторые постановки задач ультрамалоракурсной томографии, понимая под этим термином исследования плазмы с двух или трех направлений.

Самый общий подход к задачам томографии не подразумевает какой-либо информации о виде искомой функции. Однако, если такая информация присутствует, оказывается возможным применить особые методы решения. В частности, при возможности задать томограмму в параметрическом виде, целью реконструкции будет всего лишь поиск заданных параметров (для чего может оказаться достаточно одного направления наблюдения). В данном разделе рассмотрим некоторые непараметрические частные случаи постановок задачи томографии, в которых решение находится наиболее просто.

*Двухракурсная томография: точное решение*

Предположим, что искомая функция двух переменных в выбранной системе координат может быть представлена произведением двух одномерных функций:  $g(x, y) = g_1(x) g_2(y)$ . Пусть зарегистрированы две проекции – вдоль двух координатных осей:

$$f_1(y) = \int g(x, y) dx = g_2(y) \int g_1(x) dx = c_1 g_2(y);$$

$$f_2(x) = \int g(x, y) dy = g_1(x) \int g_2(y) dy = c_2 g_1(x).$$
(31.32)

Как известно, интегралы от проекций являются инвариантом, т.е. не зависят от угла наблюдения, и совпадают с двукратным интегралом от томограммы

$g(x, y)$ . В результате применения столь сильной априорной информации, как факт возможности декомпозиции, наше интегральное уравнение сводится к алгебраическому уравнению и имеет точное решение:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= g_1(x)g_2(y) = f_1(y)f_2(x)/(c_1c_2); \\ c_1 = c_2 &= \int f_1(y)dy = \int f_2(x)dx = \int g(x, y)dxdy. \end{aligned} \quad (31.33)$$

Из уравнения (3.33) видно, что томограмма с точностью до константы просто равна произведению двух взаимно-перпендикулярных проекций. Константа может быть определена как интеграл от любой из двух проекций, либо как среднее между двумя интегралами.

#### *Системы деформированных окружностей*

В практике физического эксперимента иногда встречаются случаи, когда в определенных режимах происходит частичное нарушение осевой симметрии: по одной из координатных осей, например по  $x$ , деформации изолиний нет, по другой ( $y$ ) она имеет место, и проекция становится асимметричной. В работе [54] предложен и применен к анализу проекционных данных, снятых на установке тета-пинч, следующий простой алгоритм. Поскольку круговые изолинии деформированы только вдоль оси  $y$ , можно записать

$$\begin{aligned} g(r, y) &= g_1(y)g_2(r); \\ f(y) &= 2g_1(y) \int_0^{\sqrt{R^2-y^2}} g_2(r)dx = g_1(y)f_2(y). \end{aligned} \quad (31.34)$$

Здесь выделены базисные множители ( $g_2(r)$  и  $f_2(y)$ ) и введен весовой фактор  $g_1(y)$ , характеризующий ту асимметрию, которая наблюдается в реальном эксперименте. Поскольку начало координат ( $x = y = 0$ ) считается заданным, нетрудно разделить  $f(y)$  на два слагаемых:

$$\begin{aligned} f(y) &= f_1(y) + f_2(y); \\ f_1(y) &= [f(y) - f(-y)]/2; \\ f_2(y) &= [f(y) + f(-y)]/2. \end{aligned} \quad (31.35)$$

Комбинируя (30.34) и (30.35), находим

$$g_1(y) = 1 + f_1(y) / f_2(y). \quad (31.36)$$

Таким образом,  $g_1(y)$  определяется (конечно, после сглаживания экспериментальных шумов) непосредственно из проекционных данных. Радиально-симметричная часть  $g_2(r)$  восстанавливается из  $f_2(y)$  с помощью стандартной процедуры абелевой инверсии. Рисунок 31.5 иллюстрирует результаты решения тестовой задачи. Была взята функция (рис.30.5, *a*)

$$g(r, y) = [1 + 0.5\sin(\pi y)](1 + 10r^2 + 23r^4 + 12r^6) \quad (31.37)$$

и найдена ее проекция (рис.30.5, *б*)

$$f(y) = \frac{16}{105}(1 + 0.5 \sin \pi y)(19 + 34y^2 - 125y^4 + 72y^6)\sqrt{1 - y^2}. \quad (31.38)$$

Результат восстановления  $y$  - распределения функции  $g(r, y)$  с применением обычной абелевой инверсии (алгоритм Барра [33]) показан на рис. 31.5,  $в$ ; то же, но по описанной выше схеме - на рис. 31.5,  $а$  (крестиками). Качество реконструкции, с учетом малого числа отсчетов на проекцию, получилось весьма неплохое.

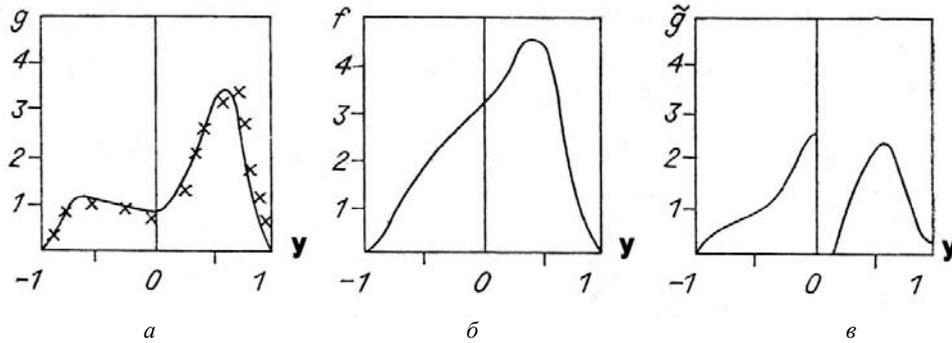


Рис. 31.5. Моделирование задачи восстановления функции  $g(r, y)$  при деформации окружностей по оси  $y$ ;  $а$  - сплошная линия - тестовая функция  $g(r, y)$ ,  $x$ -восстановление;  $б$  - проекция  $f(y)$  (формула (30.34));  $в$  - результат абелевой инверсии по [33] без учета деформации изолиний.

*Разложение неизвестной функции в ряды: применение инверсии Абеля*

Запишем в этом случае искомую функцию в полярной системе координат в виде ограниченного ряда по полоидальным гармоникам [38]:

$$g(r, \xi) = H(r) + K(r)\cos\xi + L(r)\sin\xi. \quad (31.39)$$

Оказывается, двух взаимно-перпендикулярных направлений наблюдения вполне достаточно для восстановления трех неизвестных функций в (31.39). Для этого следует из измеренных проекций  $f_{90}(x)$  (угол наблюдения - 90 градусов к оси  $OX$ ) и  $f_0(y)$  (угол наблюдения - 0 градусов к оси  $OX$ ) составить следующие комбинации:

$$\begin{aligned} I^+ &= [f_{90}(x) + f_{90}(-x)]/2; & \Gamma &= [f_{90}(x) - f_{90}(-x)]/2x; \\ J^+ &= [f_0(y) + f_0(-y)]/2; & \mathcal{J} &= [f_0(y) - f_0(-y)]/2y, \end{aligned} \quad (31.40)$$

связанные преобразованием Абеля  $A\{ \cdot \}$  (31.1) с искомыми функциями:

$$\begin{aligned} \Gamma^+(x) &= A\{H(r)\}; & \Gamma(x) &= A\{K(r)/r\}; \\ \mathcal{J}^+(y) &= A\{H(r)\}; & \mathcal{J}(y) &= A\{L(r)/r\}. \end{aligned} \quad (31.41)$$

Используя далее те или иные численные методы инверсии Абеля  $A^{-1}\{ \cdot \}$ , получаем радиальные гармоники  $H(r)$ ,  $K(r)$ ,  $L(r)$ . В работе [42] такой метод

использован для спектральной диагностики аргоновой плазмы высокочастотного разряда в условиях слабого отклонения от осевой симметрии. Разложение в ряд, подобный (31.39), но с большим числом гармоник приводит к известному томографическому алгоритму Кормака (см. [14]), требующему для своего применения уже большего числа направлений наблюдения.

## Глава 32

### Двумерные задачи томографии

Ранее уже упоминались некоторые методы решения задач двумерной томографии, были приведены формулы обратного преобразования Радона, на основе которого легко получить так называемые сверточные алгоритмы ФТ [14]. Эти алгоритмы дают неплохие результаты в медицинской томографии, где число направлений наблюдений обычно весьма велико. Однако в задачах физической томографии для обычно малого числа ракурсов особое значение приобретают итерационные методы, позволяющие получать приближенные оценки томограмм путем последовательного введения в алгоритм априорной физической информации. Рассмотрим некоторые из перспективных алгоритмов сверточного и итерационного типов.

#### 32.1 Сверточные алгоритмы

Далее приведем типичную схему алгоритма обратного проецирования с фильтрацией и некоторые простые фильтры, с которых началось развитие этого направления в вычислительной томографии. Запишем формулы аналитической инверсии преобразования Радона, упомянутые ранее:

$$g(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi, p) dp}{(p - p_0)^2} = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f'(\xi, p) dp}{(p - p_0)} ; \quad (32.1)$$

$$p_0 = -x \sin(\xi) + y \cos(\xi). \quad (32.2)$$

Формула (32.1) служит основой для вывода большинства сверточных алгоритмов. Иногда используется и формула (32.2), в первую очередь в задачах, когда в эксперименте измеряется непосредственно функция  $f'(p, \xi)$ , а не  $f(p, \xi)$ .

*Модифицированный алгоритм Шеппа – Логана (mSL).* В алгоритме mSL после сглаживания проекций  $f(p, \xi)$  кубическими сплайнами используется фильтр Шеппа – Логана  $\psi(x)$  (широко распространенный в медицинской томографии) и сверточное представление внутреннего интеграла в инверсии Радона:

$$g(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^{\infty} f(p, \xi) \psi(p - p_0) dp,$$

$$\psi(kh_p) = \frac{4}{h_p^2 (4k^2 - 1)}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Применение далее прямоугольных квадратур дает

$$g(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} h_p h_\xi \sum_i \sum_j f(p_j, \xi_i) \psi(p_j - p_{0i}) dp. \quad (32.3)$$

В последних формулах  $h_p$  и  $h_\xi$  – шаги дискретизации по пространственной и угловой переменным соответственно. Оценка дисперсии восстановленного по (32.3) решения имеет вид

$$(\sigma_g^2)_{mSL} = N^2 \sigma_f^2 / 16K,$$

где  $\sigma_f^2$  – оценка дисперсии сглаженного сигнала  $f(p, \xi)$ .

Отметим, что приведенные оценки дисперсии решения дают лишь случайные компоненты погрешности, и лишь они растут с увеличением числа отсчетов  $N$ . Естественно, что систематические ошибки рассмотренных алгоритмов, обусловленные ошибками аппроксимации, с ростом  $N$  падают. Поэтому при малом уровне шумовой компоненты сигнала общая погрешность томографической реконструкции падает с увеличением числа измеренных данных.

*Алгоритм RICSS2.* Устойчивость численных реализаций приведенных формул можно повысить их регуляризацией в смысле регуляризации сингулярных интегралов:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_0^\infty \frac{dp}{p^2} [f(p_0 + p, \xi) + f(p_0 - p, \xi) - 2f(p_0, \xi)] = \\ &= -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi \int_0^\infty \frac{dp}{p} \left[ \frac{\partial f(p_0 + p, \xi)}{\partial p} - \frac{\partial f(p_0 - p, \xi)}{\partial p} \right]. \end{aligned} \quad (32.4)$$

Здесь внутренние интегралы свертки понимаются в смысле главного значения.

Алгоритм RICSS2 (Radon Inversion with Cubic Spline Smoothing) подробно описан в работе [18]. Он основан на использовании регуляризованного варианта аналитического преобразования Радона (32.4). Внутреннее интегрирование с обобщенной функцией  $1/p$  ведется здесь с обходом особенности в нуле. Радиус обхода подбирается в численном эксперименте.

Для выполнения отсечки высоких частот в регистрируемом сигнале, связанных с шумами измерений, в алгоритме используется сглаживание регуляризирующими сглаживающими сплайнами, с их последующим аналитическим дифференцированием для формулы (32.4). Внешнее интегрирование, так называемое обратное проецирование (ОП), выполняется с применением бикубических сплайнов по переменным  $p_0$  и  $\xi$ . Решение  $g(x, y)$  в этом алгоритме представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= -\frac{1}{2\pi^2} \sum_{i=1}^M W_i \bar{f}(p_0(\xi_i), \xi_i), \\ \bar{f}(p_0, \xi_i) &= \sum_{j=1}^N \frac{W_j}{p_j} \left[ \frac{\partial f(p_0 + p_j, \xi_i)}{\partial p} - \frac{\partial f(p_0 - p_j, \xi_i)}{\partial p} \right], \end{aligned}$$

где  $W_i$  – веса квадратурной формулы Симпсона;  $M$  – число интервалов разбиений в фильтрованной функции  $\bar{f}$ , в общем случае не совпадающее с числом проекций  $K$ ;  $N$  – число отсчетов по  $p$ .

*Модифицированный алгоритм Ерохина – Шнейдерова (mES).* В алгоритме mES, как и в описанных выше, на первом шаге осуществляется сглаживание

исходных проекций кубическими сплайнами. Далее используется алгоритм Ерохина – Шнейдерова, где кроме квадратур прямоугольников применяется преобразование, регуляризующее сингулярный интеграл [18]:

$$\bar{f}(p_0, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(p, \xi) - f(p_0, \xi)}{(p - p_0)^2} dp,$$

а формула для фильтрованных проекций выглядит следующим образом (радиус области реконструкции  $R$  принят равным единичному):

$$\bar{f}(p_i, \xi_j) = h_p^{-1} \left[ \frac{1}{2} (f_{i+1,j} + f_{i-1,j} - f_{i,j}) - f_{ij} \left( \frac{1}{i-0,5} + \frac{1}{N+0,5-i} \right) + \sum_{k \neq i}^N \frac{f_{ki} - f_{ij}}{(k-i)^2} \right].$$

При выполнении обратного проецирования (по прямоугольным квадратам) необходимо вычислять значения функции  $\bar{f}$  не в узлах сетки  $p_i$ , а в узлах  $(p_j)_{kl} = -x_k \sin \xi_j + y_l \cos \xi_j$ , для чего в алгоритмах mSL и mES используется линейная интерполяция.

### 32.2. Регуляризация сверточных алгоритмов сглаживающими сплайнами

Как уже отмечалось, высокочастотные компоненты проекционных данных содержат шумы измерений, которые подлежат в общем случае линейному усилению в силу специфики формул обращения преобразования Радона. Подавление высоких частот на практике осуществляют различными способами, например применяя разнообразные фильтры, – классические низкочастотные (Хэмминга, Винера и др.) и различные их модификации. Рассмотренный выше фильтр Шеппа – Логана объединяет в себе как идеальный р-фильтр, необходимый для реализации свертки в процедуре инверсии Радона, так и сглаживание высоких частот по некоторой формуле гладкой отсечки. В фильтре Рамачандрана – Лакшминараянана используется простая отсечка частот для р-фильтра на некоторой высокой частоте  $\Omega_0$ .

Весьма эффективным методом подавления шумовых высокочастотных компонент экспериментальных проекций является применение сглаживающих регуляризующих кубических сплайнов, параметр сглаживания в которых адаптируется к уровню шумов. Рассмотрим схему построения таких сплайнов [18]. Следуя работе В. А. Морозова [12] для определения коэффициентов сплайна  $F(x)$ , сглаживающего сеточную функцию  $f(x)$ , будем минимизировать функционал

$$\Phi(F) = \|F(x) - f(x)\| + \alpha \int [F'(x)]^2 dx,$$

где норма  $\| \cdot \|$  определена в виде

$$\|f(x)\|^2 = \sum_{i=1}^N W_i f_i^2, \quad (32.5)$$

а веса  $W_i$  выбираются обратно пропорционально дисперсии шума для  $f_i$ . В формуле (32.5) параметр сглаживания  $\alpha$ , введенный аналогично параметру регуляризации, находится по критерию невязки [12]. Отметим, что в процессе

минимизации функционала  $\Phi(F)$  находятся коэффициенты кубических полиномов:

$$F_i(x) = \sum_{k=0}^3 \alpha_i^k (x_{i+1} - x)^k, \quad x \in [x_i, x_{i+1}),$$

что позволяет вычислять либо сглаженные значения функции  $F(x)$ , либо ее производные  $F'(x)$ ,  $F''(x)$ .

Кроме того, в процессе предварительной обработки измеренных в реальном эксперименте значений  $f_{\xi}(p)$  иногда возникает необходимость проводить дополнительную калибровку разных каналов регистрации по переменной  $\xi_i$ . В такой калибровке используется известная для оптически тонкого слоя нормировка:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, p) dp = \text{const}, \quad \xi_i \in [0, \pi].$$

Этот интеграл также легко берется после определения коэффициентов кубических сплайнов  $\alpha_i^k$ .

Сглаживающие сплайны, описанные выше, широко используются в алгоритмах компьютерной томографии.

### 32.3. Метод Фурье-синтеза

Описанные выше алгоритмы сверточного типа основаны на формуле обращения преобразования Радона. Обоснование одного из популярных в томографии методов Фурье-синтеза позволяет заодно получить простейшим путем и саму эту формулу инверсии Радона.

Введем повернутую на угол  $\xi$  систему координат  $(s, p)$ :

$$s = x \cos \xi + y \sin \xi,$$

$$p = -x \sin \xi + y \cos \xi.$$

В повернутой системе выразим искомую функцию  $g(s, p)$  через ее двумерный Фурье-образ  $\tilde{g}(v_s, v_p)$ :

$$g(s, p) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(v_s, v_p) \exp[i2\pi(sv_s + pv_p)] dv_s dv_p. \quad (32.6)$$

Получим теперь выражение для проекции от функции  $g(s, p)$  в направлении  $s$ :

$$\begin{aligned} f(p, \xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(s, p) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(v_s, v_p) dv_s dv_p \int_{-\infty}^{\infty} ds \exp[i2\pi(sv_s + pv_p)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i2\pi(pv_p)] \tilde{g}(v_s, v_p) \delta(v_s) \Big|_{v_s=0} dv_s dv_p = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i2\pi(pv_p)] \tilde{g}(v_s, v_p) \Big|_{v_s=0} dv_p. \end{aligned}$$

Легко видеть, что здесь получено выражение проекции  $f_{\xi}(p)$  через обратное Фурье-преобразование от Фурье-образа искомой томограммы  $\tilde{g}(v_s, v_p)$ ,

взятой в центральном сечении  $v_s = 0$ . Отсюда немедленно следует так называемая *теорема о центральном сечении*, связывающая между собой одномерный Фурье-образ проекции с двумерным Фурье-образом решения:

$$\tilde{f}_\xi(v_p) = \tilde{g}(0, v_p).$$

Перепишем уравнение (31.6) в полярной системе координат:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int_0^{2\pi} d\xi \int_0^\infty \tilde{g}(v, \xi) \exp[i2\pi v r \sin(\varphi - \xi)] v dv = \\ &= \int_0^\pi d\xi \int_{-\infty}^\infty |v| \tilde{f}_\xi(v) \exp[i2\pi v p_0] dv. \end{aligned} \quad (32.7)$$

Здесь  $(r, \varphi)$  – полярные координаты точки  $(x, y)$ . Итак, получено решение уравнения (30.1), выраженное через Фурье-образы  $|v| \tilde{f}_\xi(v)$ , вычисленные для пространственного аргумента  $p_0 = r \sin(\varphi - \xi)$ , с последующим интегрированием по углам  $\xi$ . Можно исключить этап Фурье-преобразования, если воспользоваться известной теоремой о свертке, и заменить в (32.7) внутренний интеграл сверткой с обратным Фурье-преобразованием  $F_1^{-1}$  от обобщенной функции  $|v|$ :

$$F_1^{-1}(|v|) = -\frac{1}{2\pi^2 p^2}$$

В итоге получаем формулу, известную как обратное преобразование Радона:

$$g(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty \frac{f(\xi, p) dp d\xi}{(p - p_0)^2},$$

где  $p_0 = -x \sin \xi + y \cos \xi = r \sin(\varphi - \xi)$ .

Метод Фурье-синтеза заключается в непосредственном использовании формулы (32.7). На первом шаге от проекционных данных берутся одномерные Фурье-образы  $\tilde{f}_\xi(v)$ . В частотной области они дают значения неизвестной двумерной функции  $\tilde{g}(v, \xi)$  в полярной системе координат для набора лучей. На втором шаге производится интерполяция сеточной функции  $\tilde{g}(v, \xi)$  из полярной системы координат в декартову, а затем к полученной функции  $\tilde{g}(v_x, v_y)$  применяется обратное двумерное преобразование Фурье:

$$g(x, y) = F_2^{-1} \{ \tilde{g}(v_x, v_y) \} = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \tilde{g}(v_x, v_y) \exp[i2\pi(v_x x + v_y y)] dv_x dv_y.$$

К недостаткам данного метода относятся: появление ошибок интерполяции в частотной области, а также необходимость введения процедуры регуляризации в этой же области для подавления высокочастотных шумовых компонент сигнала.

### 32.4. Итерационный алгоритм Гершберга – Папулиса

Одним из весьма эффективных итерационных алгоритмов для параллельной схемы регистрации проекций является алгоритм Гершберга – Папулиса (Gerchberg – Papoulis, далее – алгоритм GP) [18], основанный на использовании поочередного исправления очередной оценки томограммы, а затем ее Фурье-спектра. В работе [45] была разработана регуляризованная версия алгоритма mGP для задач малоракурсной томографии и приведены результаты исследования его свойств для трех ракурсов.

В основе метода лежит итерационное применение метода Фурье-синтеза. Здесь в итерациях участвуют два пространства: Фурье-пространство и обычное пространство томограммы. На каждом итерационном шаге максимально полно учитывается априорная информация об образе искомого изображения в данном пространстве, осуществляется перевод изображения в дуальное пространство, там операция обработки изображения повторяется, и вновь происходит возврат в соседнее пространство и т. д. Какие свойства преобразования Радона при этом используются?

Схематично их можно сформулировать в трех пунктах:

- по теореме о центральном сечении Фурье-образ проекции  $f(\xi, p)$  дает центральное сечение двумерного Фурье-образа томограммы  $g(v_x, v_y)$  вдоль прямой  $-v_x \sin \xi + v_y \cos \xi = 0$ ;
- значение такого Фурье-образа на нулевой частоте должно быть одним и тем же для всех ракурсов:  $\tilde{f}(\xi, v_p = 0) = \text{const}$ ;
- в плоскости томограммы имеется круг с некоторым радиусом  $R$ , вне которого томограмма равна нулю; диаметр этого круга задается линейными размерами системы детекторов.

Кроме отмеченных свойств, в итерационный процесс можно вводить информацию:

- о положительности томограммы, как, например, для задачи эмиссионной томографии;
- о сохранении энергии на каждом направлении (интегралы под каждой проекцией должны совпадать);
- о гладкости искомого решения и об оценке шума в измерениях.

Упрощенно итерационные шаги регуляризованного алгоритма mGP можно представить следующим образом [18; 45].

*Шаг 1.* По известному набору проекций получается набор их одномерных Фурье-образов (с помощью быстрого преобразования Фурье – БПФ). По теореме о центральном сечении эти величины дают в полярной системе координат в частотной плоскости значения Фурье-образов томограммы на  $K$  лучах  $\tilde{g}(\xi + \pi/2, v)$ . На этом этапе значения спектральных амплитуд зануляются вне указанных лучей.

*Шаг 2.* Выполняется обратное двумерное БПФ для получения оценки томограммы  $\hat{g}(x, y)$ .

*Шаг 3.* Вносится априорная информация о положительности решения и его пространственной ограниченности (кругом с радиусом  $R$ ).

*Шаг 4.* Выполняется прямое двумерное БПФ от оценки томограммы  $\hat{g}(x, y)$  после шага 3. Значения спектра на лучах, определенных на шаге 1, заменяются на величины, определенные там же непосредственно по имеющимся проекциям. Вносится также априорная информация о спектре объекта, проводится его сглаживание, согласованное с уровнем шумов в измерениях.

*Шаг 5.* Проверяются критерии окончания итерационного процесса. Если они не выполняются, то осуществляется переход на шаг 2.

Применение здесь же учета положительности томограммы на основе нелинейного обратного проецирования [45] позволяет ускорить в ряде случаев процесс сходимости итераций и повысить точность конечного результата. Кроме того, на шаге 2 необходимо осуществлять интерполяцию в спектральной области с переходом от полярной к декартовой системе координат. Для выбранного круга частот  $|v| \leq v_1$  применяется билинейная интерполяция, а для частот  $|v| > v_1$  – интерполяция «ближайшего соседа». Последняя выполняется лишь для точек, попадающих в некоторую  $\delta$  – окрестность луча  $(\xi + \pi/2, v)$ . Постепенное уменьшение этой полосы «влияния» с ростом номера итерации дает возможность ускорения итерационного процесса и повышения точности реконструкции томограммы.

### 32.5. Алгоритм алгебраической реконструкции

Метод ART (Algebraic Reconstruction Technique) сводит задачу восстановления изображения по проекциям к задаче решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) итерационным методом Качмажа [32]. Дискретизируем интегральное уравнение Радона и запишем полученное СЛАУ в виде матричного уравнения:

$$Ag = f.$$

Основная формула реконструкции оценки томограммы  $g^{(m+1)}$  на итерации номер  $(m+1)$  в методе ART выглядит следующим образом:

$$g_j^{(m+1)} = g_j^{(m)} + \lambda(f_i - (Ag^{(m)})_i)a_{ij} / \sum_j a_{ij}^2. \quad (32.8)$$

Здесь  $\lambda$  – параметр релаксации ( $0 < \lambda < 2$ ), который может варьироваться от итерации к итерации; индекс  $i$  меняется от 1 до  $KN$ , где  $KN$  – полное число уравнений в СЛАУ,  $K$  – число ракурсов наблюдения,  $N$  – число лучей на один ракурс. Индекс  $j$  пробегает значения от 1 до  $N^2$  и нумерует все неизвестные значения томограммы в узлах соответствующей сетки. Коэффициенты  $a_{ij}$  матрицы  $A$  получаются из дискретизации интегрального преобразования Радона чаще всего путем разбиения области задания на набор маленьких квадратов, называемых пикселями. В предположении постоянства искомой функции  $g(x, y)$  в каждом таком пикселе эти коэффициенты вычисляются как длина луча  $L$  внутри пикселя. Кусочно-постоянная аппроксимация искомой двумерной функции – лишь простейший способ получения коэффициентов проецирующей матрицы  $A$ . Возможно применение аппроксимаций и более высокого порядка точности, с другими алгоритмами вычисления соответствующих элементов матрицы. Отметим, что итерационный метод ART не

требует совпадения числа уравнений и числа неизвестных (т. е. матрица  $A$  не обязана быть квадратной, что весьма полезно в реальных экспериментах), и в этом случае он сводится к решению с минимальной нормой.

Интересно, что данный алгоритм позволяет неплохо восстанавливать томограмму не только для классически равномерно распределенных по прицельному параметру лучей (параллельная геометрия), но и для неравномерных сеток по  $p$ , а также по совершенно произвольному набору лучей, лишь бы этот набор достаточно «плотно» охватывал область определения функции  $g(x, y)$ .

Следует отметить, что в упрощенной интерпретации алгоритма ART (32.8) учтенная на данном луче (т. е. для одного из уравнений СЛАУ) невязка «раскидывается» между теми пикселями томограммы  $g_j$ , которые лежат на данном луче, так что один итерационный шаг использует в обновлении томограммы лишь один луч. Естественно, при этом наблюдается медленная сходимость итераций. Усложнением алгоритма можно ускорить сходимость, например переходя к следующей итерации (к обновлению невязок) лишь после перебора всех лучей (всех уравнений в СЛАУ). Один из вариантов такого алгоритма SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique) или SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) в наших обозначениях можно записать так [41]:

$$g_j^{(m+1)} = g_j^{(m)} + \frac{\lambda}{a_{+j}} \sum_i \frac{a_{ij}}{a_{i+}} \{f_i - [Ag^{(m)}]_i\},$$

где  $a_{+j}$  – сумма всех элементов  $j$ -го столбца,  $a_{i+}$  – сумма всех элементов  $i$ -й строки матрицы  $A$  (элементы полагаются неотрицательными, а суммы – больше нуля).

### 32.6. Метод итерационного восстановления синограммы

Основная идея метода ИВС состоит в итерационном улучшении оценки полной синограммы  $f^{\text{full}}(p, \xi)$ , получаемой экстраполяцией измеренных на нерегулярной сетке по углам и прицельному параметру  $(p, \xi)$  проекционных данных  $f^{\text{exp}}(p, \xi)$  на регулярную декартову сетку. Определим  $B$  как оператор двумерной интерполяции в пространстве полной синограммы, заданной на регулярной сетке, на произвольную сетку:

$$f^{\text{exp}} = B\{f^{\text{full}}\}, \quad (31.9)$$

и наложим следующие ограничения:

$$f^{\text{exp}} = R\{g(x, y)\}, \quad g(x, y) = R^{-1}\{f^{\text{full}}\}.$$

Здесь  $R$  и  $R^{-1}$  – прямое и обратное преобразования Радона.

Простая реализация алгоритма получается с использованием метода ОПФ для приближенной инверсии Радона и билинейной интерполяции для численной реализации оператора  $B$ . Основным элементом алгоритма ИВС – практическая реализация алгоритма обращения оператора интерполяции  $B$  в уравнении (32.9). Для этого данный оператор записывается в матричном виде, и

---

 32.7. Мультипликативные алгоритмы: MART и максимуму энтропии (MENT)
 

---

соответствующая система линейных алгебраических уравнений решается итерационным методом ART. На каждой итерации используется априорная информация о положительности как эмиссионной томограммы плазмы, так и ее синограммы, закон сохранения энергии (в форме равенства нулевых моментов всех проекций), и свойство листа Мебиуса в пространстве синограммы.

В отличие от алгоритма ART, который работает лишь в пространстве томограммы, алгоритм ИВС попеременно использует еще и пространство синограммы. Для подавления шумов в алгоритме используются сглаживающие сплайны, адаптирующиеся к уровню шумов в конкретном эксперименте. Более подробно алгоритм ИВС в двумерном случае описан в книге [18] и работе [40], а трехмерная версия алгоритма приведена в докладе [43].

### 32.7. Мультипликативные алгоритмы: MART и максимуму энтропии (MENT)

Мультипликативные методы, как и следует из их названия, в итерациях поправляют решение с предыдущей итерации путем умножения на поправочный множитель, зависящий от отношения экспериментально измеренной проекции к проекции решения с предыдущего шага. Оба алгоритма минимизируют функционал энтропии:

$$\psi(g) = - \iint_D g(x, y) \ln[g(x, y)S] dx dy,$$

где  $S$  – площадь области интегрирования  $D$ . Отличаются алгоритмы лишь спецификой численной реализации (подробнее об этом см. [18]), поэтому приведем более простую формулу для алгоритма MART:

$$g_j^{k+1} = g_j^k \left[ f_i / (a^i, g^{(k)}) \right]^{\lambda a_{ij}}.$$

Здесь  $a^i$  – это  $i$ -я строка проецирующей матрицы  $A$ ;  $i = i(k) = [k(\text{mod } I) + 1]$ ;  $\lambda$  – параметр релаксации. Данные методы предназначены для восстановления положительных функций и дают хорошие результаты для задач малоракурсной эмиссионной томографии (некоторые примеры см. ниже).

## Глава 33

### Практика применения методов томографии

#### 33.1. Пример томографии электродуговой плазмы

В данной главе в качестве примера томографической диагностики рассмотрена одна из экспериментальных работ по эмиссионной томографии низкотемпературной плазмы [44].

Эксперименты проводились на установке, представляющей собой цилиндрическую электродуговую камеру длиной  $Z = 90$  см, собранную из водоохлаждаемых шайб, внутренним диаметром  $D = 3$  см. Параметры разряда: ток дуги  $I = 100$  и  $130$  А, рабочий газ – аргон при атмосферном давлении, расход газа  $G = 0.034\text{--}12.7$  г/с. Поток газа был направлен от катода к аноду. Замечено, что при некоторых параметрах разряда дуговой шнур становится нестационарным, при этом нарушается его осевая симметрия.

Для измерения температурных полей нестационарной плазмы сложной конфигурации был сконструирован и построен эмиссионный плазменный томограф (рис. 33.1). Оптическая шайба, которая является частью плазменного канала, имеет 12 окон, расположенных по периметру через каждые  $30^\circ$ . Сечение канала с помощью короткофокусных линз  $L_1\text{--}L_6$  проецируется на торцевые поверхности соответствующих световодов  $a_1\text{--}a_6$ , с ответных концов которых, собранных в блок, наблюдаемая картина регистрируется с помощью фото- или кинокамеры. На синопграммах (рис. 33.2) можно видеть, как в зависимости от положения и формы шнура в сечении камеры меняется картина, регистрируемая на блоке световодов [18].

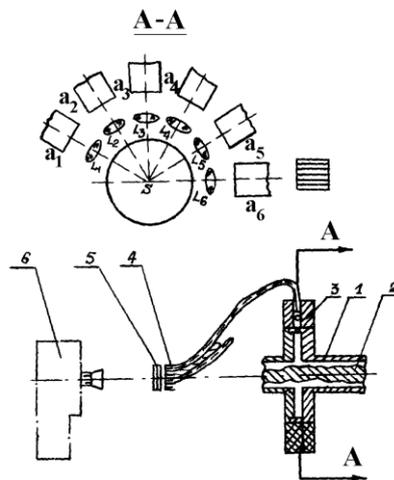


Рис. 33.1. Схема измерений в плазменном томографе [18; 44]: 1 – электродуговой канал; 2 – плазменный шнур; 3 – измерительная шайба; 4 – блок световодов; 5 – система светофильтров; 6 – кинокамера

## 33.1. Примеры томографии электродуговой плазмы

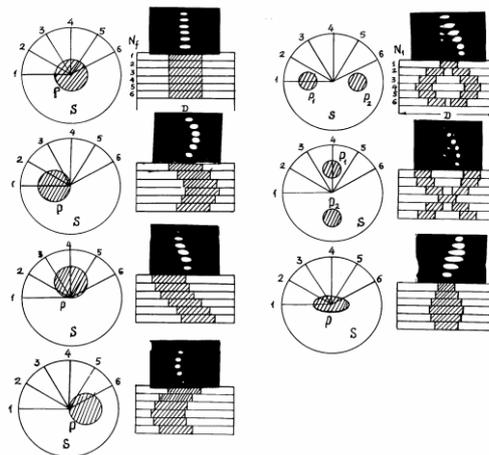


Рис. 33.2. Синограммы на блоке световодов: 1–6 – лучи, указывающие направление регистрации и номер световода  $N_f$  [18]

Здесь же приведены фотографии, полученные на блоке световодов в экспериментах по исследованию электродуговой плазмы для соответствующих положений плазменного шнура. Полученные поперечные распределения излучения плазмы фотометрировались и использовались для расчета полей температур. Для этого измерения проводились в узком диапазоне сплошного спектра аргона с максимумом на длине волны 465 нм и полушириной спектрального интервала 5 нм, выделяемом системой, состоящей из стеклянного и интерференционного светофильтров (см. рис. 33.1). Энергетическая калибровка каналов проводилась с помощью ленточной вольфрамовой лампы СИ-10-300. Реконструкция локальных коэффициентов эмиссии осуществлялась с помощью одного из алгоритмов ОПФ – алгоритма RICSS2 [18].

На рис. 33.3 показана динамика поля температур винтовой дуги в продольном магнитном поле (магнитная индукция  $B = 0.001$  Т) из работы [44].

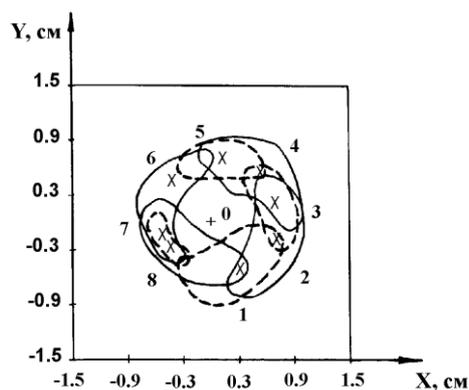


Рис. 33.3. Вращение изотермы с температурой  $T = 9\,200$  К в нестационарной винтовой дуге [44]

Здесь положение изотермы  $T = 9\,200\text{ К}$  было получено после реконструкции восьми эмиссионных томограмм и их пересчета в поля температур (по модели локального термодинамического равновесия). Полное время оборота дуги – 13.5 мс, время экспозиции одного кадра – 50 мкс.

### 33.2. Характерные ошибки алгоритмов томографии

Рассмотрим далее некоторые примеры восстановления томограмм по проекциям различными алгоритмами с иллюстрацией характерных погрешностей такого восстановления. В численном моделировании удобно иметь дело с аналитическими парами функций, строго удовлетворяющих интегральному преобразованию Радона (30.1) (см. прил. 2). Синограмма моделируется аналитическими проекциями, вычисленными точно по формуле (30.1) и дискретизированными с заданным числом детекторов  $N$  и числом ракурсов  $K$ . Такая библиотека элементарных фантомов позволяет простым суммированием и вычитанием конструировать сложные составные фантомы с заданными характеристиками по степени гладкости итогового фантома, количеством характерных структур исследуемой сцены и выбором их характерных размеров. Реальный эксперимент при этом моделируется добавлением к полученным значениям проекций случайных шумов измерений с выбранной статистикой.

В описанных ниже экспериментах шум выбирался гауссовым, с различной дисперсией. В пакете *Toras-Micro* [18], с помощью которого посчитаны данные примеры, рассматривается два вида шумов. В первом дисперсия шума в проекции пропорциональна амплитуде сигнала, т. е. коридор шумов уменьшается с падением уровня сигнала, а во втором – коридор шумов постоянен и задается одним коэффициентом пропорциональности к максимальному значению данной проекции.

Простейший гладкий элементарный фантом для задачи томографии плазмы – это повернутая на угол  $\varphi$  эллиптическая гауссиана с одной осью  $a$ , и второй –  $b$ :

$$g(x, y) = C \exp\left\{-4 \cdot \ln 2 \cdot \left[(x - x_0) \cos \varphi + (y - y_0) \sin \varphi\right]^2 / a^2\right\} \times \\ \times \exp\left\{-4 \cdot \ln 2 \cdot \left[-(x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi\right]^2 / b^2\right\}, \\ f(p, \xi) = \left\{ \left[ Cab \sqrt{\pi / (4 \cdot \ln 2)} \right] / \zeta \right\} \exp\left[-4 \cdot \ln 2 \cdot (p - p_0)^2 / \zeta^2\right], \\ \zeta^2 = a^2 \sin^2(\xi - \varphi) + b^2 \cos^2(\xi - \varphi).$$

Здесь  $C$  задает максимальную амплитуду и знак, с которыми данный элементарный фантом войдет в составной, коэффициент  $(4 \cdot \ln 2)$  введен для того, чтобы  $a$  и  $b$  рассматривать как полные полуширины эллипса (на половине этих значений амплитуда распределения падает в 2 раза).

Обычно поле видимости (область определения томограммы) задается в виде единичного круга (т. е. все пространственные переменные нормируются на радиус плазмы в исследуемом сечении), и тогда работа с диаметрами фан-

## 33.2. Характерные ошибки алгоритмов томографии

тома, а не с его радиусами, удобнее для контроля попадания всех составных компонент томограммы в единичный круг. На рис. 33.4 показано изображение

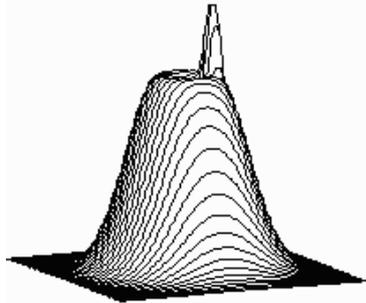


Рис. 33.4. Тестовый фантом «змея» с глубоким провалом профиля распределения эмиссии в центре. Параметры трех элементарных компонент сводного фантома (последовательно амплитуда  $C$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\varphi$ ):

1-я гауссиана: 1.00e00; 0.0e00; 0.0e00;  
0.65e00; 0.65e00; 0e00;  
2-я гауссиана: -0.99e00; 0.00e00; -0.004e00;  
0.60e00; 0.58e00; 0e00;  
3-я гауссиана: 0.06e00; 0.0e00; 0.3e00;  
0.20e00; 0.20e00; 0e00

фантома «snake» («змейка»), представляющего собой слегка не симметричное распределение с глубоким (на 99 % от максимума) провалом в центре и локальным всплеском эмиссии на границе впадины в точке  $(0, 0.3)$ . На рис. 33.5 показаны результаты восстановления фантома «snake» методом MENT (максимума энтропии) для случая ультрамалоракурсной томографии при изменении числа направлений наблюдения от 2 до 5 (углы распределялись равномерно в  $180^\circ$ ). Видно, что начиная уже с 3-х ракурсов положение бокового всплеска локализуется достаточно неплохо, и проявляется наличие центрального провала. На реконструкции присутствуют артефакты в виде модуляции по границе провала с частотой, коррелирующей с числом ракурсов. Отметим резкое падение ошибки реконструкции (задавался входной шум первого типа на уровне 3 %, число лучей  $N = 101$ , число итераций – 12, поле реконструкции –  $101 \times 101$ ), с 15 % для 3-х ракурсов до 8 % для 5-ти ракурсов. Для следующего числа ракурсов, 6-ти направлений, погрешность становится уже 2,6 % (не приведено на рисунке), что

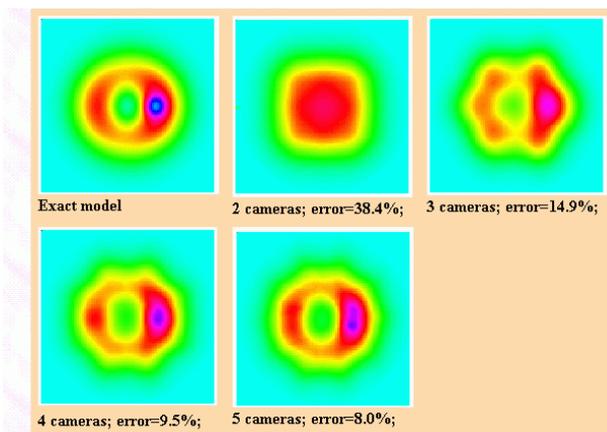
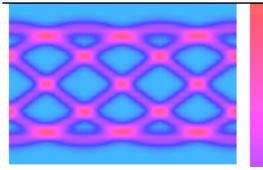
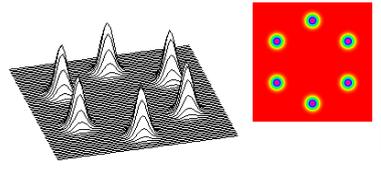


Рис. 33.5. Зависимость характерных для алгоритма MENT артефактов и погрешностей реконструкции от числа направлений наблюдения объекта, от 2 до 5 (точная модель «змея» приведена в левом верхнем углу рисунка)

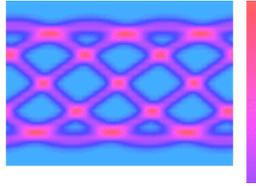
## Глава 33. Практика применения методов томографии



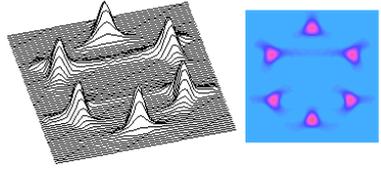
Параллельная синограмма,  
 $N = 31$ ;  $K = 43$ ; шум = 0.5 %



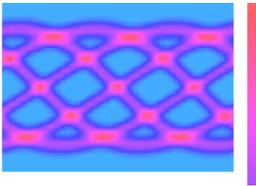
Точная томограмма,  $G_{\max} = 1$



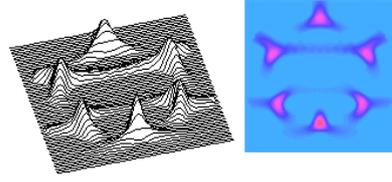
Веерная синограмма,  
 $R_d = 6.31$ ;  $N = 31$ ;  $K = 43$ ; шум = 0.5 %



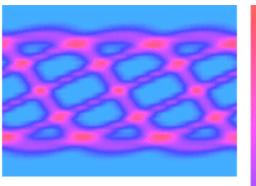
Восстановленная томограмма (параллельный алгоритм),  $G_{\max} = 0.983$ ; RMS = 37.7 %



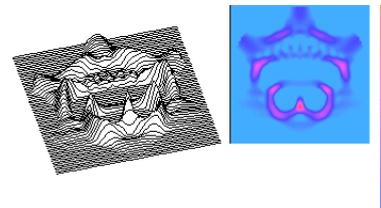
Веерная синограмма,  
 $R_d = 3.31$ ;  $N = 31$ ;  $K = 43$ ; шум = 0.5 %



Восстановленная томограмма (параллельный алгоритм),  $G_{\max} = 0.970$ ; RMS = 68.7 %



Веерная синограмма,  
 $R_d = 1.31$ ;  $N = 31$ ;  $K = 43$ ; шум = 0.5 %



Восстановленная томограмма (параллельный алгоритм),  $G_{\max} = 0.837$ ; RMS = 116.8 %

Рис. 33.6. Синограммы для веерных проекций и артефакты при их анализе алгоритмом параллельной реконструкции ОПФ

сопоставимо с входным шумом. Конечно, представленное поведение погрешностей носит достаточно приближенный характер, и, строго говоря, оно верно лишь для данной модели. Однако в рамках данного класса моделей (степень гладкости, примерное поведение функции в начале координат и на ее периферии, уровень экспериментального шума) такая закономерность будет воспроизводиться. Со сменой класса моделей необходимо строить новые составные фантомы, наиболее подходящие для ожидаемого в задаче распределения эмиссии плазмы, и проводить численное моделирование заново.

### 33.3. Проблемы предварительной обработки экспериментальных измерений и обнаружение системных сбоев

На рис. 33.6 показаны экзотические артефакты реконструкции, если к проекциям, полученным в веерной схеме регистрации, применить алгоритмы, созданные лишь для параллельных проекций. Здесь слева даны синограммы для различных расстояний фокальной точки веерной схемы от центра томограммы, а справа – реконструкция методом обратного проецирования с фильтрацией. Модель – шесть узких гауссиан, число направлений – 43, число отсчетов на каждом – 31. Появление подобной структуры артефактов в реальном эксперименте позволяет предположить, что в обработке параметры геометрии веерного сканирования были заданы неверно.

#### 33.3. Проблемы предварительной обработки экспериментальных измерений и обнаружение систематических сбоев

Обычно первый шаг в предварительной обработке экспериментальных проекций – уже упомянутое устранение шумов измерений, например с помощью адаптивных сплайнов. Однако проекции могут иметь грубые ошибки, какие-то систематические сбои при их регистрации, которые необходимо выявить на стадии предобработки данных, еще до более поздней стадии фильтрации шума. Есть несколько видов систематических ошибок, которые могут быть обнаружены при помощи некоторых специфических свойств преобразования Радона (или синограммы).

1. Одномерный интеграл от любой проекции (нулевой момент) совпадает с двукратным интегралом от исследуемой томограммы. Таким образом, первый инвариант, позволяющий подтвердить правильность измерения проекций, – независимость нулевого момента от направления.

2. Накопление переменного фона под проекциями проявится при проверке свойства листа Мебиуса: первая проекция под нулевым углом и проекция под углом  $180^\circ$  должны совпасть после «переворота» последней проекции:  $f(p, \xi = 0^\circ) = f(-p, \xi = 180^\circ)$ .

3. Блуждание оси вращения системы наблюдения (что эквивалентно неопределенности в выборе одномерной системы координат на каждой проекции, их рассогласованию) проверяется выполнением моментных законов сохранения в пространстве томограммы и пространстве синограммы. А именно: центр масс двумерного изображения при его проецировании в заданном направлении  $\xi$  обязан совпасть с одномерным центром масс проекции в данном направлении. Таким образом, если от центра масс каждой проекции провести прямую внутрь области томограммы, то все эти прямые должны пересечься в одной точке – центре масс томограммы. Иной способ проверки – отобразить на синограмме положение всех точек центров масс проекций. Они образуют синусоиду, параметры которой строго связаны с положением центра масс томограммы.

Остановимся подробнее на моментных отношениях между пространствами синограммы и томограммы. Обозначим через  $m_n^\xi$   $n$ -й момент проекции в направлении  $\xi$ :

$$m_n^\xi = \int s^n f(s, \xi) ds,$$

и через  $m_{pq}$  – смешанный момент двумерной томограммы:

$$m_{pq} = \iint x^p y^q g(x, y) dx dy.$$

В общем случае связь между этими видами моментов такова ( $\theta = \xi + \pi/2$ ):

$$m_n^\theta = \iint (x \cos \theta + y \sin \theta)^n g(x, y) dx dy = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} m_{n-i, i} \cos^{n-i} \theta \sin^i \theta.$$

Это выражение позволяет связать значение моментов проекций  $m_n^\theta$  с моментами изображений  $m_{pq}$ . Дальнейшее его преобразование позволяет получить прямые выражения для значений моментов изображений [9; 39; 49]:

$$\begin{aligned} m_{00} &= m_{00}^\theta, \text{ для любых } \theta, \\ m_{p0} &= m_{p0}^\theta, \quad p = 1, \dots, 3, \\ m_{0q} &= m_{0q}^{\pi/2}, \quad q = 1, \dots, 3, \\ m_{11} &= m_{11}^{\pi/4} - (m_{20}^\theta + m_{02}^{\pi/2})/2; \\ m_{21} &= [\sqrt{2} (m_{30}^{\pi/4} + m_{03}^{3\pi/4}) - m_{21}^{\pi/2}]/3; \\ m_{12} &= [\sqrt{2} (m_{30}^{\pi/4} - m_{03}^{3\pi/4}) - m_{12}^\theta]/3. \end{aligned} \quad (33.1)$$

Если в конкретном эксперименте заранее известно, что центр вращения системы регистрации неизвестен или известен с большой погрешностью, то свойство (33.1) позволяет преодолеть данное затруднение. А именно: для каждой проекции необходимо перейти в ее центр масс (одномерный), тогда полученная при реконструкции томограмма автоматически окажется перемещенной в ее собственный центр масс (двумерный).

### 33.4. Классификация изображений в томографии

После получения изображения эмиссии или иных локальных параметров плазмы в сечении возникает необходимость в дальнейшей обработке такого изображения, например: в поиске расположения максимумов восстановленной функции, контрастировании и других задачах обработки изображений. Оказывается, используя математические особенности преобразования Радона, ряд таких задач можно решить, обрабатывая не итоговую томограмму, а исходные проекции. Тем самым можно восстановить сразу контрастированное изображение, подчеркивая участки с высоким градиентом параметров. Несколько подобных подходов привели к появлению такой томографической классификации изображений, как суммарное изображение, изображения Вайнберга и Фаридани. Далее рассмотрены алгоритмы получения этих изображений и характеризуются их свойства.

Описанные выше итерационные методы дают неплохие результаты для параллельных и веерных схем регистрации данных, а метод ART весьма неплохо проявил себя и для нерегулярного расположения лучей. Но даже эти методы могут дать серьезные сбои в случае некоторых специфических схем. К таковым, например, относятся варианты ROI-томографии (ROI – *Region-of-Interest*, область выделенного интереса), когда лучи с разных направлений

просвечивают лишь небольшую область (или собирают ее излучение), только и предназначенную для исследования. При такой концентрации лучей сбора данных лишь в одной области (но с разных направлений, по возможности с большого числа ракурсов) обычные алгоритмы томографии или не работают совсем, или дают чрезвычайно недостоверную реконструкцию, особенно с приближением изнутри к границам области интереса. Однако существуют методы, называемые *локальной* или *псевдолокальной* томографией, хорошо воспроизводящие геометрические особенности восстанавливаемых изображений – положение контуров, границ, разрывов исследуемых функций. Примерами локальной томографии являются изображения Вайнберга [53] и Фаридани [36]. Изображение Вайнберга  $g^V$  использует в формуле инверсии Радона вместо операции фильтрации, эквивалентной в пространстве Фурье умножению на модуль частоты  $|v|$ , операцию двойного дифференцирования:

$$g^V(x, y) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \frac{d^2 f_\xi(p)}{dp^2} \Big|_{p=p_0} d\xi, \quad (33.2)$$

$$p_0(\xi) = -x \sin \xi + y \cos \xi.$$

Подобная процедура дается в частотном пространстве умножением на квадрат частоты  $v^2$ , что и приводит к усилению высокочастотных компонент в изображении, как раз и характеризующих высококонтрастные компоненты томограмм. Таким образом, нелокальная фильтрация проекций в алгоритме ОПФ, требующая измерения полной проекции от объекта (сигнал на левой и правой границах должен упасть до нуля), в алгоритме Вайнберга заменяется на вполне локальную операцию двойного дифференцирования, в простейшем случае требующую всего лишь трех соседних лучей. Следует отметить, что к недостатку изображения Вайнберга относится возможное усиление шумов измерений при дифференцировании. Однако, немного потеряв в локальности и расширив «полосу влияния», например с 3-х точек до 7-ми, можно применить регуляризующие сглаживающие сплайны, адаптированные к уровню шума, либо иные шумоподавляющие способы фильтрации.

Изображение Фаридани  $g^F$  состоит из суммы изображений Вайнберга  $g^V$  и так называемого суммарного изображения  $g^S$  (также локального) [36]:

$$g^S(x, y) = R^\# f(p, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi f_\theta[p_0(\xi)] d\xi, \quad (33.3)$$

$$g^F(x, y) = \frac{1}{2} g^V + 2\mu g^S.$$

Здесь  $R^\#$  – оператор обратного проецирования, а параметр  $\mu$  представляет собой вес, позволяющий варьировать вклады в общую картину от излишне сглаженного суммарного изображения  $g^S$  и дифференциального изображения Вайнберга  $g^V$ . В наших вычислениях мы конструировали изображение Фаридани с более удобными весами:

$$g^F = \mu g^V + (1 - \mu) g^S.$$

Как видно из формул (33.2) и (33.3), результат углового интегрирования в точке  $(x, y)$  зависит от значений проекций лишь на тех линиях, что проходят через данную точку. Расстояние данной точки от начала координат  $(0, 0)$  для различных углов определяются формулой для  $p_0(\xi)$ . Можно показать, что изображение Вайнберга описывается еще и как воздействие  $\Lambda$ -оператора на функцию  $g(x, y)$ :

$$g^V = \Lambda g,$$

где  $\Lambda = (-\Delta)^{1/2}$ ;  $\Delta$  – оператор Лапласа. Такое обозначение для оператора  $\Lambda$  объясняется тем, что Фурье-образ оператора Лапласа есть квадрат частоты (с отрицательным знаком), а Фурье-образ  $\Lambda$ -оператора есть модуль частоты. Суммарное же изображение с точностью до константы дается обратным оператором:

$$g^S = \Lambda^{-1} g.$$

Очевидно, что, конструируя суммарное изображение на основе изображения Вайнберга, мы восстанавливаем исходную томограмму, а применяя к нему же процедуру Вайнберга вторично, получаем лапласиан томограммы:

$$\Lambda^{-1} g^V = \Lambda^{-1} \Lambda g = g, \quad \Lambda g^V = \Lambda \Lambda g = -\Delta g.$$

Однако в последних процедурах теряется локальность, поскольку появляется необходимость предварительно вычислить проекции от функции  $g^S$ .

Следует подчеркнуть, что точная реконструкция изображения  $g(x, y)$  только по интегралам вдоль лучей, проходящих сквозь область выделенного интереса, в общем случае невозможна [14]. Вместо задачи такой реконструкции мы формулируем иные задачи – приближенной оценки данной функции или некоторых ее характеристик, таких как положение ее разрывов, контуров изображения, и т. п. Пример изображения Вайнберга для реальной эмиссионной томограммы плазменного разряда из работы [47] приведен на рис. 33.7. Показано хорошее качественное воспроизведение в изображении Вайнберга (справа) всех геометрических особенностей реального распределения (слева). Подчеркнем, что для получения правого изображения в любой его подобласти достаточно регистрации лучей, проходящих только через эту подобласть, что характерно для любых алгоритмов локальной томографии, в том числе и для алгоритма Вайнберга.

Известно, что в задачах обработки изображения для выделения линейных структур часто используют преобразование Хафа (Hough transform) [25; 34], тесно связанное с преобразованием Радона. Следуя известным свойствам преобразования Радона, легко показать, что прямая линия в области томограммы  $g(x, y)$  переходит в одну точку в пространстве синограммы  $f(p, \xi)$ , а амплитуда изображения в этой точке будет зависеть от длины линии. Для определения параметров прямых линий в анализе параметрического про-

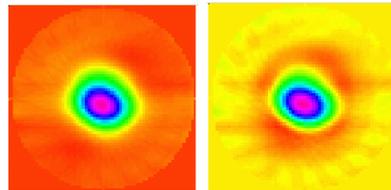


Рис. 33.7. Томограмма локальных коэффициентов эмиссии плазмы, полученная алгоритмом ОПФ по полным 11-ти проекциям (слева), и локальное изображение Вайнберга по тем же данным (справа)

странства Хафа используют дискриминацию на основе порогового значения – оставляют точки с максимальной амплитудой (или амплитудой выше некоторого порога) и значения  $(p_i, \xi_i)$  и принимаются за нормальные параметры  $i$ -й линии. Интересно, что особенности преобразования Радона позволяют извлекать не только линейчатые, но и кольцевые структуры на изображении. Еще сам Радон показал, что средние значения по окружностям с центром в начале координат и растущим от нуля радиусом можно получить обратным преобразованием Абеля от функции  $F(p) = (2\pi)^{-1} \int f(p, \xi) d\xi$ . Функция  $F(p)$ , очевидно, есть среднее по всем углам на синограмме для фиксированного прицельного параметра  $p$ . Среднее значение для центральной точки изображения  $g(r, \varphi)$  совпадает с самим значением  $g(0, \varphi)$ , это свойство позволило Радону получить формулу обращения для центральной точки. Подобный алгоритм мало практичен, в силу большого числа операций на одну точку (сдвигом начала координат эту точку можно переместить на изображении в любой пиксель), однако он дополняет список свойств преобразования Радона весьма любопытными соотношениями:

$$F(p) = A\{g^1(r)\} = A\left\{\int g(r, \varphi) d\varphi\right\} = \iint \frac{g(x, y) dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Здесь  $A$  – преобразование Абеля, а сингулярность в последнем интеграле не представляет опасности, что легко видеть, например, переходом в нем к полярной системе координат.

Интересно также более общее свойство: для усреднения на синограмме с отступом от прицельного параметра  $p$  на величину  $q$  (это соответствует усреднению по всем касательным к центральной окружности с радиусом  $q$ ) выполняется свойство:

$$F_q(p) = \iint \frac{g(x, y) dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2 - q^2}}.$$

Заданное изображение  $g(x, y)$  порождает трехмерный массив  $g^1(x, y, R)$ , содержащий в каждом пикселе усреднения по окружности с радиусом  $R$  (еще раз подчеркнем, что для фиксированной точки  $x, y$  такую зависимость от радиуса можно получить инверсией Абеля от функции  $F_q(p)$ , рассчитываемой по синограмме). Максимумы распределения такой трехмерной функции проявляют положение и радиусы кольцевых структур на изображении. Очевидно, что функция  $F_0(p)$  есть хорошо известное суммарное изображение, а  $F_q(p)$  можно назвать  $q$ -суммарным изображением.

Любопытно, что преобразование Хафа можно обобщить не только на поиск окружностей на изображении [35], но также и иных параметризуемых кривых [52]. Конечно, очевидны недостатки глобального преобразования Хафа – если имеется сложная линейчатая структура сцены, то она усложняет интерпретацию изображения синограммы на наличие на ней точечных всплесков. В работе [46] рассматривается локальное преобразование Хафа, которое может помочь избежать подобных осложнений. Привлечение одновременно пространства изображения и пространства преобразования Хафа позволяет обойти ряд проблем сложных изображений [51].

### 33.5. Примеры композиции составного фантома и его реконструкций

В силу линейности преобразования Радона проекции от суммы томограмм равны суммам проекций от соответствующих отдельных томограмм. Поэтому комбинациями различных элементарных фантомов (с разными знаками) можно получить составные изображения с управляемой степенью сложности и с известными аналитическими (вычисленными по известным формулам) синограммами.

На рис. 33.8 дано изображение составного фантома пакета Topas-Micro. Здесь представлены основные элементарные фантомы библиотеки фантомов двумерного блока пакета.

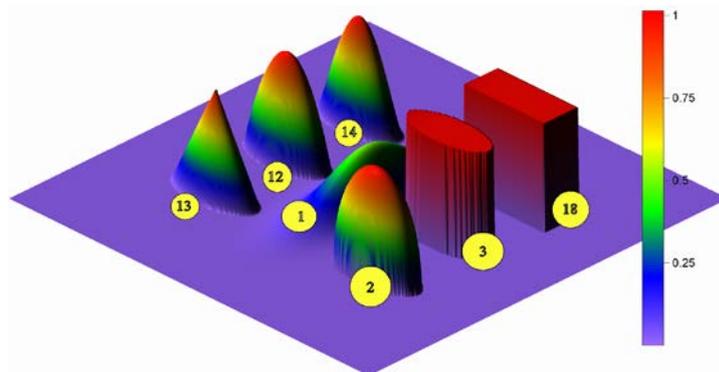


Рис. 33.8. Модель 53 пакета Topas-Micro, композиция из основных элементарных двумерных фантомов пакета

В табл. 33.1 приведены параметры этой композиции (томограмма задана в области  $(x, y) \in [-1, 1]$ , все ее компоненты должны входить внутрь единичного круга, рядом с названиями моделей в скобках даны их порядковые номера в пакете Topas-Micro).

Таблица 33.1

Model No. 53, 7 components						
Элементарный фантом	Амплитуда	$x_0$	$y_0$	$a$	$b$	$\varphi$ , град.
(1) гауссиана	0,5	0	0	0,5	0,2	0
(18) прямоугольник	1	0,4	-0,45	0,2	0,45	0
(2) парабола степени 1/2	1	-0,4	-0,45	0,2	0,45	0
(3) эллиптический диск	1	0	-0,45	0,2	0,45	0
(12) парабола степени 1	1	0	0,45	0,2	0,45	0
(13) конус	1	-0,4	0,45	0,2	0,45	0
(14) парабола степени 3/2	1	0,4	0,45	0,2	0,45	0

## 33.5. Примеры композиции составного фантома и его реконструкций

На рис. 33.9–33.13 приводятся изображения данного фантома, вычисленные для приведенной ранее классификации, полученные как методами глобальной томографии (метод Шеппа – Логана), так и локальной томографии (изображение Вайнберга, суммарное изображение).

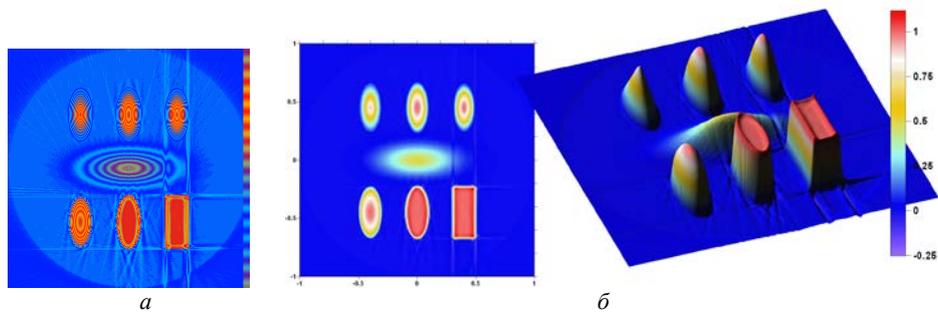


Рис. 33.9. Реконструкция модели 53 методом Шеппа – Логана (SL), погрешность решения  $RMS = 14.1\%$ , шум в данных отсутствует (361 проекция,  $N = 257$ , томограмма  $257 \times 257$ ): *a* – изолинии функции выделены специальной палитрой; *б* – другая палитра и изображение в виде поверхности

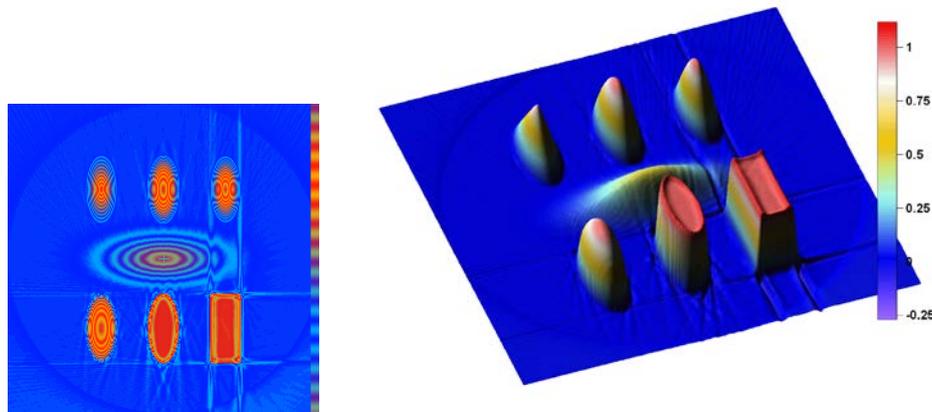


Рис. 33.10. Реконструкция модели 53 методом Ерохина – Шнейдерова (ES, описание метода см. [17; 18]), погрешность решения  $RMS = 14.0\%$ , шум в данных отсутствует

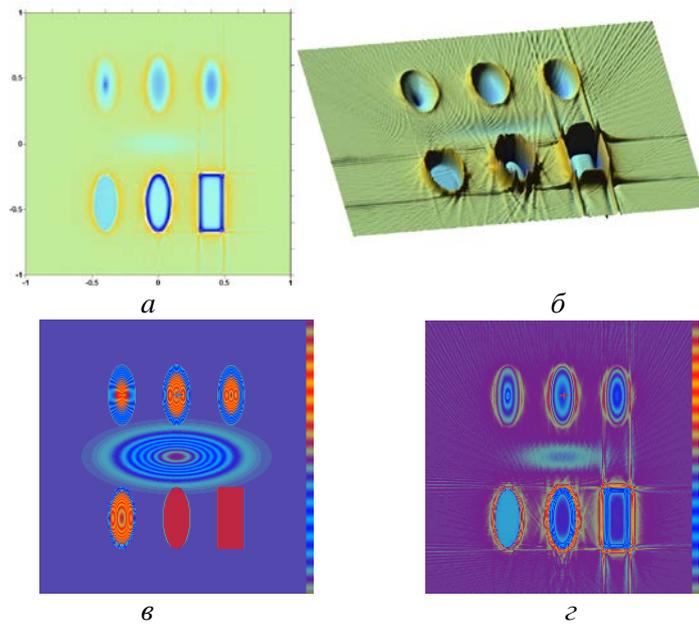


Рис. 33.11. Изображение Вайнберга, фантом 53 (*a–б*); точная модель и изображение Вайнберга в другой палитре (*в–г*). Расчетные параметры те же, что на рис. 33.9

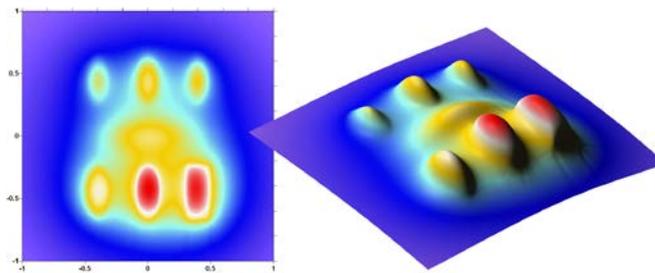


Рис. 33.12. Суммарное изображение (обратная проекция), фантом 53

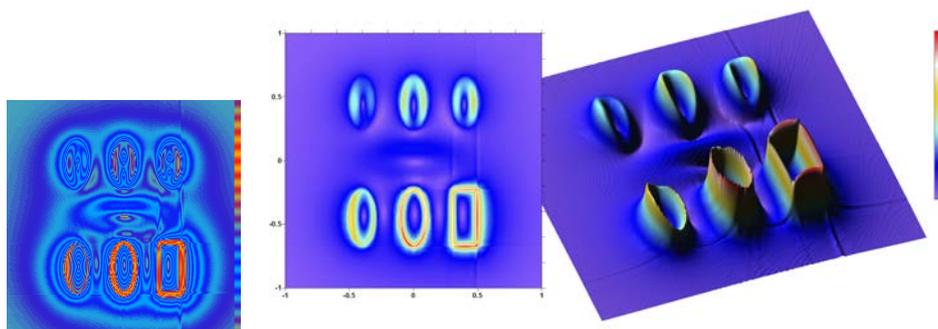


Рис. 33.13. Модуль градиента суммарного изображения, фантом 53

## Список литературы

1. *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.
2. *Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И.* Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984. 238 с.
3. *Гиппиус Е.Ф., Илюхин Б.И., Лунин Н.Н., Пикалов В.В.* Особенности восстановления радиальных распределений интенсивностей излучения плазмы стеллараторов. // Физика плазмы. -1983. -Т.9. №.5. -С. 1111-1115.
4. *Горбунов Е.П., Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Определение пространственного распределения плотности плазмы с помощью фазовых измерений. // ЖТФ. -1968. -Т.38. №.5. -С. 812-817.
5. *Горбунов Е.П., Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П., Мульченко Б.Ф.* Определение пространственного распределения плотности плазмы по фазовому сдвигу при многоканальном микроволновом зондировании. // Диагностика плазмы. Вып.2. -1968. -М.: Атомиздат, -С. 188-199.
6. *Диагностика плазмы* / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. М.: Мир, 1967. 515 с.
7. *Захаренков Ю.А., Крохин О.Н., Склизков Г.В., Шиканов А.С.* Исследование возмущений профиля плотности лазерной плазмы методом высокоскоростной интерферометрии. // Квантовая электроника. -1976. -Т.3. №.5. -С. 1068-1079.
8. *Кузнецов Э. И., Щеглов Д. А.* Методы диагностики высокотемпературной плазмы. М.: Атомиздат, 1974. 159 с.
9. *Левин Г.Г., Вишняков Г.Н.* Оптическая томография. -М.: Радио и связь, 1989.
10. *Мельникова Т. С., Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* О локальной диагностике оптически плотной асимметричной плазмы // Опт. спектр. 1980. Т. 48, № 3. С. 474–479.
11. *Методы исследования плазмы* / Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971. 552 с.
12. *Морозов В. А.* Методы решения неустойчивых задач. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1967. 148 с.
13. *Морозов В.А.* Об оптимальной регуляризации операторных уравнений. // ЖВММФ. -1970. -Т.10. №.4. -С. 818-829.
14. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 288 с.
15. *Овсянников А.А., Энгельшт В.С., Лебедев Ю.А., Абдразаков А.* Диагностика низкотемпературной плазмы (Низкотемпературная плазма. Т.9). - Новосибирск: Наука, 1994. -485 с.
16. *Пикалов В.В.* Некорректные задачи локальной оптической диагностики газовых и плазменных объектов произвольной конфигурации. Инверсия Абеля и ее обобщения. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978. -С. 25-67.

17. *Пикалов В. В.* Томография плазмы // Энциклопедия низкотемпературной плазмы: В 4 т. М.: Наука, 2000. Т. 2: Генерация плазмы и газовые разряды. Диагностика и метрология плазменных процессов. С. 563–569; *Пикалов В.В.* Прикладные аспекты эмиссионной томографии плазмы. // В кн.: Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Том V-2, серия Б. Диагностика плазмы. Справочные материалы. -2007. -М.: Физматлит. -С. 283-299.
18. *Пикалов В. В., Мельникова Т. С.* Томография плазмы. Новосибирск: Наука, 1995. 229 с.
19. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* О преобразовании Абеля при голографической интерферометрии точечного взрыва // ФГВ. 1974. Т. 10, № 6. С. 923–930.
20. *Пикалов В.В., Преображенский Н.Г.* Восстановление поля локально равновесных температур среды по излучению. // ИФЖ. -1977. -Т.33. No.6. -С. 1042-1046.
21. *Пикалов В.В., Преображенский Н.Г.* Локальная диагностика газовых и плазменных объектов с заданными изолиниями. // Опт. спектр. -1979. -Т.46. No.1. -С. 209-211.
22. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* Вычислительная томография и физический эксперимент // УФН. 1983. Т. 141, № 3. С. 469–498.
23. *Пикалов В.В., Преображенский Н.Г.* Алгоритмы плазменной вычислительной томографии. // Сборник докл. III Всес. совещ. по диагностике высокотемпературной плазмы. -Дубна: ИАЭ, 1983. -С. 85.
24. *Пикалов В.В., Преображенский Н.Г.* Атомно - спектральная томография. // Изв. АН СССР, сер. физич. -1984. -Т.48. No.7. -С. 1289-1296.
25. *Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.* Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 230 с.
26. *Пикалов В.В., Федосов В.П.* Определение локальных характеристик плазменных объектов эллиптической формы. // Инверсия Абеля и ее обобщения. -Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978. -С. 190-199.
27. *Подгорный И. М.* Лекции по диагностике плазмы. М.: Атомиздат, 1968. 217 с.
28. [*Преображенский Н. Г., Пикалов В. В.* Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука, 1982. 238 с.
29. *Пятницкий Л. Н.* Лазерная диагностика плазмы. М.: Атомиздат, 1976. 424 с.
30. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
31. *Турчин В. Ф., Козлов В. П., Малкевич М. С.* Использование методов математической статистики для решения некорректных задач // УФН. 1970. Т. 102, № 3. С. 345–386.
32. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии: Пер. с англ. М.: Мир, 1983.
33. *Barr W.L.* Method for computing the radial distribution of emitters in a cylindrical source. // J. Opt. Soc. Am. 1962. Vol.52. No.8. P. 885-888.

34. *Deans S. R.* The Radon Transform and Some of its Applications. N. Y.: John Wiley, 1983.
35. *D'Orazio T., Guaragnella C., Leo M., Distante A.* A new algorithm for ball recognition using circle Hough transform and neural classifier // *Pattern Recognition*. 2004. Vol. 37. No. 3. P. 393–408.
36. *Faridani A., Ritman E. L., Smith K. T.* Local tomography // *SIAM J. Appl. Math.* 1992. Vol. 52. P. 459–484.
37. *Freeman M., Katz S.* Determination of the radial distribution of brightness in a cylindrical luminous medium with self-absorption. // *J. Opt. Soc. Am.* -1960. -Vol.50. No.8. -P. 826-830.
38. *Freeman M., Katz S.* Determination of a radiance distribution of an optically thin radiating medium. // *J. Opt. Soc. Am.* -1963. -Vol.53. No.10. -P. 1172-1179.
39. *Galigekere R.R., Holdsworth D.W., Swamy M.N.S., Fenster A.* Moment patterns in the Radon space. // *Optical Engineering*. 2000. Vol.39. No.14. P.1088-1097.
40. *Ingesson L. C., Pickalov V. V.* An iterative projection-space reconstruction algorithm for tomography systems with irregular coverage // *J. Phys. D*. 1996. Vol. 29. No. 12. P. 3009–3016.
41. *Jiang M., Wang G.* Convergence of the simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) // *IEEE Trans. Image Process.* 2003. Vol. 12. No. 8. P. 957–961.
42. *Lapworth K. G., Allnut L. A.* A fully automatic optical system for determining the volume emission coefficient of radiation throughout plasmas // *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 1977. Vol. 10. No. 7. P. 727–732.
43. *Likhachov A. V., Pickalov V. V.* A new approach to the problem of 3D interpolation from arbitrary set of points // *Computerized Tomography: Proceed. 4<sup>th</sup> Intern. Symposium.* (Novosibirsk, Russia, 10–14 Aug. 1993). Utrecht: VSP, 1995. P. 318–323.
44. *Melnikova T. S., Pickalov V. V.* Tomographic measurements of temperature fields in non-stationary arc plasma // *Beitr. Plasmaphysik*. 1984. Bd. 24 (5). S. 431–445.
45. *Melnikova T. S., Pickalov V.* Computer-aided plasma tomography // *High Temperature Dust-Laden Jets in Plasma Technology: Proceed. Intern. Workshop, 6–8 Sept. 1988, Novosibirsk, USSR / Eds. O. P. Solonenko, A. I. Fedorchenko.* Utrecht, The Netherlands, 1990. P. 257–282.
46. *Murakami K., Naruse T.* High speed line detection by Hough transform in local area // *Proceed. of the IEEE 15<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition.* Barcelona, 2000. Vol. 3. P. 467–470.
47. *Pickalov V., Likhachov A., Fuchs G. et al.* Region-of-Interest tomography of fine structures in plasmas // *Proceed. ICPP and 25<sup>th</sup> Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Praha, 29 June – 3 July 1998. ECA, 1998.* Vol. 22C. P. 1570–1573.
48. *Pickalov V.V., Preobrazhensky N.G.* Restoration of two-dimensional radiation fields for an optically thick plasma. // *J. de Physique.* -1979. -Vol.40. No.7 (C-7). -P. 855-856.

49. *Shen T.-W., Lun D.P.K., Siu W.C.* On the efficient computation of 2-D image moments using the discrete Radon transform. // *Pattern Recognition*. 1998. Vol.31. No.2. P.115-120.
50. *Silver E., Roney W.* Distribution of emitters in an elliptical source // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1980. Vol. 8. No. 3. P. 231–234.
51. *Song J., Lyu M. R.* A Hough transform based line recognition method utilizing both parameter space and image space // *Pattern Recognition*. 2005. Vol. 38. No. 4. P. 539–552.
52. *Toft P. A.* Using the generalized Radon transform for detection of curves in noisy images // *Proceed. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1996 (ICASSP-96). Vol. 4. P. 2219–2222.
53. *Vainberg E. I., Kazak I. A., Kurozaev V. P.* Reconstruction of the internal three-dimensional structure of objects based on real-time integral projections // *Soviet J. Nondestruct. Test.* 1981. Vol. 17. P. 415–423; *Вайнберг Э.И., Казак И.А., Курозаев В.П.* Реконструкция внутренней пространственной структуры объектов по интегральным проекциям в реальном масштабе времени. // *Дефектоскопия*. 1981. No.6. С. 10-21;
54. *Yasutomo Y., Miyata K., Himeno S.-I., Enoto T., Ozawa Y.* A new numerical method for asymmetrical Abel inversion. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1981. Vol.9. No.1. P. 18-21.

**Первые работы по томографии плазмы**

1. *Sauthoff N. R., McGuire K. M., Goeler S., von.* Reconstruction of  $m = 1$  MHD Modes from Projections // *Rev. Sci. Instrum.* 1986. Vol. 57. No. 8. P. 2139–2141. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1138710>>
2. *Koslover R., McWilliams R.* Measurement of Multidimensional Ion Velocity Distributions by Optical Tomography // *Rev. Sci. Instrum.* 1986. Vol. 57. No. 10. P. 2441–2448. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1139090>>
3. *Holland A., Navratil G. A.* Tomographic Analysis of the Evolution of Plasma Cross Sections // *Rev. Sci. Instrum.* 1986. Vol. 57. No. 8. P. 1557–1566. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1138584>>
4. *Nagayama Y.* Plasma Tomography Using Smoothing Technique // *Jpn. J. Appl. Phys.* 1985. Vol. 24. No. 6. P. 787–788.
5. *Decoste R.* X-ray Tomography on Plasmas with Arbitrary Cross Sections and Limited Access // *Rev. Sci. Instrum.* 1985. Vol. 56. No. 5. P. 806–808. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1138179>>
6. *Granetz R. S., Camacho J. F.* Soft-X-ray Tomography on Alcator C // *Nucl. Fusion.* 1985. Vol. 25. No. 6. P. 727–731.
7. *Melnikova T. S., Pickalov V. V.* Tomographic Measurements of Temperature Fields in Non-Stationary Arc Plasma // *Beitr. Plasmaphysik.* 1984. Bd. 24 (5). S. 431–445.
8. *Tiller W.* Investigations on the Radially Free Full Circle Arc // *Appl. Phys.* 1981. Vol. 25. No. 3. P. 317–328.
10. *Navarro A. P., Pare V. K., Dunlap J. L.* Two-Dimensional Spatial Distribution of Volume Emission from Line Integral Data // *Rev. Sci. Instrum.* 1981. Vol. 52. No. 11. P. 1634–1643. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1136510>>
11. *Sebald N.* Measurement of the Temperature and Flow Fields of the Magnetically Stabilized Cross-Flow N<sub>2</sub> Arc // *Appl. Phys.* 1980. Vol. 21. No. 3. P. 221–236.
12. *Plessl A.* The Flow Mechanism in a Bent, Rotating Arc // *Appl. Phys.* 1980. Vol. 21. No. 4. P. 377–389.
13. *Sauthoff N. R., Goeler S., von.* Techniques for the Reconstruction of Two-Dimensional Images from Projections // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1979. Vol. 7. No. 3. P. 141–147.
14. *Myers B. R., Levin M. A.* Two-Dimensional Spectral Line Emission Reconstruction as a Plasma Diagnostic // *Rev. Sci. Instrum.* 1978. Vol. 49. No. 5. P. 610–616. <<http://dx.doi.org/10.1063/1.1135462>>
15. *Sauthoff N. R., Goeler S., von, Stodiek W.* A Study of Disruptive Instabilities in the PLT Tokamak Using X-ray Techniques // *Nucl. Fusion.* 1978. Vol. 18. No. 10. P. 1445–1458.

16. *Takeda T.* Numerical Method for Solution of the Integral Equation of the First Kind – Application to Analysis of Plasma Density Profile // *J. Comp. Phys.* 1976. Vol. 21. No. 3. P. 305–318.

17. *Benenson D. M., Baker A. J.* Transverse Magnetic Field Effects on a Cross-Flow Arc // *AIAA.* 1971. Vol. 9. No. 8. P. 1441–1446.

18. *Benenson D. M., Cenker A. A.* Effects of Velocity and Current Upon Temperature Distribution within Cross-Flow (Blown) Electric Arc // *Trans. ASME. Ser.C. J. Heat Transfer.* 1970. Vol. 92. No. 2. P. 276–284.

19. *Olsen H. N., Maldonado C. D., Duckworth G. D.* A Numerical Method for Obtaining Internal Emission Coefficients from Externally Measured Spectral Intensities of Asymmetrical Plasmas // *JQSRT.* 1968. Vol. 8. P. 1419–1430. <[http://dx.doi.org/10.1016/0022-4073\(68\)90117-9](http://dx.doi.org/10.1016/0022-4073(68)90117-9)>

## Приложение 2

**Программа инверсии Радона:  
фильтрация и обратное проецирование**

Пусть массив  $f(n, k)$  содержит  $k$  проекций по  $n$  отсчетов в каждой. Тогда простейший алгоритм Шеппа – Логана [18] на языке Фортран выглядит так. Осуществляем фильтрацию проекций фильтром SL Шеппа – Логана. Вычисление элементов массива фильтра SL ( $H_p$  – шаг сетки по прицельному параметру  $P$ ):

```
C2 = -0.5/(PI*PI*Hr);  PHI(1)=0.0;
do j=1,n-1
    PHI(j+1)=C2/(j*j - 0.25)
enddo
```

Вычисление свертки очередной  $m$ -й проекции  $PROJ(j) = f(:, m)$  с этим фильтром и получение массива фильтрованных проекций:

```
do j=1,n
    CONV(j)=0.
!   convolution of projection with filter
    do i=1,N
        kabs = IABS(j-i)+1
        CONV(j)=CONV(j)+PROJ(i)*PHI(kabs)
    enddo
enddo
```

Далее осуществляется операция обратного проецирования (суммирования  $k$  фильтрованных проекций в данном пикселе для всех направлений), причем значение проекции для луча, проходящего через заданную точку  $(x, y)$ , определяется путем линейной интерполяции:

```
XX1=P(1); XXN=P(N);
AN1=(N-1.)/(XXN-XX1); ! inverted step for projections;
PNLeft = -XX1*AN1 ! number of left intervals;
```

```
do m=1,k
!   loop for angles
    CSNAL=COS(ANGLE(m))
    SNAL=SIN(ANGLE(m))
    do i=1,n
!   loop for columns of the tomogram
        xx=X(i)
        xSN=xx*SNAL
        do j=1,n
!   loop for rows of the tomogram
            yy=Y(j)
            Pj=yy*CSNAL-xSN
```

```

PNFirst=Pj*AN1+PNLeft
NNP=int4(PNFirst)
DP=PNFirst-NNP
NNP=NNP+1
if(NNP<N .and. NNP>0) &
G(j,i)=G(j,i)+ (CONV(NNP)+ (CONV (NNP)+DP*( CONV (NNP+1)- CONV
(NNP))))
    enddo ! j
    enddo ! i
    enddo ! m
G=G* (Angles(2)-Angles(1))

```

Отметим, что операцию фильтрации для получения массива CONV для заданного угла оптимально поместить внутрь внешнего цикла по углам в описанном выше блоке обратного проецирования. Итоговая томограмма  $G(y, x)$  имеет размерность  $n \times n$ . В приведенной программе также предполагается, что проекции заданы на равномерной одинаковой сетке по прицельному параметру  $P(n)$ , и на равномерной сетке по углам  $Angles(k)$ , заданной в радианах.

## Приложение 3

**Преобразование Радона некоторых функций**1. *Эллиптическая гауссиана*

Модель томограммы задается формулой

$$g(x, y) = C \exp[-(4 \cdot \ln 2)t^2],$$

$$t^2 = \frac{((x - x_0) \cos \varphi + (y - y_0) \sin \varphi)^2}{a^2} + \frac{(-(x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi)^2}{b^2}. \quad (\text{П2.1})$$

Здесь  $\varphi$  – поворот ступеньки относительно оси  $OX$ ;  $a$  и  $b$  – величины полных осей эллипса по осям  $X$  и  $Y$  соответственно;  $x_0, y_0$  – центр эллипса. Точнее, если ввести систему координат  $X'Y'$ , в которой эллипс не повернут и не смещен, то оси  $a, b$  будут ориентированы по координатным осям  $O'X'$  и  $O'Y'$ . Преобразование Радона от этой функции под углом  $\xi$  к оси  $OX$  (проекции) задается формулой:

$$f(\xi, p) = \{ab\sqrt{\pi}C \exp[-4(p - p_0)^2 \ln(2) / \zeta^2]\} / (|\zeta|\sqrt{4 \ln 2}),$$

$$p_0 = -x_0 \sin \xi + y_0 \cos \xi,$$

$$\zeta^2 = a^2 \sin^2(\xi - \varphi) + b^2 \cos^2(\xi - \varphi). \quad (\text{П2.2})$$

Множитель  $(4 \cdot \ln 2)$  введен в эти формулы для того, чтобы функция  $g(x, y)$  спадала в 2 раза в точках  $(x, y)$ , лежащих на кривой, задаваемой уравнением  $t^2 = 1$ .

2. *Парабола степени 1 с эллиптическим носителем*

Модель томограммы, определенная внутри смещенного повернутого эллипса, задается формулой

$$g(x, y) = \begin{cases} C(1 - t^2), & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Здесь параметр  $t$  определен так же, как и в (П2.1).

Преобразование Радона:

$$f(\xi, p) = (4abC / 3|\zeta|) (1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2)^{3/2},$$

$$p_0 = -x_0 \sin \xi + y_0 \cos \xi,$$

$$\zeta^2 = a^2 \sin^2(\xi - \varphi) + b^2 \cos^2(\xi - \varphi).$$

Здесь  $2|\zeta(\xi)|$  – диаметр проекции эллипса в направлении  $\xi$ ,  $p_0$  – положение проекции центра эллипса на оси  $p$ .

## 3. Парабола степени 1/2 с эллиптическим носителем

Модель томограммы задается формулой

$$g(x, y) = \begin{cases} C(1-t^2)^{1/2}, & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Преобразование Радона:

$$f(\xi, p) = \pi abC[1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2] / (2|\zeta|).$$

## 4. Парабола степени 3/2 с эллиптическим носителем

Модель томограммы задается формулой:

$$g(x, y) = \begin{cases} C(1-t^2)^{3/2}, & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Преобразование Радона:

$$f(\xi, p) = 3\pi abC[1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2]^2 / 8|\zeta|.$$

5. Парабола степени  $\lambda$  с эллиптическим носителем

Модель томограммы:

$$g(x, y) = \begin{cases} C(1-t^2)^\lambda, & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Преобразование Радона для  $\lambda > 0$  [34]:

$$f(\xi, p) = \{\sqrt{\pi} abC \Gamma(\lambda + 1) [1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2]^{\lambda + 1/2} / [|\zeta| \Gamma(\lambda + 3/2)]\}, \quad (\text{П2.3})$$

где  $\Gamma(\lambda)$  – гамма-функция. Отметим, что эта модель включает предыдущие три модели в качестве частных случаев.

## 6. Ступенька с эллиптическим носителем

Модель томограммы задается формулой

$$g(x, y) = \begin{cases} C, & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Преобразование Радона:

$$f(\xi, p) = (2abC / |\zeta|) [1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2]^{1/2}.$$

Заметим, что формально это выражение можно получить также и из формулы (П2.3) при  $\lambda = 0$ .

## 7. Конус с эллиптическим носителем

Модель томограммы задается в виде эллиптического конуса (при отрисовке функции  $z = g(x, y)$  в виде поверхности) формулой

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 - |t|, & t < 1, \\ 0, & t \geq 1. \end{cases}$$

Преобразование Радона этой функции:

$$f(\xi, p) = \frac{abC}{|\zeta|} \left[ \sqrt{1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2} - \frac{(p - p_0)^2}{2\zeta^2} \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2}}{1 - \sqrt{1 - (p - p_0)^2 / \zeta^2}} \right) \right].$$

Здесь функции  $\zeta(\xi)$ ,  $p_0(\xi)$  определяются по соответствующей формуле из (П2.2). В численной реализации последней формулы следует обходить особые точки по  $p$ , в которых второй член в квадратных скобках равен нулю.

Научное издание

*Бойко Виктор Михайлович  
Оришич Анатолий Митрофанович  
Павлов Александр Алексеевич  
Пикалов Валерий Владимирович*

**МЕТОДЫ ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ  
В АЭРОФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ**

Монография

*Редактор И. А. Похорукова*

Подписано к печати 10.09.2009  
Формат 70 x 100/16. Офсетная печать  
Усл. п. л. 26. Уч. –изд. л. 28. Тираж 500 экз.  
Заказ № 364

Редакционно-издательский центр НГУ  
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090