

МОДЕЛЬ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА, ВКЛЮЧАЮЩАЯ МЕХАНИЗМ ЗАКУПОРИВАНИЯ ТРЕЩИНЫ ПРОПАНТОМ

Разработана одномерная модель гидроразрыва пласта с учетом примеси пропанта в односкоростном приближении. Влияние пропанта на течение учитывается в модели через вязкость смеси, при достижении концентрации пропанта критического уровня вязкость смеси обращается в бесконечность. Для учета неравенства скоростей жидкости гидроразрыва и пропанта в рамках односкоростного приближения в модель введен специальный механизм фильтрации жидкости через пропант. Предлагаемая модель позволила описать наблюдающееся при гидроразрыве закупоривание трещины. Благодаря механизму учета фильтрации удалось описать уменьшение концентрации пропанта в пробке за счет жидкости вблизи пробки. Изучено влияние расписания закачки на длину трещины.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, пропант, модель РКН, закупоривание трещины.

Введение

Гидроразрыв пласта – это технология интенсификации нефтедобычи путем создания высокопроводящей трещины в продуктивном пласте. При проведении гидроразрыва на первом этапе в скважину под высоким давлением закачивают чистую жидкость («подушку») для быстрого распространения трещины. Затем к жидкости добавляются твердые частицы – пропант. После остановки закачки и утечки жидкости из трещины в породу пропант удерживает трещину раскрытой. Пропант обладает лучшей по сравнению с породой проводимостью, за счет чего увеличивается производительность скважины.

В ходе процесса из-за утечек жидкости в породу пропант достигает кончика трещины, после чего концентрация пропанта в кончике увеличивается и может образоваться так называемая «пробка» из пропанта. При образовании пробки развитие трещины останавливается, давление на скважине увеличивается, что не позволяет продолжать процесс гидроразрыва.

Одной из целей гидроразрыва является создание наиболее длинной трещины, образование пробки препятствует достижению этой цели. Поэтому актуальной задачей является исследование механизмов образования пробки и разработка методов борьбы с этим явлением.

Существует гипотеза, согласно которой закачка с чередованием пульсов чистой жидкости и пропанта позволяет развить более длинную трещину, чем сплошная закачка пропанта. Целью настоящей работы является проверка этой гипотезы на одномерной модели гидроразрыва.

Среди существующих одномерных моделей гидроразрыва выделяются модели Христиановича – Гиртсма – де Клерка (KGD) [1] и Перкинса – Керна – Норджена (РКН) [2]. Отличия состоят в исходных допущениях о геометрии трещины: в модели KGD предполагается, что высота трещины значительно больше ее длины, в модели РКН – наоборот, длина трещины значительно превышает ее высоту. Поскольку в настоящей работе процесс исследуется на стадии образования пробки, когда развита трещина большой длины, в основу построенной модели положена РКН-модель.

Недостатком обеих моделей является отсутствие учета примеси пропанта. В работе [3] модель РКН была дополнена уравнением переноса пропанта и механизмом фильтрационных утечек жидкости гидроразрыва в породе. Кроме того, в этой работе вязкость смеси жидкости гидроразрыва и пропанта считается зависящей от концентрации пропанта, хотя конкретный вид этой зависимости не указан.

Для проверки гипотезы о преимуществе импульсной закачки пропанта, по-видимому, важно учитывать несовпадение скоростей жидкости и пропанта. Однако в модели [3] использовано односкоростное приближение и нет механизма, учитывающего течение жидкости через пропант.

В настоящей работе модель РКН с уравнением переноса пропанта дополнена специальным механизмом фильтрации жидкости через пропант, который позволяет учесть эффект несовпадения скоростей жидкости и пропанта в рамках односкоростного приближения.

Модель гидроразрыва пласта с переносом пропанта и фильтрацией жидкости через пропант

Базовая модель. В модели рассматривается процесс роста трещины в результате закачки смеси жидкости гидроразрыва и пропанта. Целью данной работы является изучение процесса гидроразрыва на завершающих стадиях, когда уже развита достаточно длинная трещина (рис. 1).

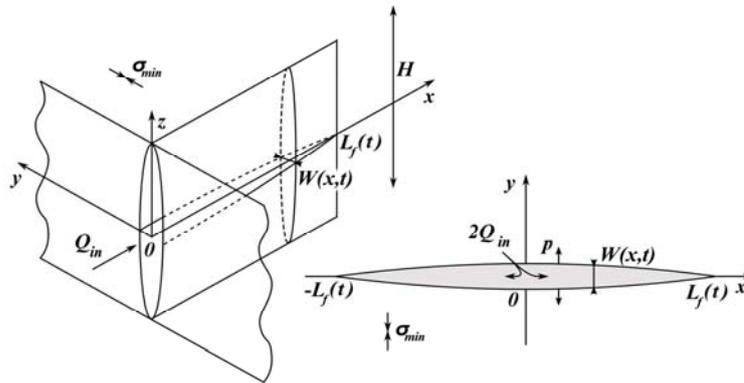


Рис. 1. Геометрическая концепция модели

В связи с этим, как и в модели РКН [2], считается, что трещина распространяется только в продольном направлении и имеет постоянную высоту H , которая значительно меньше ее длины $2L_f$. Тогда можно рассматривать деформации породы в каждом поперечном сечении $x = const$ изолированно, полагая избыточное давление p постоянным во всем сечении. Согласно [4] поперечные сечения в этом случае принимают эллиптическую форму

$$\tilde{W}(z) = \frac{4p}{E'} \sqrt{\frac{H^2}{4} - z^2},$$

где $\tilde{W}(z)$ – профиль раскрытия трещины в поперечном сечении $x = const$; $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ – плоский модуль напряжений; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона. Отсюда вытекает соотношение между максимальной шириной трещины $W = \tilde{W}(0)$ и избыточным давлением p

$$W = \frac{2H}{E'} p. \quad (1)$$

Трещина распространяется в плоскости, проходящей через ось скважины, симметрично относительно нее. Полуудлина трещины составляет L_f .

Смесь жидкости гидроразрыва и частиц пропанта описывается двухфазной жидкостью в односкоростном приближении. Считается, что течение смеси квазиодномерно, т. е. парамет-

ры течения постоянны в каждом поперечном сечении $x = const$. Уравнения неразрывности смеси и пропанта тогда принимают вид

$$\left(\frac{\pi}{4}HW\rho\right)_t + \left(\frac{\pi}{4}HW\rho u\right)_x = -\rho_f Q_L, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\pi}{4}HW\beta\right)_t + \left(\frac{\pi}{4}HW\beta u\right)_x = 0, \quad (3)$$

где $\rho = \alpha\rho_f + \beta\rho_p$ – плотность смеси; ρ_f, ρ_p – плотности жидкости и пропанта; u – средняя скорость смеси в сечении; α, β – объемные концентрации жидкости и пропанта; $\alpha + \beta = 1$.

Утечка жидкости в породе определяется по эмпирическому закону Картера [5]

$$Q_L = \frac{2\alpha HC_L}{\sqrt{t - t_{exp}(x)}},$$

где C_L – коэффициент утечки; $t_{exp}(x)$ – момент времени достижения кончиком трещины точки x .

Решение задачи об установившемся одномерном течении ньютоновской жидкости с вязкостью μ в цилиндрической трубе с эллиптическим сечением, имеющем оси W и H , дает соотношение [6]

$$p_x = -16\mu \left(\frac{1}{H^2} + \frac{1}{W^2} \right) u,$$

В силу малости W по сравнению с H первое слагаемое в скобках можно отбросить. Это уравнение использовано в качестве уравнения для перепада давления смеси в трещине, постоянная вязкость μ заменена соотношением $\mu = \mu(\beta)$ (конкретный вид зависимости приведен ниже):

$$p_x = -\frac{16\mu}{W^2} u. \quad (4)$$

К уравнениям добавлены начально-краевые условия. На скважине задаются расход смеси и концентрация пропанта

$$Q(0,t) = Q_{in}(t), \quad \beta(0,t) = \beta_{in}(t), \quad (5)$$

а в начальный момент и на правой границе области – условие отсутствия возмущений

$$W = 0, \quad \beta = 0, \quad u = 0, \quad p = 0 \quad \text{при } t = 0 \text{ или } x = L, \quad (6)$$

где $L > L_f$ – длина области моделирования.

Модель состоит из уравнений (1)–(4) относительно неизвестных $W(x,t), \beta(x,t), u(x,t), p(x,t)$ с дополнительными условиями (5), (6).

Вязкость смеси. Важной составляющей модели является зависимость вязкости смеси от концентрации пропанта, которая определяет влияние пропанта на течение. В данной модели наиболее существенным является описание этой зависимости при высокой концентрации пропанта.

Этот вопрос экспериментально исследовался в работе [7], в которой рассматривалась суспензия твердых частиц разных типов (сферических, вытянутых, сплюснутых) в ньютоновской жидкости. Взяв смесь с известной концентрацией частиц β , авторы с помощью реометра определяли зависимость $\tau(\dot{\gamma})$ величины сдвиговых напряжений в смеси τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

Полученные зависимости интерпретировались в терминах модели Гершеля – Балкли

$$\tau(\dot{\gamma}) = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n, \quad (7)$$

где τ_0 – предел текучести; K – консистентность, которая характеризует вязкость; n – индекс течения (при $n = 1, \tau_0 = 0$ получается ньютоновская жидкость с вязкостью $\mu = K$). Считалось, что смесь с концентрацией частиц β характеризуется значениями $K(\beta), n(\beta), \tau_0(\beta)$, если при этих значениях параметров модельная зависимость (7) дает наилучшее приближение к найденной экспериментально $\tau(\dot{\gamma})$. Проводя такие измерения для разных β , авторы получали зависимости $K(\beta), n(\beta), \tau_0(\beta)$.

Оказалось, что зависимость $K(\beta)$ для всех рассмотренных типов частиц хорошо описывается предложенным в работе Maron и Pierce [8] законом

$$K(\beta) = K(0) \left(1 - \frac{\beta}{\beta^*}\right)^{-2} \quad (8)$$

со свободным параметром β^* . Для сферических частиц наилучшее приближение было достигнуто при $\beta^* \approx 0,64$.

В настоящей работе смесь жидкости гидроразрыва и пропанта считается ньютоновской жидкостью. Это оправдано тем, что, согласно экспериментальным данным [7], для сферических частиц при $\beta < 0,5$ индекс течения n лежит в пределах $0,9 \leq n \leq 1$, а предел текучести τ_0 близок к нулю. В настоящей работе вязкость смеси определяется по формуле Maron – Pierce (8), в которой вместо $K(0)$ записана вязкость несущей жидкости μ_f ,

$$\mu(\beta) = \mu_f \left(1 - \frac{\beta}{\beta^*}\right)^{-2}. \quad (9)$$

Как видно из рис. 2, при малых концентрациях пропанта его влияние на вязкость смеси невелико и зависимость близка к линейной, а при приближении концентрации к β^* вязкость смеси резко увеличивается.

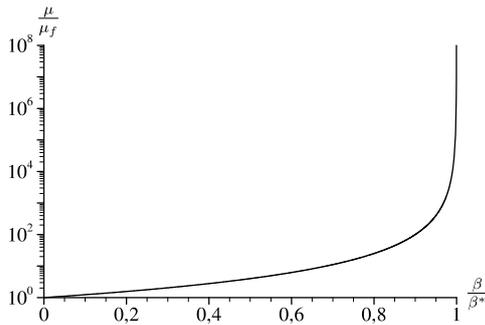


Рис. 2. Зависимость Maron – Pierce (9) вязкости смеси от концентрации пропанта

Механизм фильтрации. На практике в конце процесса гидроразрыва в кончике трещины возможно образование сгущения пропанта – так называемой «пробки» из пропанта. Ввиду плотного размещения частиц и их трения с поверхностями трещины движение пропанта прекращается. Но может наблюдаться течение жидкости через части поперечного сечения канала, не полностью закрытые пробкой, а также фильтрация жидкости через сам пропант. Эти процессы могут существенно повлиять на движение всей трещины, так как способствуют снижению концентрации пропанта в пробке. Поскольку в рамках использованного в модели односкоростного приближения невозможно описать течение жидкости через пропант, для учета этого эффекта в модель добавлен специальный механизм фильтрации.

Механизм реализуется введением в уравнение неразрывности смеси (2) дополнительного диффузионного члена Q_Φ

$$\left(\frac{\pi}{4} HW \rho\right)_t + \left(\frac{\pi}{4} HW \rho u\right)_x = \rho_f (-Q_L + Q_\Phi),$$

который определяется следующим образом:

$$Q_\Phi = (D\alpha_x)_x, \quad (10)$$

$$D = \begin{cases} -K_\Phi \cdot \alpha W \cdot p_x & \text{при } \beta_x > 0 \\ 0 & \text{при } \beta_x \leq 0 \end{cases}$$

где K_Φ характеризует интенсивность фильтрации. Это определение позволяет отразить зависимость объема фильтрующейся жидкости от объема жидкости в трещине и перепада давления. Ожидается, что при возрастании концентрации пропанта в точке будет происходить перенос жидкости, который приведет к «размыванию» пробки пропанта.

Отметим, что введение такого механизма дает дополнительный приток жидкости в трещину с расходом $-K_\Phi \alpha W p_x \big|_{x=0}$, что приводит к нарушению баланса жидкости, но величина дополнительного притока жидкости невелика и отклонение баланса не превышает 1 % от общего объема закачки.

Численный метод

Преобразованные уравнения. Для удобства численного решения исходная система уравнений в переменных W , β , u , p переписана в переменных W , β , $Q = \frac{\pi}{4}Wu$, p и преобразована к эквивалентной форме (здесь $c = \frac{\pi}{4}H$, $r = \frac{E'}{2H}$):

$$\begin{aligned} cW_t + Q_x &= -Q_L + Q_\Phi, \\ cW\alpha_t + Q\alpha_x &= \beta(-Q_L + Q_\Phi), \\ cW^3 p_x + 16\mu Q &= 0, \\ p - rW &= 0. \end{aligned}$$

Начально-краевые условия принимают вид

$$\begin{aligned} W = 0, \beta = 0, Q = 0, p = 0 & \quad \text{при } t = 0, \\ Q = Q_{in}(t), \beta = \beta_{in}(t) & \quad \text{при } x = 0, \\ W = 0, \beta = 0, Q = 0, p = 0 & \quad \text{при } x = L. \end{aligned}$$

В векторной форме уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} AU_t + BU_x + CU &= F, \\ U &= \begin{pmatrix} W \\ \alpha \\ Q \\ p \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cW & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cW^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16\mu & 0 \\ -r & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} -Q_L + Q_\Phi \\ \beta(-Q_L + Q_\Phi) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Неявная итерационная разностная схема. Система уравнений модели аппроксимируется неявной противопоточной схемой

$$A^{n+1} \frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} + (B^+)^{n+1} \frac{U^{n+1} - U_{j-1}^{n+1}}{h} + (B^-)^{n+1} \frac{U_{j+1}^{n+1} - U^{n+1}}{h} + C^{n+1} U^{n+1} = F^{n+1}. \quad (11)$$

Здесь верхний индекс n означает номер слоя по времени, нижний индекс j – номер узла по пространственной координате (отсутствует у функций в j -м узле), Δt – шаг по физическому времени, h – шаг по пространству. Число узлов сетки составляет $M + 1$.

Матрица $B = B^+ + B^-$ расщепляется в зависимости от знака Q так, чтобы аппроксимация производных по x приводила к устойчивой схеме (ε – малый параметр)

$$\begin{aligned} B_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cW^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ Q > \varepsilon &\Rightarrow B^+ = B_1, B^- = B_2, \\ Q < -\varepsilon &\Rightarrow B^+ = B_2, B^- = B_1, \\ |Q| \leq \varepsilon &\Rightarrow B^+ = B^- = \frac{B_1 + B_2}{2}. \end{aligned}$$

Решение этой нелинейной схемы находится методом установления с введением производных по псевдовремени τ

$$\frac{U^{s+1}-U^s}{\Delta\tau} + A^s \frac{U^{s+1}-U^n}{\Delta t} + (B^+)^s \frac{U^{s+1}-U_{j-1}^{s+1}}{h} + (B^-)^s \frac{U_{j+1}^{s+1}-U^{s+1}}{h} + C^s U^{s+1} = F^s, \quad (12)$$

где $U^s = (U^{n+1})^s$. Итерации выполняются с помощью метода векторной прогонки. Диффузионный член Q_Φ (10) аппроксимируется следующим образом:

$$Q_{\Phi,j}^{s+1} = \frac{D_j^s (\alpha_{j+1}^{s+1} - \alpha_j^{s+1}) - D_{j-1}^s (\alpha_j^{s+1} - \alpha_{j-1}^{s+1})}{h^2},$$

$$D_j^s = -K_\Phi \alpha_j^s W_j^s \frac{P_{j+1}^s - P_j^s}{h}.$$

В качестве начального приближения берется значение функций с предыдущего временно-го слоя $(U^{n+1})^0 = U^n$, итерации продолжаются до выполнения критерия остановки

$$\frac{\|U^{s+1} - U^s\|}{\Delta\tau} < \varepsilon_s.$$

Ускорение вычислений за счет сокращения расчетной области. В ходе процесса трещина постепенно распространяется из точки $x=0$, в каждый момент времени занимая лишь часть расчетной области $[0, L]$.

Для уменьшения количества операций метод был модифицирован: при вычислении решения U^{n+1} прогонка не проводится в области, в которой решение U^n мало отличается от невозмущенного. Область включает лишь узлы с номерами $0 \leq j \leq M_e + M_r$, где число M_e – максимальное, удовлетворяющее свойству

$$\|U_{M_e}^n\|_C \geq \varepsilon_1,$$

а число M_r – некоторый «запас». Малый параметр ε_1 подбирается так, чтобы сделать влияние отбрасываемой области несущественным, а запас M_r – чтобы учесть распространение возмущений на шаге.

Модификация привела к уменьшению времени расчета в два раза.

Верификация численного метода

Анализ устойчивости схемы. Для проверки устойчивости проведен спектральный анализ схемы (11) с «замороженными» коэффициентами в случае $Q > 0$, $K = 0$ (без учета механизма фильтрации). В этом случае матрица B расщепляется следующим образом:

$$B^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & SW^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение схемы ищут в виде

$$U^n = U_0 \lambda^n e^{i\omega j h}.$$

После подстановки в схему получается уравнение (введено обозначение $\varphi = \omega h$)

$$\left(A \frac{\lambda - 1}{\tau} + B^+ \frac{\lambda(1 - e^{-i\varphi})}{h} + B^- \frac{\lambda(e^{i\varphi} - 1)}{h} + C\lambda \right) U_0 = 0.$$

Условие существования ненулевого решения U_0 этой системы – равенство определителя ее матрицы нулю

$$\det \left(A \frac{\lambda-1}{\tau} + B^+ \frac{\lambda(1-e^{-i\varphi})}{h} + B^- \frac{\lambda(e^{i\varphi}-1)}{h} + C\lambda \right) = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\lambda-1}{\tau} S & 0 & \frac{\lambda(1-e^{-i\varphi})}{h} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda-1}{\tau} SW + \frac{\lambda(1-e^{-i\varphi})}{h} Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda a \mu & \frac{\lambda(e^{i\varphi}-1)}{h} SW^3 \\ -\lambda r & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Найденные отсюда собственные числа

$$\lambda_1 = \frac{1}{1 + \frac{\tau(1-e^{-i\varphi})Q}{SWh}} = \frac{1}{1 + C(1-e^{-i\varphi})}, \quad C = \frac{\tau Q}{SWh},$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{1 - \frac{\tau(e^{i\varphi}-1)(1-e^{-i\varphi})W^3 r}{h^2 a \mu}} = \frac{1}{1 - D(e^{i\varphi}-1)(1-e^{-i\varphi})}, \quad D = \frac{\tau W^3 r}{h^2 a \mu},$$

$$\lambda_3 = 0, \quad \lambda_4 = 0.$$

по модулю не превосходят единицы

$$|\lambda_1| = \frac{1}{\sqrt{1 + 2C(1+C)(1-\cos\varphi)}} \leq 1,$$

$$|\lambda_2| = \frac{1}{1 + 2D(1-\cos\varphi)} \leq 1,$$

$$\lambda_3 = 0, \quad \lambda_4 = 0.$$

Значит, схема удовлетворяет необходимому признаку устойчивости при всех значениях параметров.

Постановка задачи о распространении трещины. Для исследования свойств численного алгоритма и влияния механизмов переноса пропанта была рассмотрена модельная задача о распространении трещины в породе.

Порода характеризуется модулем Юнга $E = 2,46 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,25$ и коэффициентом утечки $C_L = 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{М}}{\sqrt{\text{с}}}$. В трещину высоты $H = 20$ м с расходом

$Q_{in} = 0,05 \frac{\text{М}^3}{\text{с}}$ закачивается смесь, состоящая из жидкости гидроразрыва с вязкостью $\mu_f = 3 \cdot 10^{-3}$ Па·с и пропанта. Объемная концентрация пропанта в смеси составляет $\beta_{in}(t)$. Вязкость смеси определяется соотношением (9), в котором $\beta^* = 0,64$. В механизме фильтрации установлено значение $K_\phi = 18 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}^4}{\text{Па} \cdot \text{с}}$. Параметры численного метода выбраны равными

$$M = 3840, \Delta t = 0,005, \Delta \tau = 100, L = 50 \text{ м.}$$

Зависимость $\beta_{in}(t)$ определяет расписание закачки. Время закачки «подушки» ($\beta = 0$) составляет 10 с, после закачки подушки в трещину подается смесь с концентрацией пропанта $\beta = 0,05$ (рис. 3).

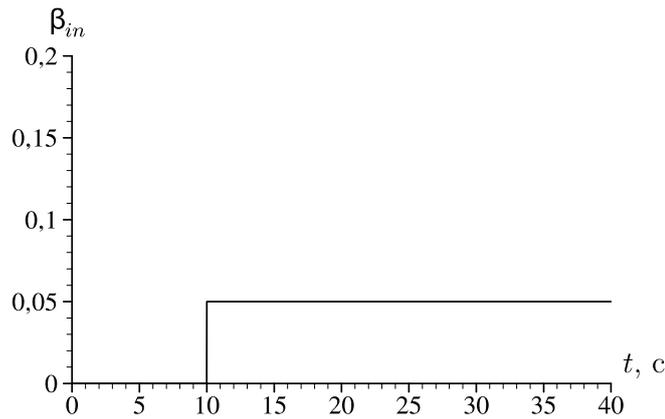


Рис. 3. Входная концентрация пропанта при сплошной закачке

Сходимость внутренних итераций. Сходимость итераций (12) наблюдается в широком диапазоне шагов по псевдовремени. На рис. 4 показана история изменения нормы невязки уравнений $R = \frac{\|U^{s+1} - U^s\|}{\Delta\tau}$ при различных величинах шага по псевдовремени $\Delta\tau$. Увеличение шага $\Delta\tau$ приводит к увеличению скорости сходимости, однако дальнейшее увеличение $\Delta\tau$ (при $\Delta\tau > 10^6$) уже не приводит к увеличению скорости сходимости, более того, сходимость даже может отсутствовать.

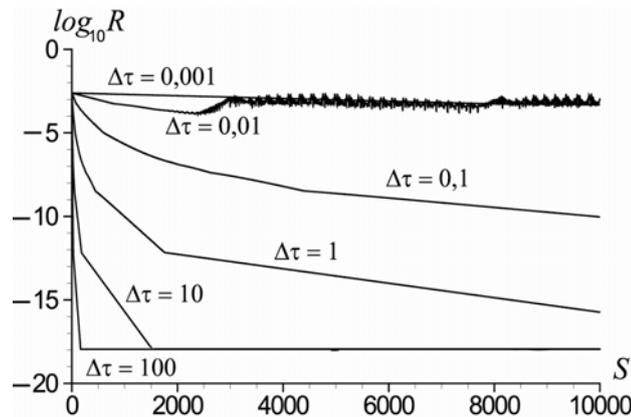


Рис. 4. История сходимости итераций на шаге по времени: $R = \frac{\|U^{s+1} - U^s\|}{\Delta\tau}$ – норма невязки уравнений, s – номер итерации

Для расчетов было выбрано значение $\Delta\tau = 1000$, при котором для достижения критерия остановки требуется 8–10 итераций.

Сеточная сходимость. Для исследования сходимости проведены расчеты распространения трещины на последовательности сгущающихся пространственных сеток $M = 480, 960, 1920, 3840$ и последовательности шагов по времени $\Delta t = 0,012, 0,006, 0,003, 0,0015$ (рис. 5, 6). Исследование проводилось при отсутствии утечек жидкости в породе ($C_L = 0$). Наблюдается сходимость решения в момент $t = 20$ с по норме в L_2 с первым порядком по пространству и первым порядком по времени, что подтверждается теоретическим анализом схемы.

Для расчетов были выбраны параметры $M = 3840$, $\Delta t = 0,005$, при которых относительная погрешность, согласно оценке по правилу Рунге, не превышает 5 %.

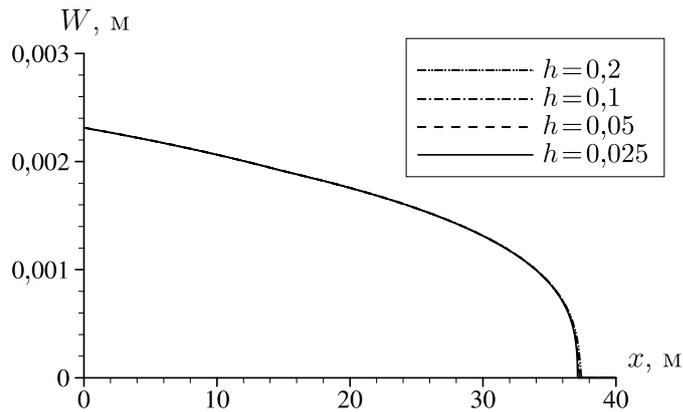


Рис. 5. Профиль ширины трещины в момент времени $t = 20$ с при измельчении шага сетки h , $\Delta t = 0,0015$

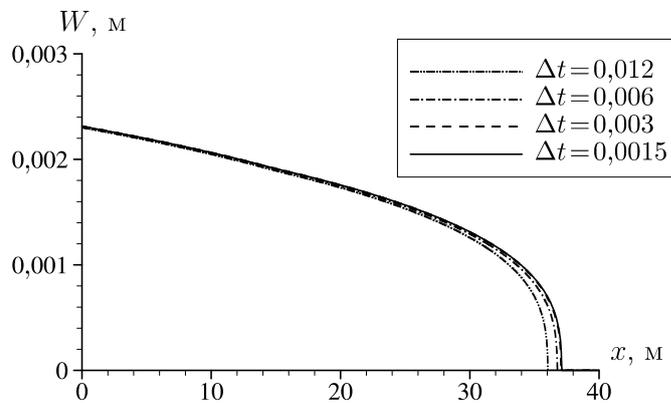


Рис. 6. Профиль ширины трещины в момент времени $t = 20$ с при измельчении шага по времени Δt , $h = 0,025$

Сравнение с результатами PKN-модели. Построенная модель при отсутствии пропанта ($\beta = 0$) эквивалентна PKN-модели [2]. Для дополнительной проверки реализации численного алгоритма было проведено сравнение результатов этих двух моделей. Графики приближенных численных решений для каждой модели приведены на рис. 7, разность между решениями не превышает 1 %.

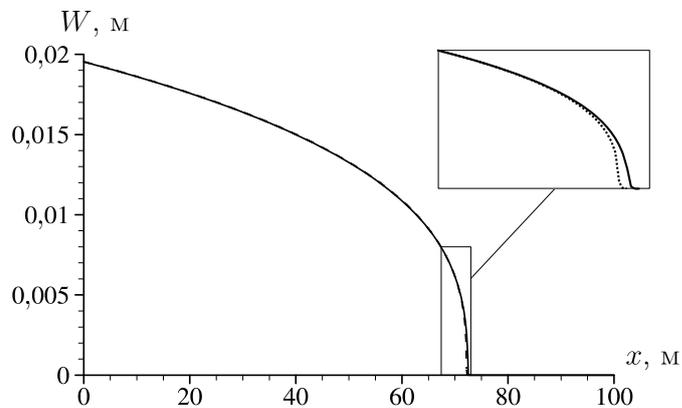


Рис. 7. Профиль ширины трещины, полученный с помощью: настоящей модели (сплошная линия), PKN-модели [2] (штриховая линия)

Приложение модели к процессу гидроразрыва

Основные стадии процесса гидроразрыва. Процесс гидроразрыва можно разделить на следующие стадии: закачка «подушки» (жидкости гидроразрыва без пропанта) для быстрого распространения трещины, закачка смеси жидкости и пропанта, прекращение закачки смеси и утечка жидкости в породу. Находящийся в трещине пропант препятствует полному ее закрытию после утечки жидкости, и в результате получается трещина, заполненная пропантом. В настоящей работе внимание уделено стадии заполнения трещины пропантом.

Для демонстрации поведения модели без механизма фильтрации решена задача о распространении трещины, сформулированная в п. «Постановка задачи о распространении трещины», при $K_{\phi} = 0$. На рис. 8 показаны распределения ширины трещины и концентрации пропанта по длине трещины в различные моменты времени. До момента начала закачки пропанта трещина распространяется при низком давлении в скважине (рис. 8, *а*). Пропант с низкой концентрацией слабо влияет как на скорость распространения трещины, так и на давление в скважине (рис. 8, *б*). Из-за утечки жидкости из трещины в породу пропант достигает кончика трещины (рис. 8, *в*), после чего концентрация пропанта в этой области резко возрастает (рис. 8, *г*). При этом согласно закону (9) возрастает и вязкость смеси. Это приводит к остановке роста трещины (рис. 9, *Магон – Рёрсе*) и сильному повышению давления в скважине. При реальном гидроразрыве в этой ситуации процесс останавливают, так как дальнейшее нагнетание жидкости не приводит к существенному увеличению длины трещины.

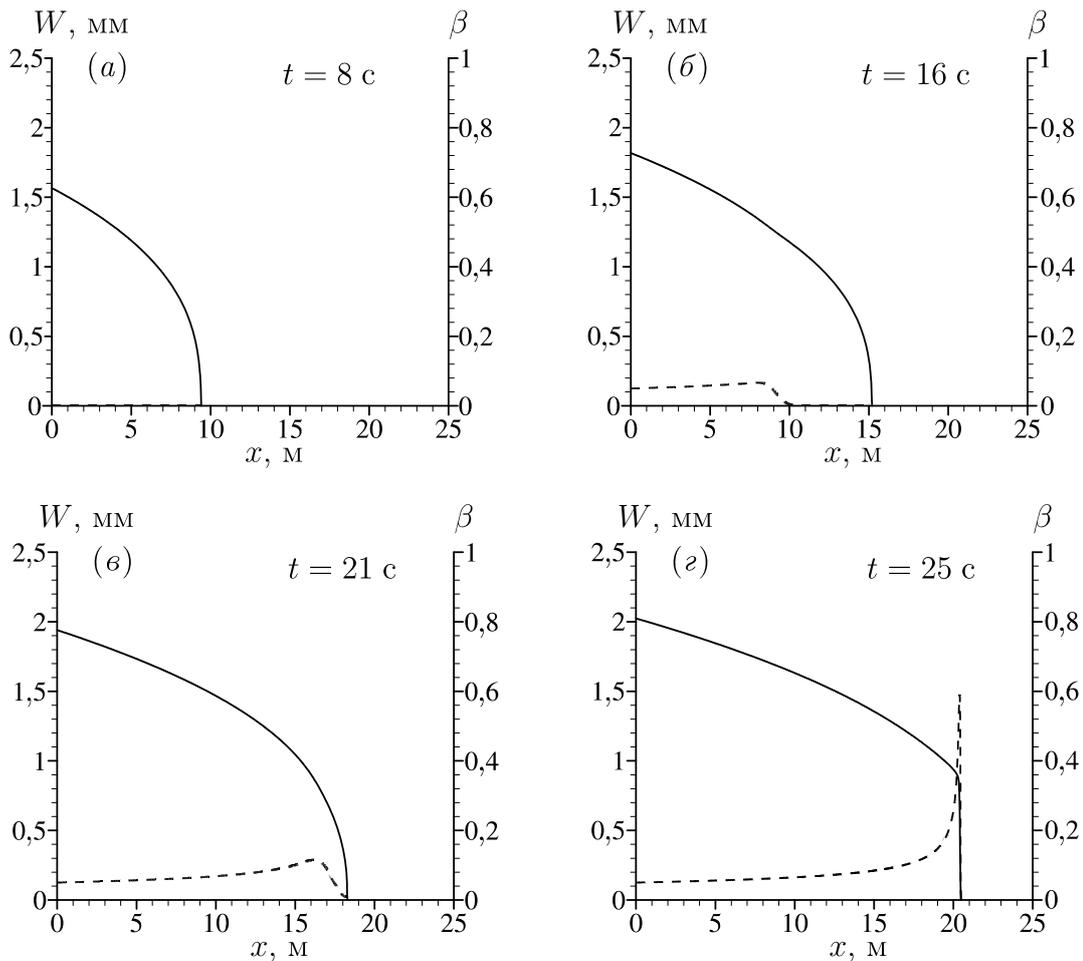


Рис. 8. Основные стадии процесса гидроразрыва. Ширина трещины W (сплошная линия), концентрация пропанта β (штриховая линия) в разные моменты времени: *а* – закачка «подушки»; *б* – начало закачки пропанта; *в* – исчезновение подушки; *г* – образование пробки и остановка трещины

Влияние зависимости вязкости смеси от концентрации пропанта. Отметим, что зависимость вязкости смеси от концентрации пропанта оказывает существенное влияние на процесс. Конкретный вид этой зависимости задается исследователем на основе эмпирической информации. Для оценки влияния этой связи на результаты моделирования были дополнительно проведены расчеты для простейшей линейной формулы

$$\mu(\beta) = (1 - \beta)\mu_f + \beta\mu_p, \quad \mu_p = 3 \text{ Па} \cdot \text{с},$$

где μ_p – параметр, отвечающий значению вязкости смеси при $\beta = 1$.

На рис. 9 приведены зависимости длины трещины от времени при различном выборе связи вязкости и концентрации. Видно, что линейный закон не может применяться при моделировании распространения трещины, так как не позволяет даже качественно передать поведение трещины при повышении концентрации пропанта – в момент образования пробки трещина продолжает распространяться практически с той же скоростью. При использовании зависимости (9) происходит остановка развития трещины и повышение давления на скважине, что соответствует реальным наблюдениям.

Влияние механизма фильтрации жидкости через пробку. Для демонстрации влияния механизма фильтрации, описанного в «Механизме фильтрации», найдено решение задачи о распространении трещины с указанным значением параметра K_ϕ . На рис. 10 приведены распределения ширины трещины и концентрации в момент времени $t = 32$ с после образования пробки пропанта, а на рис. 11 – зависимость длины трещины от времени. На рис. 10 также указана величина дополнительного диффузионного члена Q_ϕ в уравнении неразрывности смеси.

Как и следовало ожидать, механизм фильтрации приводит к снижению концентрации пропанта в кончике трещины. Хотя фильтрация жидкости присутствует лишь в окрестности кончика трещины, влияние этого механизма распространяется на всю трещину вплоть до скважины. Баланс жидкости, как указано при описании механизма фильтрации, нарушается при этом незначительно.

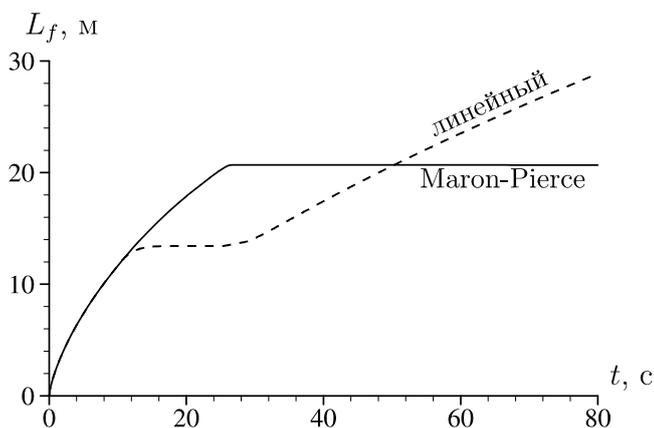


Рис. 9. Зависимость длины трещины от времени при разных способах вычисления вязкости смеси

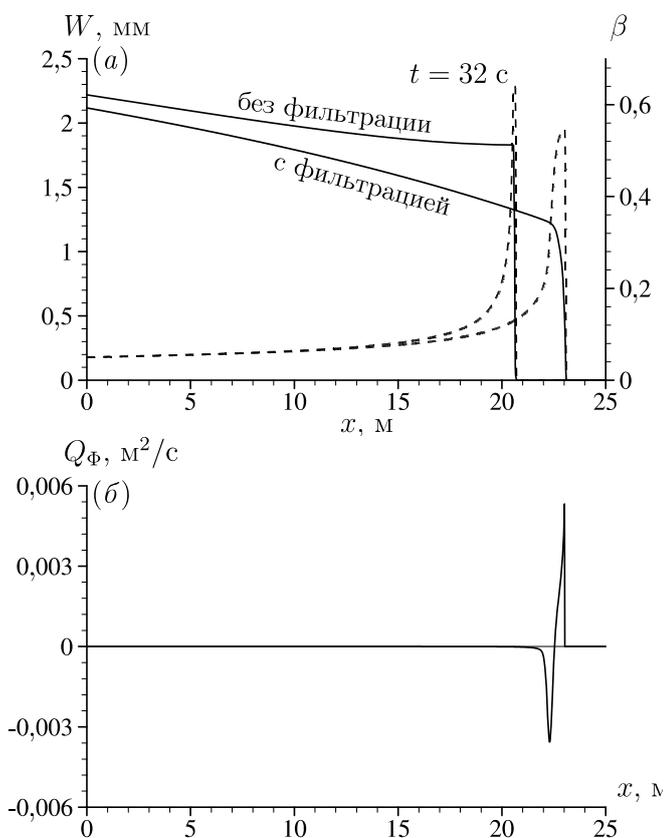


Рис. 10. Влияние механизма фильтрации: а – профиль ширины трещины W (сплошная линия) и концентрации пропанта β (штриховая линия) с учетом и без учета фильтрации; б – величина дополнительного диффузионного члена

Влияние режима закачки пропанта. Целью гидроразрыва является создание наиболее длинной трещины, заполненной пропантом. Формирование пробки пропанта препятствует достижению этой цели. Существует гипотеза о том, что чередование при закачке чистой жидкости и смеси может позволить трещине распространиться дальше после образования пробки пропанта.

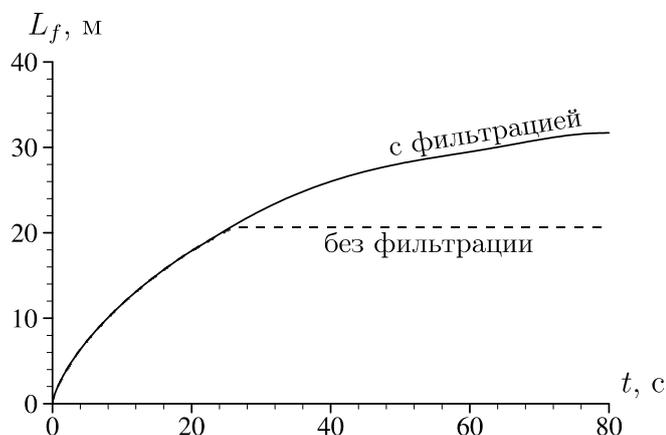


Рис. 11. Зависимости длины трещины от времени с учетом и без учета фильтрации

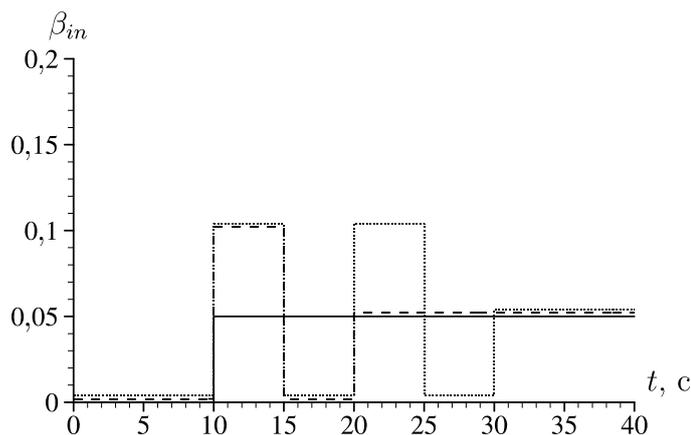


Рис. 12. Входная концентрация пропанта при сплошной и импульсной закачке (графики приведены с малым смещением по вертикальной оси): сплошная закачка (сплошная линия), один импульс (штриховая линия), два импульса (пунктирная линия)

Предлагаемая модель была применена для проверки этой гипотезы. Было проведено сравнение результатов при сплошной и импульсной закачках пропанта. Рассматривались режимы с одним и двумя импульсами (рис. 12). Для всех трех режимов на рис. 13 приведены распределения ширины трещины и концентрации пропанта в разные моменты времени, зависимости длины трещины от времени показаны на рис. 14.

Видно, что импульсная закачка пропанта позволила достичь большей длины трещины за меньшее время, а значит при меньших затратах. Так, в описываемом примере при импульсной закачке для создания трещины длиной 36 м потребовалось $V = 2,88 \text{ м}^3$ жидкости, а при сплошной закачке для создания трещины длиной 32 м – $V = 3,35 \text{ м}^3$ жидкости. Отметим, что результаты закачки одним и двумя импульсами отличаются незначительно.

Эффект увеличения длины трещины объясняется тем, что чистая жидкость, следующая за первым импульсом пропанта, снижает концентрацию пропанта в пробке, что приводит к снижению вязкости смеси и увеличению ее подвижности.

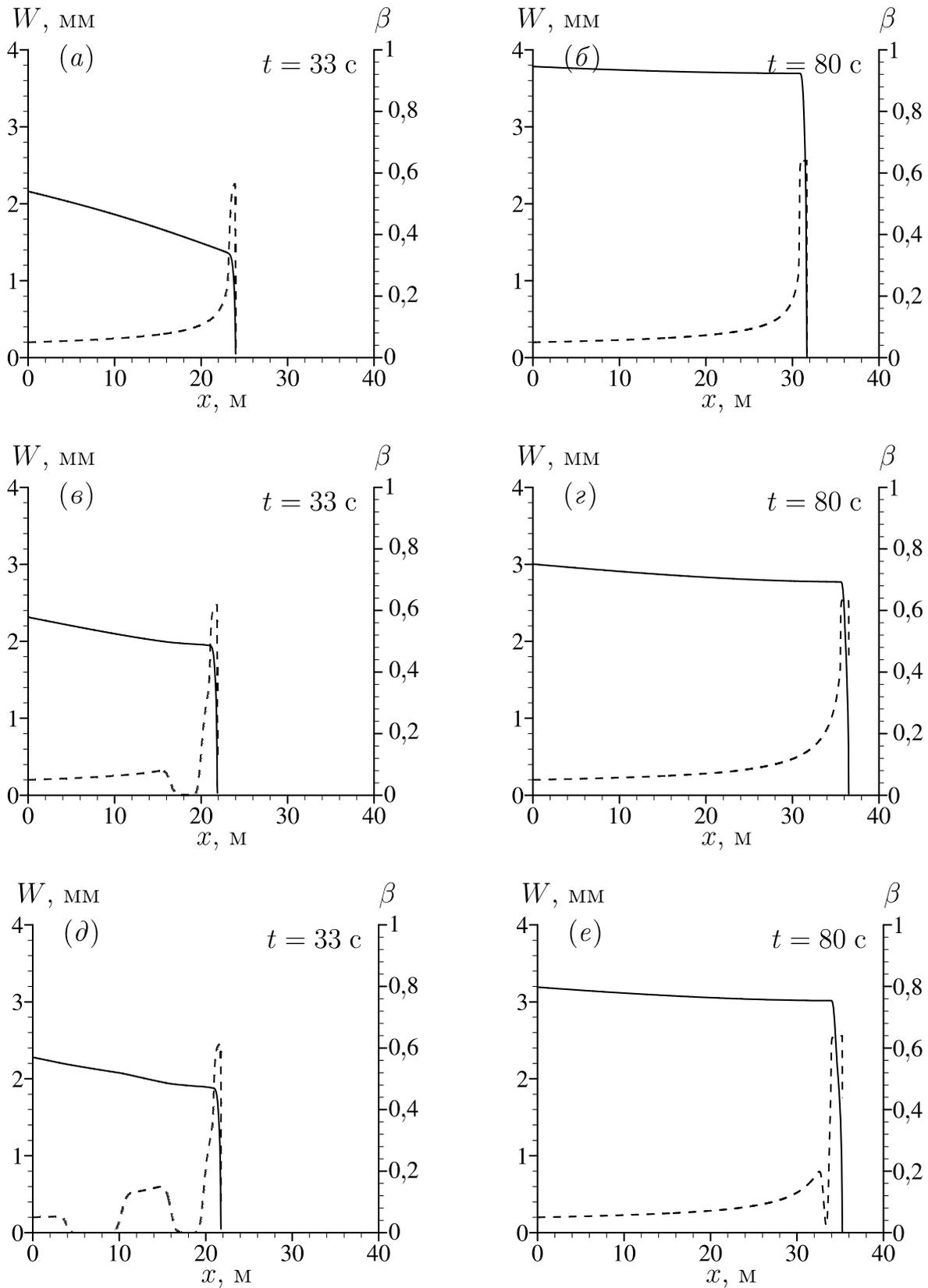


Рис. 13. Сравнение режимов закачки. Распределения ширины трещины W (сплошная линия) и концентрации пропанта β (штриховая линия): а, б – сплошная закачка; в, г – один пульс; д, е – два пульса

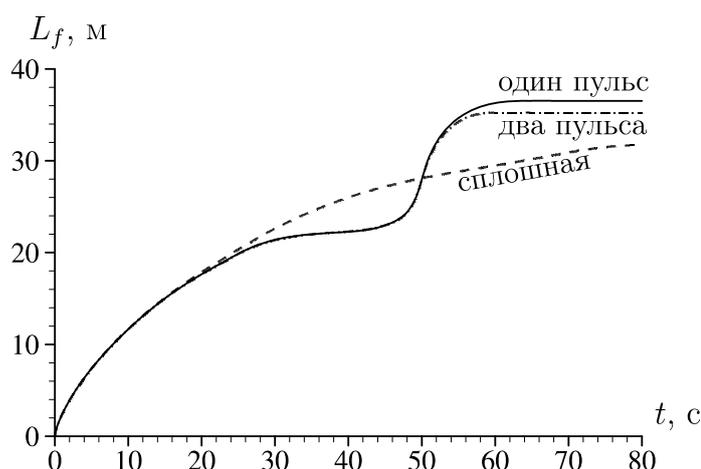


Рис. 14. Зависимости длины трещины от времени при разных режимах закачки

Другой причиной увеличения длины трещины может быть проникновение жидкости в область за пробкой и повышение давления в окрестности кончика, в результате чего трещина распространяется за пробкой. Однако в рамках используемой односкоростной модели описание этого эффекта невозможно. Тем не менее даже предлагаемая модель показывает, что при некоторых сочетаниях параметров можно добиться увеличения длины трещины за счет чередования закачки чистой жидкости и смеси.

Заключение

В настоящей работе проведено качественное исследование поведения трещины в момент образования пробки пропанта. Показано, что эффекты в окрестности кончика влияют на всю трещину. Установлено, что важное значение здесь имеет зависимость вязкости смеси от концентрации.

Построенная модель показывает принципиальную возможность увеличения длины итоговой трещины путем импульсной закачки пропанта. Однако этот эффект нуждается в дополнительном исследовании на моделях, которые учитывают несовпадение скоростей несущей жидкости и пропанта.

Список литературы

1. *Geertsma J., de Klerk F.* A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures // *J. Petrol Technol.* 1969. № 12. P. 1571–1581.
2. *Nordgren R. P.* Propagation of a vertical hydraulic fracture // *Soc. Petrol. Eng. Journal.* 1972. Vol. 12. No. 4. P. 306–314.
3. *Ентов В. М., Зазовский А. Ф., Стелин И. Б., Хараидзе Д. М.* Одномерная модель распространения трещины гидроразрыва // *Материалы IX Всесоюз. семинара «Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофазных сред».* Якутск, 1988. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1989. С. 91–95.
4. *Sheddon I. N., Elliott A. A.* The opening of a griffith crack under internal pressure // *Quarterly of Appl. Math.* 1946. № 4. P. 262–267.
5. *Carter R. D.* Derivation of the general equation for estimating the extent of the fractured area // *Howard G. C., Fast C. R. (eds.) Optimum fluid characteristics for fracture extension, Drilling and Production Practices.* N. Y.: American Petroleum Institute, 1957. P. 261–270.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика: Учеб. пособ. для вузов: В 10 т. 5-е изд., стереотип. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т. 6: Гидродинамика. 736 с.

7. *Mueller S., Llewellyn E. W., Mader H. M.* The rheology of suspensions of solid particles // Proc. R. Soc. A, 2010. Vol. 466. P. 1201–1228.
8. *Maron S. H., Pierce P. E.* Application of Ree-Eyring generalized flow theory to suspensions of spherical particles // J. Colloid Sci. 1956. Vol. 11. P. 80–95.

Материал поступил в редколлегию 18.02.2014

P. V. Karnakov, V. N. Lapin, S. G. Cherny

A MODEL OF HYDRAULIC FRACTURING WITH FRACTURE PLUGGING MECHANISM

One-dimensional model of hydraulic fracturing with proppant transport is proposed. Proppant transport is simulated in one velocity approach. Viscosity of the mixture is written as a function of proppant concentration to take influence of proppant on fluid flow into account. Viscosity supposed to be equal to infinity if proppant concentration reaches the critical value. In order to simulate inequality of fluid and proppant velocity fields the original submodel of fluid filtration is introduced. The developed model allows to simulate the effect of fracture plugging that is observed in fields. Submodel of fluid filtration shows that proppant concentration in the plug at fracture tip decreases because of fluid filtration from the plug vicinity. The influence of pump schedule on fracture length is investigated using developed model.

Keywords: hydraulic fracturing, proppant transport, PKN-model, plug at fracture tip.