

Министерство образования и науки РФ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

Кафедра физики плазмы

С. Л. Синицкий, А. В. Аржанников

## **МОЩНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ ПУЧКИ**

Учебное пособие

Новосибирск  
2012

УДК 537.533+621.384.6.01  
ББК В338.4я73  
С38

**Синицкий С. Л., Аржанников А. В.** Мощные импульсные пучки: учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2012. 140 с.

ISBN

Учебное пособие содержит полный курс лекций по мощным импульсным пучкам, читавшийся авторами в течение 12 лет для студентов кафедры физики плазмы 5–6 курсов. Основной целью создания пособия является ознакомление с принципами генерации и транспортировки мощных пучков заряженных частиц, устройствами для их практической реализации, а также теоретическими моделями для описания процессов, происходящих во время генерации и транспортировки. Помимо этого обсуждаются вопросы, касающиеся различных способов измерения параметров пучков, а также основных применений мощных пучков в технике и научных исследованиях.

Предназначено для студентов физических специальностей, изучающих теоретические и экспериментальные основы физики мощных электронных и ионных пучков.

Рецензент

Д-р физ.-мат. наук В. И. Давыденко

Издание подготовлено в рамках реализации *Программы развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет»* на 2009–2018 гг.

© Новосибирский государственный университет, 2012  
© С. Л. Синицкий, А. В. Аржанников, 2012

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	6
Глава I. Области применения сильноточных пучков и требования к пучкам, вытекающие из характера их использования...	8
§ 1. Генерация гамма-излучения.....	8
§ 2. Драйверы для инерциального синтеза. Обжатие Д-Т-мишеней .....	10
§ 3. Бесстолкновительный нагрев плазмы.....	16
§ 4. Генерация СВЧ-излучения.....	20
Список литературы.....	22
Глава II. Общая схема генераторов импульсов высокого напряжения. Первичные накопители энергии .....	23
§ 1. Электростатические накопители (конденсаторы).....	24
§ 2. Магнитные (индуктивные) накопители.....	28
Список литературы.....	31
Глава III. Одиночная и двойная формирующие линии.....	32
§ 1. Одиночная формирующая линия.....	32
§ 2. Двойная формирующая линия.....	36
§ 3. Оптимизация геометрий ОФЛ и ДФЛ .....	37
Список литературы.....	40
Глава IV. Ускорительные диоды для генерации сильноточных релятивистских электронных пучков.....	41
§ 1. Источники электронной эмиссии.....	41
§ 2. Планарный диод с ведущим магнитным полем.....	42
§ 3. Коаксиальный и ленточный диоды с магнитной изоляцией.....	45
§ 4. Биполярный режим электронного диода.....	48
§ 5. Диод с магнитной самофокусировкой.....	51
§ 6. Численное моделирование и эксперименты по самофокусировке электронного пучка в диодах с большим соотношением $R/a$ .....	53
Список литературы.....	55

Глава V. Диагностика сильноточных РЭП.....	57
§ 1. Регистрация мегавольтного напряжения.....	57
§ 2. Датчики тока и локальной плотности тока.....	60
§ 3. Диагностика углового разброса электронов.....	64
§ 4. Измерения энергетического разброса электронов.....	68
§ 5. Измерения энергозапаса в импульсном РЭП.....	72
Список литературы.....	74
Глава VI. Транспортировка сильноточных импульсных РЭП... ..	76
§ 1. Предел по собственному объемному заряду.....	76
§ 2. Понятие о токе Альфвена.....	79
§ 3. Равновесные состояния аксиально-симметричного пучка.....	81
§ 4. Равновесное состояние ленточного пучка.....	85
§ 5. Мелкомасштабные неустойчивости.....	88
§ 6. Крупномасштабные неустойчивости.....	90
6.1. Диокотронная неустойчивость.....	90
6.2. Неустойчивость Пирса.....	92
6.3. Неустойчивость Будкера – Бунемана.....	98
Список литературы.....	100
Глава VII. Индукционные ускорители.....	102
§ 1. Принцип работы и блок-схема.....	102
§ 2. Пространственное распределение ускоряющего поля.....	105
§ 3. Фокусировка электронного пучка.....	108
§ 4. Безжелезные ЛИУ.....	111
Список литературы.....	113
Глава VIII. Генерация мощных ионных пучков.....	114
§ 1. Применение мощных ионных пучков.....	114
§ 2. Схемы генерации мощных ионных пучков.....	115
2.1. Газодинамический метод генерации ионных потоков.....	115
2.2. Рефлексный триод.....	117
2.3. Диоды с магнитной изоляцией катод-анодного зазора.....	119
2.4. Диоды с магнитной самоизоляцией.....	124

§ 3. Диагностика ионных пучков.....	126
3.1. Ионные коллекторы.....	126
3.2. Время-пролетный метод.....	127
3.3. Метод ослабляющих фильтров.....	128
3.4. Пороговые ядерные реакции.....	128
3.5. Сцинтилляционные детекторы.....	129
Список литературы.....	129
Приложение 1.....	130
Приложение 2.....	133
Приложение 3.....	136

## ПРЕДСЛОВИЕ

Учебное пособие содержит курс лекций по мощным импульсным пучкам, читавшийся авторами в различное время для студентов кафедры физика плазмы 5–6 курсов физического факультета НГУ. Этот курс опирается на курсы «Электричество и магнетизм» и «Электродинамика и оптика» и служит одной из основных частей образовательной программы по специальности «Физика и химия плазмы».

Задача курса – обучение студентов основным принципам генерации и транспортировки мощных пучков заряженных частиц, ознакомление с устройствами для их реализации и представление теоретических методов для описания процессов, происходящих при генерации и транспортировке пучков. Отдельное внимание уделено описанию способов измерения параметров пучков, а также применению пучков в научных и технических приложениях.

Курс разбит на восемь глав. Первая из них знакомит читателя с основными применениями мощных пучков в различных областях научных исследований, а именно для генерации мощного рентгеновского излучения, в области создания драйверов для осуществления инерциального и магнитного термоядерного синтеза, а также для генерации мощного СВЧ-излучения.

Вторая глава посвящена описанию различных схем и устройств, предназначенных для относительно медленного накопления электрической или магнитной энергии. Для согласования этих накопителей с низкоимпедансной нагрузкой необходимы промежуточные уплотнители энергии в виде формирующих линий, описание которых приведено в третьей главе пособия.

Четвертая глава знакомит читателя с основными принципами устройств, предназначенных для генерации сильноточных релятивистских электронных пучков. В ней обсуждаются различные типы электронных диодов, а также режимы их работы.

Пятая глава содержит описание наиболее употребительных диагностик основных параметров электронных пучков, а именно методик для измерения напряжения на диоде, его полного тока, распределения плотности тока пучка по его поперечному сечению, диодных для определения углового и энергетического разбросов

электронов пучка, а также способов регистрации его полного энергезапаса.

В шестой главе описаны принципы осуществления устойчивой транспортировки пучка заряженных частиц на значительные расстояния. В ней приведены примеры реализации равновесного состояния аксиально-симметричного и ленточного пучков, а также подробно рассмотрены различные типы мелкомасштабных и крупномасштабных неустойчивостей, возникающих в процессе транспортировки пучка в дрейфовом пространстве.

Глава седьмая посвящена описанию принципов работы линейных индукционных ускорителей (ЛИУ). Рассмотрены устройства на основе применения ферромагнитных материалов, а также безжелезные ЛИУ. Особое внимание уделено вопросу фокусировки пучка во время его ускорения в ЛИУ.

В восьмой главе кратко описаны современные области применения мощных ионных пучков, их основные схемы генерации, а также различные способы регистрации основных параметров таких пучков.

В приложениях приведены графические иллюстрации и подробные решения сложных математических задач, возникающих при рассмотрении трех задач курса, а именно: генерации пучка в квазиплоском диоде с магнитным полем, нахождения распределения плотности частиц по радиусу в одном из примеров равновесного состояния аксиально-симметричного пучка, а также вывод формул для неустойчивости Пирса.

В конце каждой главы приведён список литературы, в котором содержатся ссылки как на оригинальные статьи по указанному предмету, так и учебники, которые можно использовать в дополнение к курсу.

Нумерация параграфов в каждой главе отдельная. Формулы и рисунки имеют сквозную нумерацию.

Авторы искренне признательны коллегам по кафедре физики плазмы и кафедре общей физики за помощь при подготовке пособия.

## ГЛАВА I

**ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ  
И ТРЕБОВАНИЯ К ПУЧКАМ, ВЫТЕКАЮЩИЕ  
ИЗ ХАРАКТЕРА ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ****§ 1. Генерация гамма-излучения**

Традиционно электронные пучки используют для получения рентгеновского излучения, или гамма-излучения. Область его применения охватывает широкий диапазон от научных и технических исследований до медицинских целей. Необходимость применения именно мощных пучков для получения коротких сверхмощных импульсов тормозного излучения возникла в 1970-е годы в связи с решением задач защиты различного рода технических устройств от воздействия жесткого рентгеновского излучения и запретом испытаний ядерного оружия. Кроме того, с помощью рентгеновской вспышки высокой яркости можно осуществлять рентгенографию быстротекущих процессов (взрыв, движение ударных волн, экспериментальная газодинамика, задачи баллистики и др.). В рамках решения этих задач требуется получение как можно более мощного потока гамма-квантов, а для рентгенографии – еще и достижение минимального размера излучающего источника. Из решения задачи о рассеянии релятивистского электрона атомом вещества с зарядом  $Z$ , которая рассматривается в курсе квантовой электродинамики, известно, что дифференциальное сечение рождения гамма-кванта пропорционально  $Z^2$  и имеет резко выраженный максимум в направлении движения релятивистского электрона с угловой шириной масштаба  $\theta \sim 1/\gamma$ . Здесь величиной  $\gamma$  обозначен релятивистский фактор падающего электрона. Данное свойство в поведении сечения используется для получения узконаправленного потока тормозного излучения, поскольку, с одной стороны, эффективность преобразования энергии электронов в излучение растет вместе с  $\gamma$ , а с другой – с ростом  $\gamma$  уменьшается телесный угол, в котором сосредоточен основной поток излучения. В то же время поток тормозно-

го излучения также пропорционален току электронного пучка. Следовательно, для получения дозы и мощности дозы, сопоставимых с теми, которые требуются для имитации ядерных взрывов в экспериментах, необходимы электронные пучки с энергией электронов 10–20 МэВ и токами в несколько мегаампер при длительности не более 100 нс, т. е. находящиеся на самом передовом рубеже, достигнутом в настоящее время в области генерации высокоэнергетических пучков с помощью ускорителей прямого действия. Что касается распределения по энергиям гамма-квантов, рождаемых электронным пучком в веществе, то оно состоит из непрерывной части с плавно спадающей интенсивностью в диапазоне от 0 до  $E_e$  (энергия электронов) и линейчатой части (характеристическое излучение), если энергия электронов больше границ возбуждения K-, L-, M-уровней в атоме. Приведем характерные параметры ускорителей, работавших или работающих в области имитационного эксперимента. Ускоритель AURORA (рис. 1), созданный в Harry Diamond Lab., США, генерировал одновременно четыре электронных пучка с энергией электронов около 10 МэВ, полным током 2 МА, суммарной мощностью 20 ТВт при длительности импульса  $\tau \sim 120$  нс. Характерная энергия гамма-квантов, полученная в этих экспериментах, составляла  $E_e/3$ , т. е. около 3 МэВ. Доза тормозного излучения в



Рис. 1. Фотография ускорителя AURORA. На переднем плане видны двойные формирующие линии, на заднем – объем с генераторами Маркса

объеме  $1 \text{ м}^3$ , примыкающем к анодам четырех электронных пушек, достигала значения  $5 \cdot 10^4$  рад [1] ( $100 \text{ рад} = 1 \text{ Гр}$  [Дж/кг]). Другой ускоритель HERMES III (рис. 2), построенный в Sandia National Lab., США, имел следующие параметры электронного пучка: 19 МэВ, 0,7 МА, 13 ТВт, 25 нс. На этом ускорителе на площади  $S = 80 \text{ см}^2$  была получена мощность дозы  $3,5 \cdot 10^{13}$  рад/с.

Как уже говорилось, задачи рентгенографии быстро движущихся объектов диктуют необходимость получения коротких длительностей рентгеновских вспышек на уровне 10–100 нс, что обеспечит разрешение деталей просвечиваемого объекта на уровне не хуже 1 мм даже при движении его со скоростями  $10^6$  см/с.



Рис. 2. Установка HERMES III. Справа и слева видны подводы формирующих линий к линейному индукционному трансформатору (в центре), который формирует импульс напряжения на вакуумной магнитно-изолированной линии, питающей электронный диод

Для решения этой задачи требуется также минимальный размер излучающего гамма-кванты источника. Для этой цели, например в экспериментах на ускорителе «Пульсрад-1480», созданном фирмой Physics International, США, была использована самофокусировка электронного пучка в диоде с катодом в виде усеченного конуса, что обеспечило плотность тока электронного пучка на аноде  $1\text{--}2$  МА/см<sup>2</sup> и характерный размер источника излучения масштаба 3,5 мм. При этом на аноде были получены фантастические плотности мощности масштаба  $10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>.

## § 2. Драйверы для инерциального синтеза. Обжатие Д-Т-мишеней

Сильноточные электронные и ионные пучки нашли широкое применение в решении проблемы управляемого термоядерного синтеза. Как известно, в настоящее время наибольшие успехи в решении указанной проблемы достигнуты в двух направлениях. Первое из них основано на создании, нагреве и почти стационарном удержании с помощью магнитного поля горячей плазмы, в которой должна осуществляться реакция термоядерного синтеза. Второе направление, так называемый инерциальный термоядерный синтез

(ИТС), предполагает симметричное облучение разного рода пучками малых сферических капсул, содержащих термоядерное горючее – смесь дейтерия и трития. В процессе такого облучения происходит очень быстрый нагрев, испарение и разлет вещества поверхности капсул, что вызывает рождение за счет импульса отдачи сферически сходящейся ударной волны, сжимающей вещество внутри капсулы до плотностей, в  $10^3$ – $10^4$  раз превышающих плотность твердого тела. При этом вещество настолько сильно сжимается и нагревается, что даже за то короткое время, пока существует сжатое состояние, успевает произойти термоядерная реакция, которая затем продолжается на стадии разлета мишени. В качестве облучающих пучков, или так называемых драйверов, могут использоваться электронные, ионные, лазерные пучки, а также мощные потоки мягкого рентгеновского излучения. По результатам численного моделирования процессов, происходящих внутри капсулы, для достижения приемлемого КПД в ходе осуществления инерциального термоядерного синтеза требуется мощность драйверов на уровне  $10^{14}$ – $10^{15}$  Вт в течение времени масштаба 10 нс и соответственно запас энергии в них на уровне 10 МДж.

На начальном этапе исследований в качестве драйвера было предложено использовать **электронные пучки**, поскольку они обладают целым рядом преимуществ перед остальными типами драйверов. Среди них основными являются следующие:

- достигнуты необходимые мощность и энергосодержание в драйвере ( $P \sim 10^{14}$  Вт,  $E \sim 1$ – $3$  МДж – ускоритель PBFA-I Sandia National Lab., США);
- получен высокий КПД преобразования накопленной энергии в энергию пучка (70–80 %), что немаловажно при создании электростанции на этой основе;
- осуществлена фокусировка электронного пучка непосредственно в диоде на поверхности сферической оболочки  $\varnothing 0,4$  см, произведено ее сферически симметричное сжатие; достигнуты высокие параметры эксперимента: плотность тока пучка  $j_e \sim 2 \cdot 10^7$  А/см<sup>2</sup> и плотность мощности  $P \sim 2 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> (ускоритель PBFA-I Sandia National Lab., США).

Вместе с тем, электронные пучки обладают и рядом недостатков, которые в настоящее время не позволяют развивать исследования по ИТС в этом направлении. Среди них: большая глубина торможения

ния электронов в веществе, за счет чего вещество мишени разогревается самым пучком, а также его тормозным излучением, что делает сжатие вещества мишени до больших плотностей проблематичным. Эту задачу в некоторой степени решает применение многослойных оболочек с большим  $Z$  для эффективного торможения электронов, но в настоящее время их изготовление является слишком сложным и трудоемким процессом. Кроме того, задачу торможения электронного пучка в плазме облегчают коллективные процессы, имеющие место при пучково-плазменном взаимодействии. Другим недостатком являются жесткие требования на сферичность электронного потока при облучении мишени, нарушение которых приводит к отклонению электронов пучка собственным магнитным полем и тем самым к дефокусировке пучка.

Очень перспективным драйвером для решения проблемы ИТС являются ионные пучки, применение которых имеет следующие преимущества:

- в настоящее время практически достигнуты необходимые мощность пучка и энергия в импульсе; например, на ускорителе PBFA-II (рис. 3, 4) в Sandia National Lab., США, были получены следующие параметры пучка атомов Li: энергия частиц – 10 МэВ, ток – 2 МА, мощность – 20 ТВт, энергия в импульсе – 3,6 МДж;
- достигнута высокая эффективность генерации мощных ионных пучков (~70 %);
- ионные пучки обладают малой глубиной поглощения в веществе при классическом механизме поглощения, а также очень малым отражением от мишени;
- практически отсутствует жесткое рентгеновское излучение, прогревающее мишень и затрудняющее ее сжатие;
- в испаряемом веществе мишени не возникают такие плазменные явления, как турбулентность, ухудшение теплопроводности, а также, что особенно важно, отсутствие генерации надтепловых электронов в плазме, разлетающейся с поверхности капсулы. Наличие таких электронов приводит к быстрому развитию неустойчивостей в этой плазме, что в свою очередь влечет нарушение симметрии обжатия.

Для справки приведем характерные энергии ионов различных атомов, при которых пробег ионов соответствует толщине оболочки

капсулы (пробег  $\rho R = 0,1 \text{ г/см}^2$ ):  $H - 5 \text{ МэВ}$ ,  $He - 19 \text{ МэВ}$ ,  $Ne - 240 \text{ МэВ}$ ,  $Kr - 1,5 \text{ ГэВ}$ ,  $U - 4,4 \text{ ГэВ}$ . Что касается недостатков такого драйвера, то среди них необходимо отметить недостаточную для решения проблемы ИТС плотность мощности, достигнутую в настоящее время на поверхности малых капсул, которая обусловлена трудностью транспортировки и особенно фокусировки таких интенсивных ионных пучков. По этой причине необходимы даль-

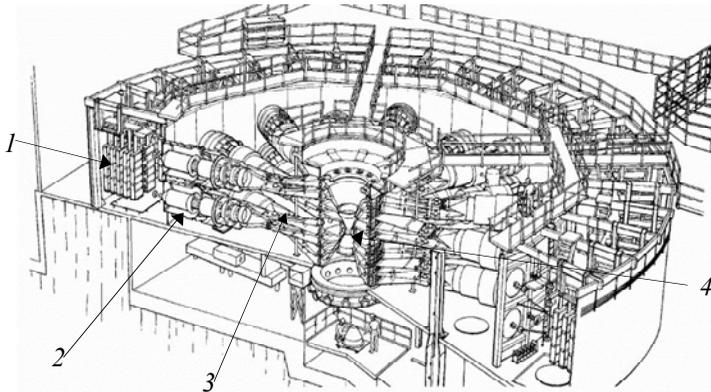


Рис.3. Схема установки РВФА-II. 1 – генераторы Маркса, 2 – промежуточные накопители, 3 – трансформаторы, 4 – нагрузка

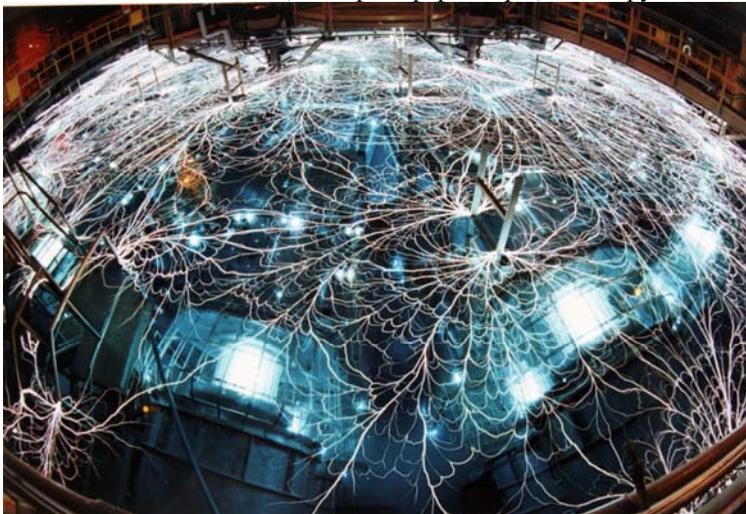


Рис. 4. Фотография установки РВФА-II во время выстрела

нейшие исследования в области генерации сверхинтенсивных ионных потоков, в то время как работы в этом направлении в настоящее время приостановлены. В области создания других типов драйверов, а именно интенсивных лазерных пучков, а также Z-пинчей, производящих мощные потоки мягкого рентгеновского излучения, в настоящее время достигнуты впечатляющие результаты, являющиеся фундаментом для создания установок следующего поколения. Так, в Lawrence Livermore National Lab., США, в 2009 г. запущена в работу установка NIF (рис. 5), на которой с помощью 192 лазерных пучков ультрафиолетового излучения суммарной мощностью около 500 ТВт и энергией 1,39 МДж осуществляется сжатие и нагрев термоядерной мишени диаметром 1–2 мм (рис. 6) с промежуточной конверсией энергии излучения лазера в мягкое рентгеновское излучение (рис. 7).

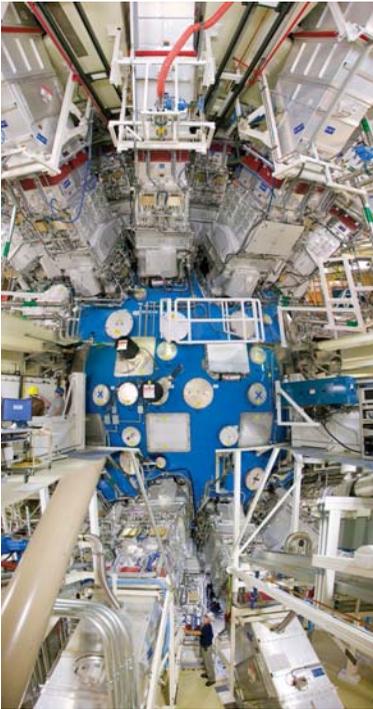


Рис. 5. Вид на камеру с мишенью (в центре) и каналы, подводящие лазерные пучки

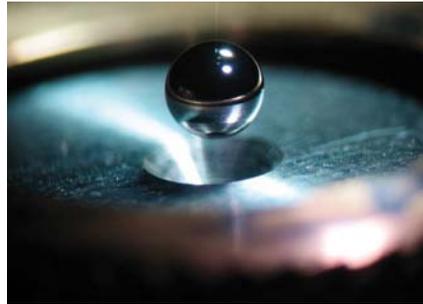


Рис. 6. Мишень – криогенная капсула с термоядерным горючим

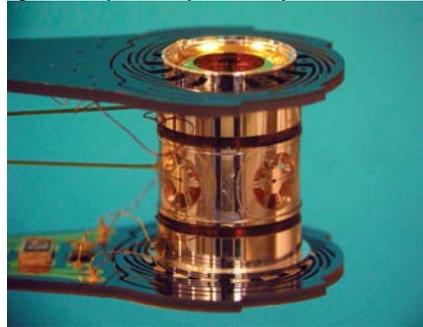


Рис. 7. Хольраум – устройство для конверсии оптического излучения в мягкое рентгеновское

Такая конверсия необходима для обеспечения высоких требований к сферической симметрии облучения, которые не удастся выполнить при непосредственном облучении мишени лазерным излучением.

Необходимо также привести параметры другого драйвера, а именно мощного источника мягкого рентгеновского излучения, созданного на установке Z-machine в Sandia National Lab., США (рис. 8) в экспериментах по магнитному обжатию плазмы в Z-пинче на основе проволочного лайнера. В этих экспериментах энергия в импульсе мягкого рентгеновского излучения Z-пинча составляет около 2,7 МДж, длительность импульса – 90 нс, мощность – 350 ТВт, характерная энергия гамма-квантов – 350 эВ. Полученные значения энергии и мощности излучения приближаются к расчетным величинам 10 МДж и 500 ТВт, которые необходимо достичь для зажигания термоядерной реакции по результатам моделирования. По-видимому, в ближайшие десятилетия на подобных установках будет продемонстрировано зажигание D-T-смеси в термоядерной мишени.

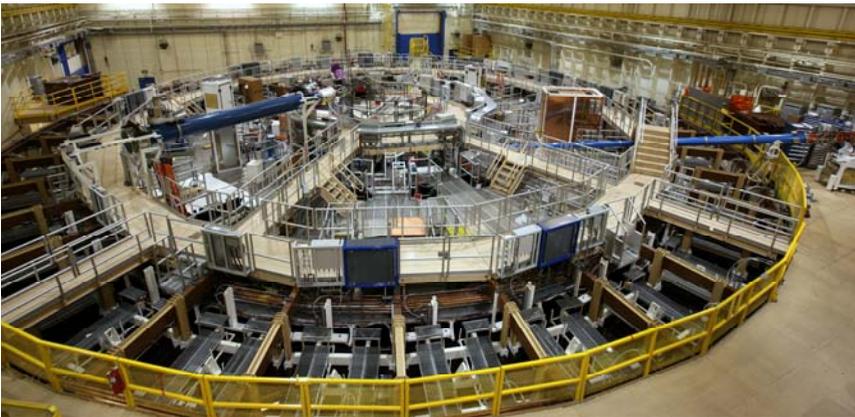


Рис. 8. Общий вид установки Z-machine. По периметру установки расположены генераторы Маркса, ближе к центру – промежуточные накопители и формирующие линии, а в самом центре – камера с Z-пинчем, создающим мощный импульс мягкого рентгеновского излучения для облучения термоядерной мишени

### § 3. Бесстолкновительный нагрев плазмы

Мощные электронные пучки нашли применение и в направлении термоядерных исследований, в которых плазма нагревается и удерживается продолжительное время в сильном магнитном поле. В частности, электронные пучки используются для нагрева плазмы в длинных соленоидальных ловушках. Основная идея теоретических и экспериментальных исследований в этой области основывается на свойстве электронного пучка резонансно возбуждать ленгмюровские колебания в плазме в результате развития пучковой неустойчивости. В теоретических работах была получена оценка величины инкремента этой неустойчивости в кинетическом режиме, когда в резонансной с колебаниями области спектра, вследствие заметного углового разброса электронов, находится небольшая доля электронов пучка:

$$\text{Im}(\omega) = \omega_p \cdot \frac{n_b}{n_p} \frac{1}{\gamma \cdot \bar{\theta}^2}, \quad (1.1)$$

где  $\omega_p$  – плазменная частота электронов,  $n_b$  и  $n_p$  – плотности электронов пучка и плазмы,  $\bar{\theta}^2$  – среднеквадратичный угловой разброс электронов пучка.

По причине относительно короткого времени жизни нагретой плазмы в соленоидах с пробочной геометрией магнитного поля для увеличения скорости термоядерной реакции в ней необходимо нагревать плазму, имеющую по возможности максимальную плотность. Однако с ростом плотности плазмы инкремент развития пучковой неустойчивости может оказаться меньше частоты электрон-электронных столкновений в холодной плазме, что приведёт к резкому снижению энергопередачи от пучка к плазме. Возможными путями сохранения высокой эффективности энергопередачи к плазме с высокой плотностью являются повышение плотности электронов в пучке и уменьшение углового разброса электронов.

Другим важным фактором, определяющим эффективность пучково-плазменного взаимодействия, является напряженность магнитного поля в плазме. Как показали эксперименты, температура основной электронной компоненты плазмы, нагреваемой ленгмюровскими колебаниями, существенно зависит от величины

магнитного поля и длительности инжекции пучка в плазму. Приведем максимальные параметры, достигнутые в настоящее время в этом направлении. В экспериментах на установке ГОЛ-3 (рис. 9), созданной в ИЯФ СО РАН, Новосибирск, при инжекции электронного пучка с энергией электронов 1 МэВ, током 30 кА и длительностью около 10 мкс в плазму с плотностью  $10^{14}$ – $10^{15}$  см<sup>-3</sup> в гофрированном магнитном поле величиной около 5 Тл температура электронов и ионов достигла величин в несколько кэВ при длительности удержания плазмы в ловушке около 1 мс. В случае дейтериевой плазмы при указанных параметрах был зарегистрирован мощный поток нейтронов, образующихся в D-D-реакции.



Рис. 9. Установка ГОЛ-3. Слева виден генератор мощного микросекундного ленточного пучка У-2, внизу под антресолю находится многобронная ловушка с плотной плазмой

В ходе исследований были выявлены и недостатки такого подхода к получению плазмы с термоядерными параметрами. Так, на нагрев основной электронной компоненты плазмы расходуется лишь небольшая доля энергии, теряемая электронным пучком в плазме при накачке им ленгмюровских волн. Основная же часть энергии плазменных колебаний передается высокоэнергетичным хвостам функции распределения электронов. Скорость этих надтепловых электронов преимущественно направлена вдоль маг-

нитного поля, а их средняя энергия может достигать нескольких десятков кэВ, вследствие чего их очень трудно удержать в ловушке.

С момента начала исследований пучково-плазменного взаимодействия в 70-х годах прошлого века для нагрева плазмы преимущественно использовались интенсивные пучки с длительностью  $\sim 100$  нс. Для развития этих экспериментов требовалось существенно повысить энергосодержание в электронных пучках при сохранении других параметров на прежнем уровне, что послужило причиной проведения исследований по удлинению импульса генерации пучка от ста наносекунд до нескольких микросекунд. Поскольку для нагрева плазмы требуется очень высокая плотность тока пучка  $1-10$  кА/см<sup>2</sup>, то в качестве эмиттеров для диодов использовались катоды со взрывной эмиссией, обеспечивающие плотность тока от  $100$  А/см<sup>2</sup> и выше. Известно, что длительность генерации пучка в таком диоде ограничивается резким снижением его импеданса из-за расширения навстречу друг другу прикатодного и прианодного плазменных слоев. Для преодоления этого ограничения были найдены два пути.

Первый заключается в увеличении катод-анодного расстояния при одновременном увеличении площади катода, что необходимо для сохранения на прежнем уровне величины полного тока пучка. Данный путь предполагает последующую сильную магнитную компрессию пучка для увеличения плотности тока со  $100$  А/см<sup>2</sup> до величины в несколько кА/см<sup>2</sup>. В соответствии с этим была выбрана величина диодного зазора в ускорителе У-1, равная приблизительно  $10$  см. Как и предполагалось, вследствие увеличения катод-анодного зазора и уменьшения плотности тока время закорачивания плазмой диодного промежутка удалось увеличить до  $5$  мкс. Энергозапас пучка в этих экспериментах достигал  $140$  кДж при полном токе пучка до  $50$  кА и энергии электронов до  $1$  МэВ. Однако возможность дальнейшего продвижения по этому пути вызывает большие сомнения, так как увеличение длительности генерации пучка требует увеличения диодного зазора, что приведет к уменьшению плотности тока. В этом случае для получения необходимой для нагрева плазмы плотности тока пучка потребуется увеличить коэффициент магнитной компрессии пучка свыше  $40$ , что приведет к росту углового разброса электронов пучка в плазме и снизит эффективность пучково-плазменного взаимодействия.

Второй возможный путь наращивания длительности генерации пучка связан с использованием магнитного поля для изоляции анода от катода в диоде. Первоначально на этом принципе были построены коаксиальные диоды с магнитной изоляцией (КДМИ), имеющие кольцевую форму катода и анода. В этих диодах отсутствует металлическая фольга, которая используется в качестве анода в плоских диодах и является одной из причин быстрого заполнения диодного промежутка плазмой. При наличии магнитной изоляции образование катодной плазмы в КДМИ не должно приводить к быстрой закоротке диодного промежутка, поскольку скорость ее движения поперек магнитного поля должна быть значительно ниже, чем вдоль силовых линий. Однако, несмотря на это явно просматриваемое преимущество КДМИ перед плоскими диодами, время генерации в этих диодах не удается поднять выше 3–4 мкс при плотности тока  $1 \text{ кА/см}^2$  из-за неустойчивостей, возникающих в прикатодном и прианодном слоях плазмы. В итоге с помощью КДМИ не удается передать в электронный пучок, инжектируемый в магнитную ловушку, энергию более 50–100 кДж.

Из расчетов следует, что для создания термоядерного реактора на основе длинной соленоидальной ловушки, в которой плазма нагревается мощным электронным пучком, необходимо достичь уровня энергосодержания в нем около 1 МДж. В начале 1980-х годов было ясно, что генерация пучка с таким энергосодержанием в отдельном диоде как с плоской, так и с коаксиальной геометрией не представляется возможной. По этой причине была выдвинута концепция последовательной во времени инжекции в соленоид магнитной ловушки нескольких сильноточных релятивистских электронных пучков (РЭП), генерируемых в отдельных диодах с соответствующим сдвигом по времени. Для осуществления такого процесса наиболее приемлемыми пучками представляются такие РЭП, которые генерировались бы в магнитно-изолированных ленточных диодах. Получаемые в подобных диодах пучки имеют один из размеров их поперечного сечения намного меньше другого. Такая особенность геометрии пучка позволяет с помощью переключающей катушки, создающей небольшое поперечное к плоскости пучка магнитное поле, направлять трубку силовых линий магнитного поля, выходящих из соленоида с плазмой, поочередно то в один, то в другой генератор пучка. Осуществляемое таким образом пересо-

единение силовых линий ведущего магнитного поля должно происходить в области, свободной от плазмы, иначе вследствие хорошей проводимости плазмы вмороженность магнитного поля в нее не позволит реализовать этот процесс. Подобная концепция была экспериментально подтверждена в опытах по переключению модельного ленточного пучка и может быть заложена в основу дальнейшего продвижения на пути увеличения энергозапаса электронных пучков, инжектируемых в плазму.

#### § 4. Генерация СВЧ-излучения

Так же как и пучки частиц, СВЧ-излучение имеет очень широкий диапазон применений: в быту (СВЧ-печь, сотовые телефоны), медицине (стерилизация, прогрев), обработке материалов, научных исследованиях (нагрев плазмы в магнитных ловушках на электронно-циклотронном резонансе – ЭЦР), а также в специальных приложениях (например: радары, шумовые генераторы). Как правило, в подавляющем большинстве источников СВЧ-излучения используются электронные пучки. В разного рода генераторах такого излучения создается как квазимонохроматическое излучение, например, для телекоммуникаций и нагрева плазмы на ЭЦР, так и широкополосное, например, для решения задачи визуализации объекта и постановки радиопомех. Если рассматривать самые мощные из существующих в настоящее время СВЧ-генераторов, то нельзя не упомянуть о гиротронах. Идея создания гиротронов, иначе мазеров на циклотронном резонансе, была высказана в начале 60-х годов прошлого века академиком А. В. Гапоновым-Греховым и далее реализована группой советских ученых – И. И. Антаковым, М. И. Петелиным, В. А. Флягиным и В. К. Юлпатовым. Гиротрон представляет собой СВЧ-генератор с открытым коаксиальным резонатором, в котором с помощью пучка электронов,двигающихся по винтовым траекториям, возбуждается одна из мод такого резонатора (рис. 10). В основе работы данного прибора лежит фазовая группировка под действием электромагнитного поля ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, у которых частота колебаний в магнитном поле зависит от энергии электронов. Вследствие такой зависимости электроны пучка вращаются в магнитном поле с разными циклотронными частотами и, взаимодействуя с волной,

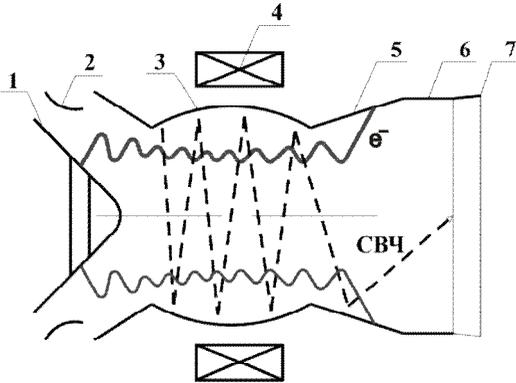


Рис. 10. Схема гиротрона: 1 – катод, 2 – анод, 3 – открытый коаксиальный резонатор, 4 – соленоид, создающий аксиальное магнитное поле, 5 – коллектор пучка, 6 – выходной волновод, 7 – выходное окно для вывода СВЧ-излучения

смещаются друг относительно друга по фазам, образуя сгусток, причем этот сгусток образуется именно в тормозящей фазе поля и тем самым передает энергию волне [2]. Как показали эксперименты, такой прибор обладает высоким КПД  $\sim 50\%$ , а при использовании рекуператора пучка – около  $70\%$ . Наивысшие достижения в области создания мощных гиротронов

выглядят следующим образом: диапазон длин волн, перекрываемый гиротронами – от 8 ГГц до 500 ГГц, максимальная мощность в непрерывном режиме – 0,2 МВт ( $f = 82,7$  ГГц, мода  $TE_{10,4}$ ,  $P = 0,2$  МВт, КПД = 52 % FZK (Карлсруэ, Германия, CRPP, Thales ED, GYCOM (Нижний Новгород, Россия)), максимальная мощность в режимах с длительностью  $\sim 1000$  с – 1 МВт ( $f = 139,8$  ГГц, мода  $TE_{28,8}$ , FZK, CRPP, Thales ED, GYCOM), 1,5–2 МВт при длительностях  $< 0,1$  с ( $f = 170$  ГГц, мода  $TE_{31,12}$ , JAEA, TOSHIBA, Япония). Обзор современных мировых достижений в области создания мощных СВЧ-генераторов приведен в [3].

Говоря о гиротронах, нельзя не упомянуть лазеры и мазеры на свободных электронах (ЛСЭ и МСЭ). Принцип действия их довольно прост. Имеется пучок, распространяющийся с релятивистской скоростью в направлении излучаемой волны, электроны которого колеблются под действием внешних электрического и (или) магнитного полей. Главная особенность данного типа приборов состоит в доплеровском преобразовании частоты колебаний электронов в частоту излучаемой волны. Излучение в ЛСЭ, как правило, возникает при прохождении пучком электронов через магнитное устрой-

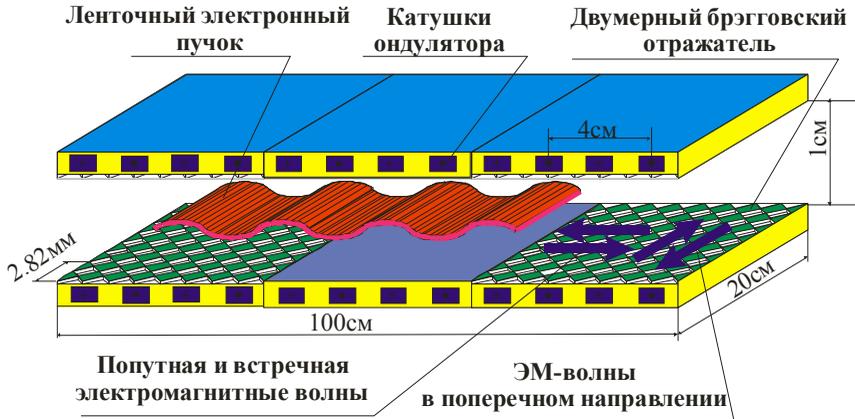


Рис. 11. Схема ЛСЭ

ство, называемое ондулятором, или вигглером, в котором электроны движутся в пространстве по периодически осциллирующим в пространстве траекториям. Пример такого устройства показан на рис. 11. Пусть они обладают более скромным КПД не выше 20 %, но имеют возможность перестраиваться по длине волны излучения в зависимости от энергии пучка. Этими приборами охвачен диапазон от 10 ГГц до 1 ТГц. Максимальная мощность СВЧ-излучения была достигнута на установке, построенной в LLNL (Livermore, США), и составила  $\sim 2$  ГВт на частоте 140 ГГц при КПД 13 % и длительности импульса 20 нс. Электронный пучок в этих экспериментах имел энергию 6 МэВ и ток 2,5 кА.

### Список литературы

1. Bernshtein B., Smith J. "Aurora", an electron accelerator // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1973. Vol. NS-20. № 3. P. 294-300, а также в книге: Диденко А. И., Григорьев В. П., Усов Ю. П. Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977. С. 263.
2. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Лекции по СВЧ - электронике для физиков. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. Т. 2. С. 19.
3. Thumm M. State of the art of high power gyro-devices and free electron masers Update 2006. Forschungszentrum Karlsruhe, 2007.

## ГЛАВА II

### ОБЩАЯ СХЕМА ГЕНЕРАТОРОВ ИМПУЛЬСОВ ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ. ПЕРВИЧНЫЕ НАКОПИТЕЛИ ЭНЕРГИИ

В основе практически любого мощного импульсного ускорителя пучка лежит генератор импульсного напряжения (ГИН) или генератор импульсного тока (ГИТ). Принцип действия типичного ускорителя прямого действия предполагает вначале относительно медленное в течение нескольких минут накопление энергии в первичном накопителе энергии (ГИНе или ГИТе), а затем передачу этой энергии в течение нескольких микросекунд в промежуточный накопитель, например, на основе формирующей линии, в котором плотность энергии существенно возрастает. И наконец, быстрое в течение десятков или сотен наносекунд использование энергии промежуточного накопителя для получения большой импульсной мощности при генерации пучка в диоде. Блок-схема типичного ускорителя прямого действия представлена на рис. 12.



Рис. 12. Блок-схема ускорителя прямого действия

В табл. 1 [1] представлены основные типы существующих первичных накопителей энергии вместе с предельными параметрами, характеризующими их действие.

Таблица 1

**Параметры первичных накопителей энергии**

Тип накопителя	Плотность энергии, Дж/м <sup>3</sup>	Запасенная энергия, Дж	Удельный ток КЗ, А/м <sup>3</sup>	Минимальная длительность импульса, с	Удельная мощность, Вт/м <sup>3</sup>
Электростатические накопители (конденсаторы)	$10^5 - 3 \cdot 10^5$	$10^7 - 10^8$	$10^7$	$10^{-8}$	$10^{11} - 5 \cdot 10^{11}$
Магнитные накопители	$10^7 - 10^8$	$10^9$	$10^3 - 10^4$	$10^{-1}$	$10^8 - 10^9$
Механические накопители (ударные генераторы)	$10^7 - 10^8$	$10^9$	$10^3 - 10^4$	$10^{-4}$	$10^7 - 10^8$
Химические накопители: аккумуляторы, взрывчатые в-ва	$10^8 - 10^9$ $10^{10}$	$10^8$ $10^8$	$10^5 - 10^6$ –	$10^{-3}$ $10^{-7} - 10^{-6}$	$10^5 - 10^6$ $10^{17}$

**§ 1. Электростатические накопители (конденсаторы)**

Как видно из табл. 1, наибольший ток и удельную мощность можно получить, применив в качестве первичного накопителя конденсаторы. Предельная плотность энергии электрического поля в диэлектрике, находящемся между обкладками конденсатора, определяется прежде всего величиной поля  $E$ , при которой вероятность пробоя диэлектрика во время гарантированного числа срабатываний конденсатора не превышает 10 %, а также диэлектрической проницаемостью вещества  $\varepsilon$  и представляется в виде

$$W = \varepsilon E^2 / 8\pi . \quad (2.1)$$

В табл. 2 приведены проницаемости основных веществ, применяемых в качестве диэлектриков в конденсаторах и формирующих линиях.

Таблица 2

**Диэлектрические проницаемости веществ**

Тип диэлектрика	Трансформаторное масло	Касторовое масло	Глицерин	Вода	Твердые пленки
Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon$	2,2	4,5	40	81	2–3

Предельная величина электрического поля в современных конденсаторах достигает величины масштаба  $\sim 10^6$  В/см, что определяет

достижимую плотность энергии  $W \sim 10^5$  Дж/м<sup>3</sup>. Необходимо отметить, что подобная величина электрического поля может поддерживаться в диэлектриках без пробоя различное время. Так, время удержания рабочего напряжения в касторовых конденсаторах составляет  $\sim 5$  мин, а в водяных линиях – менее 1 мкс.

На основе последовательного сложения напряжения на импульсных конденсаторах можно построить генератор импульсного напряжения (ГИН). Один из возможных вариантов осуществления такого сложения был придуман Аркадьевым и Марксом в 1925 году. Рассмотрим принцип действия генератора высокого напряжения на основе схемы Аркадьева – Маркса, приведенной на рис. 13. Этот генератор состоит из  $N$  одинаковых ячеек, каждая из которых содержит последовательно соединенные конденсатор и коммутатор.

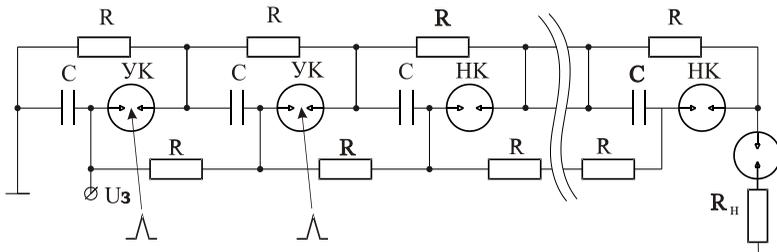


Рис. 13. Схема генератора Маркса: *УК* – управляемый коммутатор, *HK* – неуправляемый коммутатор,  $R_n$  – сопротивление нагрузки

Вначале все конденсаторы заряжаются параллельно через сопротивления  $R$  от внешнего источника высокого напряжения (типичное напряжение зарядки 50–100 кВ). Затем с помощью коммутаторов все ячейки соединяются последовательно, что позволяет получить на выходе генератора напряжение, равное зарядному, умноженному на число ячеек.

Основными достоинствами такой схемы ГИНа являются:

- простота конструкции;
- необходимость запуска только нескольких первых (3–4) коммутаторов, остальные запускаются за счет создания перенапряжения на них.

Недостатками являются:

- непрямоугольная форма импульса выходного напряжения;

- большое количество коммутаторов, по одному на каждый каскад;
- амплитуда импульса напряжения критична к временному разбросу срабатывания коммутаторов (можно частично компенсировать установкой разрядника-обострителя при передаче энергии в промежуточный накопитель);
- через коммутаторы течет рабочий ток (т. е. тот же, что и в нагрузке).

Существует другой метод умножения напряжения – схема Фитча (1964 г.). Каждый каскад ГИНа, построенный по этой схеме (рис. 14), состоит из пары последовательно соединенных конденсаторов, полярность которых при зарядке противоположна по знаку. Затем с помощью дополнительной цепи – коммутатора и индуктивности – полярность одного из конденсаторов в каскаде меняется на противоположную. Вследствие чего напряжение на каждом каскаде возрастает с нуля до почти удвоенного напряжения зарядки за время, равное половине периода колебания в LC-контуре, и полное напряжение на ГИНе становится близко к зарядному напряжению, умноженному на число конденсаторов.

Основными достоинствами схемы Фитча являются:

- в два раза меньшее количество разрядников;
- форма выходного напряжения менее критична к разбросу срабатывания разрядников;
- ток разрядников может быть существенно ниже рабочего;

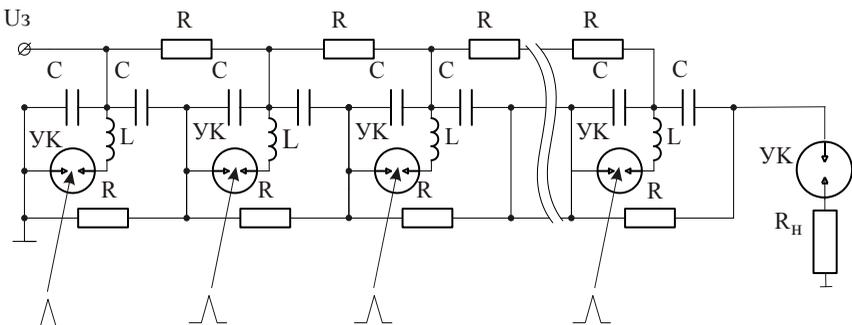


Рис. 14. Схема генератора Фитча: УК – управляемый коммутатор,  $R_n$  – сопротивление нагрузки

- возможна коррекция формы импульса напряжения на нагрузке при подборе времени срабатывания выходного разрядника.

Недостатки схемы Фитча:

- все коммутаторы должны быть управляемыми;
- для получения крутого фронта напряжения необходимо использовать выходной разрядник-обостритель;
- быстрая инверсия напряжения на емкостях существенно снижает срок их службы;
- много дополнительных элементов, в том числе цепей управления.

Типичные параметры ГИНов, используемых в научных исследованиях: энергозапас до 1 МДж, выходное напряжение  $\sim 1$  МВ, длительность импульса 0,1–100 мкс, внутреннее волновое сопротивление единицы – десятки Ом.

### Трансформаторная схема

Помимо указанных выше схем для получения импульсов высокого напряжения часто применяется трансформаторная схема умножения напряжения [2, с. 179]. В этой схеме (рис. 15) заряженный конденсатор емкостью  $C_1$  коммутируется управляемым разрядником УК на первичную обмотку трансформатора  $L_1$ , а с его вторичной обмотки  $L_2$  идет зарядка, например, емкости  $C_2$  формирующей линии (ФЛ). После того, как растущее напряжение на ФЛ достигает пробивного напряжения разрядника  $P_1$ , запасенная в формирующей линии энергия передается в диод  $D_1$ , где генериру-

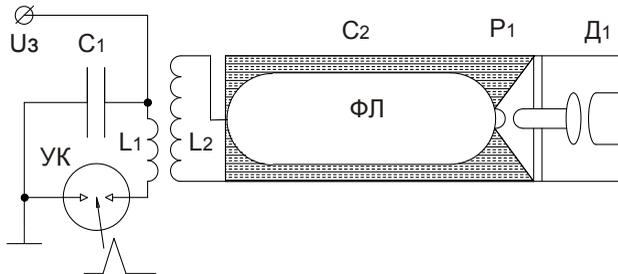


Рис. 15. Трансформаторная схема

ется пучок.

Такого рода устройства широко использовались для небольших ускорителей с энергозапасом, не превышающим несколько десятков

килоджоулей (ускоритель РИУС, ВОДА 1–10, ВОДЯНОЙ – 10 кДж, АКВАГЕН – 30 кДж, ИЯФ СО РАН, Новосибирск).

## § 2. Магнитные (индуктивные) накопители

В настоящее время величина достижимого в стационарных условиях магнитного поля составляет 500–600 кЭ, а соответствующая ей плотность магнитной энергии в таких накопителях равна:

$$W_B = \mu H^2 / 8\pi, \quad (2.2)$$

что дает огромную плотность энергии  $\sim 10^9$  Дж/м<sup>3</sup>. Но для того, чтобы передать эту энергию за короткое время в нагрузку, необходим быстрый прерыватель тока.

Рассмотрим типичную схему источника на основе индуктивного накопителя. Пусть в индуктивности накопителя каким-либо способом, например с помощью разряда емкости, разгоняется ток, который течет далее через прерыватель тока П (рис. 16). В некоторый момент времени при достижении током уровня, при котором происходит резкое размыкание прерывателя, в цепи индуктивности имеет место резкое снижение тока, за счет чего на нагрузке после



Рис. 16. Схема источника на основе индуктивного накопителя и прерывателя тока

пробоя коммутатора К формируется импульс высокого напряжения.

Как уже отмечалось, плотность энергии в существующих индуктивных накопителях огромна, но проблема создания многократного и надежного размыкателя до сих пор не решена. Существующие мощные размыкатели тока построены либо на принципе взрываю-

щихся при нагреве током или взрываемых посредством детонации взрывчатого вещества проводников [2, с. 189, 211, 224], либо на основе плазменного прерывателя тока (ППТ). Первые из них работают только однократно, вторые очень ненадежны. Типичные КПД передачи энергии в таких схемах составляют около 25 % на индуктивную нагрузку и не более 50 % на активное сопротивление. Для грубого описания процессов, происходящих при размыкании тока в прерывателе, вводят характерное время размыкания  $\tau_s$  и считают падение тока экспоненциальным по времени:  $I_s = I_0 e^{-t/\tau_s}$  [3]. Запишем уравнения для электрической цепи после размыкания прерывателя:

$$\begin{cases} I_s + I_R = I_L \\ -L \dot{I}_L / c^2 = I_R R \end{cases}, \quad (2.3)$$

где  $I_R$  – ток через нагрузку  $R$ ,  $I_L$  – ток в индуктивном накопителе. В этих уравнениях мы предположили, что в течение короткого времени размыкания  $\tau_s$ , которое обычно намного меньше характерного времени изменения тока в индуктивности, падение напряжения на емкости несущественно. Решая систему дифференциальных уравнений, получим:

$$I_R = I_0 \frac{\tau_0}{\tau_s - \tau_0} (e^{-\frac{t}{\tau_s}} - e^{-\frac{t}{\tau_0}}), \quad (2.4)$$

где  $\tau_0 = L/(Rc^2)$  – характерное время  $LR$ -цепи. Ток в момент времени  $t_0$ , где

$$t_0 = \frac{\tau_0 \tau_s}{\tau_0 - \tau_s} \ln \left( \frac{\tau_0}{\tau_s} \right), \quad (2.5)$$

достигает максимальной величины, которая равна

$$I_{\max} = I_0 \left( \frac{\tau_s}{\tau_0} \right)^{\frac{\tau_s}{\tau_s - \tau_0}}. \quad (2.6)$$

Зависимость тока в нагрузке от времени и отношения  $\tau_s/\tau_0$  продемонстрирована на рис. 17. Очевидно, что достигнуть максимума тока в нагрузке, близкого по величине к  $I_0$ , можно только при вы-

полнении условия  $\tau_s/\tau_0 \ll 1$ . Проинтегрировав по времени мощность, получим энергию, выделившуюся на нагрузке [3, с. 21]:

$$Q = \frac{LI_0^2}{2c^2} \frac{\tau_0}{\tau_s + \tau_0}, \quad (2.7)$$

которая тоже с уменьшением  $\tau_s/\tau_0$  стремится к запасенной в индуктивности энергии.

Что касается остальных механических и химических накопителей энергии (кроме накопителей на основе взрывчатых веществ), то они не представляют интереса для мощных импульсных систем, так как имеют слишком большие времена освобождения энергии. Накопители энергии на основе взрывчатых веществ находят некоторое применение в физике больших импульсных мощностей, но проведение научных исследований с их помощью затруднено уничтожением большей части оборудования и аппаратуры в каждом

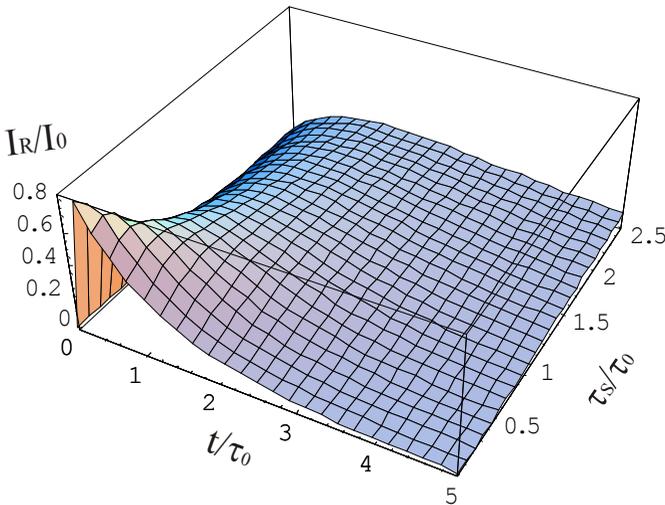


Рис. 17. Зависимость  $I_R/I_0$  от времени  $t/\tau_0$  и отношения  $\tau_s/\tau_0$

эксперименте и должно вестись только в специализированных организациях.

### Список литературы

1. Диденко А. И., Григорьев В. П., Усов Ю. П. Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977.
2. Физика и техника мощных импульсных систем: Сб. статей / Под ред. Е.П. Велихова. М.: Энергоатомиздат, 1987.
3. Генерация и фокусировка сильноточных релятивистских электронных пучков / Под ред. Л. И. Рудакова. М.: Энергоатомиздат, 1990.

## ГЛАВА III

## ОДИНОЧНАЯ И ДВОЙНАЯ ФОРМИРУЮЩИЕ ЛИНИИ

## § 1. Одиночная формирующая линия

В качестве уплотнителей энергии во многих схемах ускорителей используются различного рода линии с распределенными параметрами: одиночная формирующая линия – ОФЛ и двойная формирующая линия – ДФЛ. По типу геометрии различают плоские, коаксиальные и дисковые формирующие линии. Рассмотрим одну из простых ФЛ — плоскую, или полосковую формирующую линию. Схема полосковой линии и ее основные размеры изображены на рис. 18.

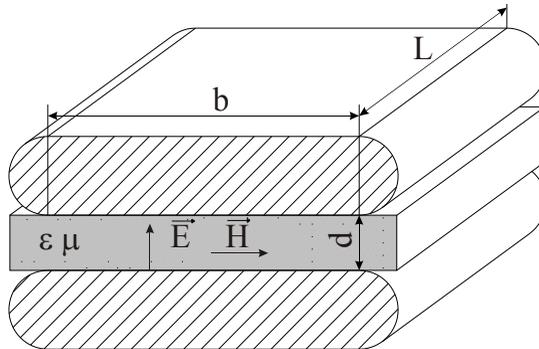


Рис. 18. Схема полосковой линии

Известно, что в такой линии существует несколько типов волн: ТЕ, ТМ и ТЕМ. Основной модой ее, очевидно, является наиболее низкочастотная волна – ТЕМ, которая обладает линейной зависимостью  $\omega = kc^*$ , где  $c^* = c/\sqrt{\epsilon\mu}$  – скорость распространения электромагнитной волны в диэлектрике. Вследствие такой зависимости в дисперсионном уравнении полосковая линия способна передавать широкополосные сигналы практически без искажений. Остальные моды могут возбуждаться в такой линии только в диапазоне

$\omega > \pi c^* / d$  и обладают дисперсией. При разрядке полосковой линии на активную нагрузку в ней бежит плоская ТЕМ-волна со скоростью  $c^*$ . Соотношение электрического и магнитного полей в такой волне имеет такой же вид, как и для плоской волны в свободном пространстве:  $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$ , а их распределения по поперечному сечению линии можно считать однородными. В этом случае емкость и индуктивность на единицу длины, а также волновое сопротивление такой линии равны:

$$C' = \frac{\varepsilon b}{4\pi d}, L' = \frac{4\pi\mu d}{b}, \rho = \frac{U}{I} = \frac{Ed}{cbH/4\pi} = \frac{4\pi d}{cb} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (3.1)$$

В соответствии с приведенными формулами максимальная энергия, накопленная в линии на единицу ее длины, составляет величину

$$Q' = \frac{\varepsilon E_m^2 b d}{8\pi}, \quad (3.2)$$

где  $E_m$  – максимальное электрическое поле внутри диэлектрика, расположенного между полосками в линии. При подключении линии с волновым сопротивлением  $\rho$ , предварительно заряженной до напряжения  $U = E_m \cdot d$ , к активной нагрузке  $R$  в линии бегут в противоположных направлениях две плоские волны с амплитудой напряжения каждая по  $U/2$ , одна из которых отражается от разомкнутого конца линии без изменения амплитуды напряжения, а вторая – от нагрузочного сопротивления с изменением напряжения в соответствии с законами Кирхгоффа. Легко получить мгновенную мощность, выделяемую на нагрузочном сопротивлении  $R$ :

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R + \rho)^2} = c \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_m^2 b d}{4\pi} \frac{R \rho}{(R + \rho)^2}. \quad (3.3)$$

В случае коаксиальной формирующей линии (рис. 19), которая по геометрической форме является двусвязным волноводом, также основной модой является ТЕМ-волна. В отличие от полосковой линии, распределения электрического и магнитного полей в ней являются неоднородными по поперечному сечению и убывают обратно пропорционально радиусу. Для получения максимальных параметров при коммутации такой линии на нагрузку необходимо учесть следующее обстоятельство. Из эксперимента известно, что макси-

мально достижимые в диэлектрике электрические поля без электрического пробоя на положительно и отрицательно заряженных электродах  $E^\pm$ , погруженных в него, имеют различные значения. Это свойство характеризуется величиной  $K_E = E^- / E^+$ , которая, как правило, больше 1. Так, для типичных диэлектриков, применяемых при создании мощных устройств на основе линий, значение  $K_E$  для воды составляет 2, а для трансформаторного масла – 1,5.

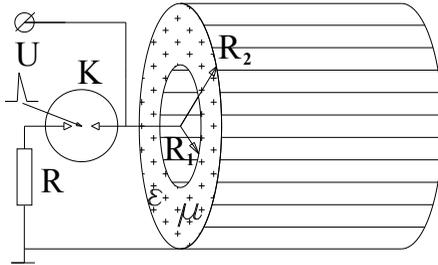


Рис. 19. Схема работы одиночной коаксиальной ФЛ

С учетом этого обстоятельства отрицательным электродом в линии обычно выбирают наиболее напряженный ее внутренний электрод. Вычислим погонные емкость, индуктивность, а также волновое сопротивление коаксиальной ФЛ. Их величины даются следующими формулами:

$$C' = \frac{\varepsilon}{2 \ln(R_2 / R_1)}, \quad L' = 2\mu \ln(R_2 / R_1), \quad \rho = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{2 \ln(R_2 / R_1)}{c}. \quad (3.4)$$

Исходя из приведенных выше соображений, можно утверждать, что максимальную энергию в такой линии можно накопить в случае отрицательного заряда на внутреннем электроде линии. Удельное значение накопленной энергии в расчете на единицу длины линии дается следующим выражением [1, с. 12]:

$$Q' = \frac{\varepsilon E_m^2 R_1^2 \ln(R_2 / R_1)}{4}, \quad (3.5)$$

где  $E_m$  – максимальное электрическое поле вблизи внутреннего электрода линии в диэлектрике. При подключении линии, предварительно заряженной до напряжения  $U = E_m R_1 \ln(R_2 / R_1)$  к нагрузке

зочному сопротивлению  $R$ , выделяемая на нем мощность имеет следующий вид [1, с. 12]:

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R + \rho)^2} = c \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_m^2 R_1^2 \ln(R_2 / R_1)}{2} \frac{R \rho}{(R + \rho)^2}. \quad (3.6)$$

Если же помимо активного сопротивления  $R$  нагрузка линии обладает еще и паразитной индуктивностью  $L$ , то при коммутации линии на нее выделяемая на сопротивлении  $R$  мощность  $P$  описывается следующим выражением [1, с. 13]:

$$P = \frac{U^2 R}{(R + \rho)^2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}})^2, \quad (3.7)$$

где  $\tau_L = L / (c^2 (R + \rho))$  – характерное время цепи. Наличие индуктивности в цепи приводит к заваливанию фронта напряжения на нагрузке с характерным временем нарастания  $t = \tau_L$ .

В случае использования линии в качестве магнитного накопителя энергии, схема которого представлена на рис. 20, поведение во времени напряжения на нагрузке и тока через нее задается величиной паразитной емкости прерывателя и нагрузки.

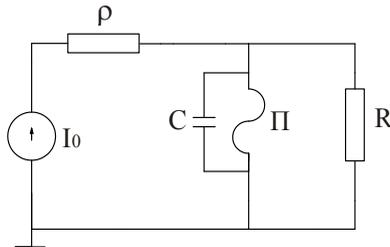


Рис. 20. Эквивалентная схема включения линии, запитанной от источника постоянного тока, на нагрузку  $R$  с использованием прерывателя  $\Pi$ , обладающего паразитной емкостью  $C$

Пусть в начальный момент времени в линии течет постоянный ток величиной  $I_0$  от внешнего источника, который на выходе линии течет через прерыватель. Тогда, начиная с момента времени, когда происходит быстрый разрыв тока прерывателем, и далее по времени ток в нагрузке с приемлемой точностью описывается экспоненциальным законом [2; 1, с. 14]:

$$I = \frac{\rho}{R + \rho} I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}), \quad (3.8)$$

где  $\tau_c = R\rho C / (R + \rho)$  – характерное время шунтирования паразитной емкостью прерывателя  $C$  сопротивления нагрузки  $R$ . При получении этой зависимости предполагалось, что время размыкания тока существенно меньше времени  $\tau_c$ . Тогда мощность, выделяемая линией на нагрузке  $R$ , равна:

$$P = \frac{I_0^2 R \rho^2}{(R + \rho)^2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}})^2. \quad (3.9)$$

## § 2. Двойная формирующая линия

Рассмотрим принцип действия и оптимизацию геометрии двойной формирующей линии на примере коаксиальной линии. Схема такой линии представлена на рис. 21.

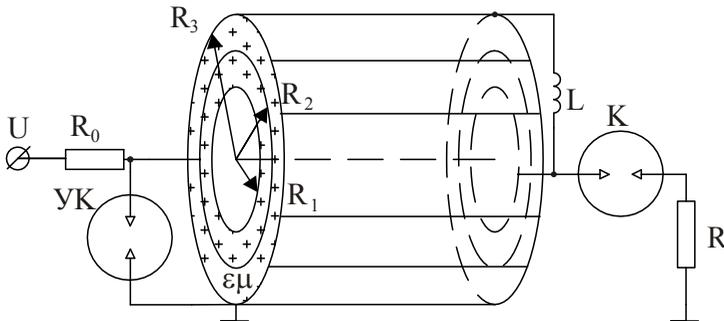


Рис. 21. Эквивалентная схема включения двойной коаксиальной линии, запитанной от источника постоянного напряжения, на нагрузку  $R$

На начальном этапе средний электрод заряжается от источника питания, при этом на наружном электроде потенциал равен нулю. В процессе зарядки потенциал центрального электрода, близкий к нулевому, обеспечивает индуктивность, связывающая центральный электрод с наружным. После срабатывания левого управляемого коммутатора УК происходит инверсия напряжения на внешней линии, в результате чего суммарное напряжение на двух линиях удваивается. В это время срабатывает правый коммутатор и передает

напряжение на нагрузку. Достоинствами ДФЛ, несомненно, являются: возможность коммутации с заземленного конца линии, получение удвоенного напряжения в разомкнутом режиме, а также возможность получения на согласованной нагрузке напряжения, близкого по величине к зарядному. К недостаткам ДФЛ при зарядке от одного источника напряжения относится необходимость применения индуктивности, которая, с одной стороны, шунтирует фронт напряжения на нагрузке, а с другой – формирует предымпульс напряжения, от которого приходится избавляться введением дополнительного коммутатора (см. рис. 21, *справа*), настроенного на пробой при напряжении, заметно превышающем величину предымпульса. При зарядке ДФЛ от источника с положительной и отрицательной полярностями напряжения необходимость в индуктивности  $L$  отпадает.

### § 3. Оптимизация геометрий ОФЛ и ДФЛ

Рассмотрим вопрос об оптимизации геометрий коаксиальных ОФЛ и ДФЛ при условии, что величина  $K = E^- / E^+$  незначительно превышает 1. Оптимизация в случае  $K > 1,5$  для ДФЛ несколько более сложна и подробно рассмотрена в работе [1, с. 17]. При необходимости получения максимального напряжения на нагрузке  $R$  для ОФЛ, у которой задан внешний габаритный размер  $2 \cdot R_2$ , необходимо найти экстремум следующего выражения при вариации его по параметру  $X = R_2 / R_1$ :

$$U_R = E_m R_1 \ln(R_2 / R_1) \frac{R}{R + \rho} = E_m R_2 \frac{\ln X}{X} \frac{R}{R + \rho}. \quad (3.10)$$

Максимальное напряжение на нагрузке достигается при соотношении радиусов линии  $X = e \approx 2,72$ . Если же необходима максимальная мощность

$$P_R = \frac{U^2 R}{(R + \rho)^2} = c \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{E_m^2 R_2^2 \ln X}{2X^2} \frac{R\rho}{(R + \rho)^2}, \quad (3.11)$$

то она достигается при  $X = e^{1/2} \approx 1,65$ .

Для ДФЛ при заданном ее внешнем габаритном размере  $2 \cdot R_3$  в случае зарядки ее внутренней и внешней линий от одного источника напряжения имеем следующее равенство:

$$U_1 = E_m R_1 \ln(R_2 / R_1) = U_2 = E_m R_2 \ln(R_3 / R_2) = E_m R_3 \frac{\ln X}{X} e^{-\frac{\ln X}{X}}, \quad (3.12)$$

где по-прежнему  $X = R_2/R_1$ . Находя экстремум выражения (3.12) при вариации  $X$ , легко получить максимум напряжения на линиях, который достигается при  $X = R_2/R_1 = e \approx 2,72$ . Очевидно, что волновое сопротивление ДФЛ есть сумма волновых сопротивлений внутренней и наружной линий, из которых она состоит:  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ . Далее получим выражения для мощности в случае нагрузки ДФЛ на сопротивление  $R$ :

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{4U^2 R}{(R + \rho)^2} = c \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{4E_m^2 R_1^2 \ln^2(R_2 / R_1)}{2(\ln(R_2 / R_1) + \ln(R_3 / R_2))} \frac{R\rho}{(R + \rho)^2} = \\ &= c \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{2E_m^2 R_3^2 \ln(X)}{X^2 + X} e^{-\frac{2}{X} \ln X} \frac{R\rho}{(R + \rho)^2}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

При нахождении максимума этой функции по  $X$  оказывается, что наибольшая мощность на нагрузке выделяется при  $X = 1,52$  [1, с. 16], при этом отношение волновых сопротивлений составляет величину  $\rho_1/\rho_2 = 1,52$ .

На рис. 22 и 23 представлены зависимости от параметра  $X$  напряжений  $U$ , а также мощностей  $P_R$  для ОФЛ и ДФЛ соответственно при одинаковых полях на внутренних электродах  $E_m$ , одинаковых наружных радиусах линий и одинаковых отношениях  $R/\rho$ .

Исходя из соотношения напряжений и мощностей для ОФЛ и ДФЛ очевидно преимущество ДФЛ, однако необходимо отметить, что волновое сопротивление ДФЛ на 40 % превышает сопротивление ОФЛ вблизи точки, где наблюдается экстремум мощности, что требует соответственно увеличения сопротивления нагрузки в сравнении с ОФЛ.

Плотность накопленной энергии в линии прямо пропорциональна  $\varepsilon E_m^2$ , что диктует применение диэлектриков с наибольшей величиной диэлектрической проницаемости и наибольшей электрической прочностью. Наибольшая прочность  $E_m = 0,5$  МВ/см достигнута в настоящее время при использовании бумаго-полимерно-масляной изоляции, однако такая изоляция не восстанавливается после пробоев и требует полной замены, что неприемлемо для линий.

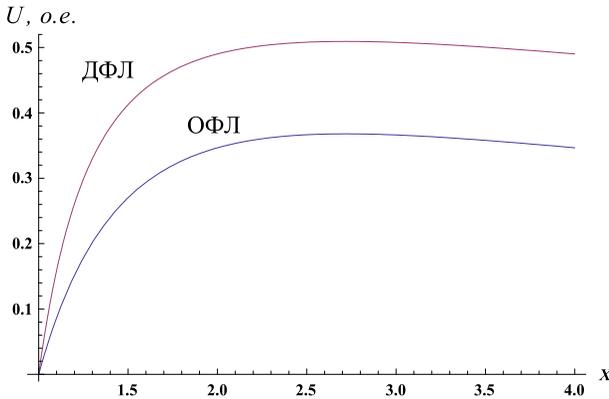


Рис. 22. Зависимости от  $X$  напряжений, создаваемых ОФЛ и ДФЛ на нагрузке, при одинаковых полях на внутренних электродах  $E_m$  и одинаковых наружных радиусах коаксиальных линий  $P$ , o.e.

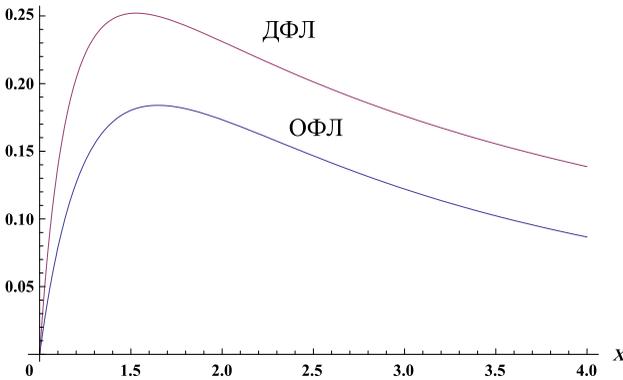


Рис. 23. Функции мощностей, передаваемых в нагрузку от ОФЛ и ДФЛ, при одинаковых полях на внутренних электродах  $E_m$  и одинаковых наружных радиусах линий от  $X$

Наилучшие показатели в области жидких диэлектриков, которые восстанавливают электрическую прочность после пробоя, достигнуты в настоящее время при использовании смеси очищенной воды и этиленгликоля:  $\varepsilon = 40 \div 81$ ,  $E_m \approx 250$  кВ/см, что обеспечивает малую проводимость такого диэлектрика даже на миллисекундных временах зарядки.

### Список литературы

1. Рудаков Л. И., Бабыкин М. В., Гордеев А. В. и др. Генерация и фокусировка сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1990.
2. Бабыкин М. В., Бартов А. В. Методы получения предельных электрических мощностей в коротких импульсах. Препринт ИАЭ-2253. М., 1972.

## ГЛАВА IV

УСКОРИТЕЛЬНЫЕ ДИОДЫ ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ  
СИЛЬНОТОЧНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ  
ПУЧКОВ (РЭП)

## § 1. Источники электронной эмиссии

**Термоэмиссионные источники электронов.** Такие эмиттеры основаны на свойстве проводящих материалов испускать электроны при нагреве их до высокой температуры. Поскольку электроны внутри проводника находятся в потенциальной яме, то покинуть её благодаря туннелированию через барьер могут только электроны с энергией, сравнимой с работой выхода  $\Phi_w$ . В соответствии с этим максимальная плотность эмиссионного тока растёт с температурой катода  $T$  в соответствии с формулой Ричардсона – Дешмана:

$$j = AT^2 e^{-11600\Phi_w/T} \quad (4.1)$$

и достигает для лучших катодов величин  $j \sim 40 \text{ А/см}^2$  при  $T = 1400 \text{ }^\circ\text{К}$ . В эту формулу входят константа  $A [\text{А/см}^2 \text{ }^\circ\text{К}^2]$ , работа выхода  $\Phi_w [\text{эВ}]$ , зависящие от материала, и температура  $T [^\circ\text{К}]$ . Например, при  $T = 1400 \text{ }^\circ\text{К}$  для катода, изготовленного из материала «411М» на основе бария, покрытого тонким слоем рутения и осмия, имеющего работу выхода около  $1,5 \text{ эВ}$  и константу  $A = 350 \text{ А/см}^2 \text{ }^\circ\text{К}^2$ , плотность тока может достигать величины  $35 \text{ А/см}^2 [1]$ .

**Объемные плазменные и плазменно-поверхностные эмиттеры.** В их составе работает тот или иной источник плазмы, создающий плазму с помощью разряда, дуги, поверхностного пробоя диэлектрика и т. д., из которой под воздействием электрического поля вытягиваются электроны. Плотность электронного тока зависит от температуры и плотности плазмы источника, а также от стабильности плазменной эмиссионной границы. Типичные величины плотностей тока в таких источниках, достигнутые в настоящее время, составляют  $10 - 100 \text{ А/см}^2$ , времена генерации пучков  $\sim 1 \text{ мс} [2]$ .

**Взрывоэмиссионные эмиттеры.** В условиях сильного электрического поля  $E \gg 100 \text{ кВ/см}$  на остриях, находящихся на поверхно-

сти материала, происходит многократное усиление поля, которое благодаря эффекту Шоттки существенно понижает работу выхода материала. Вследствие этого острие начинает эмитировать значительный электронный ток, сильно перегревается из-за джоулева нагрева током и взрывается. Таким образом множество взорвавшихся острий образуют на поверхности эмиттера слой плотной плазмы, которая способна эмитировать плотности электронных токов от малых  $\sim 10 \text{ А/см}^2$  до огромных плотностей токов, которые ограничены уже не эмиссионной способностью плазмы, а объемным зарядом электронов в диоде. Время образования плазменного слоя зависит от вытягиваемой плотности тока и имеет характерные величины  $t \sim 30 \text{ нс}$  при  $j \sim 100 \text{ А/см}^2$  и  $t \sim 5 \text{ нс}$  при  $j \sim 1 \text{ кА/см}^2$ . В настоящее время в технике создания мощных электронных пучков широко применяются графитовые волокнистые материалы, состоящие из микронных нитей графита, распределенных по поверхности материала с большой плотностью и представляющие собой очень тонкие острия. Это свойство обеспечивает создание однородного плазменного слоя на поверхности катода, способного производить плотность тока около  $100 \text{ А/см}^2$  в течение десятка микросекунд [3]. Как показали многие экспериментальные данные, плазма взрывоэмиссионного катода неустойчива и распространяется к аноду с типичной скоростью  $10^6 \text{ см/с}$  при плотности тока масштаба  $100 \text{ А/см}^2$ , и эта скорость быстро растет до уровня  $10^7 \text{ см/с}$  с увеличением вытягиваемой плотности тока на порядок [4,5]. При попадании электронного пучка на анод происходит образование анодной плазмы с эмиссией ионов в диодный зазор, при этом реализуется биполярный режим работы диода.

## § 2. Планарный диод с ведущим магнитным полем

Рассмотрим одномерную модель плоского диода [6], которая описывает генерацию электронного пучка в диоде в условиях сильного магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскостям катода и анода. Будем предполагать, что величина магнитного поля настолько велика, что электроны движутся практически по силовым линиям магнитного поля, а дрейфовой скоростью по сравнению со скоростью электрона можно пренебречь. Пусть катод и анод представляют собой диски радиуса  $R$  с закругленными краями, по-

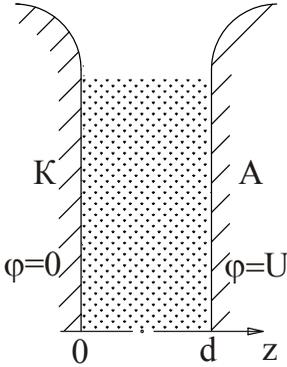


Рис. 24. Схема квазиплоского аксиально-симметричного диода

тенциалы которых соответственно равны  $0$  и  $U$ , а зазор между ними равен  $d$  ( $d \ll R$ ) (рис. 24). В отсутствие объемного заряда электронов электрическое поле в диодном промежутке распределено однородно, но с появлением эмиссии электронов и роста их плотности в зазоре оно уменьшается вблизи катода до величины, близкой к нулю. Решим стационарную самосогласованную задачу о движении электронного потока в плоском диоде, когда плотность электронного объемного заряда  $\rho$  в диодном зазоре достигла своего максимума, а электрическое поле на катоде стало равным нулю. В этом случае распределение потенциала в зазоре описывается уравнением Пуассона

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho \quad (4.2)$$

с граничными условиями:

$$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0, \varphi(d) = U. \quad (4.3)$$

Используя закон сохранения энергии в релятивистском случае  $\gamma mc^2 + e\varphi = mc^2$ , где  $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ , а также решение уравнения неразрывности  $\text{div}(\vec{j}) = 0$ , из которого следует, что плотность тока  $j_z = \rho v_z$  постоянна в зазоре, получим уравнение Пуассона с плотностью  $\rho$ , выраженной через величины  $j_z$  и  $\varphi$ , в следующем виде:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -\frac{4\pi j_z}{c} \frac{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}{H_z} \left[ 1 - \left[ 1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2} \right]^{-2} \right]^{-1/2}, \quad (4.4)$$

где учтено, что  $v_z = v \frac{H_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}$ .

Это уравнение при произвольной величине параметра  $\mu = eU/mc^2$  имеет решение, удовлетворяющее всем граничным условиям [6]:

$$j_z = -\frac{1}{2\pi d^2} \frac{mc^3}{|e|} \frac{H_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}} g(\mu), \quad (4.5)$$

где

$$g(\mu) = \frac{1}{4} \left[ \int_1^{1+\mu} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/4}} \right]^2. \quad (4.6)$$

Функция  $g(\mu)$  выражается через гипергеометрическую функцию (прил. 1, П1.1, рис. 64), что позволяет получить аналитическое выражение для плотности тока в диоде в двух предельных случаях:

$$j_z = -\frac{\sqrt{2}}{9\pi} \frac{mc^3}{|e|} \frac{\mu^{3/2}}{d^2} \frac{H_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}, \quad \text{при } \mu \ll 1, \quad (4.7)$$

$$j_z = -\frac{1}{2\pi} \frac{mc^3}{|e|} \frac{(\sqrt{\mu+1} - 0.85)^2}{d^2} \frac{H_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}, \quad \text{при } \mu \gg 1. \quad (4.8)$$

Чтобы вычислить полный ток диода, необходимо найти зависимость  $H_\theta(r)$ , которая может быть получена из уравнения Максвелла:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\theta) = \frac{4\pi j_z}{c}. \quad (4.9)$$

Перейдем к безразмерным переменным  $\xi = \frac{r}{d} \frac{2mc^2}{eH_z} g(\mu)$  и  $h(\xi) = -H_\theta(r)/H_z$ , тогда в этих переменных уравнение для функции  $h(\xi)$  принимает вид

$$\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi h(\xi)) = \frac{1}{\sqrt{1+h(\xi)^2}}. \quad (4.10)$$

Это уравнение имеет решение, которое не выражается аналитическими функциями, но может быть получено численным интегрированием [6]. График функции  $h(\xi)$  и ее аппроксимации приведены в прил. 1 рис. 65. Приведем асимптотики  $h(\xi)$  при малых и больших значениях параметра  $\xi$ :

$$h(\xi) = \begin{cases} \xi/2, & \text{при } \xi \ll 1 \\ \sqrt{2\xi/3}, & \text{при } \xi \gg 1 \end{cases}. \quad (4.11)$$

Зная соотношение магнитного поля на границе диода и величины полного тока  $H_\theta(R) = 2I/cR$ , легко получить зависимость предельного тока такого диода от его геометрических параметров, магнитного поля и приложенного напряжения:

$$I = \frac{cRH_z}{2} h\left(\frac{R}{d} \frac{2mc^2}{edH_z} g(\mu)\right).$$
 Основываясь на асимптотиках функции  $h(\xi)$ , выражение для тока диода в двух предельных случаях будет иметь следующий вид:

$$I = \begin{cases} -\frac{mc^3}{2e} \frac{R^2}{d^2} g(\mu), & \text{при } \frac{R}{d} \ll \frac{edH_z}{mc^2 g(\mu)} \\ -\frac{mc^3}{\sqrt{3}e} \frac{R^{3/2}}{d^{3/2}} g(\mu) \left[\frac{edH_z}{mc^2 g(\mu)}\right]^{1/2}, & \text{при } \frac{R}{d} \gg \frac{edH_z}{mc^2 g(\mu)} \end{cases} \quad (4.12)$$

Укажем условие применимости полученного решения. Как уже упоминалось, скорость дрейфа электронов  $v_{op} = cE/H$  должна быть много меньше, чем полная скорость электрона  $v$ , откуда следует условие на величину аксиального магнитного поля  $H_z$  [6]:

$$H_z \gg H_c = \frac{mc^2}{eR} \frac{\mu^2}{g(\mu)}. \quad (4.13)$$

### § 3. Коаксиальный и ленточный диоды с магнитной изоляцией

Рассмотрим теперь одномерную модель аксиально-симметричного электронного пучка, генерируемого в коаксиальном диоде, помещенном в сильное однородное магнитное поле, направленное вдоль оси системы (рис. 25). Напишем уравнение Пуассона для потенциала пучка на некотором расстоянии от катода, большем, чем его радиальный размер, и будем считать плотность пучка величиной, не зависящей от радиуса,  $j_z = j$ :

$$\begin{cases} \Delta\varphi_1 = 0, \text{ при } 0 < r < r_b - a, \\ \Delta\varphi_2 = -4\pi j / v_{||}, \text{ при } r_b - a < r < r_b, \\ \Delta\varphi_3 = 0, \text{ при } r_b < r < R. \end{cases} \quad (4.14)$$

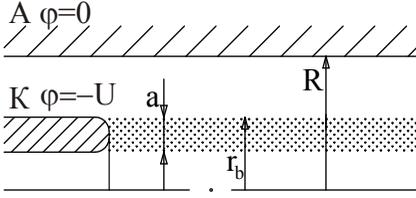


Рис. 25. Схема коаксиального диода

Из-за большой величины магнитного поля электроны практически не смещаются по радиусу  $r$ . Пусть электроны для общности инжектируются с катода с некоторой начальной поперечной скоростью  $u_0$  и нулевой продольной скоростью. В процессе уско-

рения вследствие сохранения адиабатического инварианта  $p_{\perp}^2 / 2B$  должна сохраняться величина  $v_{\perp} \gamma = u_0 \gamma_0$ . Из этого соотношения

следует, что  $\frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2} - \frac{v_{\perp}^2}{c^2} = 1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2} - \frac{u_0^2 \gamma_0^2}{c^2 \gamma^2}$ , откуда находим про-

дольную компоненту скорости электрона:  $v_{\parallel} = c \sqrt{1 - (\gamma_0 / \gamma)^2}$ .

Далее предположим, что либо  $\gamma^* \gg 1$  внутри пучка, и тогда скорость электронов постоянна и близка к  $c$ , либо толщина пучка мала по сравнению с расстоянием от пучка до стенки анода, из чего следует, что плотность заряда в пучке  $\rho = j / v_{\parallel}$  не изменяется по радиусу. Решая систему уравнений на потенциалы  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  в этих предположениях с учетом непрерывности потенциала и его производной по радиусу, получим:

$$\begin{cases} \varphi_1(r) = \varphi^* \\ \varphi_2(r) = \varphi^* + A \left[ (r^2 - (r_b - a)^2) - 2(r_b - a)^2 \ln \frac{r}{r_b - a} \right] \\ \varphi_3(r) = \varphi^* + A \left[ (r_b^2 - (r_b - a)^2) - 2(r_b - a)^2 \ln \frac{r_b}{r_b - a} + 2(r_b^2 - (r_b - a)^2) \ln \frac{r}{r_b} \right], \end{cases} \quad (4.15)$$

где  $\varphi^*$  – потенциал на внутренней границе пучка,

$$A = - \frac{\pi j}{c \sqrt{1 - (\gamma_0 / \gamma^*)^2}}, \text{ а } \gamma^* = \gamma_0 + \frac{|e| (U + \varphi^*)}{mc^2}. \text{ Используя граничное}$$

условие  $\varphi_3(R) = 0$  и заменяя в нем величину  $\varphi^*$  на ее выражение через  $\gamma^*$ , легко получить уравнение на  $\gamma^*$ :

$$\gamma^* + \frac{\alpha}{\sqrt{1 - (\gamma_0/\gamma^*)^2}} = \gamma_0 + \frac{|e|U}{mc^2}, \quad (4.16)$$

где  $\alpha = \frac{|e|}{mc^3} j\pi(r_b^2 - (r_b - a)^2) \left[ 1 + 2 \ln \frac{R}{r_b} + 2 \frac{(r_b - a)^2}{r_b^2 - (r_b - a)^2} \ln \frac{r_b - a}{r_b} \right]$ . Ле-

вая часть равенства (4.16) как функция  $\gamma^*$  имеет две ветви, которые сходятся в минимуме, равном  $(\alpha^{2/3} + \gamma_0^{2/3})^{3/2}$ , в точке  $\gamma^* = \sqrt{\gamma_0^2 + (\alpha\gamma_0^2)^{2/3}}$ . Приравнявая этот минимум к правой части равенства (4.16) и выражая из него величину  $I = j\pi(r_b^2 - (r_b - a)^2)$ , получим выражение для вакуумного предельного тока трубчатого пучка:

$$I = - \frac{mc^3}{|e|} \frac{(\gamma_m^{2/3} - \gamma_0^{2/3})^{3/2}}{1 + 2 \ln \frac{R}{r_b} + 2 \frac{(r_b - a)^2}{r_b^2 - (r_b - a)^2} \ln \frac{r_b - a}{r_b}}, \quad (4.17)$$

где  $\gamma_m = \gamma_0 + \frac{|e|U}{mc^2}$ . Очевидно, что для сплошного цилиндрического пучка ( $r_b = a$ ) предельный вакуумный ток равен:

$$I = - \frac{mc^3}{|e|} \frac{(\gamma_m^{2/3} - \gamma_0^{2/3})^{3/2}}{1 + 2 \ln \frac{R}{r_b}}. \quad (4.18)$$

Повторяя все выкладки для диода, генерирующего ленточный электронный пучок в сильном магнитном поле (рис. 26), легко получить формулу для предельного вакуумного погонного тока пучка (см., например, [7]):

$$I' = - \frac{mc^3}{|e|} \frac{(\gamma_m^{2/3} - \gamma_0^{2/3})^{3/2}}{2\pi D(1 - \xi)}, \quad (4.19)$$

где параметр

$$\xi = \frac{1}{D} \frac{\int_0^a y \cdot j(y) \cdot dy}{\int_0^a j(y) \cdot dy} \quad (4.20)$$

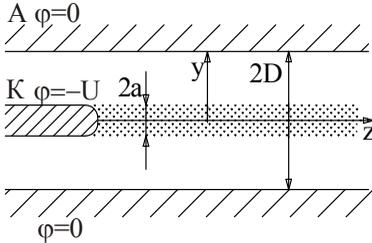


Рис. 26. Схема ленточного диода

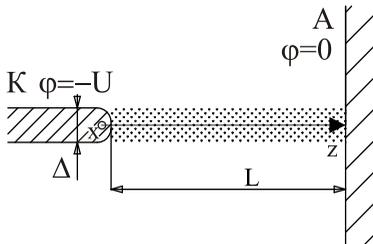


Рис. 27. Схема ножевого диода

имеет смысл отношения усредненного поперечного размера пучка к ширине канала.

Приведем для справки предельный погонный ток диода с ножевым катодом (рис. 27). Этот диод состоит из тонкого листового катода и плоского анода, находящегося на расстоянии  $L$ , много большем по сравнению с толщиной катода  $\Delta$ . В соответствии с результатами работы [8; 9, с. 186] такой диод в условиях сильного магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскости анода, генерирует ленточный пучок с током на единицу длины вдоль координаты  $X$ , равным:

$$I' = - \frac{mc^3}{|e|} \frac{(\gamma_m - 1)^2}{2\pi L} \frac{\kappa(\gamma_m)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}, \quad (4.21)$$

где  $\kappa(\gamma) \approx 1 - 0,64/\gamma$ .

#### § 4. Биполярный режим электронного диода

Рассмотрим задачу о генерации электронного пучка в квазиплоском аксиально-симметричном диоде в условиях сильного ведущего магнитного поля в случае, когда анод тоже может эмитировать заряженные частицы в диодный зазор. Будем следовать изложению основных результатов этой модели, приведенному в [6]. Скорости электронов и ионов можно легко выразить из закона сохранения энергии:

$$v_{ze} = \frac{cH_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}} \sqrt{1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2}\right]^2}}, \quad (4.22)$$

$$v_{zi} = \sqrt{\frac{2|e|(U - \varphi)}{M}} \quad (4.23)$$

Тогда в уравнение Пуассона добавляется вклад от плотности ионов:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -\frac{4\pi j_z}{c} \frac{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}{H_z} \left[1 - \left[1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2}\right]^{-2}\right]^{-1/2} + \frac{4\pi j_i}{c} \left[\frac{M}{2m}\right]^{1/2} \left[\mu - \frac{e\varphi}{mc^2}\right]^{-1/2}. \quad (4.24)$$

Решая это уравнение с учетом граничного условия  $\varphi'(0) = 0$ , получим следующее выражение для производной потенциала:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{d\varphi}{dz}\right]^2 = \frac{8\pi j_i}{\sqrt{2|e|/M}} (\sqrt{U} - \sqrt{U - \varphi}) - \frac{4\pi j_e mc}{|e|} \frac{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}}{H_z} \sqrt{\left[1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2}\right]^2} - 1. \quad (4.25)$$

Используя дополнительное граничное условие  $\varphi'(d) = 0$  (условие бесконечной эмиссионной способности анода), можно определить величину плотности ионного тока  $j_i$ . Интегрируя уравнение на потенциал, находим решение:

$$j_{ze} = -\frac{1}{2\pi d^2} \frac{mc^3}{|e|} \frac{H_z}{\sqrt{H_z^2 + H_\theta^2}} g_1(\mu), \quad (4.26)$$

$$j_i = -\frac{1}{2\pi d^2} \frac{mc^3}{|e|} \left[\frac{m}{2M}(\mu + 2)\right]^{1/2} g_1(\mu), \quad (4.27)$$

где  $g_1(\mu) =$

$$\frac{1}{4} \left[ \int_1^{1+\mu} dx \left[ \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{(\mu + 1)^2 - 1} + \sqrt{(\mu + 2) \cdot (\mu + 1 - x)} \right]^{1/2} \right]^2. \quad (4.28)$$

Асимптотики этой функции имеют вид

$$g_1(\mu) = \begin{cases} 0,58\mu^{3/2}, & \mu \ll 1 \\ \pi^2(\mu+1)/4, & \mu \gg 1, \end{cases} \quad (4.29)$$

а ее график приведен на рис. 64 в прил. 1. Так как плотность ионного тока не зависит от радиуса, легко получить полный ионный ток диода:

$$I_i = -\frac{mc^3}{2|e|} \frac{R^2}{d^2} \left[ \frac{m}{2M}(\mu+2) \right]^{1/2} g_1(\mu). \quad (4.30)$$

Совершив переход к безразмерным переменным по формулам  $\xi = \frac{r}{d} \frac{2mc^2}{edH_z} g_1(\mu)$  и  $h_1(\xi, \alpha) = -H_\theta(r)/H_z$ , можно получить из (4.9) следующее уравнение:

$$\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi h_1(\xi, \alpha)) = \frac{1}{\sqrt{1+h_1(\xi, \alpha)^2}} + \alpha, \quad (4.31)$$

где величина  $\alpha = \sqrt{\frac{m}{2M}(\mu+2)}$  отвечает за вклад ионов в плотность

тока. Численное решение этого уравнения при различной величине  $\alpha$ , а также его аппроксимирующие функции приведены в прил. 1, рис. 66. Найдем условия, при которых электронный ток превышает ионный ток в диоде:  $I_e \gg I_i$ . Анализируя приближенное аналитическое выражение  $\bar{h}_1(\xi, \alpha)$  для функции  $h_1(\xi, \alpha)$ , можно сделать вывод, что в рассматриваемом случае необходимо выполнить условие  $h_1(\xi, \alpha) \gg \alpha\xi/2$  на границе диода по радиусу. Решая это уравнение с помощью представления функции в виде ее аппроксимации (П1.3), можно легко получить искомое условие:

$\frac{R}{d} \ll \frac{8M}{3m} \frac{edH_z}{mc^2(\mu+2)g_1(\mu)}$ . В этом случае электронный ток диода

будет равен:  $I_e = \frac{cRH_z}{2} h_1\left(\frac{R}{d} \frac{2mc^2}{edH_z} g_1(\mu), \alpha\right)$ , а его зависимость от

параметров диода в двух предельных случаях будет иметь вид аналогичный выражению (4.12), с точностью до замены  $g(\mu)$  на  $g_1(\mu)$ , т. е.

$$I = \begin{cases} -\frac{mc^3}{2e} \frac{R^2}{d^2} g_1(\mu), & \text{при } \frac{R}{d} \ll \frac{edH_z}{mc^2 g_1(\mu)} \\ -\frac{mc^3}{\sqrt{3}e} \frac{R^{3/2}}{d^{3/2}} g_1(\mu) \left[ \frac{edH_z}{mc^2 g_1(\mu)} \right]^{1/2}, & \text{при } \frac{R}{d} \gg \frac{edH_z}{mc^2 g_1(\mu)} \end{cases}. \quad (4.32)$$

Если же выполнено обратное условие  $I_e \ll I_i$  и, следовательно, верно противоположное неравенство —  $\frac{R}{d} \gg \frac{8M}{3m} \frac{edH_z}{mc^2(\mu+2)g_1(\mu)}$ , то электронный ток диода в этом случае будет равен [6]:

$$I_e = -cRH_z \sqrt{\frac{2M}{m(\mu+2)}}. \quad (4.33)$$

### § 5. Диод с магнитной самофокусировкой

Проведем рассмотрение квазиплоского аксиально-симметричного диода с магнитной самофокусировкой, основываясь на результатах работы [6]. Будем считать, что внешнее магнитное поле много меньше критического значения  $H_c$  (см. (4.13)). Для простоты можно принять, что внешнее магнитное поле вообще отсутствует, т. е.  $H_z = 0$ . Чтобы аналитически решить подобную задачу, приходится предположить, что величина зазора  $a(r)$  между электродами диода плавно возрастает от центра диода к краю, причем  $da/dr \ll 1$ , а  $a(R) \gg a(0)$ . Также будем считать, что функция  $a(r)/r$  достигает своего минимума при некотором значении аргумента на промежутке  $0 < r < R$ . Под действием достаточно сильного магнитного поля тока пучка  $H_\theta$  электроны замагничиваются в непосредственной близости от катода и далее дрейфуют преимущественно в радиальном направлении,  $v_r \gg v_z$ . При плавном изменении профилей электродов диода электрическое поле по мере движения электрона к оси адиабатически медленно нарастает. Отсюда следует, что траектория электрона изменяется плавно, а средняя скорость почти совпадает со скоростью дрейфа:

$$\bar{v} = c \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{H^2}. \quad (4.34)$$

Этим соотношением можно пользоваться только при  $E < H$ , что в нашем случае практически выполняется во всем объеме диода, кроме небольшой приосевой области. Из выражения для дрейфовой скорости формально следует, что электрон двигается вдоль эквипотенциали и никогда не достигнет анода, но это не так. Величина  $v_z$  хотя и мала, но отлична от нуля во втором порядке по малому параметру  $a/R$ . Из выражения для дрейфовой скорости (4.34) получим радиальную компоненту скорости электрона:

$$v_r = -c \frac{E_z}{H_\theta}, \quad (4.35)$$

а из закона сохранения энергии с учетом малости осцилляторной компоненты скорости электрона, а также  $v_z$  получим соотношение радиальной скорости электрона и потенциала  $\varphi$ :

$$mc^2(1 - v_r^2/c^2)^{-1/2} - |e|\varphi = mc^2. \quad (4.36)$$

Далее из уравнения Максвелла в пренебрежении вкладом ионного тока для магнитного поля  $H_\theta$  получим:

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} |e| n_e v_r. \quad (4.37)$$

С учетом электронной и ионной плотностей заряда уравнение Пуассона запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 4\pi |e| n_e + \frac{4\pi}{c} j_i \left[ \frac{M}{2m} \right]^{1/2} \left[ \gamma_m - 1 - \frac{|e|\varphi}{mc^2} \right]^{-1/2}. \quad (4.38)$$

Здесь мы предположили, что ионы нерелятивистские и не замагничены магнитным полем.

Решая систему уравнений со следующими граничными условиями на потенциал:  $\varphi(r, z) = 0$ ,  $\frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial z} = 0$ , при  $z = 0$ ,

$$\varphi(r, z) = \frac{mc^2}{|e|} (\gamma_m - 1), \quad \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = a(r),$$

получим, что полный электронный ток такого диода равен [6]:

$$I_e = -\frac{mc^3}{2|e|} \max_r \left[ \frac{r}{a(r)} \right] \min_x \Phi(\gamma, x), \quad (4.39)$$

$$\text{где} \quad \min_x \Phi(\gamma, x) = \begin{cases} \sqrt{2(\gamma-1)}, & \text{при } \gamma-1 \ll 1 \\ 4\gamma/3, & \text{при } \gamma \gg 1 \end{cases} \quad (4.40)$$

Ток ионов определяется следующей формулой:

$$I_i = -\frac{2}{9} \sqrt{\frac{2m}{M}} \gamma^{3/2} \frac{mc^3}{|e|} \cdot \left[ \max_r \left[ \frac{r}{a(r)} \right] \right]^2 \ln(R/r_0), \quad (4.41)$$

где  $r_0$  — радиус приосевой области, где нарушается соотношение (4.34), и величина которого определяется либо шириной межэлектродного зазора, либо амплитудой осцилляций электронов вокруг их плавной траектории. Ввиду логарифмической зависимости точное значение  $r_0$  не существенно. Напомним, что это рассмотрение было сделано в предположении  $I_e \gg I_i$ . Что касается пятна фокусировки электронного пучка, то оно находится в приосевой области и имеет размер, близкий по величине к амплитуде осцилляций электронов вокруг их траектории. Эту амплитуду за счет плавности изменения электрического поля в диоде от периферии к центру можно сделать довольно малой.

## § 6. Численное моделирование и эксперименты по самофокусировке электронного пучка в диодах с большим соотношением $R/a$

Как показали результаты численного моделирования работы диода в отсутствие аксиального магнитного поля, при токе диода, меньшем некоторого критического, электроны падают на анод почти по нормали [10]. С ростом тока диода влияние собственного магнитного поля в диоде приводит к отклонению электронных траекторий к оси системы, так что плавное ламинарное течение электронов сменяется на течение с пересекающимися орбитами (рис. 28). И в случае, когда ларморовский радиус электрона в собственном магнитном поле тока диода становится сравнимым с зазором катод – анод, происходит магнитная изоляция большей площади анода от попадания электронов, эмитированных катодом.

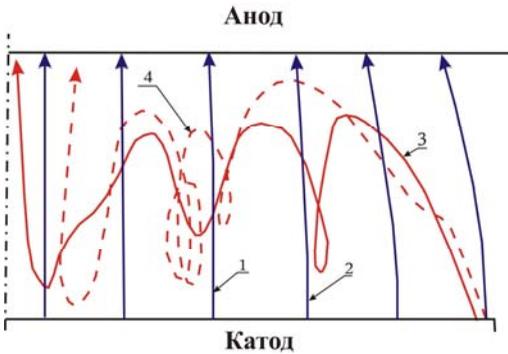


Рис. 28. Примеры траекторий электронов в диоде с током, меньше критического (1, 2) и больше критического (3, 4) [10]

В этом случае электронный поток за счет дрейфового движения к оси диода сжимается во много раз по сечению, т. е. фокусируется в малой по радиусу приосевой области на аноде. Очевидно, что такой характер движения электронов приводит к существенному росту объемного заряда электронов вблизи оси

диода и росту радиального электрического поля, препятствующего фокусировке пучка. По этой причине для нейтрализации объемного заряда электронов вблизи оси было предложено использовать плазменный канал. Так, в работе [11] плазма на оси диода приготавливалась с помощью взрыва тонкой проволоочки из вольфрама, натянутой между анодом и катодом. При следующих параметрах эксперимента: напряжение на диоде 250 кВ, токе электронов 80 кА и токе в проволочке 150 кА – максимальная плотность тока электронов на аноде составила  $5 \text{ MA/cm}^2$ . Для создания тонкого плазменного канала на оси использовалась также тонкая игла на катоде [12] и лазерный луч, который при облучении анода создавал плазменное облако на оси [13]. Применение подобных способов позволило увеличить плотность тока электронов в фокусе в 5–6 раз и улучшить стабильность фокусировки по сравнению со случаем отсутствия плазменного канала. Кроме указанных подходов, необходимо отметить фокусировку электронного пучка в диоде, состоящем из полого катода с коническим торцом и плоского анода [14]. С помощью катода такой формы уже в начале импульса тока образуется тонкий пучок, который стягивается к оси со скоростью  $1 \div 5 \times 10^8 \text{ см/с}$  в зависимости от материала анода, и на оси диода образуется стабильный пинч с диаметром менее 3 мм. В экспериментах с полым катодом на ускорителе GAMBLE II (1 МВ, 670 кА, 50 нс) была достигнута плотность тока  $1,6 \text{ MA/cm}^2$ , а плотность мощности составила

$10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>. В более поздних экспериментах на ускорителе PROTO-I (3 МВ, 800 кА, 24 нс) при тщательной оптимизации формы катода была получена величина плотности тока сфокусированного электронного пучка более  $16$  МА/см<sup>2</sup> при плотности мощности более  $10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> в пятне диаметром 1,5 мм. Близкие параметры сжатого пучка, а именно плотность тока  $30$  МА/см<sup>2</sup> и плотность мощности  $10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>, были получены на установке АНГАРА-1 (1 МВ, 330 кА, 60 нс) [15].

### Список литературы

1. Humpries S.. Charged Particle Beams. ISBN 0-471-60014-8, QC786.H86. 1990. P. 283.
2. Goebel D. M., Watkins R. M High Current, Low Pressure Plasma Cathode Electron Gun // Rev. Sci. Instrum. 2000. Vol. 71. P. 388–398.
3. Авроров А. П., Аржанников А. В., Лямзин М. П., Синицкий С. Л., Юшков М. В. Генерация микросекундного РЭП в плоском диоде на установке У-2. Препринт ИЯФ 87-153. Новосибирск, 1987.
4. Аржанников А. В., Койдан В. С. Микроструктура электронного пучка и вольтамперная характеристика релятивистского диода в сильном магнитном поле. Препринт ИЯФ СО АН СССР 80-73. Новосибирск, 1980.
5. Бугаев С. П., Литвинов Е. А., Месяц Г. А., Проскуровский Д. И. Взрывная эмиссия электронов // Успехи физ. наук. 1975. Т. 115, вып. 1. С. 101–120.
6. Брейзман Б. Н., Рютов Д. Д., Ступаков Г. В. Теория сильноточных диодов большого радиуса // Изв. ВУЗов (физика). 1979. № 10. С. 7–26.
7. Синицкий С. Л. Генерация и транспортировка микросекундных ленточных РЭП с энергозапасом до 50 кДж. Дис. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1992.
8. Гордеев А. В. О токе релятивистского ножевого диода в сильном магнитном поле // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13, № 7. С. 410–417.

9. Генерация и фокусировка сильнооточных релятивистских электронных пучков / Под ред. проф. Рудакова Л. И. М.: Энергоатомиздат, 1990.
10. Poukey J. W., Freeman J. R., Jonas G. Simulation of relativistic electron beam diodes // J. Vac. Sci. and Techn. 1973. Vol. 10, № 6, P. 954–958.
11. Yonas G., Prestvich K. R., Poukey J. W. et al. Electron beam focusing using current-carrying plasma in high  $v/\gamma$  diodes // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30, № 5. P. 164–167.
12. Mix L. P., Kelly J. G., Kuswa G. W. et al. Measurements of high current relativistic electron diode plasma properties with holographic interferometry // J. Vac. Sci. and Techn. 1973. Vol. 10, № 8. P. 951–953.
13. Yonas G., Poukey J. W., Prestvich K. R. et al. Electron beam focusing and application to pulsed fusion // Nuclear Fusion. 1974. Vol. 14, № 5. P. 731–740.
14. Blaugrund A. E., Cooperstain G., Goldstein S. A. Processes governing pinch formation in diodes // Proc. 1-st Intern. Topic. Conf. High power electron beam Res. And Techn. 1975. Vol. 1. P. 233–246.
15. Afonin P., Babykin M. V., Baev B. V. et al. High power beam focusing in diode and target irradiation at ANGARA-1 accelerator // Proc. 7-th Symp. Eng. Probl. Fusion Res. Knoxville. 1977. Vol. 1. P. 269–272.

## ГЛАВА V

### ДИАГНОСТИКА СИЛЬНОТОЧНЫХ РЭП

В настоящее время разработано большое количество различных методов измерения параметров высоковольтных импульсов, а также основных характеристик сильноточных РЭП. Эти методы при наличии широкополосной аппаратуры для регистрации и записи сигналов на основе быстрых запоминающих осциллографов и аналого-цифровых преобразователей (АЦП) позволяют регистрировать в условиях сильных помех зарядное и выходное напряжения первичных и промежуточных накопителей, амплитуду и форму импульса ускоряющего диодного напряжения, макроскопические и микроскопические характеристики мощных пучков.

#### § 1. Регистрация мегавольтного напряжения

Для регистрации импульсов высокого напряжения на современных установках широко применяются несколько методов на основе использования емкостных, резистивных и комбинированных делителей напряжения. Одним из самых простых в изготовлении является емкостной делитель. Он, как правило, состоит из цепочки последовательно соединенных низкоиндуктивных высоковольтных емкостей, один конец которой подключен к высоковольтному электроду, а другой – к электроду с земляным потенциалом. Регистрируя напряжение  $U_{изм}$  в нижнем плече делителя с емкостью  $C_N$ , т. е. непосредственно соединенном с землей, и зная коэффициент деления напряжения, равный отношению емкости нижнего плеча к пол-

ной емкости делителя  $K_1 = \frac{U}{U_{изм}} = C_N \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ , легко восстановить

напряжение на высоковольтном электроде. Помимо этого для деления напряжения можно использовать предварительно измеренную паразитную емкость высоковольтного электрода на близлежащие проводящие поверхности, находящиеся под земляным потенциалом.

На рис. 29 приведен пример схемы регистрации напряжения на первичном накопителе с помощью емкостного делителя, состоящего из емкости верхнего плеча  $C_1$ , которую образует паразитная ем-



Рис. 29. Схема регистрации напряжения на ГИНе с помощью емкостного делителя

кость высоковольтного экранирующего электрода ГИНа на проводящую пластину, укрепленную на стене зала, и емкости  $C_2$  нижнего плеча делителя. Эта емкость является суммой емкостей проводящей пластины на землю и емкости радиотехнического конденсатора, смонтированного под пластиной внутри экрана для уменьшения влияния помех на

измерительную цепь. После калибровки такого делителя с помощью короткого импульса напряжения с амплитудой в десятки киловольт им можно измерять импульсы напряжения мегавольтного уровня. Одним из недостатков такого делителя является изменение коэффициента деления в области низких частот сигнала

( $f < \frac{1}{C_2(R_c + R_n)}$ ) при осуществлении регистрации напряжения на

нижнем плече делителя с помощью согласованного с обоих концов радиотехнического кабеля ( $R_n \approx R_c \approx \rho$ ). Типичный коэффициент деления в таком делителе может быть получен в диапазоне  $10^3 \div 10^5$  при характерном времени регистрации  $\tau = 10^{-7} \div 10^{-5}$  с без существенных искажений формы сигнала.

При регистрации низкочастотных сигналов с высокой амплитудой можно применять резистивный делитель. Он состоит из цепочки последовательно соединенных высоковольтных резисторов, с нижнего плеча которой происходит регистрация напряжения. Недостатком такого делителя является существенная зависимость коэф-

коэффициента деления напряжения от частоты в области высоких частот. Дело в том, что из-за наличия заметной индуктивности высоковольтных резисторов при быстром изменении импульса напряжения деление напряжения в таком делителе происходит не по отношению сопротивлений, а по отношению взаимных паразитных емкостей плечей этого делителя. Сигналы с резистивных делителей при отсутствии фильтрации на фронтах импульсов напряжения сильно шумят.

Более равномерной зависимостью коэффициента деления от частоты обладает комбинированный резистивно-емкостной делитель. Он состоит из цепочки последовательно соединенных сопротивлений и емкостей, заметно превышающих по величине паразитные. Если времена всех ступеней делителя  $\tau_i = R_i C_i$  подобраны одинаковыми, то такой делитель имеет широкую полосу частот измерения сигнала вплоть до  $\Delta f \sim 1$  ГГц, и коэффициент деления его в этом

диапазоне  $K_1 = \frac{U}{U_{изм}} = C_N \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \left( \sum_i^N R_i \right) / R_N$  не зависит от частоты.

ты.

Для примера приведем схему комбинированного делителя (рис. 30), который обычно применяется для измерения напряжения в мегавольтных накопителях, а также в ускорительных диодах, генерирующих релятивистские пучки. Он состоит из практически одинаковых  $RC$ -ячеек, образованных конструктивной взаимной емкостью соседних градиентных колец и сопротивлением столба солевого раствора между ними. За счет использования воды ( $\varepsilon \approx 81$ ) в качестве основы для раствора взаимная емкость градиентных колец существенно превышает паразитные емкости колец на землю, а путем подбора необходимой концентрации соли можно изменять полное сопротивление такого делителя в очень широком диапазоне. Типичные размеры подобного делителя на напряжение около 1 МВ имеют следующие значения: при длительности импульса напряжения около 100 нс высота делителя около 25 см при диаметре 6÷10 см, а при длительности импульса в десятки и более микросекунд высота его должна быть масштаба 50÷100 см при диаметре 20÷40 см. При выборе геометрии такого делителя необходимо руководствоваться величиной поверхностной напряженности электрического поля при заданной длительности импульса, которую

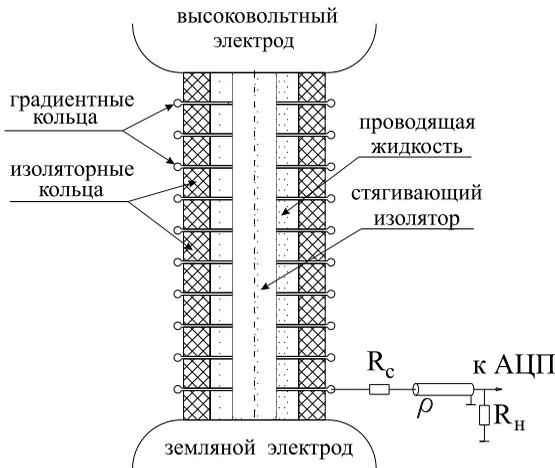


Рис. 30. Схема мегавольтного резистивно-емкостного делителя

может выдержать данный материал изоляционных колец. Кроме того, напряженность поля на поверхностях градиентных колец не должна превышать значений, при которых с них начинается эмиссия электронов в вакууме ( $\sim 100$  кВ/см), а в газе еще далека от пробивной напряженности поля для данного газа.

Если по каким-то причинам в изготовленном резистивно-емкостном делителе условие равенства постоянных времени всех ячеек выполнено недостаточно точно, то такой делитель будет частично дифференцировать сигнал. Этот недостаток можно исправить, если к измеренному сигналу добавить с некоторым коэффициентом проинтегрированный по времени этот же сигнал. Такая коррекция сигнала в случае резистивно-емкостного делителя, состоящего из двух ячеек (первая ячейка имеет емкость  $C_1$  и сопротивление  $R_1$ , а вторая соответственно  $C_2$  и  $R_2$ ), может быть осуществлена по формуле

$$U(t) = \frac{C_1 + C_2}{C_1} U_{изм}(t) + \frac{1}{R_1 C_1} \left[ \frac{R_1}{R_2} - \frac{C_2}{C_1} \right] \int_{-\infty}^t U_{изм}(t') e^{\frac{t'-t}{R_1 C_1}} dt'. \quad (5.1)$$

## § 2. Датчики тока и локальной плотности тока

Для регистрации импульсов тока в высоковольтной технике, а также в исследованиях по генерации мощных электронных пучков наиболее распространено применение двух относительно простых методов. Один из них основан на использовании малоиндуктивного

шунта, в котором резистивным элементом является тонкая фольга. Схема такого регистратора представлена на рис. 31. Значения индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$  такого шунта могут быть легко получены из следующих формул:  $L \sim \frac{4\pi\Delta l}{h}$ , а  $R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2l + \Delta}{h\lambda}$ , где

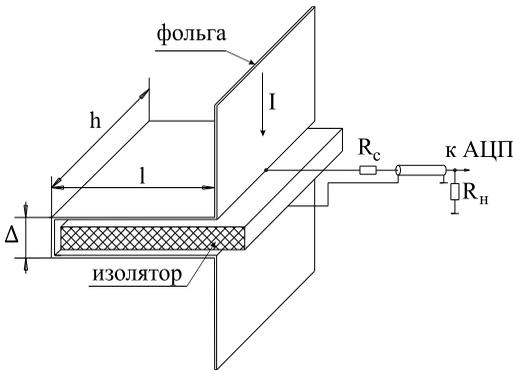


Рис. 31. Схема регистрации сигналов тока с помощью малоиндуктивного шунта

использованы обозначения, показанные на рисунке, а величина  $\lambda$  равна толщине фольги. Поскольку эквивалентная схема такого регистратора для высоких частот представляет собой последовательное соединение индуктивности и резистора, то на частотах  $0 < f < c^2 R/L$  импеданс его почти не зависит от частоты, в то время как на высоких частотах  $f > c^2 R/L$  он существенно меняется с частотой. По этой причине при наличии в полосе сигнала высокочастотных составляющих такие регистраторы заметно шумят. Еще одним недостатком такого способа измерения тока является зависимость активного сопротивления фольги от частоты, которая обусловлена скин-эффектом. Поэтому условием, необходимым для качественной регистрации сигнала тока, является малость толщины фольги по сравнению с характерной толщиной скин-слоя для всего частотного диапазона сигнала:  $\lambda \ll \frac{c}{2\pi\sqrt{\sigma\mu f}}$ , где  $\sigma$  и  $\mu$  – про-

воодимость и магнитная проницаемость материала фольги соответственно. Для длительных сигналов тока также необходимо учитывать нагрев фольги в результате протекания в ней тока, что, в свою очередь, приводит к росту электрического сопротивления материала фольги.

Вторым традиционным способом измерения тока является применение схем на основе трансформатора тока, или так называемого

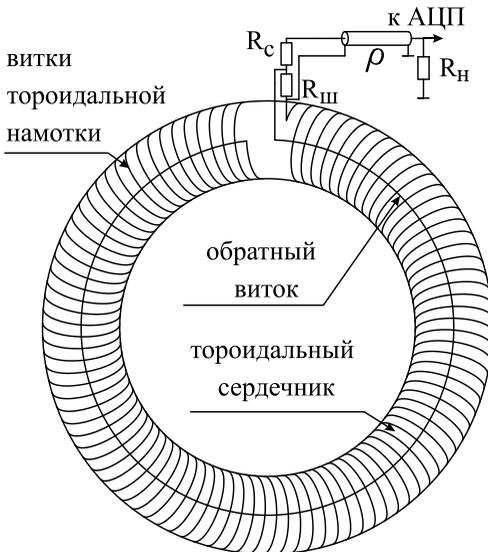


Рис. 32. Схема регистрации тока с помощью пояса Роговского

с выводами малоиндуктивного резистора –  $R_{III}$  так, что первый соединен напрямую, а второй через обратный виток. Подобное присоединение обеспечивает подачу на резистор  $R_{III}$  ЭДС индукции только азимутальной составляющей магнитного поля, но не его аксиальной компоненты. В соответствии с законом индукции Фарадея и теоремой Стокса получим:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{4\pi \mu S n}{c^2} \frac{dI_0}{dt}, \quad (5.2)$$

где  $\Phi$  – суммарный магнитный поток в соленоиде, создаваемый цепью протекания внешнего тока внутри тороида,  $\mu$  – магнитная проницаемость сердечника,  $S$  – его площадь сечения, а  $n$  – плотность намотки соленоида. Величина  $I_0$ , входящая в эту формулу, есть величина измеряемого поясом тока, текущего внутри тороида. Чтобы в данной схеме на сопротивлении нагрузки  $R_n$  получить сигнал, пропорциональный току  $I_0$ , необходимо проинтегрировать напряжение на шунте с помощью  $LR$ -цепочки, образованной индук-

пояса Роговского. Преимуществом этого способа является бесконтактность, т. е. отсутствие гальванической связи между цепью протекания тока и измерительным устройством. Пример схемы такого регистратора тока приведен на рис. 32. Он состоит из тороидального соленоида, намотанного на замкнутый аксиально-симметричный сердечник, внутри которого по середине сечения сердечника уложен обратный виток. Оба конца соленоида соединены

тивностью соленоида и сопротивлением шунта. Очевидно, что такая схема интегрирования будет обеспечивать точную регистрацию импульсов тока только в случае, когда длительность импульса заметно меньше характерного времени интегрирования цепи  $\tau = L/(c^2 R_{III})$ . При выполнении этого условия, а также в случае согласования обоих концов измерительного кабеля ( $R_c + R_{III} = \rho$  и  $R_n = \rho$ ) получим:

$$I_0 = \frac{\rho + R_c}{\rho} \frac{U_{изм} N}{R_{III}}, \quad (5.3)$$

где  $N$  – число витков соленоида. Необходимость согласования кабеля диктуется условием передачи измеряемого сигнала на большие расстояния без изменения его формы импульса, а также при наличии радиопомех отсутствием их накопления и раскочки колебаний внутри кабеля.

Для измерения временной и пространственной картины распределения плотности тока по сечению сильноточного РЭП довольно часто применяются многоколлекторные датчики. Схема такого дат-

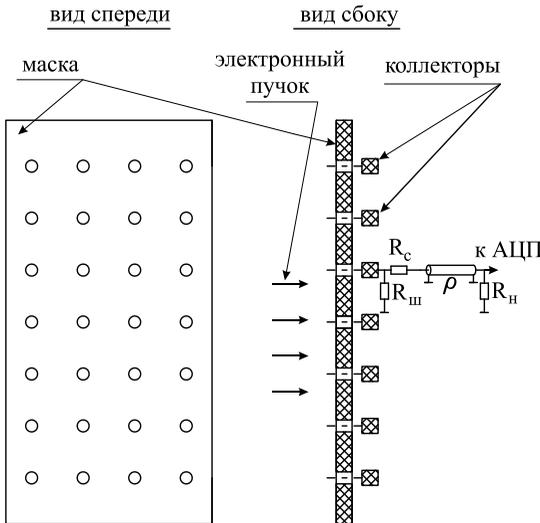


Рис. 33. Схема многоколлекторного датчика для измерения распределения динамики плотности тока и формы сечения РЭП

чика представлена на рис. 33. Он состоит из маски с отверстиями, изготовленной из прочного тугоплавкого материала, например графита, за которой соосно с отверстиями в маске расположены приемники пучка. В качестве материала приемников необходимо выбирать вещества с малым коэффициентом отражения электронов. Достоинством такого датчика является простота

его конструкции, а также легкость в изготовлении. Но для регистрации такого количества сигналов потребуется значительное количество быстрых каналов АЦП.

В случае измерения параметров пучков с большой плотностью тока нет необходимости заботиться о запирании вторичных электронов, выбитых электронами РЭП из коллекторов, они естественным образом будут заперты объемным зарядом пучка. С другой стороны, большая плотность тока пучка масштаба  $100 \text{ А/см}^2$  и более затрудняет измерение параметров РЭП микросекундной длительности, поскольку по истечении времени, необходимого для прихода плазмы с коллекторов (скорость движения  $\sim 10^6 \text{ см/с}$ ) к задней поверхности маски, следует ожидать закорачивание этой плазмой потенциала коллекторов на маску. Таким образом доверять измеренным значениям токов можно только до указанного момента времени. Также как и в случае предыдущего регистратора тока, необходимо хорошее согласование измерительного тракта с обоих концов, поскольку измерения токов с коллекторов в данной схеме выполняются с помощью резистивных шунтов.

### § 3. Диагностика углового разброса электронов

Как уже отмечалось в первой главе, качество мощных электронных пучков, от которого существенно зависит возможность их использования для накачки электромагнитных и плазменных колебаний, напрямую зависит от плотности пучка в фазовом пространстве. И эта плотность тем выше, чем выше плотность тока пучка и меньше угловой разброс по скоростям его электронов. Для измерения углового распределения электронов пучка в отсутствие магнитного поля можно использовать простую схему, в которой из сечения пучка с помощью коллиматора вырезают круглый пучок малого диаметра. По мере движения электронов от коллиматора вследствие углового разброса их скоростей пучок должен увеличивать размеры своего сечения, что может быть легко зарегистрировано в эксперименте. Но в случае мощных электронных пучков генерация и транспортировка их невозможна без применения сильного ведущего магнитного поля, что вносит заметные трудности в измерение этой важной характеристики. В работе [1] был предложен способ измерения углового разброса электронов пучка в условиях сильно-

го магнитного поля по закономерностям прохождения электронов пучка через цилиндрическое отверстие. В практической реализации этого метода [2] электронный пучок был пропущен через цилиндрические отверстия, просверленные в полностью поглощающем электроны экране, которые имели одинаковый радиус, но различались длиной.

Зная энергию электронов пучка и измерив в эксперименте зависимость ослабления тока пучка за круглым отверстием как функцию его длины, можно сопоставить эти данные с расчетными зависимостями ослабления. Как показывает опыт, это сопоставление

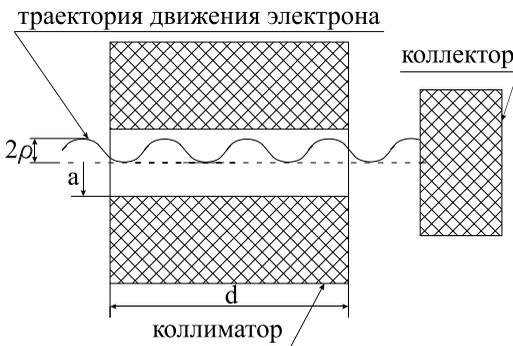


Рис. 34. Схема датчика углового разброса электронов пучка в магнитном поле

позволяет с приемлемой точностью оценить величину среднеквадратичного угла разброса электронов пучка вне зависимости от формы его распределения по углам. Схема такого эксперимента представлена на рис. 34. На нем показано сечение экрана, поглощающего электроны, с одним ци-

линдрическим отверстием, ось которого параллельна направлению ведущего магнитного поля. Такое отверстие называется коллиматором. Все электроны, прошедшие сквозь коллиматор, поглощаются в коллекторе, ток которого и измеряется в эксперименте. Имея в экране несколько таких коллимирующих отверстий различной длины, можно одновременно измерить необходимую зависимость ослабления тока как функцию длины отверстия. Расчетный коэффициент пропускания тока, равный отношению тока электронов, дошедших до коллектора, к току электронов, попавших внутрь отверстия:  $T = \frac{I_{кол}}{j\pi a^2}$ , полученный в работе [1], имеет следующий

вид:

$$T(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \begin{cases} 0, \Delta > 1, \varphi \geq \alpha_{\max} \\ (1 - \Delta)^2, \Delta < 1, \varphi \geq \pi \\ \frac{2}{\pi} \left[ \arccos(\Delta \sin \varphi) - \Delta \sin \varphi (1 - \Delta^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \right], \Delta \geq 1, \varphi < \alpha_{\max} \\ \frac{1}{\pi} \left[ \pi + \Delta(\Delta - 2)\varphi - \arcsin(\Delta \sin \varphi) - \Delta \sin \varphi \left\{ \Delta \cos \varphi + (1 - \Delta^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \right\} \right], \Delta \leq 1, \varphi < \pi, \end{cases} \quad (5.4)$$

где  $\Delta = \frac{\rho}{a} = \frac{v_{\perp}}{a\omega_H}$  – отношение ларморовского радиуса вращения

электрона к радиусу отверстия,  $2\varphi = \frac{\omega_H d}{v_{\parallel}}$  – угол прокручивания

электрона по ларморовской окружности на расстоянии, равном длине отверстия  $d$ ,  $\alpha_{\max} = \arcsin(a/\rho)$ , а  $v_{\perp}$  и  $v_{\parallel}$  – поперечная и продольная компоненты скорости электрона. Сделав предположение о виде функции распределения электронов пучка по углам, например, это может быть распределение Гаусса со среднеквадратичным углом  $\theta_s$  в следующем виде:

$$F(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{\delta(\sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} - v_0)}{2\pi v_0^2 \sin(\theta_s) D(1/\sin(\theta_s))} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{v_0^2 \sin^2(\theta_s)}}, \quad (5.5)$$

где нормирующий множитель дается формулой  $D(y) = e^{-y^2} \int_0^y e^{x^2} dx$ ,

можно рассчитать зависимости ослабления тока за отверстиями различной длины:

$$I/I_0 = en \int_0^{\infty} v_{\parallel} \int_0^{\infty} T(v_{\perp}, v_{\parallel}) F(v_{\perp}, v_{\parallel}) 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel} / j \quad (5.6)$$

Полученные таким способом в [2] кривые ослабления тока за отверстием для случаев электронного пучка с энергией 0,8 МэВ и различными величинами среднеквадратичного угла разброса электронов по скоростям  $\theta_s = 10^\circ, 15^\circ$  и  $25^\circ$  представлены на рис. 35.

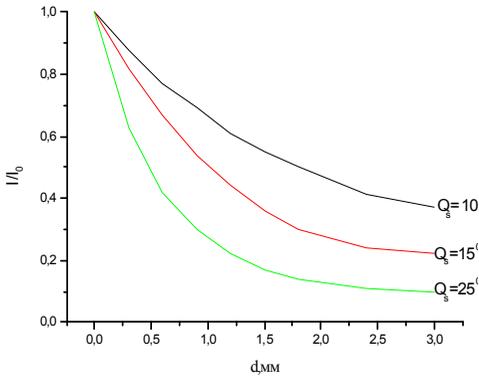


Рис. 35. Зависимость ослабления тока электронов с энергией 0,8 МэВ коллимирующим отверстием с радиусом  $a = 0,03$  см от его длины при величине магнитного поля  $B = 4$  Тл

Однако подобная методика имеет существенный недостаток — она исходит из одинаковой или известной из других измерений плотности тока пучка в отверстиях. А измерение этой величины с хорошей точностью в эксперименте — тоже довольно трудная задача, поскольку, например в случае генерации пучков с помощью взрывоэмиссионных катодов, плотность тока пучка может существенно флуктуировать как в пространстве,

так и во времени, тем самым внося значительную погрешность в измерения.

Менее чувствительным к пространственным неоднородностям плотности тока пучка является модификация такого датчика, предложенная в работе [3]. Такой датчик (рис. 36) имеет всего одно отверстие, по длине которого расположено несколько кольцевых коллекторов, с помощью которых измеряются токи поглощенных в них электронов пучка. Далее, суммируя токи кольцевых коллекторов, можно построить экспериментальную кривую ослабления тока по длине отверстия. Сравнивая ее с теоретическими кривыми для раз-

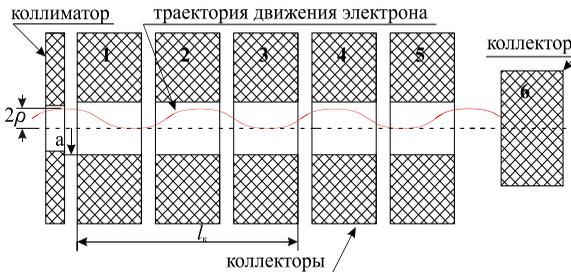


Рис. 36. Схема модифицированного датчикового разброса пучка

личных значений углового разброса электронов, можно с хорошей точностью определить среднеквадратичный угловой разброс пучка электронов. Суммарная погрешность измерения углового разброса таким датчиком определяется следующими факторами: разброс электронов пучка по энергиям, неколлинеарность оси датчика и направления магнитного поля, а также частичное отражение электронов пучка от боковых стенок кольцевых коллекторов при скользящем падении. В целом, как показано в работе [4], такой датчик является надежным средством для измерения даже малых ( $\theta_s \sim 5 \div 10^\circ$ ) по величине значений среднеквадратичного углового разброса РЭП.

#### § 4. Измерения энергетического разброса электронов

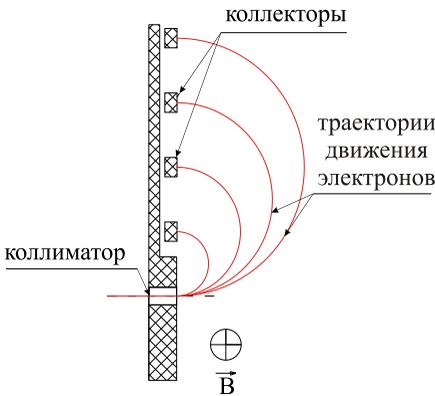


Рис. 37. Схема анализатора энергетического спектра электронов со  $180^\circ$ -м поворотом в магнитном поле

Не менее важным показателем качества пучка является энергетический разброс электронов. Для его измерения в случае немагнитного пучка традиционно используют различного рода магнитные анализаторы, пример одного из них представлен на рис. 37. В таком анализаторе электроны пучка, пройдя через коллимирующее отверстие, попадают в область с однородным магнитным полем,

где они двигаются по дуге окружности, охватывающей угол  $180^\circ$ . Вследствие зависимости диаметра этой окружности от энергии электрона по закону

$$D = 2\rho = \frac{2mc^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}}{eB}, \quad (5.7)$$

где  $\rho$  – ларморовский радиус электрона в магнитном поле, а  $\gamma$  – релятивистский фактор электронов, положению и поперечному размеру каждого коллектора соответствует свой диапазон значений  $\gamma$ -факторов электронов, которые могут попасть на него. Исходя из значения тока электронов, попавших на каждый коллектор, можно определить долю тока пучка в данном диапазоне  $\gamma$ , а из этого построить энергетический спектр электронов пучка. Угол разворота электронов, равный  $180^\circ$ , выбран для обеспечения фокусировки электронов на коллекторе. Действительно, в таком анализаторе все электроны пучка, начавшие движение по дуге из одной точки коллимирующего отверстия и имеющие разброс по скоростям электронов, попадут практически в одну и ту же точку на коллекторе. Таким образом, небольшой угловой разброс электронов по скоростям не влияет на измерения энергетического спектра электронов.

Для измерения энергетического спектра электронов замагниченного пучка в умеренном магнитном поле, для которого ларморовский радиус электронов составляет величину масштаба 1 см, используют анализаторы с резким изломом силовой линии магнитного поля [5, 6]. Пример такого анализатора приведен на рис. 38. Анализируя движение электронов в области излома силовой линии магнитного поля, можно приближенно считать, что электроны пучка, первоначально двигавшиеся в однородном магнитном поле  $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ , влетают в область другого од-

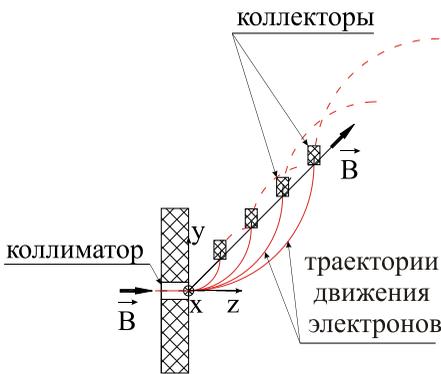


Рис. 38. Схема спектрального анализатора с резким изломом силовой линии ведущего магнитного поля

нородного магнитного поля  $\vec{B} = (0, B_y, B_z)$  с начальной скоростью  $\vec{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$ , где  $v_{x0}, v_{y0} \ll v_{z0}$ . В указанных предположениях можно получить выражение для вектора, соединяющего мгновенный центр ларморовской окружности с положением частицы:

где  $\rho$  – ларморовский радиус электрона в магнитном поле, а  $\gamma$  – релятивистский фактор электронов, положению и поперечному размеру каждого коллектора соответствует свой диапазон значений  $\gamma$ -факторов электронов, которые могут попасть на него. Исходя из значения тока электронов, попавших на каждый коллектор, можно определить долю тока пучка в данном диапазоне  $\gamma$ , а из этого построить энергетический спектр электронов пучка. Угол разворота электронов, равный  $180^\circ$ , выбран для обеспечения фокусировки электронов на коллекторе. Действительно, в таком анализаторе все электроны пучка, начавшие движение по дуге из одной точки коллимирующего отверстия и имеющие разброс по скоростям электронов, попадут практически в одну и ту же точку на коллекторе. Таким образом, небольшой угловой разброс электронов по скоростям не влияет на измерения энергетического спектра электронов.

$$\rho_c = \frac{[\vec{B} \times \vec{v}_0]}{B\omega_H}. \quad (5.8)$$

Тогда для электронов, совершивших при движении по спирали поворот на угол, равный  $180^\circ$ , их координаты будут находиться на прямой, задаваемой параметром  $\gamma v_{z0}$ , а именно [5]:

$$(x, y, z) \approx \gamma v_{z0} \frac{mc}{eB} \left( \frac{2B_y}{B}, \frac{B_y B_z}{B^2}, \frac{B_z^2}{B^2} \right). \quad (5.9)$$

Приемные коллекторы следует расположить на этой линии, а распределение токов с коллекторов позволит найти энергетический спектр электронов пучка. Среди основных эффектов, вносящих погрешности в измерение спектра данным способом, следует отметить отклонение траектории электронов от линии, вдоль которой расположены коллекторы, вследствие конечного радиуса изгиба силовой линии магнитного поля в месте ее излома на входе в анализатор, а также конечный угловой разброс электронов анализируемого пучка.

Измерение энергетического спектра электронов сильноточного пучка в случае сильного ведущего магнитного поля наиболее просто можно осуществить с помощью многофольгового метода [7]. Суть этого метода заключается в измерении распределения поглощенных (термализованных)

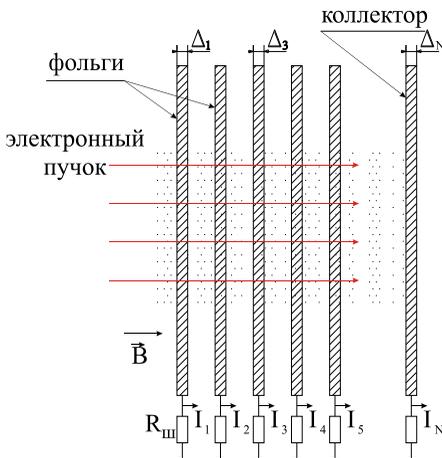


Рис. 39. Схема многофольгового метода анализа спектра по энергиям электронов пучка

электронов пучка по глубине в веществе при прохождении электронами набора стоящих друг за другом фольг. Схема регистрации таким методом приведена на рис. 39. При прохождении пучка через фольги электроны тормозятся до термализации, а ток термализованных электронов стекает на землю через резисторы, сигналы с которых записываются с помощью АЦП. Далее, используя расчетные кривые поглощения электронов заданной энергии по глубине в веществе фольг, а также из-

меренные значения токов с фольг, можно определить спектр падающих электронов. В качестве примера на рис. 40 приведены кривые поглощения  $K(x, E)$  по глубине в алюминии для электронов с энергией в диапазоне 20 кэВ÷1 МэВ, рассчитанные методом Монте-Карло с помощью кода [8]. Кроме метода Монте-Карло для расчета кривых поглощения может быть использован подход на основе решения интегрального уравнения, описывающего распространение электронов в веществе с учетом торможения и рассеяния, который опубликован в работе [9]. Используя набор функций поглощения в веществе фольг для разных значений энергий электронов, можно найти величину тока электронов, термализованных в  $i$ -й фольге, которая имеет следующий вид:

$$J_i = J_0 \int_{x_i}^{x_{i+1}} dx \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} K(x, E) \varphi(E) dE, \quad (5.10)$$

где  $J_0$  – полный ток пучка, а  $x_{i+1} = \sum_{m=1}^i \Delta_m$  – координаты поверхностей фольг,  $E_{\max}$  и  $E_{\min}$  – границы спектра электронов пучка. Нахождение функции распределения электронов по энергиям  $\varphi(E)$  представляет собой решение уравнения Фредгольма I-рода,

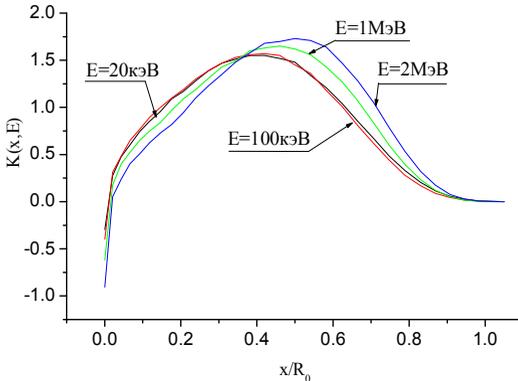


Рис. 40. Распределение термализованных электронов по толщине в Al при различной начальной энергии электронов.  $R_0$  – максимальный пробег электрона с энергией  $E$

что является некорректной задачей. Это означает, что без принятия специальных мер по минимизации среднеквадратичной ошибки восстановления решения точность найденного решения будет низкой. Разобьем исследуемый диапазон энергий  $[E_{\min}, E_{\max}]$  на  $N$  энергетических интервалов по числу измерительных фольг, и

внутри каждого из них будем считать  $\varphi(E) = \varphi_i = const$ . Тогда  $N$  интегральных уравнений для токов фольг можно преобразовать в систему линейных уравнений относительно вектора, состоящего из величин  $\varphi_i$ :

$$\frac{J_i}{J_0} = \sum_{j=1}^n K_{i,j} \varphi_j, \quad (5.11)$$

где элементы матрицы  $K$  имеют следующий вид

$$K_{i,j} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} dx \int_{E_j}^{E_{j+1}} K(x, E) dE. \text{ Обращая матрицу, состоящую из элемен-}$$

тов  $K_{i,j}$ , получим:

$$\varphi_j = \sum_{i=1}^n K_{j,i}^{-1} (J_i / J_0). \quad (5.12)$$

Один из возможных путей улучшения точности решения некорректной задачи состоит в оптимальном выборе разбиения на интервалы исследуемого энергетического диапазона  $[E_{\min}, E_{\max}]$  с целью минимизации суммы обратных собственных значений матрицы

$$K * K^T : \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1}, \text{ которая определяет ошибку найденного решения.}$$

Кроме этого, можно дополнительно уменьшить ошибку восстановления решения, используя любую априорную информацию, например положительную определенность спектра или ограничения на максимальную и минимальную величины  $\varphi_i$  [7]. В случае, когда среднеквадратичные ошибки  $\sqrt{\Delta J_i^2} / J_i = \sigma_i$  в измерениях величин всех токов  $J_i$  одинаковы, суммарный квадрат ошибки восстановления всех значений  $\varphi_i$  будет следующим:

$$\sum_{i=1}^N (\Delta \varphi_i)^2 = \sigma^2 \sum_{j=1}^N \lambda_j^{-1}. \quad (5.13)$$

## § 5. Измерения энергозапаса в импульсном РЭП

Существуют несколько основных способов измерения энергосодержания мощного сильноточного пучка. Если необходимо узнать эту характеристику пучка непосредственно на выходе его из диода, где энергетический разброс электронов очень мал, можно определить мгновенную мощность пучка по измерениям напряжения на диоде и тока пучка, а затем проинтегрировать ее по времени. Если же энергетический спектр пучка заранее не известен, то применяются калориметрический или оптический методы. Для проведения измерений энергосодержания калориметрическим методом необходимо уменьшить плотность выделения энергии пучка в веществе коллектора до значений, в несколько раз меньше критического значения, при котором происходит разрушение материала коллектора. В случае применения графита в качестве материала коллектора эта величина равна 10 кДж/г, а для различных металлов она близка к энтальпии плавления и имеет порядок величины 1 кДж/г. Для уменьшения плотности энергии замагниченный пучок направляют в область с заметным уменьшением ведущего магнитного поля, где и сбрасывают на коллектор. Непосредственно сразу после окончания импульса тока распределение температуры по площади и толщине коллектора будет существенно неоднородным, поэтому необходимо выждать некоторое время для выравнивания температуры внутри коллектора. После этого нужно измерить зависимость температуры коллектора от времени и экстраполировать ее к моменту окончания пучка, тем самым приближенно учитывая потери тепла за счет теплопроводности коллектора на элементы конструкции за время выравнивания температуры. При вычислении энергосодержания пучка также необходимо учитывать температурную зависимость теплоемкости материала, если нагрев коллектора происходит на температуру в несколько сот градусов.

Помимо калориметрического метода для измерения энергосодержания пучка в условиях плотности энергии, ниже критической для данного материала, можно применить оптический метод измерения температуры коллектора [10]. Этот метод состоит в измерении потока излучения с поверхности коллектора в инфракрасном и опти-

ческом диапазоне, по результатам которого в предположении об известном коэффициенте серости его поверхности можно рассчитать его температуру. Если измерение потока излучения может быть произведено за короткие времена, меньшие времени диффузии тепла внутрь коллектора, тогда переносом тепла внутрь коллектора можно пренебречь и считать, что энергия пучка выделилась в слое вещества толщиной, равной среднему пробегу электронов пучка в веществе коллектора. В противоположном случае этот эффект может быть учтен с помощью моделирования процесса распространения тепла внутрь коллектора.

При попытке измерения энергосодержания пучка в условиях превышения над критической величиной плотности энергии, выделенной пучком в веществе коллектора, происходит интенсивное испарение материала, а затем ионизация этого пара пучком электронов. Эти явления обуславливают вынос существенной доли энергии из коллектора вместе с испарившимся материалом, а также могут заметно исказить спектр излучения за счет появления линейчатого излучения. В этом случае для определения температуры коллектора оптическим методом по континууму излучения необходимо измерять подробный спектральный состав излучения. Очевидно, что с помощью такого метода измеряется не вся энергия пучка, а только та, что осталась в коллекторе после испарения его материала.

### Список литературы

1. Алексин В. Д., Бочаров Б. Г. Диагностика плазмы. М.: Атомиздат, 1973. С. 345.
2. Аржанников А. В., Койдан В. С., Логинов С. В. Приборы и техника эксперимента. 1983. Т. 4. С. 36–39.
3. Воропаев С. Г., Князев Б. А., Койдан В. С., Лебедев С. В., Чикунов В. В., Щеглов М. А. Эксперименты по исследованию угловых характеристик мощного РЭП микросекундной длительности. Препринт 88-52, ИЯФ СО АН. Новосибирск, 1988.
4. Воропаев С. Г., Князев Б. А., Лебедев С. В., Чикунов В. В., Щеглов М. А. Эксперименты по исследованию угловых характери-

- стик мощного РЭП микросекундной длительности // ЖТФ. 1990. Т. 60. С. 172–180.
5. Воропаев С. Г., Деулин Ю. И., Карюкин А. В., Лебедев С. В., Щеглов М. А. Анализатор энергетического спектра замагниченного РЭП. Препринт 91-106, ИЯФ СО РАН. Новосибирск, 1991.
  6. Астрелин В. Т., Бурдаков А. В., Никифоров А. А., Чикунов В. В. Многоканальный анализатор энергетического спектра замагниченного релятивистского электронного пучка. Препринт 92-107, ИЯФ СО РАН. Новосибирск, 1991.
  7. Аржанников А. В., Астрелин В. Т., Драгунов В. П. Определение спектра энергий релятивистских электронов по их поглощению в металле // ПМТФ. 1979. № 6. С. 3.
  8. Таюрский В. А. Моделирование методом Монте-Карло электромагнитных ливней в веществе. Препринт 89-16, ИЯФ СО АН. Новосибирск, 1989.
  9. Аржанников А. В., Сеницкий С. Л., Яловец А. П. Решение задачи о прохождении через вещество электронов средних энергий. Препринт 91-115, ИЯФ СО АН. Новосибирск, 1991.
  10. Астрелин В. Т., Бурдаков А. В., Заболотский А. Ю. и др. Определение пространственной структуры мощного электронного пучка по тепловому излучению калориметра // Приборы и техника эксперимента. 2004. № 2. С. 66–73.

## ГЛАВА VI

### ТРАНСПОРТИРОВКА СИЛЬНОТОЧНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ РЭП

Задача транспортировки мощных импульсных пучков возникает всегда в том случае, когда необходимо доставить электронный пучок из области его генерации до места применения. Поскольку сильноточный электронный пучок обладает большим по величине объемным зарядом, то такой пучок, выйдя из области генерации, под действием электрического поля своего заряда начнет быстро увеличиваться по радиусу и увеличит свой размер в  $e$  раз на длине

$$l \approx r_b \sqrt{\frac{m\gamma^3 v_z^3}{4|e|I}} \quad [1], \text{ где } r_b - \text{начальный радиус пучка, } \gamma - \text{гамма-}$$

фактор электронов,  $v_z$  – их продольная скорость, а  $I$  – ток пучка. Для релятивистских пучков с токами масштаба 10 кА величина  $l$  составляет несколько поперечных размеров пучка, что явно недостаточно для решения многих задач. Существует несколько способов транспортировки сильноточного пучка на заметную длину масштаба 1 м и более. Во-первых, транспортировка пучка возможна в сильном ведущем магнитном поле, действие которого компенсирует силу расталкивания электронов пучка, а во-вторых, в условиях компенсации объемного заряда электронов пучка ионным фоном. Рассмотрим вначале задачу о транспортировке нескомпенсированного по заряду сильноточного электронного пучка в сильном ведущем магнитном поле.

#### § 1. Предел по собственному объемному заряду

Пусть задача поставлена следующим образом. Электронный пучок генерируется в квазиплоском аксиально-симметричном диоде, отделенном от области транспортировки заземленной фольгой. Сама область транспортировки, называемая пространством дрейфа, представляет собой область внутри полой цилиндрической

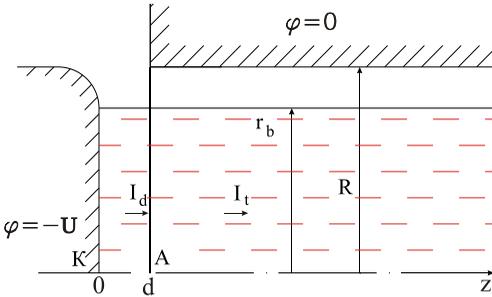


Рис. 41. Схема инжекции пучка из диода в трубу дрейфа

оболочки, находящейся под нулевым потенциалом (рис. 41). Диод и оболочка помещены в сильное однородное магнитное поле, направленное вдоль оси системы. Величина магнитного поля должна быть выбрана такой, чтобы ларморовский радиус электрона по

полной энергии был меньше радиуса пучка. В соответствии с теорией, изложенной в гл. IV § 2, ток квазиплоского диода приближенно описывается следующей формулой:

$$I_d = \frac{mc^3}{2e} \frac{r_b^2}{d^2} (\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}, \quad (6.1)$$

где  $r_b$  и  $d$  – радиус пучка и зазор в диоде соответственно. В той же главе (см. § 3) была решена задача об ограничении тока пучка его объемным зарядом в случае трубчатой геометрии, где была получена следующая формула для сплошного цилиндрического пучка с нулевой начальной скоростью:

$$I_t = \frac{mc^3}{e} \frac{(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}}{1 + 2 \ln \frac{R}{r_b}}. \quad (6.2)$$

Из этих формул следует, что отношение тока, инжектируемого из диода в пространство дрейфа, к максимальному току, который можно транспортировать в трубе в условиях вакуума для случая сплошного цилиндрического пучка, равно:

$$\frac{I_d}{I_t} = \frac{1 + 2 \ln(R/r_b)}{2} \left[ \frac{r_b}{d} \right]^2.$$

Очевидно, что при выполнении условия  $r_b \gg d$  это отношение может быть существенно больше единицы, и тогда внутри пространства дрейфа за анодной фольгой образуется виртуальный катод, от которого будет происходить отражение электронов. В этом

случае распределение тока по сечению пучка изменится так, что вблизи оси плотность тока уменьшится, а на границе пучка по радиусу плотность тока возрастет. Тем самым пучок по характеру распределения плотности тока станет близким к трубчатому, и величина полного тока пучка будет ограничена величиной  $I_t$ , вычисленной уже для трубчатого пучка. Ход потенциала по  $z$  в такой системе для трех случаев, когда ток диода меньше, равен или превышает максимальный ток дрейфового пространства, показан на рис. 42. Если представить себе ситуацию, когда мы плавно наращиваем ток пучка, инжектируемый из диода в дрейфовое пространство, при неизменной энергии электронов, то при токах  $I_d/I_t < 1$  (см. верхнюю кривую на рис. 42) будет иметь место постепенное увеличение провисания потенциала в области за анодной фольгой до предельной величины, определяемой соотношением (см. гл. IV §

$$3): 1 - \frac{|e|\varphi^*}{mc^2} = \gamma^{1/3} = \left[ 1 + \frac{|e|U}{mc^2} \right]^{1/3}, \text{ при которой достигается } I_d/I_t = 1$$

(средняя кривая). При дальнейшем росте инжектируемого тока происходит скачкообразный переход решения, описывающего однопоточковый режим течения электронов в пространстве дрейфа, в решение с двумя потоками – прямым и отраженным, а потенциал на оси

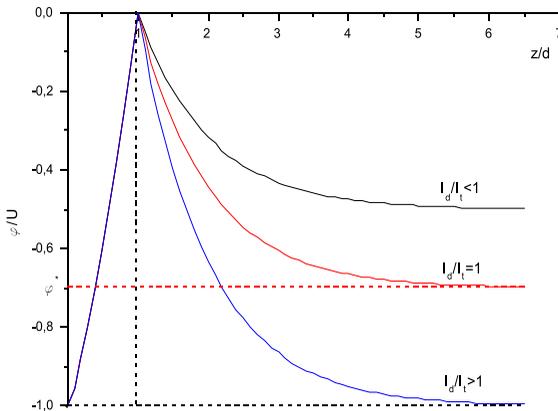


Рис. 42. Распределение потенциала вдоль оси системы при различных соотношениях величин  $I_d$  и  $I_t$ . На интервале  $z/d \in [0; 1]$  все кривые совпадают

системы становится близким к потенциалу катода (нижняя кривая на рис. 42). По аналогии с цилиндрическим пучком может быть проведено рассмотрение случая пучка с ленточной формой сечения, где поведение решения в зависимости от величины  $I_d/I_t$  имеет характер, подобный описанному выше.

## § 2. Понятие о токе Альфвена

Рассмотрим другой случай осуществления транспортировки пучка в дрейфовом пространстве без ведущего магнитного поля, но в условиях полной нейтрализации пучка по заряду. Пусть имеется нейтрализованный пучок с максимальным радиусом  $r_b$ , продольный ток внутри которого распределен равномерно с плотностью тока  $j_z$ . Эта компонента плотности тока обуславливает возникновение азимутального магнитного поля  $B_\theta$ , нарастающего от оси к периферии пучка. Характер движения электронов внутри пучка по мере увеличения угла пересечения траектории частицы с осью  $z$  изменяется от прямолинейного в окрестности оси  $z$  к синусоидальному (см. кривые 1 и 2 на рис. 43) и даже к возвратному (кривая 4).

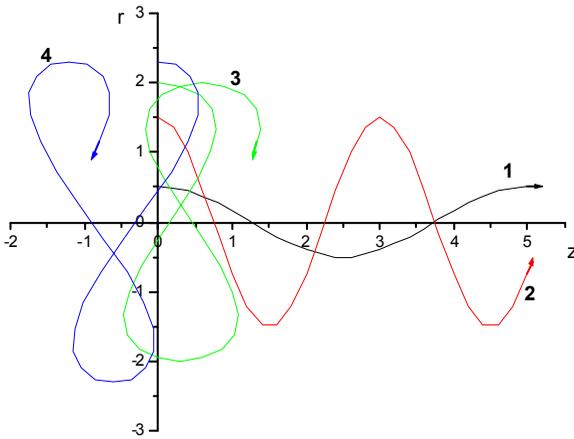


Рис. 43. Траектории электронов внутри пучка, нейтрализованного по заряду

Для описания движения электронов предположим, что их движение происходит только в плоскости  $r, z$ , т. е.  $\dot{\theta} = 0$ . Поскольку мы рассматриваем движение электронов, стартовавших с катода и двигающихся в стационарном магнитном поле при отсутствии электрического

поля, то отсюда следует, что величины  $\gamma$  и  $\beta$  не зависят от времени и координат. Тогда выполняется соотношение  $r^2 + z^2 = c^2 \beta^2 = const$ . Подставляя в одно из уравнений движения

$$m\gamma z = \frac{eB_\theta}{c} r \quad \text{величину магнитного поля } B_\theta = \frac{2\pi j_z}{c} r, \quad \text{получим}$$

$z = \frac{2\pi j_z e}{m\gamma c^2} r\dot{r}$ . Интегрируя его по времени, легко получить выраже-

ние  $z = \frac{\pi j_z e}{\gamma m c^2} r^2 + A$ , в котором константу интегрирования  $A$  сле-

дует заменить на величину  $\beta c \cdot \cos(\varphi_0)$ , где  $\varphi_0$  – угол между направлением скорости частицы и осью  $z$  при пересечении этой оси частицей. Тогда максимальный радиус, на который может отклониться частица, находится из условия  $\dot{r} = 0$  или  $z = \beta c$ , что дает

значение этого радиуса  $r_m$ :  $r_m = \left[ \frac{\gamma \beta m c^3}{\pi j_z e} (1 - \cos(\varphi_0)) \right]^{1/2}$ . Подставляя

в него максимальное значение угла  $\varphi_0 = \pi/2$ , при котором еще нет возвращения электронов назад, получим максимальный ток пучка, называемый током Альфвена [2]:

$$I_A = j_z \pi r_m^2 = \gamma \beta \frac{m c^3}{e}. \quad (6.3)$$

Заметим, что ток Альфвена не зависит от размеров пучка. Если провести рассмотрение той же модельной задачи, но с условием роста плотности тока пучка по радиусу в соответствии с формулой

$j_z = j_0 \left[ \frac{r}{a} \right]^n$ , то окажется, что максимальный ток увеличится в  $(n+2)/2$  раза. Таким образом, предельный ток в данной модели увеличивается вместе с перераспределением тока пучка на его периферию.

Предельный ток однородного цилиндрического пучка в случае частичной компенсации его по объемному заряду (степень компенсации  $f = n_i/n_e$ ) получил Лоусон [3]:

$$I_L = I_A \frac{\beta^2}{\beta^2 + f - 1}, \quad (6.4)$$

откуда следует, что при  $f = 1 - \beta^2$  предельный ток  $I_L$  стремится к бесконечности. Однако на практике реализовать такой режим транспортировки можно только для очень коротких по времени пучков, когда степень нейтрализации не успевает существенно из-

меняться за счет ионизации пучком атомов остаточного газа в пространстве дрейфа.

### § 3. Равновесные состояния аксиально-симметричного пучка

Для осуществления транспортировки электронного пучка на значительные расстояния с высокой эффективностью необходимо, чтобы пучок находился в равновесном состоянии, при котором имеет место компенсация всех сил, действующих на частицы пучка. Установление конкретного типа равновесного состояния зависит от множества факторов, в том числе от переходного процесса, который происходит вблизи плоскости инжекции пучка в дрейфовое пространство. В теории подробно исследованы два типа продольно однородных равновесий: конфигурации пучков с резкими границами, когда отсутствует термодинамическое равновесие; и конфигурации с размытыми границами, в которых имеет место распределение Максвелла электронов по скоростям в системе покоя пучка как целого. Рассмотрим несколько наиболее простых равновесных конфигураций для случая однородного по длине цилиндрического аксиально-симметричного пучка с резкими границами [4, с. 17]. В этом анализе мы пренебрежем тепловым разбросом электронов по скоростям, а влияние плазмы учтем введением степени нейтрализации пучка по заряду  $f = n_i/n_e$ , которую будем считать величиной постоянной. Для равновесия сил, действующих на электроны пучка в радиальном направлении, необходимо выполнить следующее условие:

$$-\gamma \frac{v_\phi^2}{r} = \frac{e}{m} \left( E_r + \frac{v_\phi B_z}{c} - \frac{v_z B_\phi}{c} \right), \quad (6.5)$$

в котором использованы самосогласованные электрическое и магнитное поля, удовлетворяющие уравнениям Максвелла:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_r) = -4\pi en(f-1), \quad (6.6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rB_\phi) = 4\pi en \frac{v_z}{c}, \quad (6.7)$$

$$-\frac{dB_z}{dr} = 4\pi en \frac{v_\varphi}{c}. \quad (6.8)$$

Эта система четырех уравнений (6.5)–(6.8) является незамкнутой относительно шести неизвестных величин  $n, v_\varphi, v_z, E_r, B_\varphi, B_z$ , и для построения решения ее необходимо дополнить некоторыми предположениями.

Допустим, нам известна зависимость компоненты магнитного поля  $B_z$  от радиуса  $r$ :  $B_z(r) = B_0 F(r)$ , а плотность электронов пучка  $n$  не зависит от радиуса. Также для простоты будем считать, что объемный заряд электронов полностью скомпенсирован холодными неподвижными ионами. Выражая компоненты скоростей из соотношений (6.7)–(6.8) и подставляя их в (6.5), получим:

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{dB_z^2}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d(rB_\varphi)^2}{dr} \right] = \frac{\gamma mc^2}{4\pi ne^2} \frac{1}{r} \left[ \frac{dB_z}{dr} \right]^2. \quad (6.9)$$

Это дифференциальное уравнение решить аналитически очень трудно, поскольку в его правой части стоит  $\gamma$ -фактор, который сложным образом выражается через компоненты скорости электрона, а они, в свою очередь – через производные компонентов магнитного поля. Если же пренебречь правой частью равенства (6.9) по сравнению с первым слагаемым в его левой части, что оказывается оправданным в случае, когда выполнено условие

$$\frac{dB_z}{dr} \frac{r}{B_z} \ll \frac{4\pi ne^2 r^2}{\gamma mc^2}, \quad (6.10)$$

эквивалентное превышению тока пучка над током Альфвена

$I \approx I_A \frac{4\pi ne^2 a^2}{\gamma mc^2} \gg I_A$  (тем самым мы пренебрегли центробежной силой), тогда все неизвестные величины выражаются через  $B_0, F(r), n$  по следующим формулам:

$$\begin{aligned} B_\varphi &= B_0 F_1(r), I = B_0 c r_0 F_1(r_0) / 2, \\ v_\varphi &= -\frac{c B_0}{4\pi en} F'(r), v_z = \frac{c B_0}{4\pi en r} \frac{d}{dr} (r F_1(r)), \end{aligned} \quad (6.11)$$

где введена новая функция:

$$F_1(r) = \frac{1}{r} \left[ - \int_0^r r'^2 \frac{dF^2}{dr'} dr' \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6.12)$$

Рассмотрим частный случай подобного равновесного состояния пучка, когда он вращается как целое с угловой скоростью  $\omega$  [4, с. 18]. Из выражения для азимутальной скорости  $v_\phi = \omega r$  и соотношения (6.8) следует:

$$B_z = B_0 - \frac{2\pi ne\omega r^2}{c} = B_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right), \quad (6.13)$$

где  $r_1^2 = \frac{cB_0}{2\pi ne\omega}$ . Подставляя выражение для функции  $F(r)$  из (6.13) в формулу (6.12), легко получить выражение для функции  $F_1(r)$  и полного тока пучка  $I$ :

$$F_1(r) = \frac{r}{r_1} \left(1 - \frac{2r^2}{3r_1^2}\right)^{1/2}, \quad (6.14)$$

$$I = I_A \frac{|\omega_H| r_1 r_0^2}{2\beta c r_1^2} \left(1 - \frac{2r_0^2}{3r_1^2}\right)^{1/2}, \quad (6.15)$$

где  $\omega_H = \frac{eB_0}{\gamma mc}$  – циклотронная частота электронов в магнитном поле на оси пучка, а  $r_0$  – радиус пучка. Величина полного тока  $I$  достигает своего максимума при выполнении условия  $r_0 = r_1$ , но тогда нарушится неравенство (6.10), позволяющее пренебречь центробежной силой в выражении (6.9). Учитывая это неравенство, можно получить  $1 - \frac{r_0^2}{r_1^2} \gg \frac{\omega}{\omega_H}$ , которое удовлетворяется только в случае

$\omega \ll \omega_H$ , и тогда в (6.15) можно подставлять  $r_0 \approx r_1$ . Рассмотренное равновесное состояние называют «бессильным», так как в пренебрежении центробежной силой сумма остальных сил в нашем случае равна нулю.

Рассмотрим еще одну модель аксиально-симметричного пучка с неоднородным распределением плотности электронов по радиусу

$n(r)$ , вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$  и перемещающегося с постоянной продольной скоростью  $v_z = const$  [4, с. 19]. Из уравнений (6.6)–(6.8) в указанных предположениях легко получить следующие выражения для полей:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{4\pi e}{r} \int_0^r n(r') r' dr', \\ B_\varphi &= \frac{4\pi e v_z}{cr} \int_0^r n(r') r' dr' = \frac{v_z}{c} E_r, \\ B_z &= B_0 - \frac{4\pi e \omega}{c} \int_0^r n(r') r' dr' = B_0 - \frac{\omega r}{c} E_r. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Подставляем эти выражения в уравнение (6.5), из которого получаем  $E_r$ :

$$E_r = -\frac{m\omega^2 r}{e} \left[ 1 - \left( \frac{\omega r}{c} \right)^2 - \frac{v_z^2}{c^2} \right]^{-3/2} - \frac{\omega r B_0}{c} \left[ 1 - \left( \frac{\omega r}{c} \right)^2 - \frac{v_z^2}{c^2} \right]^{-1}. \quad (6.17)$$

Из этого соотношения можно получить равновесное распределение плотности электронов в пучке:

$$n(r) = \frac{1}{4\pi e r} \frac{d(rE_r)}{dr} = n_0 f(y), \quad (6.18)$$

где  $n_0 = \frac{m\omega^2 \gamma_0^3}{4\pi e^2}$ ,  $f(y) = \frac{y^2 + 2\bar{\alpha}y - 3}{y^5}$ ,  $y = \left[ 1 - \left( \frac{r\omega\gamma_0}{c} \right)^2 \right]^{1/2}$ ,

$$\gamma_0 = \left[ 1 - \frac{v_z^2}{c^2} \right]^{-1/2}, \quad \bar{\alpha} = -\frac{eB_0}{\gamma_0 m c \omega}.$$

Полученное решение существует только в случае  $\bar{\alpha} > 1$ . Граница пучка определяется из условия  $n(r_0) = 0$  ( $f(y) = 0$ ), что дает сле-

дующее значение радиуса пучка:  $r_0 = \frac{\sqrt{2}c}{\omega\gamma_0} \left[ \sqrt{\bar{\alpha}^2(\bar{\alpha}^2 + 3)} - \bar{\alpha}^2 - 1 \right]^{1/2}$ .

Зная плотность, продольную скорость и радиус пучка, легко получить его полный ток:

$$I = r_0 E_r(r_0) \cdot v_z / 2 = \frac{\gamma_0 \beta_z m c^3}{2e} f_1(\bar{\alpha}),$$

где функция  $f_1(\bar{\alpha}) = \frac{(1 - y_0^2)(\bar{\alpha} y_0 - 1)}{y_0^3}$ , а  $y_0 = \sqrt{1 - r_0^2 (\omega \gamma_0)^2 / c^2}$ .

Асимптотики функции  $f_1(\bar{\alpha})$  имеют следующий вид:

$$f_1(\bar{\alpha}) = \begin{cases} (\bar{\alpha} - 1)^2 / 2, & \bar{\alpha} - 1 \ll 1 \\ 4\bar{\alpha}^3 / 27, & \bar{\alpha} \gg 1. \end{cases}$$

Выводы формул для функций  $f(y)$  и  $f_1(\bar{\alpha})$ , а также их графики приведены в прил. 2. Из анализа зависимости полного тока пучка от параметра  $\bar{\alpha}$  очевидно, что с его ростом ток пучка увеличивается, и для реализации режима  $I \gg I_A$  необходимо выполнение условия  $\bar{\alpha} \gg 1$ . Следует отметить, что с ростом  $\bar{\alpha}$  также растет и неоднородность распределения плотности тока пучка по радиусу, она превалирует при больших радиусах, таким образом, пучок становится трубчатым.

#### § 4. Равновесное состояние ленточного пучка

Для простоты рассмотрения будем предполагать, что стационарный ленточный пучок бесконечный и однородный в направлении осей X и Z (рис. 44), распространяется в направлении оси Z

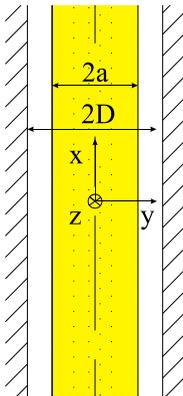


Рис. 44. Геометрия пучка и канала

внутри плоского щелевого канала, образованного двумя идеально проводящими стенками. Кроме того, внешними условиями, например, геометрией диода задано известное распределение плотности тока пучка по сечению, а также задана одинаковая начальная энергия электронов. Для простоты пренебрежем тепловым разбросом электронов по скоростям. Из уравнений Максвелла следует, что электрическое поле потенциально и имеет одну ненулевую компоненту  $E_y$ , а

магнитное поле, напротив, имеет  $B_y = 0$ . Тогда, интегрируя уравнения Максвелла, получим:

$$\begin{aligned} E_y(y) &= \int_0^y 4\pi\rho(y')dy', \\ B_x(y) &= -\int_0^y 4\pi\rho(y')\beta_z(y')dy', \\ B_z(y) &= B_0 + \int_0^y 4\pi\rho(y')\beta_x(y')dy', \end{aligned} \quad (6.19)$$

где  $\rho$  – плотность электронов в пучке,  $\beta_x, \beta_z$  – компоненты скорости электронов, деленные на скорость света. Из предположения, что пучок холодный и находится в равновесии, т. е. не движется вдоль направления  $y$ , следует, что  $\beta_y = 0$ , кроме того, должно выполняться условие равенства нулю силы в поперечном направлении:

$$E_y + \beta_z B_x - \beta_x B_z = 0. \quad (6.20)$$

Помножим уравнение (6.20) на  $4\pi\rho$  и подставим вместо  $\beta_x, \beta_z$  их выражения из (6.19), тогда получим [5]:

$$E_y^2 - B_x^2 - B_z^2 = -B_0^2 = const, \quad (6.21)$$

где  $B_0$  – есть магнитное поле в центральной плоскости пучка. Это соотношение очень похоже на известный из электродинамики инвариант преобразования полей из одной системы координат в другую, но напрямую здесь он неприменим, так как электроны в пучке движутся с различными продольными скоростями. Зная распределение плотности тока в пучке, легко найти компоненту  $B_x(y)$ :

$$B_x(y) = -\frac{4\pi}{c} \cdot \int_0^y j_z(y')dy'. \quad (6.22)$$

Воспользовавшись соотношениями (6.21) и (6.22), легко получить выражение для  $B_z(y) = \sqrt{B_0^2 + E_y^2 - B_x^2}$ , в которое входит неизвестная компонента поля  $E_y(y)$ . Из выражения для закона сохранения энергии электрона  $\gamma(y)mc^2 + e\phi(y) = \gamma_i mc^2$  можно получить

связь производной от гамма-фактора электрона с величиной электрического поля:

$$\frac{d\gamma}{dy} = \frac{e}{mc^2} E_y. \quad (6.23)$$

Далее, используя известное выражение для гамма-фактора через компоненты скорости  $\beta_x, \beta_z$ , а также условие равновесия (6.20), составим квадратное уравнение, из решения которого находится выражение для величины  $\beta_z$ :

$$\beta_z = \frac{-\gamma E_y B_x \pm \sqrt{(\gamma^2 - 1)B_0^2 - E_y^2} \sqrt{B_0^2 + E_y^2 - B_x^2}}{(E_y^2 + B_0^2)\gamma}. \quad (6.24)$$

В итоге имеем систему двух дифференциальных уравнений на две неизвестные  $E_y$  и  $\gamma$  [5]:

$$\begin{cases} \frac{d\gamma}{dy} = \frac{e}{mc^2} E_y \\ \frac{dE_y}{dy} = \frac{4\pi j_z}{c\beta_z} \end{cases}, \quad (6.25)$$

в которой компонента скорости  $\beta_z$  тоже выражена через них и другие известные величины (см. (6.22) и (6.24)). Заметим, что в выражении (6.24) среди корней квадратного уравнения надо выбрать положительный наибольший по модулю корень. Другому значению соответствует неустойчивое решение. При решении системы уравнений (6.25) для различных величин  $\bar{\xi}$ , характеризующих степень заполнения пучком сечения канала и определяемых соотношением

$$\bar{\xi} = \frac{1}{D} \frac{\int_0^a j_z(y') y' dy'}{\int_0^a j_z(y') dy'}$$

в работе [5] были получены зависимости погонного тока пучка  $I'_B$ , нормированного на значение погонного предельного вакуумного тока в бесконечном магнитном поле  $I'_c$ :

$$I'_c = \frac{mc^3}{e2\pi D} \frac{(\gamma_i^{2/3} - 1)^{3/2}}{(1 - \xi)},$$

как функции от магнитного поля на оси  $B_0$ , нормированного на некоторое критическое магнитное поле, равное

$$B_c = \frac{mc^2}{eD} \frac{(\gamma_i^{2/3} - 1)^{3/2}}{((1 - \xi)2\xi)^{1/2}}.$$

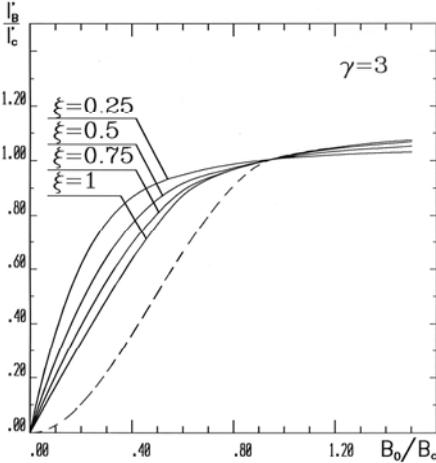


Рис. 45. Зависимость погонного тока ленточного пучка от величины магнитного поля на оси  $B_0$ , определяемая условием равновесия для разных величин  $\xi$  (сплошные линии). Пунктирная линия характеризует ту же зависимость при соблюдении условия устойчивости равновесия к мелкомасштабным возмущениям

При численном решении этой задачи в качестве граничных условий были взяты следующие соотношения:  $E_y(0) = 0$  и  $\gamma(D) = \gamma_i$ . Результаты расчетов, приведенные на рис. 45 для случая  $\gamma = 3$ , отражают общий характер зависимости тока пучка от магнитного поля и для других значений  $\gamma$ , что позволяет утверждать, что эта зависимость носит универсальный характер. Таким образом, для достижения равновесного состояния ленточного пучка с током, близким или равным предельному вакуумному, необходимо создать индукцию магнитного поля в щелевом канале, превышающую  $B_c$ .

## § 5. Мелкомасштабные неустойчивости

Рассмотрим вопрос об устойчивости равновесного состояния, полученного в предыдущем параграфе, по отношению к мелкомас-

штабным возмущениям с характерным пространственным размером  $\lambda \ll \rho_L$  [6]. В приближении холодного электронного пучка, когда поперечная скорость электрона  $\beta_y$  мала по отношению к его полной скорости, произведем интегрирование и линеаризацию уравнений движения:

$$\frac{d(\gamma\vec{\beta})}{dt} = \frac{e}{mc} (\vec{E} + [\vec{\beta} \times \vec{B}]) \quad (6.26)$$

в окрестности произвольной точки  $y_0$  внутри сечения пучка. Для этого подставим в них линеаризованные выражения для полей в виде:

$$E_y = E_{y_0} + 4\pi\rho_0\tilde{y}, \quad B_x = B_{x_0} - 4\pi\rho_0\beta_{z_0}\tilde{y}, \quad B_z = B_{z_0} + 4\pi\rho_0\beta_{x_0}\tilde{y}, \quad (6.27)$$

где  $\tilde{y} = y - y_0$ , а все переменные с индексом ноль относятся к их значениям в точке  $y_0$ . В результате получим следующие выражения для компонент  $\beta_x$  и  $\beta_z$  в окрестности точки  $y_0$ :

$$\begin{aligned} \beta_x &= \beta_{x_0} + \frac{e}{\gamma_0 mc^2} (B_{z_0} - \beta_{x_0} E_{y_0}) \tilde{y}, \\ \beta_z &= \beta_{z_0} - \frac{e}{\gamma_0 mc^2} (B_{x_0} + \beta_{z_0} E_{y_0}) \tilde{y}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

где мы воспользовались разложением  $\gamma$ -фактора вблизи точки  $y_0$  в следующем виде:

$$\gamma = \gamma_0 \left( 1 + \frac{eE_{y_0}}{\gamma_0 mc^2} \tilde{y} \right). \quad (6.29)$$

Подставляя все полученные соотношения в  $y$ -компоненту уравнения (6.26) и отбрасывая слагаемые, содержащие степени  $\tilde{y}$  выше первой, получим выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_y}{dt} &= \frac{e}{\gamma_0 mc} (E_{y_0} + \beta_{z_0} B_{x_0} - \beta_{x_0} B_{z_0}) - \\ &= \frac{\tilde{y}}{c} \left[ \left( \frac{e}{\gamma_0 mc} \right)^2 (B_{x_0}^2 + B_{z_0}^2 + E_{y_0} (\beta_{z_0} B_{x_0} - \beta_{x_0} B_{z_0})) - \frac{4\pi\rho_0 e}{\gamma_0^3 m} \right], \end{aligned} \quad (6.30)$$

в которое необходимо подставить условие равновесия пучка (6.20) и соотношение между полями (6.21). В итоге получим условие

устойчивости равновесия при возбуждении коротковолновых возмущений в пучке:

$$\left( \frac{eB_0}{\gamma_0 mc} \right)^2 \geq \frac{4\pi\rho_0 e}{\gamma_0^3 m}. \quad (6.31)$$

Это условие накладывает следующее ограничение на магнитное поле  $B_0$  на оси пучка:

$$\frac{B_0^2}{8\pi} \geq \frac{mc^2}{2} \max\left( \frac{n(y)}{\gamma(y)} \right), \quad (6.32)$$

при выполнении которого электроны во всем сечении пучка будут двигаться в условиях устойчивого равновесия. Зависимость погонного тока пучка, находящегося в равновесии на границе устойчивости по критерию (6.31), от величины магнитного поля на оси системы показана на рис. 45 пунктирной кривой. Необходимо также отметить, что решение задачи о нахождении критерия устойчивости равновесия для случая аксиально-симметричного пучка, проделанное в работе [7], имело результатом соотношение, аналогичное (6.32), только отличающееся в правой части множителем 2.

## § 6. Крупномасштабные неустойчивости

Рассмотрим устойчивость равновесия по отношению к длинноволновым возмущениям.

### 6.1. Диокотронная неустойчивость

Известно, что для сильноточных РЭП наиболее опасной является диокотронная неустойчивость. Она возникает в результате поперечного дрейфа электронов в скрещенных полях: собственном электрическом и внешнем магнитном поле. Линейная и нелинейная стадии развития такой неустойчивости рассматривались в работе [8]. Остановимся подробнее на наиболее простой модели – линейной стадии развития диокотронной неустойчивости [6]. Будем исходить из следующих предположений: невозмущенные продольная скорость и плотность электронов не зависят от поперечных координат, а поперечная составляющая, обусловленная дрейфом, мала по сравнению со скоростью света. Также будем считать для простоты, что магнитное поле в канале существенно превышает предел, определя-

емый критерием (6.31). Тогда основные уравнения, описывающие развитие неустойчивости, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{v}) &= 0, \\ \Delta \varphi &= -4\pi\rho, \\ \Delta A_z &= -4\pi\rho v_z / c, \\ \bar{v} &= -\frac{c}{B} [\nabla \varphi \times \bar{h}] + \frac{v_z}{B} [\nabla \times \bar{h} A_z] \end{aligned} \quad (6.33)$$

Ищем решение этой системы в виде бегущей волны  $e^{ikx - i\omega t}$  с волновым вектором  $\vec{k}$ , направленным вдоль оси  $X$  перпендикулярно магнитному полю. Линеаризуя систему уравнений (6.33), можно получить инкремент развития неустойчивости в следующем виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(\omega) &= \\ &= \frac{\omega_b^2}{\omega_H} \sqrt{\left( ka - \frac{\operatorname{sh}(k(D-a))\operatorname{ch}(ka)}{\operatorname{ch}(kD)} \right) \left( \frac{\operatorname{sh}((k(D-a))\operatorname{sh}(ka))}{\operatorname{sh}(kD)} - ka \right)}, \end{aligned} \quad (6.34)$$

где  $\omega_b^2 = \frac{4\pi\rho_0}{m\gamma_0^3}$  – квадрат плазменной частоты пучка, а  $\omega_H = \frac{eB}{\gamma_0 mc}$

– циклотронная частота электронов во внешнем магнитном поле  $B$ . Поведение инкремента диокотронной неустойчивости, нормированного на величину  $\omega_b^2 / \omega_H$ , от величины  $ka$  при разных степенях заполнения пучком сечения канала  $\xi = a / D$  демонстрирует рис. 46.

Из него видно, что максимум инкремента, равный  $0,2\omega_b^2 / \omega_H$ , достигается в случае очень тонкого пучка ( $\xi \ll 1$ ) вблизи значения  $ka = 0,4$ . В области  $1 > \xi \geq 0,5$  неустойчивость не возбуждается. Из аппроксимации кривых, представленных на рис. 46 для различных  $\xi$ , было получено следующее приближенное выражение для максимума инкремента:

$$\max_k(\operatorname{Im}(\omega)) \approx 0,2 \frac{\omega_b^2}{\omega_H} \sqrt{1 - 2\xi}. \quad (6.35)$$

Это выражение может быть использовано в качестве оценки и в случае приближения к границе устойчивости пучка по отношению к коротковолновым возмущениям, когда  $\omega_H^2 \approx \omega_b^2$  (см. соотношение

(6.31)). Очевидно, что результатом развития диокотронной неустойчивости на линейной стадии является модуляция пучка по плотности заряда, которая на нелинейной стадии, как показано в теории и наблюдалось в экспериментах, приводит к образованию токовых нитей внутри сечения пучка.

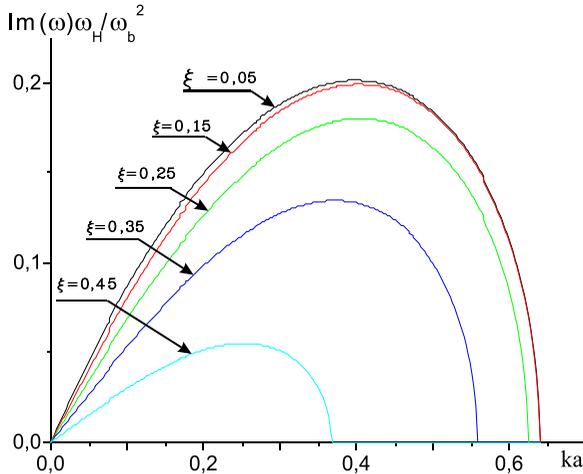


Рис. 46. Зависимость инкремента диокотронной неустойчивости от величины  $ka$  для разных степеней  $\xi$  заполнения пучком сечения канала

## 6.2. Неустойчивость Пирса

Как известно, для решения проблемы устойчивости сильноточных пучков вначале необходимо найти равновесное состояние пучка, а затем решать начальную задачу о развитии во времени малых по амплитуде колебаний. Но в условиях равновесия параметры сильноточных пучков, как правило, неоднородны в пространстве, вследствие чего уравнения на малые колебания содержат переменные коэффициенты. Для упрощения процесса нахождения решения обычно рассматривают пучки, частично или полностью скомпенсированные по заряду, поскольку равновесные состояния для них наиболее просты из-за отсутствия провисания потенциала. Среди наиболее известных и сравнительно простых в рассмотрении неустойчивостей нейтрализованного пучка является неустойчивость Пирса [9], обусловленная конечными продольными размерами области транспортировки пучка. Рассмотрение проведем методом,

описанным в книге [4, с. 33]. Будем исходить из следующих предположений. Пространство дрейфа представляет собой область, заключенную внутри полой аксиально-симметричной цилиндрической оболочки длиной  $L$  и радиусом  $R$ , закрытой с торцов тонкими фольгами, через одну из которых пучок влетает внутрь оболочки, а через другую вылетает наружу. Стенки оболочки и фольги находятся под нулевым потенциалом. Внутри оболочки создано однородное внешнее магнитное поле, удовлетворяющее условию  $\frac{B_0^2}{8\pi} \gg \gamma m c^2 n$ , т. е. такой величины, что по отношению к нему можно пренебречь вкладом собственного магнитного поля пучка. Пусть пучок заполняет все пространство дрейфа, а заряд его полностью компенсирован зарядом неподвижных ионов, вследствие чего параметры пучка можно выбрать однородными по его сечению. Электроны в пучке на входе в пространство дрейфа будем считать моноэнергетическими, а функцию распределения их произведением двух дельта-функций по продольной и поперечной компонентам импульса:

$$f_0 = \delta(p_{\parallel} - p_{\parallel 0})\delta(p_{\perp} - p_{\perp 0})n/(2\pi p_{\perp 0}).$$

Исходя из малости собственного магнитного поля пучка в сравнении с внешним полем, а также условия сохранения адиабатического инварианта  $p_{\perp}^2/2B$ , можно заключить, что поперечный импульс электронов практически не изменяется, и тогда поперечную скорость электрона можно выразить следующим образом:

$$v_{\perp}^2 = \frac{p_{\perp 0}^2}{\gamma^2 m^2} = \frac{p_{\perp 0}^2}{m^2} (1 - v_{\parallel}^2/c^2 - v_{\perp}^2/c^2), \quad \text{и далее:} \quad \frac{v_{\perp}^2}{c^2} = \frac{p_{\perp 0}^2}{\gamma^2 m^2 c^2} =$$

$$= \frac{p_{\perp 0}^2}{m^2 c^2} (1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2}) / (1 + \frac{p_{\perp 0}^2}{m^2 c^2}).$$

Подставляя это соотношение в выражение для продольного импульса, легко получить выражение

$$\mathcal{W}_{\parallel} = v_{\parallel} \sqrt{\frac{1 + p_{\perp 0}^2/m^2 c^2}{1 - v_{\parallel}^2/c^2}}. \quad \text{Далее, дифференцируя его по времени, по-}$$

лучим: 
$$\frac{d(\mathcal{W}_{\parallel})}{dt} = \sqrt{\frac{1 + p_{\perp 0}^2/m^2 c^2}{(1 - v_{\parallel}^2/c^2)^{3/2}}} \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \gamma \gamma_{\parallel}^2 \frac{dv_{\parallel}}{dt},$$
 где величиной  $\gamma_{\parallel}$

обозначено выражение  $1/\sqrt{1-v_{\parallel}^2/c^2}$ . Из выполнения неравенства

$\frac{B_0^2}{8\pi} \gg \gamma mc^2 n$  следует, что движение электронов пучка происходит

только в продольном направлении, следовательно, можно рассматривать только потенциальные возмущения электрического поля. Обозначив возмущение продольной скорости электрона  $\delta v_{\parallel}$  и пренебрегая возмущением его поперечной скорости, напишем систему уравнений, включающую в себя уравнение движения электрона в продольном направлении, уравнение Пуассона на потенциал, который тоже является возмущением, а также уравнение неразрывности:

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta v_{\parallel}}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \delta v_{\parallel}}{\partial z} = -\frac{e}{m\gamma\gamma_{\parallel}^2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \Delta \varphi = -4\pi e \delta n \\ \frac{\partial \delta n}{\partial t} + \frac{\partial (n \delta v_{\parallel} + v_{\parallel} \delta n)}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (6.36)$$

Решая систему уравнений (6.36) в цилиндрической системе координат  $r, \theta, z$  со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \varphi(R, \theta, z) = 0, \quad \varphi(r, \theta, 0) = \varphi(r, \theta, L) = 0, \\ \delta n(r, \theta, 0) = 0, \quad \delta \beta_{\parallel}(r, \theta, 0) = 0, \end{aligned} \quad (6.37)$$

ищем решение для всех переменных в виде бегущей волны  $e^{i(kz - \omega t)}$ . Исключив переменные  $\delta n$  и  $\delta v_{\parallel}$  из дальнейшего рассмотрения, получим следующее уравнение на потенциал:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - k^2 \varphi = -\frac{4\pi n e^2 k^2 \varphi}{m\gamma\gamma_{\parallel}^2 (\omega - kv_{\parallel})^2}, \quad (6.38)$$

которое решаем методом разделения переменных, т. е. ищем решение в виде  $\varphi(r, \theta, z) = \Phi_1(r)\Phi_2(\theta)e^{i(kz - \omega t)}$ . Тогда из условий периодичности по углу  $\theta$  в качестве  $\Phi_2(\theta)$  подойдут только функции  $e^{il\theta}$  для любых целых значений  $l$ , а в качестве соответствующих им радиальных функций  $\Phi_1(r)$  необходимо выбрать функции Бесселя  $J_l(\lambda r)$ , с параметром  $\lambda$ , удовлетворяющим следующему равенству:

$$\lambda^2 = \frac{4\pi ne^2}{m\gamma\gamma_{\parallel}^2} \frac{k^2}{(\omega - kv_{\parallel})^2} - k^2. \quad (6.39)$$

Исходя из граничных условий, потенциал на поверхности проводящей цилиндрической оболочки должен обращаться в ноль, т. е.  $\varphi(R, \theta, z) = 0$ , следовательно, в качестве возможных значений  $\lambda R$  необходимо взять любые корни  $\mu_{l,m}$  номера  $m$  функции Бесселя  $l$  порядка. В итоге общий вид решения уравнения (6.38) для потенциала в случае произвольных значений  $m$  и  $l$  будет следующим:

$$\varphi(r, \theta, z) = J_l(\mu_{l,m} \frac{r}{R}) e^{i(kz - \omega t + l\theta)}. \quad (6.40)$$

В этом выражении величина  $k$  определяется соотношением (6.39), в котором в качестве  $\lambda$  необходимо подставить  $\mu_{l,m} / R$ :

$$\frac{\mu_{l,m}^2}{R^2} + k^2 - \frac{4\pi ne^2 k^2}{m\gamma\gamma_{\parallel}^2 (\omega - kv_{\parallel})^2} = 0. \quad (6.41)$$

Поскольку это уравнение, называемое характеристическим, имеет четыре различных корня  $k_n, n = 1 \dots 4$ , то общее решение уравнения (6.38) при заданных  $m$  и  $l$  будет иметь вид суммы из четырех слагаемых по числу решений уравнения (6.41):

$$\varphi(r, \theta, z) = J_l(\mu_{l,m} \frac{r}{R}) \sum_{n=1}^4 A_n e^{i(k_n z - \omega t + l\theta)}. \quad (6.42)$$

Таким образом, для определения четырех неизвестных констант  $A_n$  имеется четыре граничных условия, последних из набора (6.37). К сожалению, решить аналитически уравнение (6.41) при произвольном соотношении величин  $\omega$  и  $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2 / (\gamma\gamma_{\parallel}^2 m)}$  невозможно, поэтому рассмотрим только случай  $\omega \ll \omega_p$ . Обозначив

$\chi^2 = \frac{\mu_{l,m}^2}{R^2}$ , перепишем уравнение (6.41) в более простом виде:

$$\frac{(\omega - kv_{\parallel})^2}{\omega_p^2} = \frac{k^2}{k^2 + \chi^2}. \quad (6.43)$$

У этого уравнения есть два решения в коротковолновой области, т. е. в случае  $\omega \ll kv_{\parallel}$ :

$$k_{1,2} \approx \pm \sqrt{\frac{\omega_p^2}{v_{\parallel}^2} - \chi^2} + \frac{\omega_p^2 \omega}{v_{\parallel}(\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)}, \quad (6.44)$$

и еще два решения в длинноволновой области,  $\omega \approx kv_{\parallel}$  (рис. 47):

$$k_{3,4} \approx \frac{\omega}{v_{\parallel} \mp \omega_p / \chi}. \quad (6.45)$$

Используя значения  $k_n$  для четырех корней характеристического уравнения, а также четыре граничных условия, найдем условие, при котором хотя бы одна константа  $A_n$  не равна нулю.

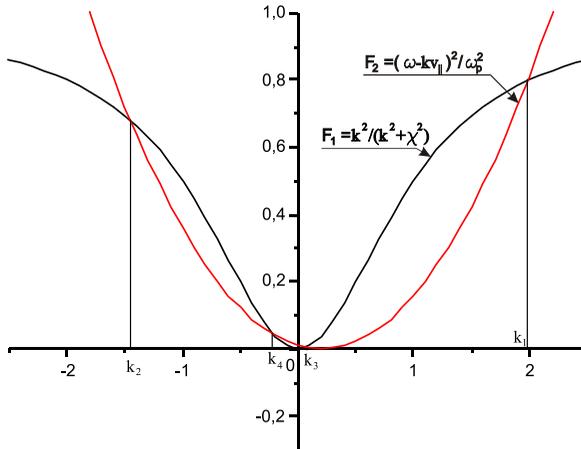


Рис. 47. Характер кривых, описывающих левую и правую части равенства (6.43)

Это условие и есть дисперсионное уравнение:

$$(\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)^{3/2} (e^{ik_1 L} - e^{ik_2 L}) - 2\omega \omega_p^2 (e^{ik_1 L} + e^{ik_2 L} - e^{ik_3 L} - e^{ik_4 L}) + \omega \omega_p (\omega_p^2 + \chi^2 v_{\parallel}^2) (e^{ik_3 L} - e^{ik_4 L}) / (\chi v_{\parallel}) = 0.$$

Вывод этого уравнения, а также выражений (6.43) и (6.44) приведен в прил. 3. Из этого уравнения можно найти условия, при выполнении которых решение имеет положительную мнимую часть  $\text{Im}(\omega) > 0$ , что соответствует возбуждению неустойчивости [4]:

$$(1 - \frac{1}{2n}) \frac{\pi v_{\parallel}}{L} < \sqrt{\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2} < \frac{\pi v_{\parallel}}{L}, \quad (6.46)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Очевидно, что неравенству (6.46) будут удовлетворять только такие значения  $\omega_p$ , которые описываются выражением

$$\omega_p^2 = \chi^2 v_{\parallel}^2 + \varepsilon \left( \frac{\pi v_{\parallel}}{L} \right)^2, \text{ где } \varepsilon \text{ находится в интервале } 0,5-1. \text{ Тогда в}$$

случае длинного пространства дрейфа  $L \gg R$  второй частью этого выражения можно пренебречь. Найдем из него минимальное значение  $\omega_p$ , при котором в пучке будет развиваться неустойчивость Пирса:

$$\omega_p^2 = \frac{v_{\parallel}^2}{R^2} \min_{l,m} (\mu_{l,m}^2). \quad (6.47)$$

Минимум в (6.47) достигается при  $l = 0, m = 1$ , для которых  $\mu_{0,1} = 2, 4$ . Таким образом, наименьший порог по плотности электронов при возбуждении неустойчивости Пирса имеет аксиально-симметричная мода, описываемая функцией Бесселя нулевого порядка, которая обращается в ноль первый раз при  $r = R$ . Выразив из (6.47) плотность электронов и умножив ее на заряд, продольную скорость и площадь сечения пучка, найдем критический ток пучка:

$$I_{kp1} = \left( \frac{\mu_{0,1}}{2} \right)^2 \frac{mc^3}{e} \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} (\gamma_{\parallel}^2 - 1)^{3/2} = 24 \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} (\gamma_{\parallel}^2 - 1)^{3/2} [\kappa A]. \quad (6.48)$$

В случае превышения током пучка величины  $I_{kp1}$  в системе будет происходить раскачка колебаний с инкрементом  $\text{Im}(\omega)_p \sim v_{\parallel} / L$ , в результате чего образуется виртуальный катод, и часть электронного тока отразится в обратном направлении.

Если сравнить значение предельного тока цилиндрического пучка, ограниченного своим объемным зарядом при его частичной компенсации ионным фоном со степенью нейтрализации  $f$  (его легко получить из (4.18)):

$$I_n = \frac{mc^3}{e} \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} \frac{(\gamma_{\parallel}^2 - 1)^{3/2}}{1 - f} \frac{1}{1 + 2 \ln(R/r_0)},$$

с величиной пирсовского тока  $I_{kp1}$ , то их отношение при одинаковом заполнении пространства дрейфа будет иметь следующий вид:

$$\frac{I_{\text{кпл}}}{I_{\text{пред}}} = \left( \frac{\gamma_{\parallel}^{3/2} - 1}{\gamma_{\parallel}^2 - 1} \right)^{3/2} \frac{1}{1-f}. \quad (6.49)$$

Очевидно, что при отношении токов (6.49) больше единицы ток пучка будет определяться равновесием, в противоположном случае – устойчивостью по отношению к возбуждению низкочастотных колебаний.

### 6.3. Неустойчивость Будкера – Бунемана

При рассмотрении неустойчивости Пирса мы считали ионы, нейтрализующие заряд пучка, покоящимися. Как показано в работах [10, 11], можно учесть и их движение. Будем предполагать, что электронный пучок, полностью нейтрализованный по заряду, движется в бесконечно длинной трубе в условиях сильного продольного магнитного поля, удовлетворяющего такому же условию, что и при рассмотрении неустойчивости Пирса, но ограниченного сверху:

$$\frac{nMc^2}{2} \gg \frac{B_0^2}{8\pi} \gg \frac{\gamma mc^2}{2}. \quad (6.50)$$

В этих условиях ионная плазменная частота  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_i e_i^2 / M}$  будет превышать ионную циклотронную  $\omega_{Hi} = eB_0 / Mc$ , поэтому ионы можно считать немагнитными. В сделанных предположениях система уравнений для малых электростатических колебаний нейтрализованного пучка будет иметь следующий вид [4, с. 36]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \delta v_{\text{e}\parallel}}{\partial t} + v_{\text{e}\parallel} \frac{\partial \delta v_{\text{e}\parallel}}{\partial z} = - \frac{e}{m\gamma_{\parallel}^2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \Delta \varphi = -4\pi(e\delta n_e + e_i \delta n_i) \\ \frac{\partial \delta n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e \delta v_{\text{e}\parallel} + v_{\text{e}\parallel} \delta n_e)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \delta n_i}{\partial t} + \text{div}(n_i \vec{v}_i) = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = - \frac{e_i}{M} \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{r}} \end{array} \right. \quad (6.51)$$

В этой системе для возмущенных значений использованы обозначения  $\delta v_{\text{e}\parallel}, \delta n_e, \vec{v}_i, \delta n_i, \varphi$ , а для невозмущенных, т. е. равновесных,

$-n_e, n_i, v_{e\parallel}, \gamma, \gamma_{\parallel}$ . На эту систему уравнений, учитывая большую протяженность дрейфового пространства в продольном направлении, накладывается всего одно граничное условие на потенциал:

$$\varphi(R, \theta, z) = 0. \quad (6.52)$$

Предполагая, что все возмущенные параметры зависят от продольной координаты  $z$  и времени  $t$ , так же как и у бегущей волны, т. е.  $e^{i(kz-\omega t)}$ , решаем систему уравнений (6.51) и сводим ее к одному уравнению на потенциал:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - k^2 \varphi = - \frac{4\pi n_e e^2 k^2 \varphi}{m \gamma \gamma_{\parallel}^2 (\omega - kv_{e\parallel})^2 (1 - (\omega_{pi} / \omega)^2)}. \quad (6.53)$$

Аналогично рассмотрению неустойчивости Пирса ищем решение для потенциала в общем виде, удовлетворяющем граничному условию (6.52):

$$\varphi(r, \theta, z) = A J_l(\mu_{l,m} \frac{r}{R}) e^{i(kz - \omega t + l\theta)}. \quad (6.54)$$

В итоге мы находим условие существования ненулевого решения, которое представляет собой дисперсионное уравнение

$$\left( \frac{\mu_{l,m}^2}{R^2} + k^2 \right) \left( 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2 k^2}{(\omega - kv_{e\parallel})^2} = 0, \quad (6.55)$$

в котором использовано обозначение  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_e e^2 / (\gamma \gamma_{\parallel}^2 m)}$ .

Из анализа этого уравнения [4, с. 37] следует, что решения с  $\text{Im}(\omega) > 0$  существуют только в области частот  $\omega \ll kv_{e\parallel}$ , причем из условий

$$\begin{cases} \left( \frac{\mu_{l,m} v_{e\parallel}}{R \omega_{pe}} \right)^{2/3} \ll 1 + \left( \frac{\mu_{l,m} \omega_{pi}}{R \omega_{pe} k} \right)^{2/3} \\ \omega = kv_{e\parallel} \left( \frac{\mu_{l,m} \omega_{pi}}{R \omega_{pe} k} \right)^{2/3} > \omega_{pi} \end{cases} \quad (6.56)$$

можно найти критический ток пучка, выше которого происходит возбуждение неустойчивости Будкера – Бунемана:

$$I_{кр2} = \left(\frac{\mu_{0,1}}{2}\right)^2 \frac{mc^3}{e} \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} \frac{(\gamma_{\parallel}^2 - 1)^{3/2}}{(1 + (\omega/kv_{e\parallel}))^3} = 24 \frac{\gamma}{\gamma_{\parallel}} \frac{(\gamma_{\parallel}^2 - 1)^{3/2}}{(1 + (\omega/kv_{e\parallel}))^3} [\kappa A]. \quad (6.57)$$

Исходя из условия для частоты  $\omega \ll kv_{e\parallel}$ , при котором существует эта неустойчивость, можно сделать вывод, что критические токи для неустойчивостей Пирса и Будкера – Бунемана практически совпадают. Различаются эти неустойчивости механизмом возбуждения, у первой он происходит посредством положительной обратной связи через внешнюю электрическую цепь, и поэтому произведение времени пролета электроном пространства дрейфа  $\tau \approx L/v_{e\parallel}$  на ее инкремент  $\text{Im}(\omega)_P \sim v_{e\parallel}/L$  не зависит от длины системы. В отличие от пирсовской неустойчивость Будкера – Бунемана развивается за счет положительной обратной связи, создаваемой ионным движением. Следовательно, если произведение времени пролета  $\tau$  на инкремент возбуждения неустойчивости Будкера – Бунемана:

$$\text{Im}(\omega)_{BB} \approx \frac{\sqrt{3}}{4} kv_{e\parallel} \left[ \frac{2,4^2 m \gamma_{\parallel}^2 \gamma}{R^2 M k^2} \right]^{1/3} > \omega_{pi} \quad (6.58)$$

мало по сравнению с единицей, то возбуждается неустойчивость Пирса, для которой это произведение всегда близко к единице. И, наоборот, если  $\tau \text{Im}(\omega)_{BB} > 1$ , то возбуждается неустойчивость Будкера – Бунемана как обладающая большим инкрементом.

### Список литературы

1. Лебедев А. Н., Хлестков Ю. А. Сильноточные пучки заряженных частиц. М., 1983.
2. Alfven H. On the motion of cosmic rays in interstellar space // Phys. Rev. 1939. Vol. 55. P. 425.
3. Lawson J.D. On the adiabatic self –constriction of an accelerated electron beam neutralized by positive ions // J. Electronics, 3, 587, 1957.
4. Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980.

5. Arzhannikov A. V., Sinitsky S. L. Experiments on equilibrium and stability of a ribbon REB in a vacuum channel // Proc. of Intern. Conf. on Plasma Physics, New Delhi, India, 1989. Vol. III. P. 961–964.
6. Синицкий С. Л. Генерация и транспортировка микросекундных ленточных РЭП с энергозапасом до 50 кДж.: Дис. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1992.
7. Buneman O., Levy R. H., Linson L. M. Stability of crossed field electron beams // J. Appl. Phys. 1966. Vol. 37. № 8. P. 3203–322.
8. Игнатов А. М. Нелинейная динамика плоского электронного пучка вблизи порога диокотронной неустойчивости // Физика плазмы, 1987. Т. 13. Вып. 2. С. 238–241.
9. Пирс Д. Теория и расчет электронных пучков: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит. 1956.
10. Будкер Г. И. Релятивистский стабилизированный электронный пучок // Атомная энергия, 1956, Т. 1, № 5. С. 9–19.
11. Buneman O. Dissipation of currents in Ionized Media // Phys. Rev. 1959. Vol. 115. P. 503.

## ГЛАВА VII

### ИНДУКЦИОННЫЕ УСКОРИТЕЛИ

#### § 1. Принцип работы и блок-схема

Для получения интенсивных пучков с энергией электронов масштаба  $10 \div 100$  МэВ необходимы ускорители прямого действия слишком большого размера. Например, при напряжении на диоде 100 МВ высота такого ускорителя становится сопоставима с высотой двенадцатиэтажного дома. В качестве решения этой задачи немецкий ученый А. Боуверс в 1923 году предложил принцип индукционного ускорения заряженных частиц. Однако реализация такого подхода была осуществлена только спустя сорок лет, когда уровень развития физики и техники позволил достичь необходимой величины ускоряющего поля. Первые линейные индукционные ускорители (ЛИУ) были созданы в начале шестидесятых годов в США под руководством Н. Христофилоса (ускоритель «Астрон») в связи с работами по управляемому термоядерному синтезу, а также в СССР под руководством академика В. И. Векслера (ускоритель ЛИУ-3000) для реализации коллективного метода ускорения.

Принцип работы ЛИУ заключается в одновременном создании в каждой секции ЛИУ ускоряющей электроны пучка ЭДС индукции за счет преобразования напряжения в импульсном трансформаторе с ферромагнитным сердечником. Тогда суммарная добавка энергии электрона пучка, полученная им после прохождения  $N$  ускорительных секций, равна

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{|e| NS}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (7.1)$$

где  $S$  – площадь сердечника,  $B$  – магнитное поле в нем.

Порядок работы такого ускорителя следующий. Вначале источник питания заряжает емкости импульсных генераторов всех секций ускорителя (рис. 48). В каждом отдельном генераторе эти емкости вместе с индуктивными элементами составляют неоднородную формирующую линию, при разряде которой на первичную обмотку

импульсного трансформатора в разрыве его вторичной обмотки формируется ускоряющее поле. Подбирая параметры неоднородной формирующей линии, необходимо сформировать в первичной обмотке трансформатора импульс напряжения заданной формы. С учетом нелинейности сердечника трансформатора, имеющего в качестве потерь в цепи вторичной обмотки энергию, переданную на ускорение тока пучка заданной величины, эта форма импульса должна обеспечить создание уже во вторичной обмотке трансформатора квазипрямоугольного импульса ускоряющего напряжения.

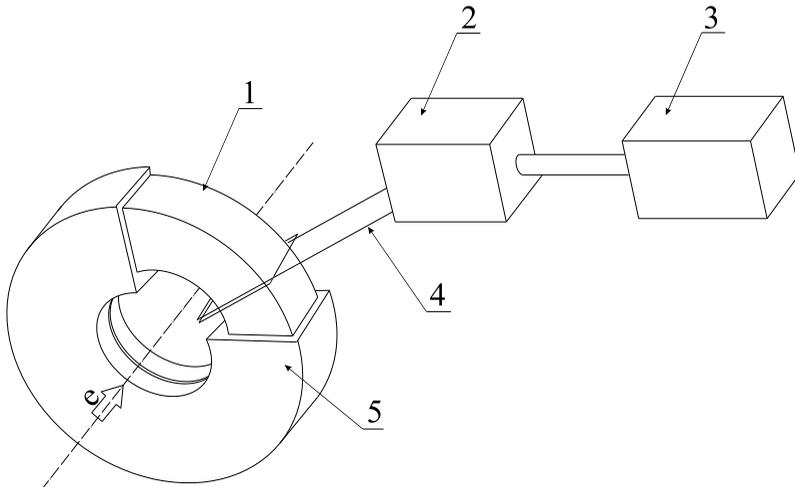


Рис. 48. Схема ЛИУ: 1 – ферромагнитный сердечник, 2 – импульсный генератор, 3 – источник питания генератора, 4 – первичная обмотка, 5 – вторичная обмотка с разрывом (ускоряющий промежуток)

Эта задача вначале решается с помощью аналитических и численных методов расчета формирования импульса в неоднородной линии, а затем более точная настройка линии производится на стендах и непосредственно на ускорителе. Кроме того параметры неоднородной линии должны быть подобраны так, чтобы обеспечить максимальный КПД преобразования энергии, запасенной в линии, в энергию ускоренного электронного пучка, поскольку при частотном режиме работы такого ускорителя даже незначительные потери энергии приводят к сильному разогреву систем ускорителя. Исходя из принципов работы ЛИУ, его основными преимуществами являются:

- отсутствие ограничений, связанных с полным приложенным ускоряющим напряжением, поскольку суммирование происходит только в области ускорительного тракта;
- высокий КПД ускорителя, достигающий 70 %;
- высокая частота повторения импульсов, а также хорошая повторяемость параметров пучка;
- высокая надежность.

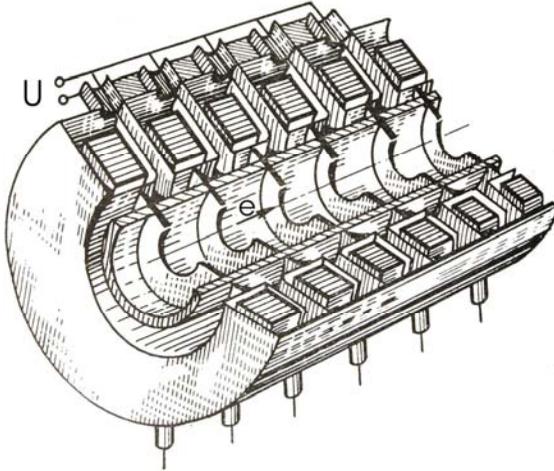


Рис. 49. Вид линейного индукционного ускорителя в разрезе

На рис. 49 приведена конструктивная схема секции из шести индукторов одного из ЛИУ. По центру этой секции проходит цилиндрическая вакуумная камера, в которой происходит ускорение и транспортировка электронного пучка. Сечение пучка задается плоскими кольцевыми диафрагмами, которые защищают ускоряющие разрывы во вторичной обмотке от попадания рассеянных электронов.

Приведем основные параметры созданных в семидесятых годах ЛИУ с ферромагнитными сердечниками.

**Инжектор «Астрон»** (США, Ливермор): энергия электронов – 4,2 МэВ, ток пучка – 800 А, длительность – 300 нс, частота повторения – 60 Гц, разброс по энергии менее 2 %, эмиттанс – 70 см/рад.

**ЛИУ -5/5000** (СССР, Москва): энергия электронов – 5 МэВ, ток пучка – 5 кА, длительность – 50 нс, частота повторения – 1 Гц.

**ЛИУ «Силунд»** (СССР, Дубна): энергия электронов – 3 МэВ, ток пучка – 2 кА, длительность – 20 нс, частота повторения – 50 Гц, разброс по энергии 2 %. В настоящее время наибольшие параметры для ускорителя с ферромагнитными сердечниками достигнуты на ускорителе АТА (Advanced Test Accelerator Lawrence Livermore La-

boratory USA), который используется в экспериментах по транспортировке самофокусированных электронных пучков, а также в качестве драйвера для ЛСЭ. Энергия электронов – 50 МэВ, ток пучка – 10 кА, длительность – 70 нс, частота повторения – 5–10000 Гц, средний темп ускорения – 0,59 МэВ/м.

## § 2. Пространственное распределение ускоряющего поля

Очевидно, что для обеспечения ускорения и транспортировки пучка электронов внутри ЛИУ необходимо создать вакуум в приосевой области ускорителя, но использовать проводящую вакуумную камеру нельзя, так как она полностью экранирует пучок от ускоряющего поля. При попытке решения этой задачи с помощью диэлектрической камеры выяснилось, что положение электронного пучка при ускорении в ней нестабильно. Причиной этого, очевидно, явилось накопление на поверхности диэлектрика зарядов, возникающих под действием рассеянных электронов, а также ультрафиолетового излучения пучка. Действие таких зарядов приводило к отклонению пучка от оси и электрическому пробое ускорительных промежутков. Для обеспечения стабильности пучка были применены плоские кольцевые проводящие электроды, соединенные со вторичной обмоткой каждого трансформатора. Однако такое решение сделало ускоряющее поле вдоль пути ускорения сильно неоднородным в поперечном направлении. Уравнение, описывающее пространственное распределение ускоряющего индукционного электрического поля внутри ускоряющего промежутка в отсутствие токов и зарядов, имеет вид волнового:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (7.2)$$

Но для ЛИУ размер ускоряющего промежутка много меньше характерной длины волны  $\lambda = c\tau$ , где  $\tau$  – длительность импульса ускоряющего напряжения. По этой причине правой частью уравнения (7.2) можно пренебречь, что в итоге дает уравнение:

$$\Delta \vec{E} = 0. \quad (7.3)$$

Решениями такого уравнения с периодическими граничными условиями являются модифицированные функции Бесселя, умноженные на гармонические функции от  $Z$ :

$$\begin{aligned} E_z &= I_0(kr)(B_1 \cos(kz) + C_1 \sin(kz)), \\ E_r &= I_1(kr)(B_2 \cos(kz) + C_2 \sin(kz)). \end{aligned} \quad (7.4)$$

Из условия потенциальности поля  $\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{\partial E_r}{\partial z}$ , а также равенства  $E_r(r,0) = E_r(r,s) = 0$  (обращение радиального поля в ноль на диафрагмах) следует (см.: [1, с. 108]):

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{U}{s} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n I_0(k_n r) \cos(k_n z) \right) \\ E_r &= \frac{U}{s} \sum_{n=1}^{\infty} E_n I_1(k_n r) \sin(k_n z), \end{aligned} \quad (7.5)$$

где  $U/s$  – среднее ускоряющее поле на длине секции,  $k_n = 2\pi n/s$  – волновое число  $n$ -й гармоники ряда Фурье, а  $E_n$  – ее амплитуда при разложении поля  $E_z(a, z)$  (рис. 50) на радиусе вторичной обмотки:

$$E_n = 2(-1)^n \frac{\text{sinc}(k_n s_1 / 2)}{I_0(k_n a)}. \quad (7.6)$$

При расчете  $E_n$  предполагалось, что щель во вторичной обмотке расположена посередине между соседними диафрагмами.

Так как модифицированные функции Бесселя экспоненциально спадают с ростом своего аргумента, то очевидным образом можно ограничиться рассмотрением только первой гармоники ряда Фурье с наименьшим значением волнового числа. По той же причине вклад этой гармоники в продольное поле на оси будет экспоненциально мал, если отношение  $a/s \gg 1$ . Реально при проектировании ЛИУ этот параметр выбирается в диапазоне от 1 до 2. Что касается влияния соотношения  $s_1/s$ , то при изменении его в диапазоне [0,25–0,5] амплитуда первой гармоники изменяется всего на 5%. Таким образом, конфигурация ускоряющего поля в секции зависит от размеров и геометрии электродов ускорительной трубки. Оказывается, неоднородности ускоряющего поля можно заметно сгла-

доть, если применить резистивную ускорительную трубку (подробности описаны в работе [1, с. 113]).

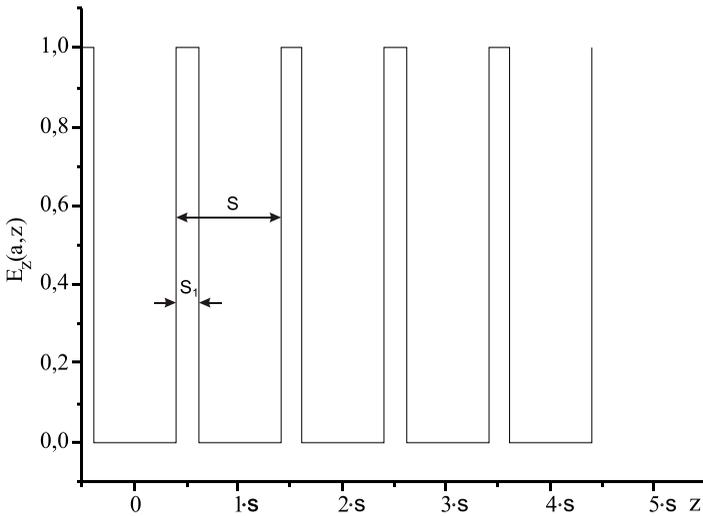


Рис. 50. Распределение продольного электрического поля на поверхности вторичной обмотки и в ее разрыве

При анализе поперечной компоненты силы Лоренца, действующей на электрон пучка в тракте ускорения, можно выделить две ее составляющие. Первая из них обусловлена действием на электрон радиальной компоненты ускоряющего электрического поля, а вторая есть результат сложения электрической и магнитной сил, создаваемых собственными полями объемного заряда и тока пучка. Известно, что действие на электрон собственных электрических и магнитных полей пучка направлено в противоположные стороны, и в отсутствие компенсирующего ионного фона их результирующая в  $\gamma^{-2}$  раз меньше каждой из них. Несмотря на это для пучков с типичными для ЛИУ током 5 кА и радиусом 3 см первая составляющая силы мала по сравнению со второй вплоть до энергий электронов 50 МэВ при типичном значении среднего ускоряющего поля  $\sim 10$  кВ/см.

### § 3. Фокусировка электронного пучка

Помимо задачи формирования ускоряющего поля внутри секции ЛИУ, не менее важной по значимости является задача нахождения таких условий внутри ускорительной трубки, которые обеспечили бы устойчивое равновесие интенсивного электронного пучка в вакуумном канале при транспортировке его на расстояние в десятки и даже сотни метров. Одним из возможных способов фокусировки интенсивного РЭП при ускорении в ЛИУ является наложение сильного однородного ведущего магнитного поля, особенно это необходимо в случае, когда энергия электронов не превышает 3–5 МэВ. При более высоких энергиях достаточно применить магнитное поле коротких соленоидов, расположенных между секциями индукционной системы. При фокусировке однородным магнитным полем воздействие различного вида неустойчивостей сказывается в меньшей степени, чем в периодическом магнитном поле.

Хотя интенсивные электронные пучки в большинстве своем неламнарны, рассмотрение уравнения для границы ламинарного потока электронов в параксиальном приближении дает возможность приближенно оценить влияние различных факторов на движение электронов внутри пучка, а также найти величину магнитного поля, которое необходимо для осуществления равновесия пучка в канале. Предположим, что в пространстве дрейфа с однородным сильным магнитным полем  $B_z$  имеется «холодный» аксиально-симметричный изоскоростной ( $v_z = const$ ) пучок электронов, стартовавших с катода, находящегося в нулевом магнитном поле. Из аксиальной симметрии задачи очевидно, что сохраняется обобщенный азимутальный импульс электронов, равный на катоде нулю:

$$p_\theta + \frac{e}{c} A_\theta = 0. \quad (7.7)$$

Применяя теорему Стокса для величины  $A_\theta$ , легко получим

$$v_\theta = -\frac{eB_z}{2\gamma mc} r. \quad (7.8)$$

Из уравнения Максвелла  $div(\vec{E}) = 4\pi\rho$  можно выразить поперечное электрическое поле  $E_r$  следующим образом:

$$E_r = \left[ \frac{2I_b}{v_z r_b^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial E_z}{\partial z} \right] r, \quad (7.9)$$

где  $I_b$  – полный ток пучка, а  $E_z$  – ускоряющее поле. Также легко можно выразить азимутальную компоненту магнитного поля через ток пучка и радиус:

$$B_\theta = \frac{2I_b}{c r_b^2} r. \quad (7.10)$$

Подставляя выражения (7.7)–(7.10) в радиальную компоненту уравнения движения электрона, получим:

$$\begin{aligned} \frac{dp_r}{dt} = eE_r + \frac{e}{c} [v_\theta B_z - v_z B_\theta] + \gamma m \frac{v_\theta^2}{r} = \\ \left[ \frac{2I_b e}{v_z r_b^2 \gamma^2} - \frac{e}{2} \frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{e^2 B_z^2}{4\gamma m c^2} \right] r, \end{aligned} \quad (7.11)$$

откуда в приближении однородности ускоряющего поля  $E_z$  легко получить оценку на величину продольного магнитного поля  $B_z$ , обеспечивающего равновесие пучка в пространстве дрейфа:

$$B_z = \frac{mc}{r_b} \left[ \frac{8I_b}{ep_z} \right]^{1/2}. \quad (7.12)$$

Далее, выражая радиальный импульс электрона, можно получить следующее уравнение движения электрона, находящегося на границе пучка:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_b}{dt^2} + \frac{dr_b}{dt} \frac{d \ln(\gamma)}{dt} + \left[ \frac{e}{2\gamma m} \frac{\partial E_z}{\partial z} + \frac{e^2 B_z^2}{4\gamma^2 m^2 c^2} \right] r_b - \\ \frac{2I_b e}{mc(\gamma^2 - 1)^{1/2} \gamma^2 r_b} = 0, \end{aligned} \quad (7.13)$$

из которого получается уравнение огибающей пучка:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_b}{dz^2} + \frac{dr_b}{dz} \frac{d \ln(\gamma)}{dz} + \left[ \frac{e}{2\gamma m} \frac{\partial E_z}{\partial z} + \frac{e^2 B_z^2}{4\gamma^2 m^2 c^2} \right] \frac{\gamma^2}{c^2 (\gamma^2 - 1)} r_b - \\ \frac{2I_b e}{mc^3 (\gamma^2 - 1)^{3/2} r_b} = 0. \end{aligned} \quad (7.14)$$

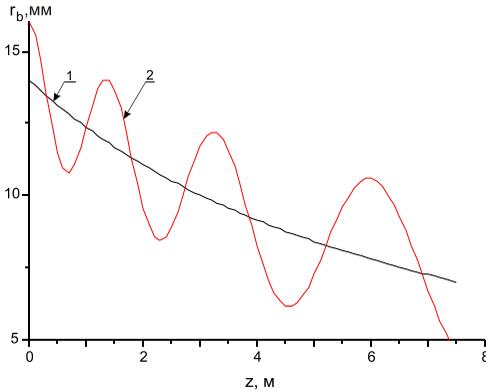


Рис. 51. Огибающие ламинарного пучка электронов при  $I_b = 200$  А,  $eU = 0,55$  МэВ,  $E_z = 3$  кВ/см [1]. Кривая 1 относится к равновесным величинам радиуса и угловой расходимости пучка, кривая 2 соответствует величине радиуса пучка, превышающей равновесную на 2 мм, и нулевой величине расходимости

рис. 51). Если же начальные условия не соответствуют равновесным, то огибающая пучка испытывает колебания, нарастающие по мере движения пучка (кривая 2 на рис. 51).

В этой же работе подробно рассмотрена задача о выборе условий, необходимых для реализации равновесия электронного пучка в процессе его движения внутри ускорительного тракта в ЛИУ для случаев ламинарного и неламинарного пучков, а также экранированного и неэкранированного катодов. С помощью численных расчетов показано, что в системе с продольным однородным магнитным полем обеспечивается устойчивость равновесия пучка как при ускорении, так и при дрейфе, в случае отклонения начальных условий от равновесных при изменении тока пучка  $\Delta I_b / I_b \leq 20\%$  и величины неоднородности магнитного поля менее 5 %. Также показано, что в случае периодической зависимости магнитного поля от координаты  $z$ , обусловленной конечной протяженностью отрезков соленоида, расположенных между ускоряющими секциями, только

Из численного решения уравнения (7.14) для случая однородного по  $z$  ускоряющего поля в ЛИУ в работе [1, с. 124] получены следующие результаты. Если пучок входит в область магнитного поля при равновесных условиях, т. е. при равенстве радиуса пучка и величины  $r_b$ , определяемой (7.12), а также совпадении угловой расходимости пучка с ее равновесной величиной, то радиус такого пучка монотонно убывает по мере ускорения электронов пучка как  $p_z^{-1/2}$  (кривая 1 на

вблизи некоторого оптимального значения величины магнитного поля пучок проходит весь ускорительный тракт без потерь, в то время как отклонение от этого значения приводит к выпадению пучка на стенки ускорителя.

#### § 4. Безжелезные ЛИУ

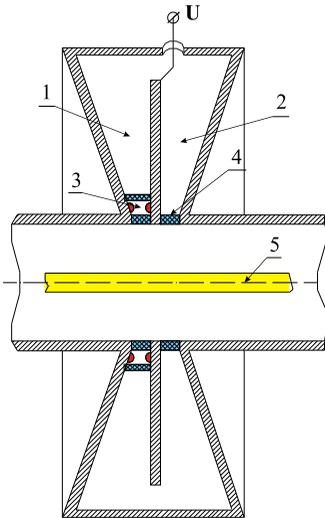


Рис. 52. Ускоряющая ячейка безжелезного ЛИУ: 1 – первая дисковая линия, 2 – вторая дисковая линия, 3 – кольцевой разрядник, 4 – изолятор, 5 – цилиндрический электронный пучок

Для получения мощных пучков короткой длительности  $\tau \sim 10\text{—}50$  нс применение ферромагнитных сердечников в качестве индукторов нецелесообразно из-за больших потерь энергии при перемагничивании феррита за короткое время. В этом случае могут быть использованы безжелезные ЛИУ на дисковых линиях [2, 3]. Схема такого ЛИУ приведена на рис. 52. В качестве источника ускоряющего напряжения в нем применена пара дисковых линий 1 и 2, соединенных на большом радиусе согласованным образом, чтобы не было отражений. Свойством дисковых линий является постоянство волнового сопротивления для волн, двигающихся по радиусу.

Найдем волновое сопротивление отдельной дисковой линии, считая, что задан угол  $\alpha$  между внутренним плоским электродом и боковым коническим. Тогда погонная емкость линии на единицу длины по радиусу равна:

$$C' = \frac{\varepsilon 2\pi dr}{4\pi r \operatorname{tg}(\alpha)} \frac{1}{dr} = \frac{\varepsilon}{2 \operatorname{tg}(\alpha)}, \quad (7.15)$$

а погонная индуктивность определяется из магнитной энергии, запасенной на единицу длины линии вдоль радиуса:

$$L' \frac{I^2}{2c^2} dr = \frac{B_0^2}{8\pi\mu} 2\pi r dr \operatorname{tg}(\alpha), \quad (7.16)$$

откуда легко получить выражение для индуктивности:

$$L' = 2\mu g(\alpha). \quad (7.17)$$

Таким образом, импеданс дисковой линии равен:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \operatorname{tg}(\alpha). \quad (7.18)$$

Рассмотрим один из возможных вариантов работы ЛИУ, который характеризуется высоким КПД [4]. Если на внутренний электрод сдвоенной дисковой линии подать зарядное напряжение  $U_0$  и произвести коммутацию кольцевого разрядника 3, то в первой линии по радиусу побегит волна с амплитудой  $U = -U_0/2$ , которая, достигнув внешнего радиуса линии, пойдет в противоположном направлении уже во второй линии. При достижении волной минимального радиуса в момент времени  $t = 0$  в разорванном конце линии возникнет отраженная волна с двойной амплитудой  $U(t) = -U_0$  (рис. 53), которая будет поддерживать на ускорительном промежутке это напряжение в течение времени пробега волны туда и обратно, равном  $\Delta t = 2(R_{\max} - R_{\min})/(c/\sqrt{\varepsilon\mu})$ . По возвращении волны в момент времени  $t = \Delta t$  происходит изменение полярности волны на противоположную с одновременным началом инъекции пучка, ток которого выбран таким, чтобы линия была согласованна, т. е.  $I_b = U_0/2Z_0$ . В этом случае напряжение на ускоряющем промежутке

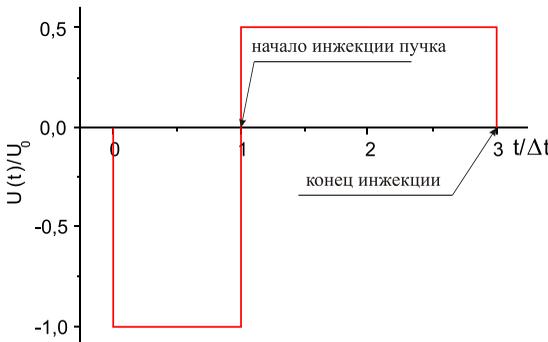


Рис. 53. Напряжение на ускоряющем зазоре от времени

ке уменьшается в два раза и становится равным  $U(t) = U_0/2$ . Далее в течение последующих  $2\Delta t$  происходит ускорение пучка в зазоре. Теоретически, если пренебречь всеми потерями, эффективность передачи

энергии в таком ускорителе может быть близка к 100 %.

В качестве примера приведем параметры безжелезного индукционного ускорителя LIA-10, описанного в [3]: энергия электронов – 12 МэВ, ток пучка – 50–100 кА, длительность импульса – 20–40 нс. В его конструкции были использованы дисковые линии на основе очищенной воды, которые заряжались до напряжения 500 кВ. Каждая линия при волновом сопротивлении около 1 Ом имела внешний радиус 50 см и длину 12 см, при этом длительность пробега волны по ней составляла 20 нс. В качестве коммутатора в линии использовался восьмиканальный искровой разрядник с малым разбросом срабатывания около 1 нс. В ускорительном тракте для фокусировки пучка был помещен соленоид, создающий продольное магнитное поле величиной 10 кГс.

Основные проблемы при создании таких ускорителей связаны с электрической прочностью высоковольтных элементов и их изоляцией, с синхронизацией большого количества искровых разрядников, а также с транспортировкой пучка с током в десятки килоампер внутри ускорительного тракта на большие расстояния.

### Список литературы

1. Вахрушин Ю. П., Анацкий А. И. Линейные индукционные ускорители. М.: Атомиздат, 1978.
2. Павловский А. И., Басамыкин В. С. Безжелезные линейные индукционные ускорители // Атомная энергия. 1974. Т. 37, № 3. С. 228.
3. Павловский А. И. и др. Многоэлементные ускорители на радиальных линиях // Доклады АН СССР. 1975. Т. 222, № 4. С. 817.
4. Hamphries S. Jr. Principles of Charged Particle Accelerators. QC787.P3H86. 1986, ISBN 0-471-87878-2.

## ГЛАВА VIII

### ГЕНЕРАЦИЯ МОЩНЫХ ИОННЫХ ПУЧКОВ

#### § 1. Применение мощных ионных пучков

Среди областей применения источников мощных ионных пучков необходимо отметить следующие основные:

- ускорители заряженных частиц в области ядерной физики;
- ускорители для получения интенсивных нейтронных потоков;
- квазистационарные инжекторы нейтралов для нагрева плазмы в магнитных ловушках:
  - а) нагрев плазмы до термоядерных температур в замкнутых магнитных системах,
  - б) создание горячей плазмы в открытых магнитных системах,
  - в) ввод топлива в термоядерную ловушку,
  - г) управление интенсивностью горения ТЯ-реакции,
  - д) создание безындукционным способом тока в токамаке;
- импульсные системы для осуществления термоядерной реакции на пучках легких и тяжелых ионов с инерционным удержанием плазмы;
- создание реактивной тяги;
- электромагнитное разделение изотопов;
- технологические процессы обработки материалов, легирование полупроводников металлов, сварка, очищение и пассивация поверхности металлов, образование пленок и покрытий на поверхности твердых тел, травление поверхностей материалов.

## § 2. Схемы генерации мощных ионных пучков

### 2.1. Газодинамический метод генерации ионных потоков

В 70-х годах прошлого века был придуман простой способ генерации интенсивного ионного потока, основанный на создании амбиполярного потенциала в плазме, ускоряющего ионы. Метод заключается в следующем. Интенсивный электронный пучок генерируется в условиях сильного продольного магнитного поля в квазиплоском диоде, анодом которого является тонкая полимерная пленка с проводящим напылением (рис. 54).

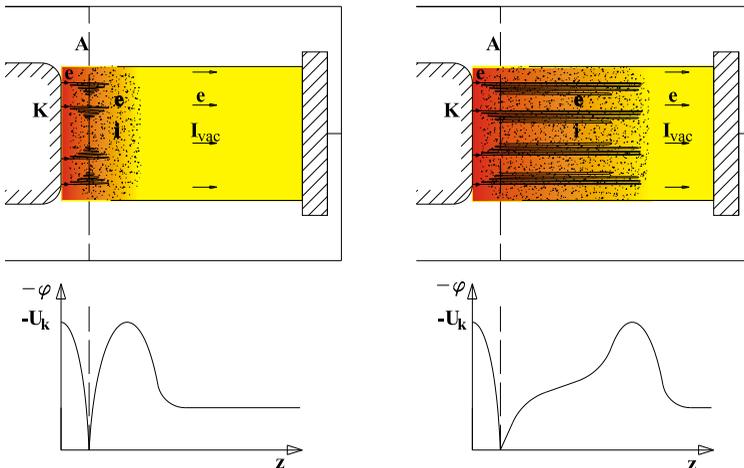


Рис. 54. Схема эксперимента по газодинамическому ускорению ионов. Верхние рисунки иллюстрируют распространение облака плазмы в сторону коллектора. Нижние рисунки изображают распределение потенциала для этих моментов времени

За фольгой находится область дрейфового пространства, ограниченная проводящей цилиндрической оболочкой радиуса  $R$ . В соответствии с теорией электронный ток в таком пространстве ограничен величиной (см. выражение (4.18))  $I_0 = \frac{mc^3}{e} \frac{(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}}{1 + 2 \ln(R/r_b)}$ . Если электронный ток, проходящий через пленку, существенно превышает вакуумный предел  $I_0$ , то в области за пленкой образуется виртуальный катод, отражающий электроны назад в диод. Поскольку электроны

рассеиваются и теряют часть своей энергии в пленке, то они не могут вернуться на катод. В результате этого электроны пучка осциллируют между реальным и виртуальным катодами, многократно проходя сквозь анодную пленку и выделяя в ней значительную энергию. Это приводит к взрыву пленки и образованию слоя плотной плазмы. Ионы этой плазмы под действием электрического поля виртуального катода, создаваемого объемным зарядом электронов пучка, ускоряются в направлении коллектора, что приводит к расширению всего облака. Внутри облака объемный заряд электронов пучка почти полностью скомпенсирован ионами, поэтому электроны могут беспрепятственно двигаться внутри облака, вынося опять виртуальный катод за его пределы. На верхней части рис. 54 для двух моментов времени изображено положение облака плазмы и траектории движения электронов пучка, а на нижней – соответствующие им распределения потенциалов вдоль оси системы.

В экспериментах по газодинамическому ускорению ионов [1], проведенных на установке КРАБ при параметрах пучка: энергия электронов  $\sim 1$  МэВ, ток – 40 кА, длительность – 50 нс, был измерен энергетический спектр ускоренных ионов, изображенный на рис. 55. Как видно из рисунка, основная доля этих ионов имеет энергию от половины до полной энергии электронов пучка, но есть

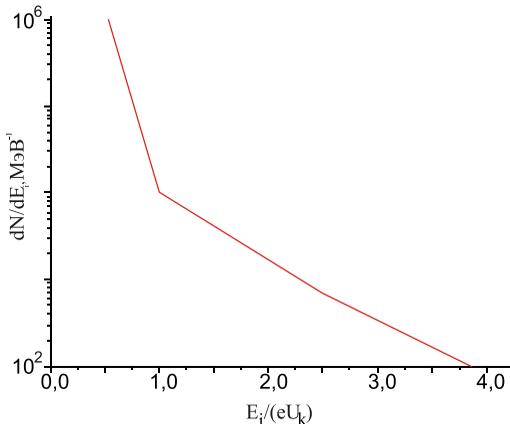


Рис. 55. Спектр энергий ионов в экспериментах по газодинамическому ускорению ионов

и высокоэнергетические хвосты с энергией, в несколько раз превышающей энергию инжектированных электронов, что обусловлено многозарядностью ионов. К сожалению, энергетический спектр такого ионного пучка очень широк, что не позволяет применять его в каких-либо приложениях.

## 2.2. Рефлексный триод

Для того, чтобы генерировать в диоде интенсивный ионный поток с плотностью тока масштаба  $10 \text{ кА/см}^2$  при напряжении масштаба  $1 \text{ МэВ}$ , необходимо создать электрическое поле порядка  $1 \text{ МВ/см}$ . При таких сильных полях любые проводники и диэлектрики начинают интенсивно эмитировать потоки заряженных частиц, что в случае квазиплоского диода с бесконечной эмиссионной способностью катода и анода дает  $\approx 45$  – кратное превышение электронного тока над ионным. Эффективность генерации ионов в таком диоде (отношение плотности ионного тока к полному) будет всего  $\sim 2\%$  (см. формулу (4.27)). По этой причине необходимо сделать так, чтобы большая часть электронного тока не достигала анода. Эта идея была реализована в геометрии рефлексного триода, схема которого приведена на рис. 56. Триод состоит из трех сеток, две из которых (катоды) находятся под нулевым потенциалом, а на средней сетку (анод) подан положительный потенциал  $U_a$ . Тогда эмитированные с катодов электроны вследствие высокой прозрачности анодной сетки  $T$ , близкой к единице, пролетают сквозь нее, практически не поглощаясь в ней и не создавая электронного тока на анод. При этом электроны компенсируют объемный заряд ионов, эмитированных с анодной сетки, где условия для эмиссии ионов обеспечиваются той частью электронов, которые поглотились в анодной сетке и создали плазму на ее поверхности. Рассмотрим одномерную модель такого триода, предполагая, что в триоде создано сильное продольное магнитное поле. При высоком анодном напряжении  $U \gg 0,5 \text{ МэВ}$  движение электронов практически во всем пространстве диода происходит с одинаковой, не зависящей от потенциала

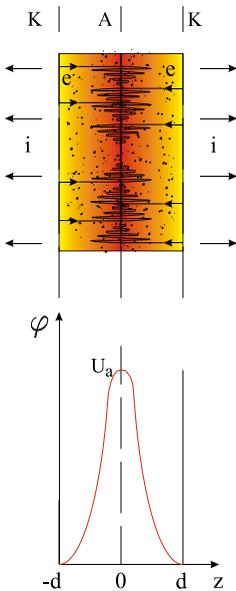


Рис. 56. Схема рефлексного триода (вверху) и распределение потенциала в нем (внизу)

создали плазму на ее поверхности. Рассмотрим одномерную модель такого триода, предполагая, что в триоде создано сильное продольное магнитное поле. При высоком анодном напряжении  $U \gg 0,5 \text{ МэВ}$  движение электронов практически во всем пространстве диода происходит с одинаковой, не зависящей от потенциала

скоростью, близкой к скорости света, из чего следует, что плотность электронов  $\rho_e$  в большей части зазора постоянна. В отличие от электронов, будем считать, что ионы двигаются с нерелятивистскими скоростями. Решим уравнение Пуассона в этих предположениях:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -4\pi\left(\rho_e + \frac{j_i}{\sqrt{2|e|(U_a - \varphi)/M}}\right), \quad (8.1)$$

где  $j_i$  – постоянная вдоль оси  $z$  плотность ионного тока, идущего, например, в правой половинке триода. Интегрируя это уравнение с граничными условиями, соответствующими бесконечной эмиссионной способности катодов и анода:

$$\left.\frac{d\varphi}{dz}\right|_{z=0} = 0, \quad \left.\frac{d\varphi}{dz}\right|_{z=\pm d} = 0, \quad (8.2)$$

легко получить выражение для максимальной плотности ионного тока, которую можно достичь в таком диоде:

$$j_i = -\sqrt{\frac{|e|U_a}{M}}\rho_e = \sqrt{\frac{|e|U_a}{Mc^2}}\frac{1+T}{1-T}j_e. \quad (8.3)$$

В этой формуле учтено, что электронную плотность в зазоре создают электроны, идущие с катода в сторону анода (влево), а также электроны из левого диода, пролетевшие сквозь анодную сетку с коэффициентом пропускания  $T$  и двигающиеся в сторону катода (вправо):

$$\rho_e = -(|j_{left}| + |j_{right}|)/c, \quad |j_{right}| = T|j_{left}|. \quad (8.4)$$

Поскольку эти два потока направлены в противоположных направлениях, суммарная плотность электронного тока в  $1-T$  раз меньше:

$$j_e = |j_{left}| - |j_{right}|. \quad (8.5)$$

Таким образом, эффективность генерации ионов в таком диоде может быть увеличена по сравнению с обычным биполярным диодом в  $(1+T)/(1-T)$  раз, что составляет около 50 % при коэффициенте  $T = 0,95$  и напряжении диода 1 МэВ.

В другой модификации рефлексного триода в качестве анода использовалась тонкая фольга, в которой электроны при ее пересечении теряют часть своей энергии, вследствие чего в каждой точке диодно-

го пространства функция распределения электронов по энергиям становится немонотонной. Подобное обстоятельство несколько затрудняет теоретический анализ работы такого диода, но, тем не менее, эта задача решена в работе [2] и в ней показана возможность достижения высокой, порядка 30 %, эффективности генерации ионных пучков.

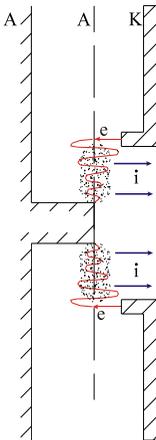


Рис. 57. Схема пинч-рефлексного диода

Еще одним преимуществом таких триодов является то, что вылетающие из них ускоренные ионы, проходя сквозь катодную плазму, захватывают электроны и становятся нейтралами.

Помимо рефлексного диода была предложена еще одна схема генерации ионного пучка – так называемый пинч-рефлексный диод. В нем электроны, эмитированные катодом, движутся в сторону тонкой фольги или сетки (рис. 57), проходят сквозь нее, а далее частично отражаются назад от виртуального катода, образованного объемным зарядом электронов в зазоре между анодной фольгой и самим анодом. Эти электроны под действием скрещенных собственных элект-

трического и магнитного полей дрейфуют к оси диода, происходит самостягивание – пинчевание пучка. По дороге к оси электроны взрывают анодную фольгу и тем самым создают условия для ионной эмиссии с фольги. Ионный поток ускоряется в направлении от анодной фольги к катоду вдоль оси системы и на своем пути захватывает электроны, тем самым нейтрализуется по заряду.

### 2.3. Диоды с магнитной изоляцией катод-анодного зазора

Как уже говорилось, в плоском диоде с эмиссией электронов и ионов в диодный промежуток вследствие огромной разницы масс этих частиц основной ток переносят электроны, а ионы – всего несколько процентов. Поэтому для того, чтобы генерировать интенсивные ионные потоки с хорошей эффективностью, необходимо существенно подавить электронный ток в области, где создано уско-

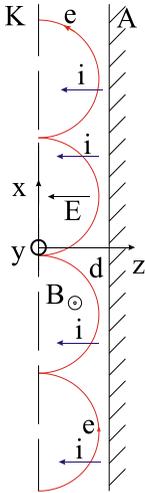


Рис. 58. Схема магнитно-изолированного ионного диода

диода с геометрией, показанной на рис. 58. Известно, что в таких условиях электрон двигается по циклоиде. Вследствие однородности задачи вдоль оси  $x$  сохраняется компонента канонического импульса:

$$P_x = \gamma(z)mv_x(z) + \frac{e}{c} A_x(z) = const. \quad (8.6)$$

Так как электрон стартует с катода с нулевой скоростью, а величину векторного потенциала  $A_x(0)$  можно выбрать нулевой, то  $P_x = 0$ . Для однородного вдоль оси  $z$  магнитного поля  $B$  векторный потенциал, удовлетворяющий поставленному граничному условию, может быть представлен в следующем виде:

$$A_x(z) = \int_0^z B_y dz = Bz. \quad (8.7)$$

Далее в точке электронной траектории на расстоянии  $z_0$ , максимально удаленной от плоскости катода,  $z$ -я компонента скорости электрона равна нулю, следовательно

$$v_x(z_0) = c\sqrt{\gamma^2(z_0) - 1} / \gamma(z_0). \quad (8.8)$$

Подставляя это выражение в (8.6), легко получить, что величина критического магнитного поля  $B_{cr}$ , при котором электроны достигают анода, равна:

$$B_{cr} = \frac{mc^2}{|e|d} \sqrt{\gamma^2(d) - 1} = \frac{mc^2}{|e|d} \sqrt{\frac{eU}{mc^2} \left( 2 + \frac{eU}{mc^2} \right)}, \quad (8.9)$$

т. е. однозначно определяется разностью потенциалов между анодом и катодом и величиной диодного зазора.

Это рассмотрение было сделано для отдельного электрона, если же представить, что в диодный зазор эмитируется с катода поток электронов, которые движутся по таким же траекториям, то удивительным образом при наличии плотности электронного заряда и тока в диоде соотношение (8.9) по-прежнему остается правильным (см.: [2, с. 334]). Для этого, очевидно, необходимо выполнение условия сохранения магнитного потока в диоде при наличии в нем электронного тока. Нетрудно догадаться, что максимальную плотность тока из такого диода можно извлечь тогда, когда граница электронного слоя почти касается анода, тем самым компенсируя большую плот-

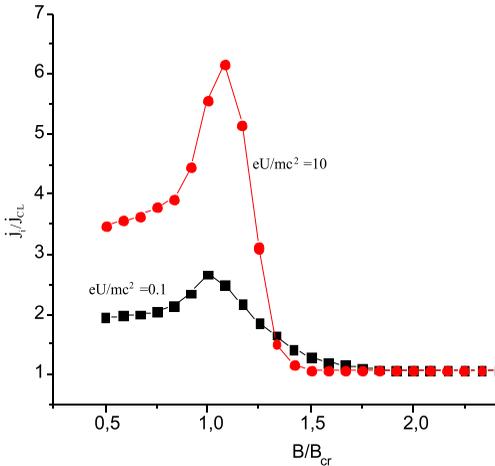


Рис. 59. Зависимость плотности ионного тока, нормированной на плотность тока ионов в соответствии с законом Чайлда – Ленгмюра, от величины магнитного поля в зазоре, отнесенной к критическому полю

ность объемного заряда ионов вблизи анода.

Это утверждение подтверждают результаты численного решения уравнений, описывающих равновесное самосогласованное состояние электронного и ионного потоков в таком плоском диоде с магнитной изоляцией для двух случаев, когда  $\gamma$ -фактор электронов был равен 1,1 и 11 [2, с. 381]. Как видно из рис. 59, для диодного напряжения около 5 МэВ можно получить шестикратный выигрыш по

плотности тока ионного потока по сравнению с величиной плотности, даваемой законом Чайлда – Ленгмюра. Также из численного моделирования движения электронов в таком диоде был получен еще один замечательный факт [2, с. 334, 335]. Он свидетельствует о том, что после адиабатически плавного поднятия потенциала на диоде, т. е. за времена, существенно превышающие период вращения электрона в магнитном поле диода, оказалось, что электроны движутся практически по прямым линиям вдоль оси  $x$  с дрейфовой скоростью, а осцилляторная компонента скорости практически равна нулю.

Конечно, такой диод хорош для аналитического анализа, но не годится для практической реализации, поскольку возникает проблема, куда девать электронный поток. Если его довести до края диода, где электрическое поле постепенно ослабляется, уменьшится дрейфовая скорость электронов, что, в свою очередь, вызовет накопление плотности электронов. Поскольку процесс накопления происходит довольно быстро, он обуславливает раскачку колебаний электрического поля. За счет этого резко возрастают токи утечек электронов на анод, и КПД системы существенно ухудшается. Поэтому возникла идея накопить плотный электронный слой в магнитной ловушке вблизи анода, а потери электронов из него минимизировать. В попытке решить эту проблему были изобретены несколько близких типов магнитно-изолированных диодов, на которых в настоящее время получены рекордные значения мощности и плотности мощности сфокусированных ионных пучков.

Рассмотрим кольцевой ионный диод с магнитной изоляцией (рис. 60), примененный на установке PBFA-II (SNL, г. Альбукерке, США). С помощью подбора соответствующей геометрии магнитных катушек 2 и 5 силовые линии вакуумного магнитного поля в таком диоде идут вдоль поверхности анода и не попадают на катод. Эмиссия электронов в диодный зазор осуществляется с верхней кромки катода 4 и такой же нижней его кромки. Электроны в таком диоде двигаются преимущественно вдоль силовых линий внешнего магнитного поля, дрейфуют в скрещенных электрическом и магнитном полях вдоль азимутального направления, а также очень медленно перемещаются в направлении анода. Этот поток электронов образует плотный электронный слой 10 вблизи поверхности анода 7, покрытой LiF. Наличие такого слоя, с одной стороны, обеспечивает компенса-

цию объемного заряда ионов, вылетающих в диодный промежуток с поверхности анода, а с другой стороны – он является «виртуальным катодом», прозрачным для ионов и позволяющим за счет своей вогнутой формы фокусировать ионный пучок. Ионы атомов Li, имитируемые в диодный зазор плазмой, созданной на поверхности анода разрядом или излучением лазера, ускоряются в диодном промежутке до энергии, соответствующей приложенному напряжению. Для полной обдирки ионы Li пропускаются через майларовую пленку 9, которая также служит для отделения диодного пространства от области транспортировки и сжатия ионного потока 8. В эту область напущен редкий газ с давлением 1–5 Тор, который необходим для нейтрализации ионного потока по заряду.

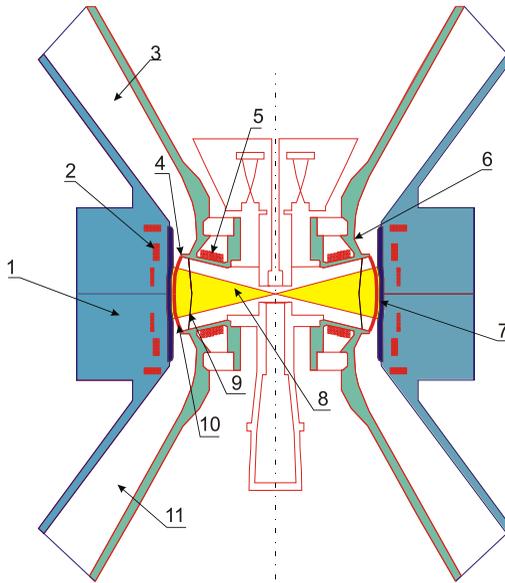


Рис. 60. Схема магнитно-изолированного ионного диода установки РВФА-II: 1 – анодный узел, 2 – катушки магнитного поля анода, 3 – верхняя коническая МИПЛ, 4 – верхняя кромка катода, имитирующая электроны в диодный зазор, 5 – катушки магнитного поля катода, 6 – катодный узел, 7 – плазменный поверхностный источник ионов Li, 8 – ионный поток в области транспортировки и сжатия, 9 – пленка из майлара, 10 – плотный электронный слой, являющийся «виртуальным катодом», 11 – нижняя коническая МИПЛ

В области фокального пятна ионного источника помещают сферическую капсулу с термоядерным горючим. Питание такого кольцевого диода от формирующих линий ускорителя PBFA-II производится через верхнюю и нижнюю конические магнитно-изолированные транспортирующие линии (МИПЛ) 3 и 11.

С помощью такого диода американским физикам в 90-х годах прошлого века удалось получить Li-пучок с энергией ионов около 10 МэВ, током до 2 МА при длительности импульса  $\sim 40$  нс. Общее энергосодержание пучка при этом составило около 3 МДж. За счет рекордно малой угловой расходимости пучка  $\sim 1,2-1,8^\circ$  была получена рекордная для ионных пучков плотность мощности на мишени, которая составила  $\sim 5$  ТВт/см<sup>2</sup>. Однако достигнутые результаты оказались недостаточными для фокусировки пучка на размер термоядерной мишени в инерциальном УТС, который составляет около 1–2 мм. По этой причине в настоящее время работы по получению высокоплотных интенсивных ионных потоков свернуты, а усилия ученых направлены на получение мощного рентгеновского излучения с энергосодержанием  $\sim 10$  МДж и мощностью  $\sim 500$  ТВт, которое предполагается использовать для нагрева термоядерных мишеней.

#### 2.4. Диоды с магнитной самоизоляцией

Работу диода с магнитной самоизоляцией мы уже рассматривали в гл. IV, § 5 для случая, когда ионный ток был много меньше электронного. В этом рассмотрении было показано, что в отсутствие внешнего магнитного поля и при наличии большой плотности электронного тока в диоде (при малом диодном зазоре) происходит замагничивание электронов пучка его собственным магнитным полем. В этом случае электроны, эмитированные с катода, дрейфуют к оси диода под действием скрещенных электрического и магнитного полей со скоростью, даваемой формулой (4.35):  $v_r = -cE_z / H_\theta$ . Не вдаваясь в тонкости точной модели, можно приближенно оценить отношение ионного тока к электронному, используя следующие простые рассуждения [2, с. 344]. Поскольку мы считаем, что поверхности катода и анода обладают бесконечной эмиссионной способностью, то на этих поверхностях электрическое поле равно нулю, а это означает, что полные заряды ионов  $N_i$  и электронов  $N_e$  в

диодном промежутке равны между собой. Тогда в качестве оценки ионного тока можно взять отношение полного ионного заряда к характерному времени пролета ионом диодного зазора:

$$I_i \approx N_i / \tau_i, \quad (8.10)$$

где  $\tau_i \sim 2d / \sqrt{\frac{2eU}{M}}$  (оценка получена в приближении равноускоренного движения). Аналогично оценивая электронный ток, получим:  $I_e \approx N_e / \tau_e$ , где  $\tau_e$  – характерное время движения электрона с периферии диода, т. е. с  $r = R_d$  до  $r = 0$ . Оценим это время. Для простоты считая траекторию электрона прямолинейной, а скорость электрона максимально возможной, т. е.  $v_e \sim c\sqrt{\gamma^2 - 1} / \gamma$ , получим оценку для  $\tau_e \sim \frac{R_d \gamma}{c\sqrt{\gamma^2 - 1}}$ . Отсюда можно получить приближенное

отношение ионного и электронного токов:

$$\frac{I_i}{I_e} \sim \frac{R_d}{d} \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma + 1}} \sqrt{\frac{m}{M}}. \quad (8.11)$$

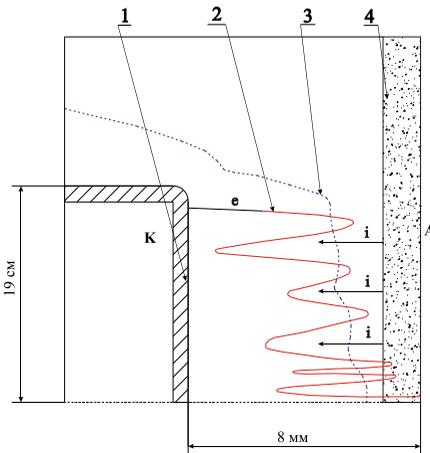


Рис. 61. Схема диода с магнитной самоизоляцией: 1 – катод, 2 – траектория электрона, 3 – эквипотенциаль  $\varphi = 300$  кВ, 4 – анодная плазма

Из этой оценки очевидно, что в таком диоде при соответствующем подборе отношения  $R_d / d$  можно получить большую эффективность генерации ионного пучка. Для подтверждения оценок приведем результаты численного расчета величин ионного и электронного токов для подобного диода. На рис. 61 изображена геометрия диода с магнитной самоизоляцией. Для этой геометрии с помощью численных расчетов методом частиц в ячейках (см.: [2, с. 345]) опреде-

лены основные параметры ионного и электронного потоков: при напряжении на диоде 500 кВ ток электронов составил 285 кА, ток ионов – 300 кА, что говорит о высокой эффективности такого ионного источника. На этом же рисунке приведены типичная траектория одного из периферийных электронов, а также форма эквипотенциали с  $\varphi = 300$  кВ, полученные в этих расчетах. При соотношении  $R_d/d \sim 20$  и  $\gamma = 2$  выражение для соотношения токов (8.11) дает величину, близкую к единице, что соответствует расчетам.

### § 3. Диагностика ионных пучков

#### 3.1. Ионные коллекторы

Для измерения плотности тока ионного пучка используют ионные коллекторы различной конструкции. Схема одного из них представлена на рис. 62. Он состоит из разделительной фольги или пленки 1, которая отделяет ионный поток от низкоэнергетических электронов, сопровождающих ионы во время транспортировки. Если пробег ионов пучка в веществе фольги не превышает ее минимально возможную толщину, то в качестве разделителя можно использовать редкую сетку с поданным на нее отрицательным потенциалом для исключения попадания электронов в коллектор. Для отделения сопровождающих электронов от ионного пучка также может быть применено поперечное магнитное поле достаточной величины, чтобы отклонить или замагнитить эти электроны.

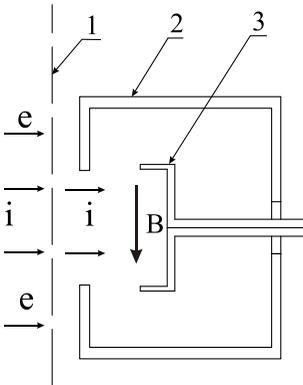


Рис. 62. Схема ионного коллектора: 1 – разделительная сетка или фольга, 2 – защитный кожух – экран, 3 – коллектор

После прохождения области разделения зарядов ионный пучок попадает внутрь защитного кожуха 2 и затем непосредственно на коллектор 3. Вблизи коллектора также создают поперечное магнитное поле, необходимое для исключения ухода из коллектора вторичных электронов, выбитых ионами пучка из материала коллектора.

### 3.2. Время-пролетный метод

Для анализа спектра ионного пучка помимо магнитных анализаторов различного типа, обсуждавшихся в гл. V § 4, возможно применение принципиально отличной от них время-пролетной диагностики. Принцип ее действия состоит в следующем. Вначале ионный пучок должен быть нарезан на короткие по времени сгустки, для этой цели применяют самые различные модуляторы, один из которых показан на рис. 63. Система транспортировки ионного пучка настроена таким образом, что если потенциалы отклоняющих пластин одинаковы, то ионный пучок не проходит сквозь щелевую диафрагму. Когда же на одну из них подан короткий импульс напряжения, пучок отклоняется и в течение короткого времени проходит сквозь диафрагму. Далее ионный сгусток пролетает заметное расстояние  $L$  и попадает на детектор ионов, в качестве которого может быть использован ионный коллектор или, например, сцинтиллятор с ФЭУ. Из анализа формы и длительности зарегистрированного импульса тока ионов можно получить информацию о спектре пучка. Для оценки ширины спектра можно применять сле-

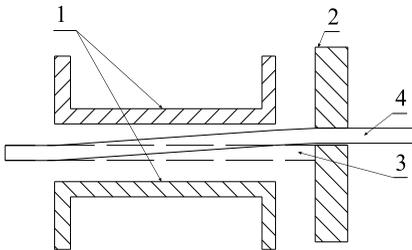


Рис. 63. Модулятор ионного пучка для время-пролетной методики: 1 – отклоняющие пластины, 2 – щелевая диафрагма, 3 – траектории граничных ионов в отсутствие отклоняющего поля, 4 – те же траектории в его присутствии

дующую формулу: 
$$\frac{\Delta v_i}{v_i} \approx \frac{\Delta t v_i}{L},$$

где  $\Delta t$  – характерная длительность сигнала на детекторе ионов, а  $L$  – расстояние от модулятора до детектора ионов. Очевидно, что для извлечения подробной информации о спектре пучка необходимо выполнить условие малости временной длительности сгустка ионов, вырезаемого модулятором, в сравнении с длительностью сигнала детектора ионов  $\Delta t$ .

### 3.3. Метод ослабляющих фильтров

Так же как для измерения энергетического спектра электронов, метод ослабляющих фильтров можно применять и для ионов. Принцип этого метода состоит в измерении тока прошедших ионов пучка за фольгами различной толщины. Так как в распоряжении экспериментаторов имеются обширные базы расчетных и экспериментальных данных по прохождению различных типов ионов в разных веществах в зависимости от энергии ионов, то, зная сорт ионов и измерив ослабление тока пучка различными фольгами, можно определить среднюю энергию ионов и даже с некоторой точностью их энергетический разброс. Также для нахождения спектра ионного пучка возможно применение метода многофольгового анализа (см. гл. V § 4). В отличие от электронов функция распределения термализованных ионов по глубине в веществе сильно пикирована вследствие их малого рассеяния в процессе торможения, по этой причине достоверность восстановления энергетического спектра из многофольгового анализа должна быть значительно выше, чем для электронов.

В качестве некоторой разновидности метода ослабляющих фильтров, дающего информацию об интегральном по времени спектре частиц, можно упомянуть о методике регистрации спектра ионов по измерению их треков в фотоэмульсии.

### 3.4. Пороговые ядерные реакции

Измерение спектра ионов известного сорта возможно также с помощью методики на основе пороговых реакций. Например, для протонов известны следующие пороговые реакции.

Реакция  $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}(\beta^+)^{13}\text{C}$  характеризуется порогом по энергии протона, равным 0,4 МэВ, выходом азота  $7,5 \cdot 10^{-10}$   $^{13}\text{N}$ /протон с периодом полураспада 9 мин, а также сопровождается излучением удобного для регистрации  $\gamma$ -кванта с энергией 2,36 МэВ с эффективностью  $4,7 \cdot 10^9$   $\gamma$ -квантов в секунду на 1 А тока протонного пучка;

Реакция  $^{19}F(p, \alpha, \gamma)^{16}O$  имеет порог по энергии протона, равный 340 кэВ, и также сопровождается излучением  $\gamma$ -кванта с энергией 7,2 МэВ.

Для детектирования дейтронов используются следующие пороговые реакции:

– реакция  $^{12}C(d, n)^{13}N(\beta^+)^{13}C$  характеризуется порогом по энергии дейтрона, равным 600 кэВ, с периодом полураспада  $^{13}N$  – 10 мс;

– реакция  $^{14}N(d, n)^{15}O(\beta^+)^{15}N$  имеет порог по энергии дейтрона, равный 700 кэВ, и период полураспада  $^{15}O$  – 122 с.

### 3.5. Сцинтилляционные детекторы

Для регистрации спектра ионов различной энергии также применяются методики на основе различного рода сцинтилляторов. Для этого ослабленный ионный поток направляют на сцинтиллятор, в котором происходит торможение ионов, в результате чего в нем рождаются фотоны, регистрируемые с помощью ФЭУ. Если временное разрешение такой диагностики достаточно для регистрации отдельных фотонов, рождаемых ионами в веществе сцинтиллятора, тогда из анализа распределения зарегистрированных импульсов света по амплитудам можно судить об энергетическом спектре ионного потока.

### Список литературы

1. Аржанников А. В., Бурдаков А. В., Койдан В.С., Рютов Д.Д. Получение плотного облака осциллирующих электронов // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24, вып. 1. С. 19.
2. Hamphries S. Jr. Charged Particle Beams. QC786.H86. 1990.

## Приложение 1

Функция  $g(\mu)$  выражается через гипергеометрическую функцию следующим образом:

$$g(\mu) = \frac{1}{4} \left[ \frac{2^{\frac{7}{4}} \mu^{\frac{3}{4}}}{3} {}_2F_1\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{7}{4}, -\frac{\mu}{4}\right) \right]^2, \quad (\text{П1.1})$$

из чего можно получить ее аппроксимации, разлагая в ряды при малых и больших значениях переменной  $\mu$ :

$$g(\mu) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{9} \mu^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3\mu}{56}\right)^2, & \text{при } \mu \ll 1, \\ (\sqrt{\mu} - 0.85)^2, & \text{при } \mu \gg 1. \end{cases} \quad (\text{П1.2})$$

На рис. 64 приведены графики функции  $g(\mu)$ , ее довольно точной аналитической аппроксимации  $(\sqrt{\mu+1} - 0.85)^2$ , а также аналогичной функции  $g_1(\mu)$ , использованной для описания биполярного диода (4.28).

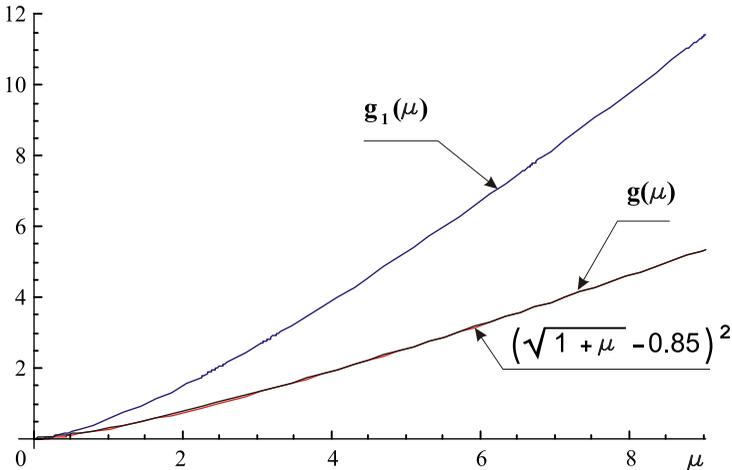


Рис. 64. Графики функций  $g_1(\mu)$ ,  $g(\mu)$  и аппроксимации

Рассмотрим функцию  $h(\xi)$ , которая является решением уравнения (4.10). Используя асимптотики этой функции (4.11) при малых

и больших значениях параметра  $\xi$ , можно построить комбинацию из этих функций, которая удовлетворяет указанным асимптотикам:

$$\bar{h}(\zeta) = \frac{\zeta}{\sqrt[4]{16 + 3\zeta + 9\zeta^2/4}}, \quad (\text{П1.3})$$

и в то же время с точностью лучше 2 % соответствует численному решению, приведенному на рис. 65.

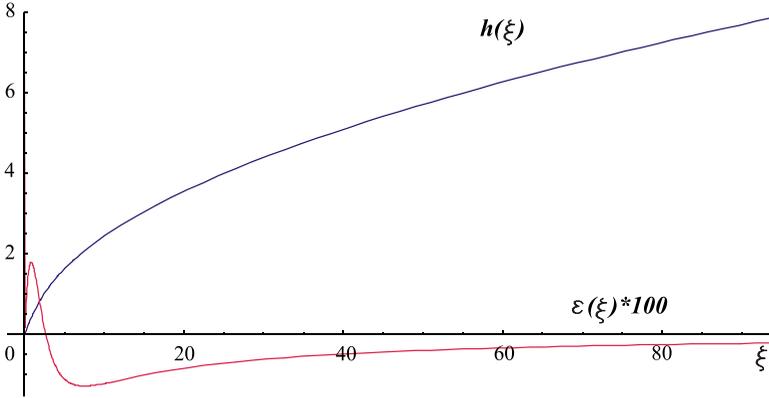


Рис. 65. Графики функций  $h(\xi)$  и  $\varepsilon(\xi)$ , где  $\varepsilon(\xi)$  – относительная ошибка аппроксимации  $h(\xi)$  выражением (П1.3), умноженная на 100

Получим численное решение и аналитическую аппроксимацию для функции  $h_I(\xi, \alpha)$ , которая пропорциональна азимутальной компоненте магнитного поля в биполярном диоде и подчиняется уравнению (4.31):

$$\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi h_I(\xi, \alpha)) = \frac{1}{\sqrt{1 + h_I(\xi, \alpha)^2}} + \alpha. \quad (\text{П1.4})$$

Напомним, что величина  $\alpha$  в этом уравнении равна  $\sqrt{\frac{m}{2M}}(\mu + 2)$ , и для ускорителей прямого действия она находится в пределах:  $0,02 < \alpha < 0,05$ . На рис. 66 представлены графики численного решения уравнения (П1.4) для функции  $h_I(\xi, \alpha)$ , полученные для нескольких значений  $\alpha$  из указанного диапазона. Основываясь на асимптотиках решения при малых и больших значениях  $\xi$ , можно взять в качестве искомого приближения относительно простую

функцию  $\bar{h}_1(\xi, \alpha)$ , отклонение которой от точной функции не превышает 15 %:

$$\bar{h}_1(\xi, \alpha) \approx \bar{h}(\xi) + \frac{\alpha \xi}{2}. \quad (\text{III.5})$$

Для справки приведем более точное аппроксимирующее выражение (погрешность менее 5 %) для функции  $h_I(\xi, \alpha)$ :

$$\bar{h}_1(\xi, \alpha) \approx \left( \bar{h}(\xi) + \frac{\alpha \xi}{2} \right) \left[ 1 - 0.4 \frac{\sqrt{\xi \xi_0}}{\xi + \xi_0} \right], \quad (\text{III.6})$$

где  $\xi_0 = 20/(3\alpha^2)$ .

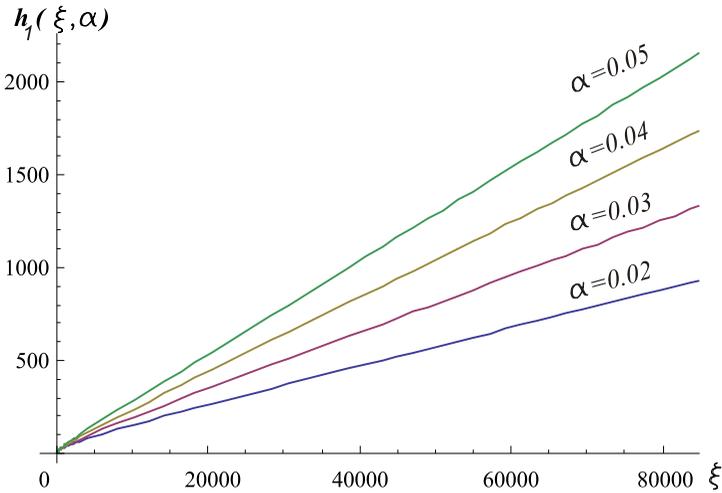


Рис. 66. Графики функции  $h_I(\xi, \alpha)$  для  $\alpha = 0,02 \div 0,05$

## Приложение 2

Дифференцируя выражение (6.17) гл. VI, § 3 по переменной  $r$ , получим плотность частиц в пучке:

$$n(r) = \frac{1}{4\pi e r} \frac{d(rE_r)}{dr} = -\frac{1}{4\pi e} \left[ \frac{2m\omega^2}{e} \frac{1 + \frac{\omega^2 r^2}{2c^2} - \frac{v_z^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} - \frac{v_z^2}{c^2}\right)^{5/2}} - \frac{2\omega r B_0}{c} \frac{1 - \frac{v_z^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} - \frac{v_z^2}{c^2}\right)^2} \right]. \quad (\text{П2.1})$$

Это выражение можно записать в компактном виде:

$$n(r) = n_0 f(y) = n_0 \frac{y^2 + 2\bar{\alpha}y - 3}{y^5}, \quad (\text{П2.2})$$

где использованы следующие обозначения:

$$n_0 = \frac{m\omega^2 \gamma_0^3}{4\pi e^2}, \quad y = \left[ 1 - \left( \frac{r\omega\gamma_0}{c} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \gamma_0 = \left[ 1 - \frac{v_z^2}{c^2} \right]^{-1/2}, \quad \bar{\alpha} = -\frac{eB_0}{\gamma_0 m c \omega}.$$

При рассмотрении функции  $f(y)$  необходимо отметить два обстоятельства: во-первых, эта функция положительна при  $y > \max(y_1, y_2)$  и  $y < \min(y_1, y_2)$ , где  $y_{1,2} = -\bar{\alpha} \pm \sqrt{\bar{\alpha}^2 + 3}$  – нули этой функции, и, во-вторых, из определения переменной  $y$  область ее существования есть интервал  $[0, 1]$ . Исходя из этого, легко показать, что функция  $f(y)$  может быть положительной на интервале  $y \in [0, 1]$  только в случае, когда  $\bar{\alpha} > 0$  и максимальный из корней  $y_{1,2}$  находится левее единицы, т. е.  $\sqrt{\bar{\alpha}^2 + 3} - \bar{\alpha} < 1$ . Таким образом, неотрицательное значение плотности частиц в пучке  $n(r)$  существует только при  $\bar{\alpha} \geq 1$ . Этот факт также подтверждает график функции  $f(y)$ , приведенный на рис. 67, для нескольких значений параметра  $\bar{\alpha}$ .

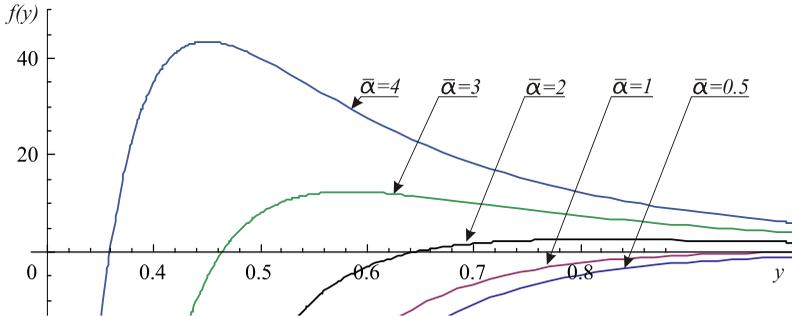


Рис. 67. График функции  $f(y)$  для различных значений  $\bar{\alpha}$

Соответствующие им распределения плотности частиц по радиусу приведены на рис. 68.

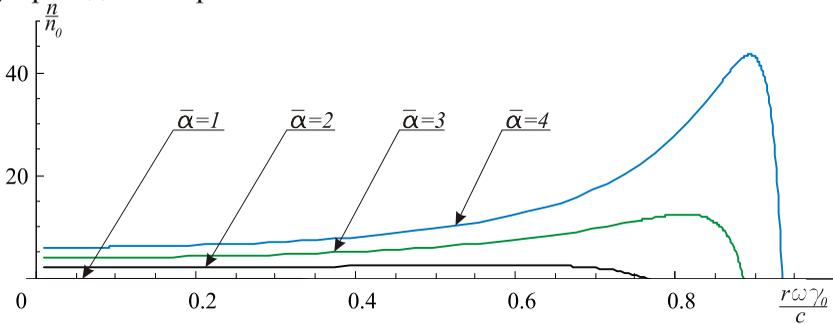


Рис. 68. Распределение плотности пучка по радиусу для различных значений  $\bar{\alpha}$

Вычислим далее величину полного тока в таком пучке. Для этого проинтегрируем плотность тока пучка по его сечению, учитывая предположение о неизменности продольной скорости  $v_z$ :

$$I = 2\pi e v_z \int_0^{r_0} n(r) r dr = r_0 E_r(r_0) \cdot v_z / 2 = \frac{\gamma_0 \beta_z m c^3}{2e} f_1(\bar{\alpha}). \quad (\text{П2.3})$$

Входящая в полученную формулу функция  $f_1(\bar{\alpha}) = \frac{(1 - \gamma_0^2)(\bar{\alpha}\gamma_0 - 1)}{\gamma_0^3}$

выражается через переменную  $\gamma_0 = \sqrt{1 - r_0^2(\omega\gamma_0)^2/c^2}$ , которая со-

держит максимальный радиус пучка  $r_0$ , зависящий от параметра  $\bar{\alpha}$ ,  $r_0 = \frac{\sqrt{2}c}{\omega\gamma_0} \left[ \sqrt{\bar{\alpha}^2(\bar{\alpha}^2 + 3)} - \bar{\alpha}^2 - 1 \right]^{1/2}$ . График функции  $f_1(\bar{\alpha})$  представлен на рис. 69.

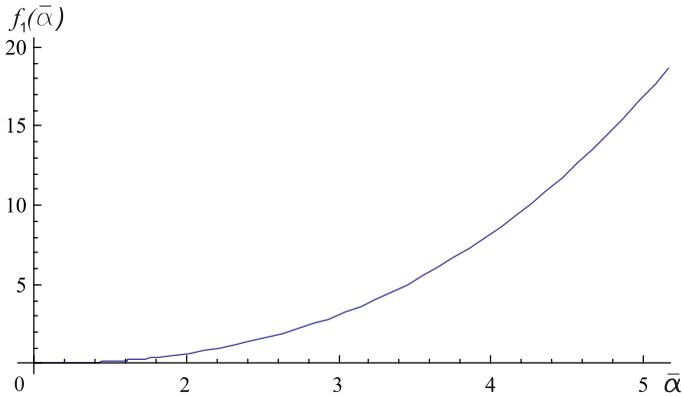


Рис. 69. График функции  $f_1(\bar{\alpha})$

Очевидно, что с ростом параметра  $\bar{\alpha}$  происходит перераспределение плотности заряда на периферию пучка (см. рис. 68), вследствие чего пучок становится все более трубчатым, и его полный ток растет.

## Приложение 3

## Вывод формул для неустойчивости Пирса

Найдем приближенные выражения для корней уравнения (6.43):

$$\frac{(\omega - kv_{\parallel})^2}{\omega_p^2} = \frac{k^2}{k^2 + \chi^2}. \quad (\text{ПЗ.1})$$

Рассмотрим случай  $k \ll \chi$ , тогда в правой его части в знаменателе можно пренебречь  $k^2$ , следовательно,  $\omega - kv_{\parallel} = \pm \frac{k}{\chi} \omega_p$ . Отсюда по-

лучаем:  $k_{3,4} \approx \frac{\omega}{v_{\parallel} \mp \omega_p / \chi}$ . Следующие два корня найдем, предпола-

гая, что  $\omega \ll \sqrt{\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2}$ . Это означает, что в левой части (ПЗ.1) в нулевом приближении можно пренебречь  $\omega$ . В этом случае корни

легко определяются:  $k_{1,2} \approx \pm \sqrt{\frac{\omega_p^2}{v_{\parallel}^2} - \chi^2}$ . Далее, учитывая в первом

приближении малость  $\omega / |k_{1,2} v_{\parallel}|$ , получим:

$$\frac{(\tilde{k} v_{\parallel})^2 - 2\omega \tilde{k} v_{\parallel}}{\omega_p^2} = \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{k}^2 + \chi^2}, \text{ где } \tilde{k} = k + \delta k. \text{ После разложения полу-}$$

ченного равенства по малости  $\delta k / k$  и его решения получаем приближенные выражения для  $k_{1,2}$ :

$$k_{1,2} \approx \pm \sqrt{\frac{\omega_p^2}{v_{\parallel}^2} - \chi^2} + \frac{\omega_p^2 \omega}{v_{\parallel} (\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)}.$$

## Вывод дисперсионного уравнения

Подставим общее решение уравнения (6.38) в виде (6.42) в граничные условия для потенциала  $\varphi$  на обеих торцевых поверхностях цилиндра  $\varphi(r, \theta, 0) = \varphi(r, \theta, L) = 0$ , а также в условия  $\delta\beta_{\parallel}(r, \theta, 0) = 0$ ,  $\delta n(r, \theta, 0) = 0$ , соответствующие нулевым возмущениям плотности

электронов пучка и их продольной скорости на входной торцевой поверхности. Все перечисленные условия должны выполняться при произвольных значениях переменной  $\theta$ , и их можно удовлетворить только, если будут выполнены следующие четыре равенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^4 A_n = 0 \\ \sum_{n=1}^4 A_n e^{ik_n L} = 0 \\ \sum_{n=1}^4 A_n \frac{k_n}{\omega - k_n v_{\parallel}} = 0 \\ \sum_{n=1}^4 A_n \frac{k_n^2}{(\omega - k_n v_{\parallel})^2} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{ПЗ.2})$$

Подставим в последние два равенства в явном виде выражения для

$$k_{3,4} \approx \frac{\omega}{v_{\parallel} \mp \omega_p / \chi}, \text{ а для } k_1 \text{ и } k_2 \text{ оставим без изменения ввиду их гро-}$$

мозкости. После этих преобразований получим условие, при котором система (ПЗ.2) имеет ненулевое решение:

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{ik_1 L} & e^{ik_2 L} & e^{ik_3 L} & e^{ik_4 L} \\ \frac{k_1}{\omega - k_1 v_{\parallel}} & \frac{k_2}{\omega - k_2 v_{\parallel}} & \frac{\chi}{\omega_p} & \frac{\chi}{\omega_p} \\ \left( \frac{k_1}{\omega - k_1 v_{\parallel}} \right)^2 & \left( \frac{k_2}{\omega - k_2 v_{\parallel}} \right)^2 & \left( \frac{\chi}{\omega_p} \right)^2 & \left( \frac{\chi}{\omega_p} \right)^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{ПЗ.3})$$

Вычтем из элементов последней строки элементы первой, умноженной на  $(\chi / \omega_p)^2$ , и полученные выражения в нижней строке заменим на их представление из условия (ПЗ.1). В итоге получим более простой определитель:

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{ik_1 L} & e^{ik_2 L} & e^{ik_3 L} & e^{ik_4 L} \\ \frac{k_1}{\omega - k_1 v_{\parallel}} & \frac{k_2}{\omega - k_2 v_{\parallel}} & \frac{\chi}{\omega_p} & \frac{\chi}{\omega_p} \\ k_1^2 & k_2^2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{ПЗ.4})$$

Вычислив определитель, получим следующее выражение:

$$k_2^2 \frac{\chi}{\omega_p} \left\{ e^{ik_3L} + e^{ik_4L} - 2e^{ik_1L} \right\} - k_1^2 \frac{\chi}{\omega_p} \left\{ e^{ik_3L} + e^{ik_4L} - 2e^{ik_2L} \right\} + \left( e^{ik_4L} - e^{ik_3L} \right) \left( \frac{k_1 k_2^2}{\omega - k_1 v_{\parallel}} - \frac{k_2 k_1^2}{\omega - k_2 v_{\parallel}} \right) = 0. \quad (\text{ПЗ.5})$$

Подставляя в него значения  $k_1$  и  $k_2$  в виде

$$k_{1,2} \approx \pm \sqrt{\frac{\omega_p^2}{v_{\parallel}^2} - \chi^2} + \frac{\omega_p^2 \omega}{v_{\parallel} (\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)}$$

и учитывая при возведении их в квадрат только линейную по  $\omega$  поправку, получим следующее уравнение:

$$-\frac{2\chi}{\omega_p v_{\parallel}^2 \sqrt{\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2}} \left( (\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)^{3/2} (e^{ik_1L} - e^{ik_2L}) - 2\omega \omega_p^2 (e^{ik_1L} + e^{ik_2L} - e^{ik_3L} - e^{ik_4L}) + \frac{\omega \omega_p}{\chi v_{\parallel}} (\omega_p^2 + \chi^2 v_{\parallel}^2) (e^{ik_3L} - e^{ik_4L}) \right) = 0, \quad (\text{ПЗ.6})$$

что и дает дисперсионное уравнение, приведенное в гл. VI, § 6. Далее в выражении (ПЗ.6) подставляем в экспоненты значения  $k_{1,2,3,4}$ , а сами экспоненты раскладываем, предполагая, что  $\omega \cdot L \ll |v_{\parallel} - \omega_p / \chi|$ ,  $\omega \cdot L \ll v_{\parallel} + \omega_p / \chi$ , а также  $\omega \cdot L \ll v_{\parallel} |1 - \chi^2 v_{\parallel}^2 / \omega_p^2|$ . В итоге получаем квадратное уравнение на величину  $\omega$ :

$$i \sin(\varphi) (\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)^{3/2} + 2\omega \omega_p^2 \left[ 1 - \cos(\varphi) - \frac{\varphi \sin(\varphi)}{2} \right] - i \omega^2 \frac{\omega_p^4 L}{v_{\parallel} (\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2)} \left[ 2 \cos(\varphi) + \frac{\varphi \sin(\varphi)}{2} + 1 + \frac{3\chi^2 v_{\parallel}^2}{\omega_p^2} \right] = 0, \quad (\text{ПЗ.7})$$

где использовано обозначение  $\varphi = \sqrt{\omega_p^2 - \chi^2 v_{\parallel}^2} L / v_{\parallel}$ . Из анализа решений этого уравнения следует, что неустойчивость имеет место, если

$$\sin(\varphi) \left( 2 \cos(\varphi) + \frac{\varphi \sin(\varphi)}{2} + 1 + \frac{3\chi^2 v_{\parallel}^2}{\omega_p^2} \right) < 0. \quad (\text{ПЗ.8})$$

Построив зависимость этого выражения как функцию  $\varphi$ , можно заметить, что условие (ПЗ.8) выполнено в окрестности значений  $\varphi = n\pi$ , ( $n=1, 2, \dots$ ), причем в этих областях величина  $\omega$  чисто мнимая, следовательно, неустойчивость является аperiodической. Оценка максимальной величины инкремента неустойчивости Пирса дает значение масштаба:

$$\text{Im}(\omega) \approx \frac{v_{\parallel}}{L}, \quad (\text{ПЗ.9})$$

что соответствует развитию неустойчивости за несколько времен пролета электроном дрейфового промежутка длиной  $L$ .

Учебное пособие

**Синицкий Станислав Леонидович  
Аржанников Андрей Васильевич**

**МОЩНЫЕ ИМПУЛЬСНЫЕ ПУЧКИ**

Учебное пособие

Редактор *Е. П. Войтенко*

Подписано в печать 05.09.2012 г.

Формат 60 x 84  $\frac{1}{16}$ . Офсетная печать.

Уч.-изд. л. 8,75. Усл. печ. л. 8,1. Тираж 50 экз.

Заказ №

Редакционно-издательский центр НГУ  
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2.