

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ РЕГИОНАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ ЦЕН*

Введение

Обширность территории России и значительная экономическая неоднородность её регионов дают основания предположить, что динамика цен в стране обладает региональными отличиями — в частности, инфляционные процессы могут идти в разных частях России с разной скоростью. На первый взгляд, эта гипотеза подтверждается статистическими данными, говорящими о том, что темпы роста цен весьма разнятся по субъектам федерации. Вопрос в том, случайны эти различия или же закономерны, и, если динамика цен в стране действительно имеет специфические региональные составляющие, насколько велика их роль. В настоящей статье предпринята попытка ответить на этот вопрос. Её цель — получить статистическое описание того, как происходит рост цен в России, если рассматривать его в пространственном аспекте, и выявить характерные черты совместной динамики региональных уровней цен.

Подобные «стилизированные факты» для поведения общего уровня цен на национальном уровне описывались в литературе по инфляции (см., например, [1]). Немалое число работ посвящено изучению характерных особенностей динамики финансовых индикаторов. Среди таких особенностей отмечаются автокоррелированность, GARCH-эффект («кластеризация волатильности»), сильный положительный эксцесс распределения и т.п. ([2] и др.). С точки зрения исследования динамики цен на отдельные товары классическим считается фундаментальный труд Ф. Миллса по американской экономике [3], в котором отмечены многие интересные закономерности. Однако в пространственном аспекте изучались только отдельные стороны процессов инфляции — в частности, в [4-6].

В данной работе проводится многосторонний статистический анализ динамики совокупности общих уровней цен в регионах России. Он включает проверку стационарности и автокоррелированности временных рядов уровней цен, изучение соотношения временных и региональных эффектов в динамике цен, исследование изменчивости уровней цен и межрегионального взаимодействия их поведения (пространственной автокорреляции). Результаты анализа позволяют заключить, что региональные различия в динамике цен имеют место, однако они относительно невелики.

Данные и методология

Предметом анализа являются общие уровни потребительских цен по регионам России. Через P_{rt} мы будем обозначать индекс цен в регионе r ($r = 1, \dots, R$) в момент времени t ($t = 1, \dots, T$). Поскольку используются помесечные данные, то t — номер месяца.

В качестве исходных данных использовались официальные сводные индексы потребительских цен Госкомстата РФ. Охвачен период с января 1994 г. по май 1999 г., всего 65 месяцев ($T = 65$). Из рассмотрения были исключены регионы, для которых не имеется полных временных рядов за весь этот период: все автономные округа, а также Чеченская Республика и Республика Ингушетия. Таким образом, в анализе участвовали 77 регионов ($R = 77$).

Как правило, Госкомстат публикует данные о ценах в виде цепных индексов, $p_{rt} = P_{rt} / P_{r,t-1}$, т.е. *темпов роста* цен. Для того, чтобы получить обычный индекс, характеризующий динамику *уровня* цен, следует перемножить эти цепные индексы:

$$P_{rt} = P_{r1} \prod_{\tau=1}^t p_{r\tau}, \quad (1)$$

Индекс цен P_{rt} задается этой формулой с точностью до множителя, который может быть выбран произвольно и не может повлиять на результаты наших расчетов.

Следует отметить, что поведение *сводного* индекса цен имеет в России специфическую черту. Она связана с особенностями динамики тарифов на платные услуги, которые, наряду с ценами потребительских товаров, охватывает сводный индекс. Дело в том, что тарифы для наиболее значимой части услуг устанавливаются или регулируются местными органами власти. Поэтому изменение таких тарифов происходит скачками, обуславливая характерную пилообразную динамику цен услуг и значительное её различие по регионам. Тем не менее, поскольку динамика тарифов на услуги является важной частью общей инфляционной динамики, исследование именно сводных индексов потребительских цен вполне оправданно.

В качестве базы для сопоставления динамики уровней региональных цен примем общероссийский уровень цен, публикуемый Госкомстатом, который будем обозначать P_t . (Таким правилом обозначения переменных мы будем пользоваться и в дальнейшем, опуская индекс региона r , чтобы обозначить общероссийский показатель.) В *относительный региональный уровень цен* рассчитывается как

$$Q_{rt} = P_{rt} / P_t. \quad (2)$$

На основе индексов P_{rt} можно вычислить региональные темпы инфляции. Нам более удобно использовать темпы инфляции, рассчитанные как логарифмические темпы прироста, т.е.

$$\pi_{rt} = \ln(P_{rt} / P_{r,t-1}) = \ln P_{rt} - \ln P_{r,t-1} = \Delta \ln P_{rt}, \quad (3)$$

где Δ — стандартное обозначение первой разности. Они отличаются от традиционно используемых темпов инфляции, (например, публикуемых Госкомстатом)¹, которые вычисляются как

$$p_{rt} - 1 = \frac{P_{rt} - P_{r,t-1}}{P_{r,t-1}}. \quad (4)$$

Аналогичным образом рассчитывается среднероссийский темп инфляции π_t :

$$\pi_t = \ln(P_t / P_{t-1}) = \ln P_t - \ln P_{t-1} = \Delta \ln P_t, \quad (5)$$

При анализе динамики региональных цен интерес прежде всего представляют (если использовать терминологию математической статистики) первые несколько моментов распределений. Выборочные моменты — это те статистические показатели, которые легче всего поддаются содержательной интерпретации. Исследование первых моментов (на уровне математического ожидания) интерпретируется как анализ взаимодействия между показателями *в среднем*. Анализ дисперсии можно интерпретировать как анализ *изменчивости* или неопределенности. Смешанные вторые моменты, ковариации и корреляции, характеризуют *силу связи* между показателями. Могут представлять интерес также третий и четвертый моменты, которые характеризуют асимметричность распределения и наличие выбросов. Такой подход и положен в основу дальнейшего рассмотрения.

Набор региональных индексов цен $\{P_{rt}\}$ (так же, как и производные показатели, $\{Q_{rt}\}$ и $\{\pi_{rt}\}$) представляет собой *панельные данные*, т.е. данные, имеющие как пространственное (r), так и временное (t) измерение. Далее в некоторых случаях нам понадобится преобразовывать панель того или иного показателя — матрицу $\{x_{rt}\}$ — в один «длинный» вектор, для определённости в вектор-столбец. Для таких векторов введём обозначение $x^{[ij]}$, где j — наиболее быстро меняющийся индекс, т.е. i остаётся постоянным, пока j не пробежит все свои значе-

¹ Различные исследователи отмечали, что распределение логарифмических темпов инфляции больше напоминает нормальное. Кроме того, они удобны тем, что являются простыми первыми разностями логарифма индекса цен.

ния. Таким образом, в векторе $\mathbf{x}^{[rt]}$ следуют подряд наблюдения для одного и того же региона, а в векторе $\mathbf{x}^{[tr]}$ — для одного и того же месяца. Формально,

$$\mathbf{x}^{[rt]} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{1.} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{r.} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{R.} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^{[tr]} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{.1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{.t} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{.T} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{x}_{r.}$ — r -я строка матрицы $\{x_{rt}\}$, а $\mathbf{x}_{.t}$ — t -й столбец этой матрицы.

Анализ панельных данных сопряжен с теми же проблемами, которые характерны для временных рядов, поскольку при фиксированном r наблюдения составляют временной ряд. Сложности, возникающие при анализе панельных данных, становятся ясными, если сопоставить методы анализа выборки (т.е. совокупности независимо и одинаково распределенных наблюдений) с методами анализа временного ряда. Последние существенно сложнее, поскольку отдельные наблюдения временного ряда взаимосвязаны между собой. В случае нестационарности временных рядов анализ еще более усложняется, и часто приходится брать не исходный ряд, а его разности, чтобы добиться стационарности, а затем анализировать уже стационарный ряд. Соответственно, анализ нестационарных панельных данных характеризуется такими же трудностями. С этими трудностями предстоит столкнуться и в рамках этой статьи. Кроме того, вполне вероятно, что панельные данные могут не быть независимыми не только во временном, но и в пространственном аспекте (такое явление называют пространственной автокорреляцией).

Автокорреляция и стационарность относительных уровней цен

Абстрагируемся пока от того, что поведение относительных уровней цен Q_{rt} в разных регионах может быть взаимосвязано и будем рассматривать их как отдельные временные ряды. Из многочисленных исследований известно, что индексы цен (точнее их логарифмы), представляют собой нестационарные процессы класса $I(1)$, т.е. характеризующиеся интегрированностью первого порядка. При этом первые разности логарифмов индексов цен, т.е. темпы инфляции, являются стационарными, хотя и очень сильно автокоррелированными. Интересно изучить аналогичные свойства относительных цен. Одним из свойств стационарных процессов является то, что они возвращаются к своему математическому ожиданию. Стационарность относительных цен в содержательных терминах можно интерпретировать так, что вызванное каким-либо возмущением увеличение разрыва между среднероссийским и региональным уровнями цен со временем ликвидируется (например, за счёт действия рыночных сил).

Для проверки стационарности относительных уровней цен используем уравнение авторегрессии:

$$\ln Q_{rt} = w_{r0} + w_{r1} \ln Q_{r,t-1} + \dots + w_{rp} \ln Q_{r,t-p} + \varepsilon_{rt}. \quad (6)$$

Обозначим сумму коэффициентов авторегрессии через W_p :

$$W_p \equiv \sum_{j=1}^p w_{rj}, \quad (7)$$

Если выполнено равенство $W_p = 1$, то один из корней характеристического уравнения, соответствующего рассматриваемому авторегрессионному процессу, равен 1, а значит, процесс является нестационарным. Равенство $W_p = 1$ используется в качестве нулевой гипотезы, а неравенство $W_p < 1$ — в качестве альтернативной (случай $W_p > 1$, соответствующий «взрывному» авторегрессионному процессу, не рассматривается).

Уравнение (6) с $p = 4$ было оценено для всех 77 регионов. Средняя по регионам сумма коэффициентов авторегрессии $W_4 = w_{r1} + w_{r2} + w_{r3} + w_{r4}$ оказалась равной 0,89. Как известно из

теории авторегрессионных процессов, оценка коэффициентов авторегрессии методом наименьших квадратов является смещенной. Для корректировки этого смещения можно использовать метод Монте-Карло. Проведя 10000 экспериментов, мы нашли, что в случае случайного блуждания $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ длиной в 65 наблюдений среднее (по экспериментам) оценки авторегрессионного коэффициента ρ из регрессии $x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$ равно примерно 0,91. С помощью t -статистики была проверена гипотеза $W_4 = 0,91$ (в предположении, что во всех регионах величина W_4 одинакова), иначе говоря, гипотеза о наличии в авторегрессиях единичных корней. Поскольку уровень значимости t -статистики оказался равным 0,0019, эта гипотеза отвергается.

Однако процессы всё же очень близки к нестационарности (скорректированная на смещение оценка W_4 равна примерно 0,98). На рис. 1 сопоставлены оценки плотности распределения² авторегрессионных коэффициентов для случайного блуждания (полученных методом Монте-Карло) и для относительных уровней цен в регионах России. Как видно, они довольно похожи. Количественные характеристики этих распределений приведены в Табл. 1.

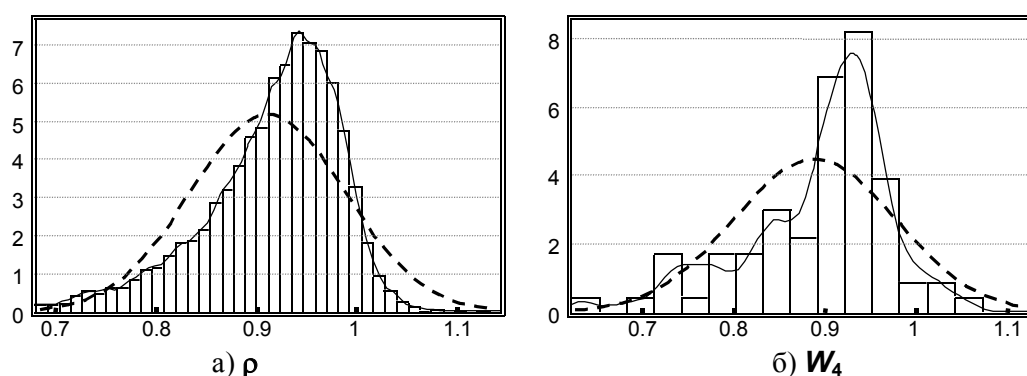


Рис. 1. Распределения авторегрессионных коэффициентов

Таблица 1

Описательные статистики авторегрессионных коэффициентов

Статистика	ρ (случайное блуждание)	W_4 (относительные уровни цен)
Среднее	0,91	0,89
Среднеквадратичное отклонение	0,077	0,09
Медиана	0,93	0,91
Коэффициент асимметрии	-1,6	-1,4
Коэффициент эксцесса	4,9	2,9

Среднее коэффициента w_{r2} оказалось равным $-0,12$ и значимо отличным от нуля, а коэффициентов w_{r3} и w_{r4} — соответственно $-0,001$ и $0,017$ при незначимом отличии от нуля. Таким образом, следует принять $p = 2$.

Из проведённого анализа следует, что в целом динамика относительных цен в регионах России довольно близко описывается процессами типа «случайное блуждание» (т.е. авторегрессионными процессами первого порядка, в которых $w_{r1} = 1$). Поэтому темпы прироста относительных уровней цен,

$$\Delta \ln Q_{rt} = \Delta \ln P_{rt} - \Delta \ln P_t = \pi_{rt} - \pi_t, \quad (8)$$

² Здесь и далее на диаграммах приводятся оценки плотности, полученные методом гистограмм (столбики) и ядерные оценки плотности (плавные линии). Для сравнения на каждой диаграмме пунктиром изображена также плотность нормального распределения с тем же средним и дисперсией.

в первом приближении можно рассматривать как белый шум. В Табл. 2 приведены характеристики их распределения при представлении совокупности $\{\Delta \ln Q_{rt}\}$ рядом $\Delta \ln Q_{rt}^{[rt]}$, а на Рис. 2 — оценки плотности распределения.

Таблица 2

Описательные статистики темпов прироста относительных уровней цен	
Статистика	Значение
Среднее	-0,0009
Среднеквадратичное отклонение	0,020
Медиана	-0,0010
Коэффициент асимметрии	-0,84
Коэффициент эксцесса	9,8
Коэффициент автокорреляции первого порядка	0,078
Коэффициент ранговой автокорреляции первого порядка (Спирмена)	0,126

Медиана распределения значимо отрицательна (уровень значимости менее 0,0001). Обращает на себя внимание большой положительный эксцесс (ср. также оценку плотности на Рис. 2). Распределение темпов прироста относительных уровней цен хорошо описывается (с учетом центрирования и нормирования) распределением Стьюдента с 2 степенями свободы³.

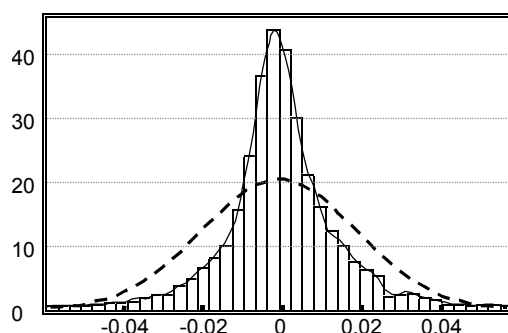


Рис. 2. Распределение $\Delta \ln Q_{rt}$

Большой положительный эксцесс означает, что в выборке имеются резко выделяющиеся наблюдения, которые сильно отклоняются от центра распределения вверх или вниз. Такие выбросы обычно связаны с неожиданными изменениями в экономике, такими как кризисы, значительные изменения в экономической политике и т.п. На Рис. 3 приведён график количества регионов, для которых $|\Delta \ln Q_{rt}| > 2s$, где s — стандартное отклонение. Наибольшим, а именно равным 59, оно оказывается в сентябре 1998 г., т.е. в период кризиса.

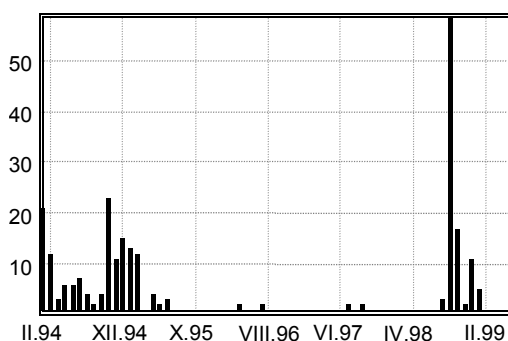


Рис. 3. Число регионов с $|\Delta \ln Q_{rt}| > 2\sigma$

³ Заметим, что у этого распределения не существуют теоретические моменты выше первого.

Коэффициент автокорреляции первого порядка⁴ темпов прироста относительных уровней цен, рассматриваемых как ряд $\Delta \ln Q^{[rt]}$, статистически значим, но мал (см. Табл. 2). При значительном отличии распределения от нормального обычный коэффициент корреляции неустойчив, поэтому в таблице приведен также ранговый коэффициент корреляции Спирмена⁵, на который мало влияют экстремальные наблюдения. Для сравнения, ранговый коэффициент автокорреляции для аналогичного ряда, составленного из региональных темпов инфляции π_{rt} , равен 0,796, а для ряда общероссийских темпов инфляции π_t — 0,879. Таким образом, специфическая региональная составляющая в автокоррелированности региональных темпов инфляции довольно мала.

Региональные и временные эффекты в региональных темпах инфляции

Из (2), (3) и (5) легко видеть, что региональные темпы инфляции могут быть выражены как

$$\pi_{rt} = \pi_t + \Delta \ln Q_{rt}. \quad (9)$$

Поскольку темпы прироста относительных уровней цен $\Delta \ln Q_{rt}$ близки к белому шуму, можно рассматривать уравнение (9) как регрессию, в которой среднероссийские темпы инфляции π_t являются коэффициентами. Кроме того, можно предположить, что математическое ожидание $\Delta \ln Q_{rt}$ есть некоторая константа, зависящая от региона. Это приводит к идее выделить в региональных темпах инфляции региональные и временные эффекты:

$$\pi_{rt} = \beta^{(0)} + \beta_t^{(t)} + \beta_r^{(r)} + u_{rt}. \quad (10)$$

В этой модели коэффициенты $\beta_t^{(t)}$ соответствуют временным эффектам и по смыслу близки к среднероссийским темпам инфляции π_t , коэффициенты $\beta_r^{(r)}$ соответствуют региональным эффектам, а u_{rt} — остаток, не объяснённый региональными и временными эффектами. Предположение о том, что его математическое ожидание пренебрежимо мало ($E(u_{rt}) = 0$), позволяет применить к модели (10) обычный метод наименьших квадратов. Регрессорами в этой регрессии будут региональные и помесечные фиктивные переменные:

$$D_{rt\rho}^{(r)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \rho = r \\ 0, & \text{если } \rho \neq r \end{cases}, \quad D_{rt\tau}^{(t)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau = t \\ 0, & \text{если } \tau \neq t \end{cases}.$$

Модель (10) в матричной записи имеет вид:

$$\pi = \beta^{(0)} \mathbf{1} + \mathbf{D}^{(t)} \beta^{(t)} + \mathbf{D}^{(r)} \beta^{(r)} + \mathbf{u}. \quad (11)$$

Поскольку при этом регрессоры оказываются линейно зависимыми, требуется некоторая нормировка коэффициентов. Удобно использовать нормировку, при которой коэффициенты $\beta_t^{(t)}$ и $\beta_r^{(r)}$ показывают отклонение от среднего уровня, т.е. $\sum \beta_t^{(t)} = 0$ и $\sum \beta_r^{(r)} = 0$.

Полученные оценки показывают, что временные эффекты по величине сильно превосходят региональные. Стандартные отклонения коэффициентов $\beta_t^{(t)}$ и $\beta_r^{(r)}$, рассматриваемых как элементы выборок $\beta^{(t)}$ и $\beta^{(r)}$, равны соответственно 0,05 и 0,0026, т.е. различаются почти в 20 раз. И те, и другие коэффициенты статистически значимы, однако F -статистика для временных эффектов существенно выше, чем для региональных: для первых $F(64, 4864) = 640,8$ (значимость менее 0,0001), для вторых же $F(76, 4864) = 1,456$ (значимость 0,0063).

⁴ Коэффициент корреляции вычислялся не совсем корректно, без учета краевых эффектов на «стыках» между регионами, но вклад этих эффектов незначителен.

⁵ Напомним, что коэффициент ранговой корреляции Спирмена по определению равен обычному коэффициенту корреляции между рангами переменных, т.е. номерами при сортировке по возрастанию.

Таким образом, предположение о том, что инфляционные процессы идут в разных регионах с неодинаковой скоростью, подтвердилось, но различие не очень существенно, если сопоставлять с временными эффектами.

Ряд, состоящий из полученных оценок $\beta^{(0)} + \beta_t^{(r)}$, мало отличается от ряда темпов инфляции π_t . Это означает, что остатки ϵ_{rt} регрессии (10) мало отличаются от темпов прироста относительных цен $\Delta \ln Q_{rt}$ — в основном только на величину региональной константы $\beta_r^{(r)}$. Ряд, составленный из этих остатков, имеет характеристики, весьма похожие на характеристики ряда $\Delta \ln Q_{rt}$, который анализировался в предыдущем разделе (в частности, в остатках наблюдается сильный положительный эксцесс). Эта похожесть не удивительна, если учесть слабость региональных эффектов.

Неопределённость и изменчивость относительных уровней цен

Перейдем теперь к анализу динамики изменчивости относительных уровней цен, т.е. от рассмотрения первых моментов к изучению вторых моментов. Дисперсия остаточных случайных возмущений u_{rt} в регрессии (10) не была постоянной во времени, в чём легко убедиться, посмотрев на приведённый на Рис. 4а график, на котором ряд остатков представлен как $u^{[r]}$. Этот график свидетельствует о существенной гетероскедастичности, т.е. о том, что дисперсия темпов прироста относительных уровней цен менялась во времени. Динамика такого типа (авторегрессионная условная гетероскедастичность или GARCH-эффект) очень характерна для финансовых временных рядов. Изменчивость региональных уровней цен была более высокой в начале и конце рассматриваемого периода. Для сравнения на Рис. 4б показан график остатков, представленных в виде ряда $u^{[r]}$. На нём каких-либо существенных отклонений от гомоскедастичности не заметно.

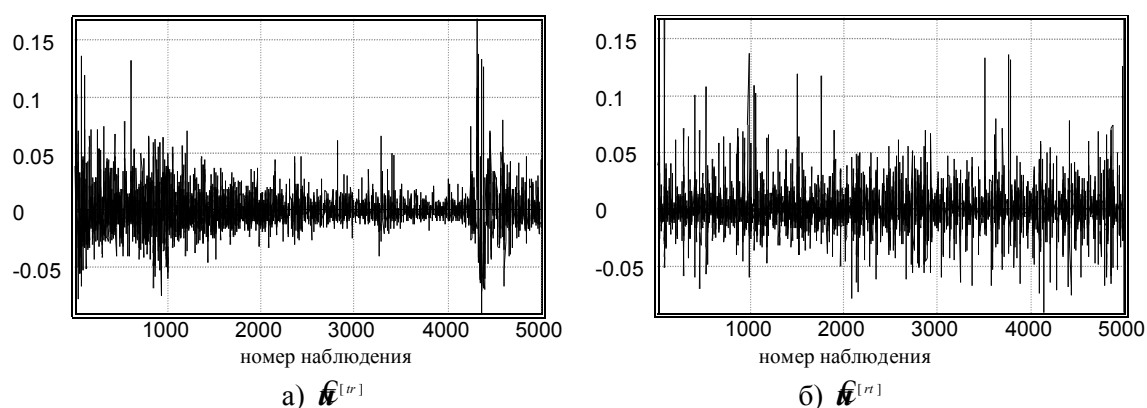


Рис. 4. Графики остатков регрессии (10)

Прежде чем перейти к более сложным моделям, проанализируем динамику изменчивости относительных уровней цен на основе простого индикатора — *индекса изменчивости относительных цен*:

$$RPV_t = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R (\pi_{rt} - \pi_t)^2} = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R (\Delta \ln Q_{rt})^2}. \quad (12)$$

Как показывают расчеты, этот простой индекс тесно коррелирован с более сложными измерителями изменчивости, например, с измерителями, основанными на ошибках авторегрессионного прогноза. Это объясняется тем, что, как было выяснено выше, процессы $\Delta \ln Q_{rt}$ очень похожи на случайные блуждания.

Из анализа данных по разным странам хорошо известна взаимосвязь между *неопределённостью* и *темпом инфляции в целом по стране* (более подробно см., например, [7]). В зарубежной литературе не раз обсуждалась также связь темпа инфляции и неопределённости относительных цен ([8] и др.). Из Рис. 5, где в сравнимом масштабе показаны индекс изменчи-

ности относительных цен и темп общей инфляции, следует, что это справедливо и для России. Динамика обоих показателей во многом похожа, коэффициент корреляции между ними составляет 0,93. Как видно на графике, остатки регрессии RPV_t по π_t оказываются сильно автокоррелированными, что указывает на некорректность динамической спецификации. Обращает на себя внимание то, что наиболее сильная связь между двумя показателями наблюдается *в тот же месяц*, то есть запаздывание практически отсутствует.

Дальнейшее исследование неопределенности относительных уровней цен можно провести на основе регрессии (10), если аналогичным образом учесть региональные и временные эффекты в дисперсии возмущений:

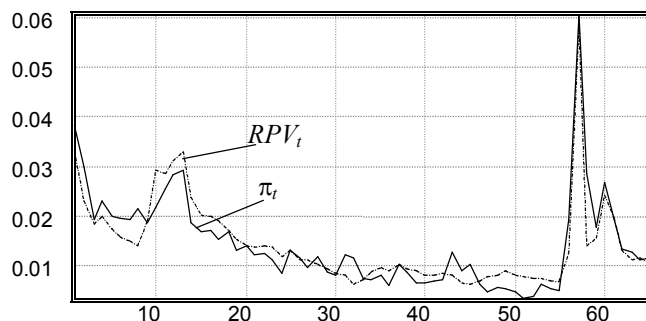


Рис. 5. Изменчивость уровней цен и темп инфляции

$$\ln \sigma_{rt}^2 = \alpha^{(0)} + \alpha_t^{(t)} + \alpha_r^{(r)} + v_{rt}, \quad (13)$$

где σ_{rt}^2 — дисперсия u_{rt} , v_{rt} — ошибка регрессии. Как и в случае уравнения (10), соотношение (13) можно переписать в матричном виде, введя соответствующие фиктивные переменные и используя тот же способ нормировки, что и для (11) — так, чтобы коэффициенты показывали отклонение от среднего уровня. Система уравнений (10), (13) представляет регрессию с мультипликативной гетероскедастичностью и может быть оценена методом максимального правдоподобия.

Оценки коэффициентов $\beta_t^{(t)}$, которые даёт система (10), (13), мало отличаются от полученных ранее. Оценки коэффициентов $\beta_r^{(r)}$ изменились сильнее, но остались столь же малы по величине. Результаты оценивания модели (10), (13), как и ожидалось, выявили значимую гетероскедастичность. Статистика отношения правдоподобия для гипотезы о равенстве нулю всех коэффициентов $\alpha_t^{(t)}$ и $\alpha_r^{(r)}$ равна 4295. Эта статистика асимптотически распределена как χ^2 со 140 степенями свободы, а полученная величина статистики соответствует уровню значимости менее 0.0001.

Полученные оценки показывают, что временные эффекты в дисперсии по величине не столь сильно превосходят региональные, как в математическом ожидании. Среднеквадратичные отклонения коэффициентов $\alpha_t^{(t)}$ и $\alpha_r^{(r)}$ равны соответственно 1,24 и 0,55, т.е. различаются в 2,3 раза. Динамика коэффициентов $\alpha_t^{(t)}$ весьма близка к динамике логарифма индекса изменчивости относительных цен RPV_t : коэффициент корреляции между ними равен 0,992. Поэтому можно ожидать, что поведение коэффициентов $\alpha_t^{(t)}$ будет схоже с поведением темпа инфляции, а следовательно, и коэффициентов $\beta_t^{(t)}$.

В регрессионных моделях с гетероскедастичностью имеет смысл анализировать не сами остатки, а остатки, нормированные на оценку стандартного отклонения ошибки данного наблюдения: $u_{rt}^* = \hat{u}_{rt} / \hat{\sigma}_{rt}$. В Табл. 3 приведены характеристики распределения нормированных остатков регрессии с мультипликативной гетероскедастичностью (10), (13), ряд которых представлен в виде $u^{*[tr]}$, а на Рис. 6 показаны оценки плотности этого распределения.

Описательные статистики нормированных остатков модели (10), (13)

Статистика	Значение
Коэффициент асимметрии	0,56
Коэффициент эксцесса	0,69
Коэффициент автокорреляции первого порядка	0,103

По сравнению с темпами прироста относительных уровней цен $\Delta \ln Q_{rt}$ (Табл. 2) заметно сильное уменьшение эксцесса. Основную часть отличия распределения $\Delta \ln Q_{rt}$ от нормального можно объяснить гетероскедастичностью, так как если не нормировать остатки, их эксцесс оказывается столь же большим, как и у $\Delta \ln Q_{rt}$, а именно, 9,56. Коэффициент автокорреляции первого порядка нормированных остатков несколько выше, чем у $\Delta \ln Q_{rt}$, но ниже, чем ранговый коэффициент этого показателя. Различие распределений хорошо видно при сравнении гистограмм на Рис. 6 и 2.

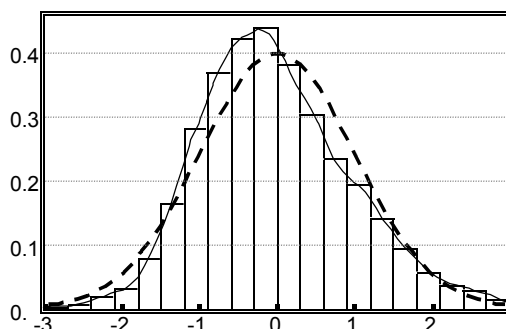


Рис. 6. Распределение нормированных остатков регрессии (10), (13)

По остаткам регрессии можно судить, насколько сильно учёт временных эффектов в дисперсии ослабляет её автокоррелированность по времени, наблюдаемую на Рис. 4а. Для этого были построены два ряда: из квадратов ненормированных и нормированных остатков: $\{\epsilon_{rt}^2\}$ и $\{\hat{\epsilon}_{rt}^2 / \hat{\sigma}_{\epsilon}^2\}$. Коэффициент ранговой автокорреляции первого порядка для первого ряда оказался равным 0,318, а для второго ряда — 0,036. Этот коэффициент для $\hat{\epsilon}_{rt}^2 / \hat{\sigma}_{\epsilon}^2$ хотя и статистически значим, но он почти в 9 раз меньше, чем для ϵ_{rt}^2 . Это означает, что специфическая региональная составляющая в автокорреляции дисперсии (GARCH-эффекте) мала по сравнению с общероссийской составляющей.

Пространственная автокорреляция в региональных ценах

В предыдущем разделе были проанализированы вторые моменты для отдельных рядов и выявлена автокорреляция по времени. Однако уровни цен могут быть также автокоррелированы по регионам. Такую корреляцию принято называть пространственной автокорреляцией.

На Рис. 7 показан график выборочной автокорреляционной функции для ряда $u^{*[rt]}$, составленного из нормированных остатков регрессии с мультипликативной гетероскедастичностью (10),(13). Данные в этом ряде расположены таким образом, что совокупности регионов, входящих в один экономический район, следуют одна за другой. Состав экономических районов и порядок их следования (начиная с Северного и заканчивая Дальневосточным) соответствуют традиционным — как в публикациях Госкомстата РФ до мая 2000 г.

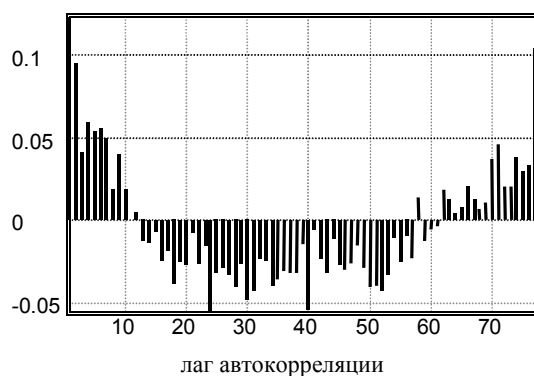


Рис. 7. Автокорреляционная функция нормированных остатков $u^{*[rt]}$ регрессии (10), (13)

График свидетельствует о ярко выраженной пространственной автокорреляции, которую не смог затушевать даже несколько произвольный, хотя и основанный на принципе географической близости, порядок расположения регионов. Заметим, что довольно большая часть рассчитанных коэффициентов автокорреляции оказалась отрицательной. Это связано с тем, что в модели (10), (13) региональные эффекты фактически центрируются по времени. Из-за этого положительную корреляцию между региональными эффектами частично «забирают на себя» коэффициенты $\beta_i^{(t)}$, так что корреляция оказывается смещенной вниз⁶.

Более точно пространственная автокорреляция может быть изучена на основе сопоставления межрегиональных ковариаций с некоторым измерителем близости между регионами. Предложить хороший измеритель близости между регионами — непростая задача. Существуют различные подходы, которые принимают во внимание наличие общих границ, качество транспортной инфраструктуры, распределение экономической активности в пределах регионов и т.п. Однако построение таких показателей требует отдельного серьезного исследования. В данной работе использован простой подход, основанный на расстоянии между административными центрами регионов. Расстояния брались «по прямой»: они рассчитывались по географическим координатам каждого из 77 административных центров⁷.

Зависимость поведения уровней цен в паре регионов q, r от расстояния описывалась моделью

$$c_{qr} = f(d_{qr}) + \eta_{qr}, \quad (14)$$

где c_{qr} — выборочная ковариация рядов нормированных остатков модели (10), (13) для регионов q и r , d_{qr} — расстояние между регионами, $f(\cdot)$ — функция, выражающая зависимость между этими двумя показателями, η_{qr} — ошибка регрессии. Выборочные ковариации рассчитывались по формуле

$$c_{qr} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\epsilon_{qt} \epsilon_{rt}}{\epsilon_{qt} \epsilon_{rt}}. \quad (15)$$

Заметим, что, подобно автокорреляциям, изображенным на Рис. 7, эти ковариации смещены вниз, в связи с чем часть из них отрицательна, а среднее близко к нулю. Заметим также, что, поскольку используются нормированные остатки, ковариации с большой точностью равны корреляциям.

⁶ Понять причину смещения можно из следующей аналогии. Предположим, что у нас есть некая матрица чисел. Если центрировать её строки, то среднее выборочных ковариаций между столбцами матрицы должно быть в точности равно нулю.

⁷ Была использована информация интернет-сайта www.homepage.techno.ru/tunguska/distan-r.htm.

Функция $f(\cdot)$ оценивалась непараметрически⁸, с использованием так называемой ядерной регрессии:

$$\hat{\epsilon}_{qr} = \frac{\sum_{q=1}^k \sum_{r=q+1}^k c_{qr} K\left(\frac{d_{qr}}{h}\right)}{\sum_{q=1}^k \sum_{r=q+1}^k K\left(\frac{d_{qr}}{h}\right)}. \quad (16)$$

В качестве ядерной функции было взято гауссовское ядро

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}, \quad (17)$$

ширина окна h выбиралась при помощи информационного критерия Шварца.

Ядерная регрессия была построена по 2926 наблюдениям ($77 \times 76/2$ пар регионов). Коэффициент детерминации оказался равным 6.36%. Хотя он не очень высок, значимость эффекта не вызывает сомнения. На Рис. 8 видно, что корреляция ослабляется с расстоянием, причем этот эффект особенно сильно проявляется на малых расстояниях (до 1000 км).



Рис. 8. Пространственная автокорреляция

Для изучения запаздывающей связи между региональными индексами цен можно использовать коэффициенты кросс-корреляции, которые являются обобщением коэффициентов автокорреляции на случай связи между двумя временными рядами. Выборочные кросс-ковариации первого порядка для нормированных остатков модели (7), (10) для пары регионов q, r рассчитываются по формуле

$$c_{qr}^1 = \frac{1}{T} \sum_{t=2}^T \frac{\hat{\epsilon}_{qt} \hat{\epsilon}_{r,t-1}}{\hat{\epsilon}_{qt} \hat{\epsilon}_{r,t-1}}. \quad (18)$$

В нашем случае они почти равны кросс-корреляциям, поскольку используются нормированные остатки.

Кросс-корреляции, как и в рассмотренном выше случае, могут зависеть от расстояния. Поскольку кросс-корреляции несимметричны ($c_{qr}^1 \neq c_{rq}^1$), то следует рассматривать все 5929 «парных» наблюдений. Ядерная оценка данной зависимости имеет вид

$$\hat{\epsilon}_{qr}^1 = \frac{\sum_{q=1}^k \sum_{r=1}^k c_{qr}^1 K\left(\frac{d_{qr}}{h}\right)}{\sum_{q=1}^k \sum_{r=1}^k K\left(\frac{d_{qr}}{h}\right)}. \quad (19)$$

Полученная линия регрессии показана на Рис. 9. Видно, что зависимость существует, но она очень слаба, гораздо слабее, чем для кросс-корреляций нулевого порядка. Коэффициент

⁸ Подробное обсуждение непараметрической регрессии содержится в [9].

детерминации составляет всего 0,86%. Для кросс-корреляций более высоких порядков зависимость пренебрежимо мала.

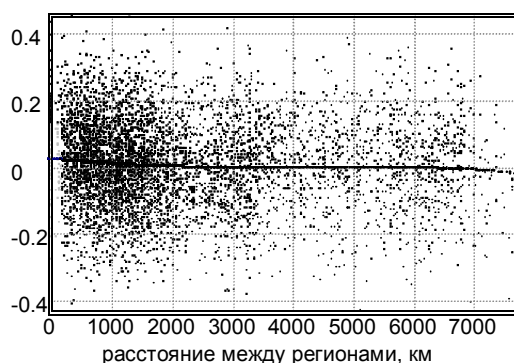


Рис. 9. Запаздывающая пространственная автокорреляция

Интерпретация этого результата состоит в том, что скорость передачи ценовой информации между регионами России довольно высока: почти всё межрегиональное взаимодействие в ценах происходит в пределах одного месяца⁹. Наши результаты подтверждают полученные в работах [5, 6]: их авторы, используя совершенно иной подход, установили, что уровни потребительских цен в различных регионах изменяются практически синхронно.

Заключение

Исследование поведения региональных уровней цен выявило много интересных фактов. Перечислим те, которые, по нашему мнению, представляет наибольший интерес.

Относительные цены, хотя, по-видимому, и не являются нестационарными, но сильно положительно автокоррелированы и мало отличаются от случайного блуждания. Основная часть автокоррелированности темпов прироста региональных цен приходится на автокоррелированность темпа общероссийской инфляции, специфические региональные составляющие (темпы прироста относительных цен) сравнительно мало автокоррелированы.

В возмущениях уровней цен наблюдается значимая авторегрессионная условная гетероскедастичность («волатильность»), которую можно объяснить среднероссийским темпом инфляции. Если нормировать остатки, используя оценку общероссийской «волатильности», то в них GARCH-эффект, хотя и обнаруживается, но оказывается довольно слабым. Таким образом, феномен слабости региональных эффектов наблюдается, на уровне как первых, так и вторых моментов случайных возмущений: динамика региональных цен может быть почти целиком объяснена одним фундаментальным «общероссийским» фактором, а специфические региональные факторы, а специфические региональные факторы сильно напоминают белый шум.

Между поведением региональных уровней цен наблюдается значимая пространственная автокорреляция, зависящая от расстояния между регионами. При этом имеет место довольно быстрая передача «ценовой информации» — в пределах одного месяца. Периодичность имеющихся данных не позволяет более точно оценить скорость межрегионального взаимодействия, 1 месяц — это её верхняя граница.

Список литературы

1. Paldam M. The Political Economy of Stopping High Inflation // European Journal of Political Economy. 1994. Vol. 10, 135-168.
2. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices // Journal of Business. 1963. Vol. 36, 394-419.

⁹ Для более точного изучения запаздывающего взаимодействия потребовались бы данные с меньшим интервалом (например, по неделям).

3. Mills F.C. The Behavior of Prices. New York, 1927.
4. DeBelle G., Lamont O. Relative Price Variability and Inflation: Evidence from US Cities // NBER Working Paper No. 5627. 1996, June.
5. Райская Н., Сергиенко Я., Френкель А. Особенности инфляционных процессов на региональных потребительских рынках // Вопросы статистики. 1997. № 10.
6. Райская Н., Сергиенко Я., Френкель А. Региональные аспекты инфляционных процессов // Вопросы статистики. 1998. № 10.
7. Цыплаков А. А. Означает ли более низкая инфляция меньшую неопределенность // Научный доклад РПЭИ № 2К/06. М., 2000.
8. Vining D.R., Elvertowski T.C. The Relationship between Relative Prices and the General Price Level // American Economic Review. 1976. Vol. 66, 699-708.
9. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. — М.: Мир, 1993.