

## ПАКЕТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ЭРА-DD ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА КВАЗИСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

Разработан пакет прикладных программ для решения краевых задач на квазиструктурированных несогласованных сетках итерационным методом декомпозиции расчетной области на подобласти, сопрягаемые без наложения. Приводится описание алгоритма поиска решения, структур данных для работы с квазиструктурированной сеткой, графического интерфейса для автоматизации ввода исходных данных и даются примеры численных расчетов.

*Ключевые слова:* пакет прикладных программ, квазиструктурированные сетки, структуры данных, графический интерфейс, метод декомпозиции.

### Введение

Необходимость в разработке пакета прикладных программ для решения уравнения Пуассона в плоских или осесимметричных областях практически произвольной формы с граничными условиями Дирихле и Неймана на квазиструктурированных несогласованных сетках возникла при расчете электрических полей в задачах сильноточной электроники, характеризующихся сильной разномасштабностью и неоднородностью потока заряженных частиц. Решение ищется итерационным методом декомпозиции расчетной области на подобласти, сопрягаемые без наложения [1. С. 99]. Граница расчетной области аппроксимируется отрезками прямых или дугами окружностей. Разработан специальный графический интерфейс [2. Р. 11], дающий возможность графического и числового ввода информации о геометрии расчетной области, краевых условиях и квазиструктурированной сетке. Вблизи границы исходная прямоугольная сетка подвергается локальной модификации, состоящей в сдвиге приграничных узлов в точки пересечения координатных линий с границей, а в подобластях с сильной неоднородностью решения имеется возможность локального увеличения числа узлов. Тем самым обеспечивается адаптивность сетки. Исходное дифференциальное уравнение в подобластях аппроксимируется методом конечных объемов [3], а уравнение Пуанкаре – Стеклова на границе сопряжения подобластей – системой линейных алгебраических уравнений [4. С. 106], которая решается методом сопряженных градиентов. В статье приводится описание структур данных для работы с квазиструктурированной сеткой пакета прикладных программ и рассматриваются примеры численных расчетов.

### Постановка задачи и алгоритм ее решения

Пусть в замкнутой области  $\bar{G} = G \cup \Gamma$  с границей  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$  требуется решить краевую задачу

$$\Delta u = g_1, \quad u|_{\Gamma_1} = g_2, \quad \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_2} = g_3. \quad (1)$$

Здесь  $u = u(T)$  – искомая функция;  $g_1 = g_1(T)$ ,  $g_2 = g_2(T)$ ,  $g_3 = g_3(T)$  – заданные функции ( $T = (x, y)$  – текущая точка, где  $x, y$  – декартовы или цилиндрические координаты);  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\vec{n}$  – нормаль к  $\Gamma$ . Будем предполагать, что  $\Gamma_2$  состоит из отрезков, параллельных координатным осям.

Проведем декомпозицию расчетной области  $G$ . Для этого опишем вокруг нее прямоугольник  $\bar{R} = \{0 \leq x \leq D_x, 0 \leq y \leq D_y\}$ , где  $D_x, D_y$  заданы ( $\bar{G} \subset \bar{R}$ ). Построим в  $\bar{R}$  прямоугольную равномерную макросетку

$$\bar{\Omega}_H = \left\{ X_I = IH_x, Y_J = JH_y, \quad I = \overline{0, N_x}, J = \overline{0, N_y}, \quad H_x = \frac{D_x}{N_x}, H_y = \frac{D_y}{N_y} \right\},$$

где  $N_x, N_y$  – заданные целые числа, с шагами  $H_x, H_y \gg h$  ( $h$  – максимальный шаг сетки, на которой аппроксимируется задача (1)). При этом область  $G$  разбивается на подобласти  $G_k$ . Среди них будем различать внутренние  $G_k^{(1)}$ , граничные  $G_k^{(2)}$  и внешние подобласти. Замыкание  $\bar{G}_k^{(1)}$  внутренних подобластей состоит только из точек  $G$ , граничных  $\bar{G}_k^{(2)}$  – из точек  $G$  и  $\Gamma$ , а внешние подобласти исключаются из расчетов. Граница сопряжения подобластей, которую мы обозначим через  $\gamma$ , состоит из отрезков координатных линий макросетки  $\bar{\Omega}_H$ . Точки пересечения ее координатных линий назовем макроузлами.

В подобластях  $G_k$  построим равномерные прямоугольные подсетки

$$\bar{\Omega}_{h,k} = \left\{ x_{i_k} = X_I + i_k h_{x,k}, y_{j_k} = Y_J + j_k h_{y,k}, \quad i_k = \overline{0, n_{x,k}}, j_k = \overline{0, n_{y,k}} \right\}$$

с шагами  $h_{x,k} = \frac{X_{I+1} - X_I}{n_{x,k}}, \quad h_{y,k} = \frac{Y_{J+1} - Y_J}{n_{y,k}}$ , причем будем предполагать без существенного

ограничения общности, что  $n_{x,k} = 2^{m_{x,k}}, n_{y,k} = 2^{m_{y,k}}$ , где  $m_{x,k}, m_{y,k} > 0$  – целые числа. В целях адаптации в граничных подобластях проведем локальную модификацию подсеток, состоящую в сдвиге приграничных узлов, отстоящих от границы на расстояние, меньшее половины шага сетки, в ближайшие точки пересечения координатных линий сетки с границей. Объединение подсеток образует результирующую квазиструктурированную сетку  $\bar{\Omega}_h$ . Краевая задача (1) методом конечных объемов с точностью  $O(h^2)$  ( $h$  – максимальный шаг результирующей сетки) заменяется на  $\bar{\Omega}_h$  приближенной задачей [3]:

$$\Delta_h u_h = g_1, \quad u_h|_{\Gamma_1} = g_2, \quad l_h u_h|_{\Gamma_2} = g_3, \quad u_h|_{\gamma} = v_h,$$

где  $u_h$  – приближенные значения функции  $u$ , а  $\Delta_h, l_h$  – аппроксимации оператора Лапласа в расчетной области и оператора нормальной производной на  $\Gamma$ ;  $v_h$  – след  $u_h$  на  $\gamma$ . Ее решение сводится к решению следующих дискретных подзадач:

$$\Delta_h^{(k)} u_h^{(k)} = g_1^{(k)}, \quad u_h^{(k)}|_{\gamma_k} = v_h^{(k)}; \quad (2)$$

$$\Delta_h^{(k)} u_h^{(k)} = g_1^{(k)}, \quad u_h^{(k)}|_{\Gamma_{1,k}} = g_2^{(k)}, \quad l_h^{(k)} u_h^{(k)}|_{\Gamma_{2,k}} = g_3^{(k)}, \quad u_h^{(k)}|_{\gamma_k} = v_h^{(k)} \quad (3)$$

соответственно во внутренних и граничных подобластях. Здесь индекс  $k$  указывает на принадлежность объекта подобласти  $G_k$ ,  $\gamma_k$  – граница  $G_k$ . В каждой подобласти эти задачи, по сути, приводят к решению девятиточечных сеточных уравнений вида

$$\begin{aligned} & -p_{i,j}^{(1)}(u_h)_{i-1,j} - p_{i,j}^{(2)}(u_h)_{i,j-1} - p_{i,j}^{(3)}(u_h)_{i+1,j} - p_{i,j}^{(4)}(u_h)_{i,j+1} - p_{i,j}^{(5)}(u_h)_{i-1,j+1} - p_{i,j}^{(6)}(u_h)_{i-1,j-1} - \\ & - p_{i,j}^{(7)}(u_h)_{i+1,j-1} - p_{i,j}^{(8)}(u_h)_{i+1,j+1} + p_{i,j}^{(0)}(u_h)_{i,j} = f_{i,j}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $(i, j)$  – номер узла подсетки, а индекс  $k$  мы опускаем. Для построения сеточных уравнений методом конечных объемов рассмотренная сетка подвергается триангуляции, состоящей в том, что четырехугольные элементы разбиваются кратчайшей диагональю на треугольники. В каждом треугольнике проводятся «серединные» перпендикуляры к сторонам. Вокруг каждого внутреннего сеточного узла строится замкнутая элементарная ячейка Дирихле – Вороного (множество точек, лежащих к данному узлу, ближе, чем к остальным), граница которой состоит из отрезков «серединных» перпендикуляров. Исходное дифференциальное уравнение интегрируется по ячейке, и в полученных соотношениях интегралы заменяются приближенными выражениями, что и дает уравнения (4). Более подробно алгоритм вычисления коэффициентов уравнений (4) приведен в работе [5. С. 51].

Во внутренних подобластях эти уравнения вырождаются в пятиточечные и решаются оптимальным по быстродействию методом циклической редукции Бунемана (для декартовой системы координат) [3], а во всех остальных случаях – методом сопряженных градиентов (см. далее).

На границе сопряжения введем сетку  $\omega_h$ , состоящую из узлов подсеток  $\bar{\Omega}_h^{(k)}$  и не содержащую макроузлов. Пусть  $N$  – число узлов  $\omega_h$ . В работе [1. С. 99] показано, что функцию  $v_h$  можно найти из решения системы линейных алгебраических уравнений вида

$$Av_h + b = 0, \quad (5)$$

$$\Delta_h^{(p)} v_h = g_h. \quad (6)$$

Здесь  $A = \{a_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N + P}\}$  – прямоугольная матрица;  $b = \{b_i, i = \overline{1, N}\}$ ,  $g_h = \{g_{h,i}, i = \overline{N + 1, N + P}\}$ ,  $v_h = \{v_{h,i}, i = \overline{1, N + P}\}$  – векторы ( $P$  – число макроузлов);  $\Delta_h^{(p)}$  – аппроксимация оператора Лапласа на сеточном шаблоне, включающем узлы сетки  $\omega_h$  и один из макроузлов. Компоненты вектора  $b$  находятся из решения вспомогательной краевой задачи

$$\Delta_h \psi_h = g_1, \quad \psi_h|_{\Gamma_1} = g_2, \quad l_h \psi_h|_{\Gamma_2} = g_3, \quad \psi_h|_{\gamma} = 0$$

относительно функции  $\psi_h$ .

Элементы матрицы  $\bar{A}$  явно не вычисляются. Решение системы (5), (6) проводится методом сопряженных градиентов по формулам

$$r^{(0)} = \bar{b} - \bar{A}v_h^{(0)}, \quad p^{(0)} = r^{(0)}; \quad (7)$$

$$v_h^{(n+1)} = v_h^{(n)} + \alpha_n p^{(n)}, \quad \alpha_n = (r^{(n)}, r^{(n)}) / (\bar{A}p^{(n)}, p^{(n)}); \quad (8)$$

$$r^{(n+1)} = r^{(n)} - \alpha_n \bar{A}p^{(n)}, \quad p^{(n+1)} = r^{(n+1)} + \beta_n p^{(n)}; \quad (9)$$

$$\beta_n = (r^{(n+1)}, r^{(n+1)}) / (r^{(n)}, r^{(n)}), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (10)$$

где  $\bar{A}$  – квадратная матрица, состоящая из прямоугольных блоков  $A$ ,  $\Delta_h^{(p)}$ ;  $\bar{b}$  – вектор, состоящий из подвекторов  $-b$ ,  $g_h$ . Вычисление  $\bar{A}w_h$ , где под  $w_h$  понимаются векторы  $v_h^{(0)}$ ,  $p^{(n)}$ , фигурирующие в приведенных ранее формулах, сводится к расчету произведений  $Aw_h$  и  $\Delta_h^{(p)}w_h$ . Рассмотрим первое из них. Решим краевую задачу

$$\Delta_h \phi_h = g_1, \quad \phi_h|_{\Gamma_1} = g_2, \quad l_h \phi_h|_{\Gamma_2} = g_3, \quad \phi_h|_{\gamma} = w_h. \quad (11)$$

Разумеется, данная краевая задача сводится к решению подзадач вида (5), (6). Тогда искомое произведение равно

$$Aw_h = s_h - b,$$

где  $s_h = \{s_{h,i}, i = \overline{1, N}\}$  – вектор, компоненты которого определяются как

$$s_{h,i} = (d_h^{(+)} \phi_h^{(+)}|_i) + (d_h^{(-)} \phi_h^{(-)}|_i), \quad i = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Здесь  $d_h^{(\pm)}$  – операторы, аппроксимирующие внутренние нормальные производные на границе сопряжения по формулам

$$(d_h \phi_h)_0 = \frac{-3(\phi_h)_0 + 4(\phi_h)_1 - (\phi_h)_2}{2h},$$

где 0, 1, 2 – соседние узлы, разделенные шагом  $h$ . Если узел 2 модифицированный, то используется простейшая двухточечная схема, связывающая узлы 0, 1. Вычисление  $\Delta_h^{(p)}v_h^{(n)}$  не вызывает затруднений, так как элементы матрицы  $\Delta_h^{(p)}$  известны.

Перед реализацией итерационного процесса (7)–(10) рассчитывается начальное приближение  $v_h^{(0)}$ . Для этого исходная краевая задача (1) на макросетке  $\bar{\Omega}'_H$ , которая получена из  $\bar{\Omega}_H$  путем локальной модификации, заменяется приближенной задачей

$$\Delta_H v_H = g_1(T'_p), \quad v_H|_{\Gamma_1} = g_2(T'_p), \quad l_H v_H|_{\Gamma_2} = g_3(T'_p),$$

где  $\Delta_H, l_H$  – аппроксимации оператора Лапласа и оператора граничных условий на данной макросетке;  $v_H$  – искомая сеточная функция;  $T'_p$  – узлы макросетки  $\overline{\Omega}'_H$ . Функция  $v_H$  затем интерполируется в узлы сетки  $\omega_h$  на границе сопряжения и макроузлы  $T'_p$ , что дает функцию  $v_h^{(0)}$ .

Вычислив значения искомой функции на границе сопряжения, функции  $u_h^{(k)}$  в подобластях найдем из решения задач (2), (3).

### Структура данных для квазиструктурированной сетки

Для каждой  $k$ -й внутренней или граничной подобласти хранятся все узлы структурированной подсетки  $\overline{\Omega}_{h,k}$ , включая внешние узлы. Среди узлов, принадлежащих расчетной области  $\overline{G}$ , различаются внутренние узлы, координаты которых не хранятся, так как вычисляются по простым правилам, следующим из структуры  $\overline{\Omega}_{h,k}$ , и граничные или модифицированные узлы, координаты которых хранятся в специальном массиве. С точки зрения хранения коэффициентов сеточных уравнений различаются стандартные узлы, которые имеют набор коэффициентов, единый для всей подсетки, и нестандартные, набор коэффициентов которых может различаться. К последним относятся внутренние узлы, хотя бы один из соседей которых является модифицированным.

Массивы для сетки  $\omega_h$  на границе сопряжения специально не заводятся, так как данная сетка по сути дела состоит из узлов, являющихся проекциями на границу сопряжения подсеток  $\overline{\Omega}_{h,k}$ .

Приведем описание хранимых скаляров и массивов, придерживаясь фортрановских правил записи массивов и вводя локальную нумерацию.

#### 1. Внешние данные, которые формируются графическим препроцессором.

##### 1.1. Скаляры.

1.1.1.  $nx, ny$  – число интервалов макросетки  $\Omega_H$  по  $x, y$ , т. е. фактически число подобластей в соответствующих направлениях.

1.1.2.  $xb, yb, xe, ye$  – координаты левого нижнего и правого верхнего углов прямоугольника, описанного вокруг расчетной области  $G$ .

##### 1.2. Массив.

1.2.1.  $NNSG(nx, ny, 2)$  – число интервалов подсеток  $\overline{\Omega}_{h,k}$  по  $x, y$ .

#### 2. Внутренние данные, которые формируются при обработке квазиструктурированной сетки.

##### 2.1. Скаляры.

2.1.1.  $nngi$  – суммарное число узлов в подобластях, которые участвуют в расчетах. Входят все узлы подобластей. Каждая подобласть представляется как отдельный прямоугольник, для которого хранятся все узлы, включая стороны прямоугольника и макроузлы. На границах сопряжения двух подобластей узлы хранятся для каждой из них, т. е. совпадающие узлы повторяются.

2.1.2.  $nlmn$  – число модифицированных узлов.

2.1.3.  $ncoe1$  – длина массива COE1 – коэффициентов сеточных уравнений в подобластях.

2.1.4.  $ncoe3$  – длина массива COE3 – коэффициентов сеточных уравнений в макроузлах.

##### 2.2. Массивы для подсеток в расчетной области.

2.2.1.  $ITSG(nx, ny)$  – тип подобласти ( $-1$  – внешняя,  $0$  – внутренняя,  $1$  – граничная).

2.2.2.  $IANG(nx, ny)$  – адреса начал подмассивов узлов в подобластях: (для массивов ITNG, RUNG).

2.2.3. ITNG(*nngi*) – тип узлов в расчетной области ( $-1$  – внешний,  $0$  – внутренний,  $> 0$  – модифицированный, причем данное число – адрес координат в массиве COLM (см. далее)).

2.2.4. RUNG(*nngi*) – значения искомой функции в узлах в расчетной области (те же узлы, что и в массиве ITNG).

2.2.5. IACO(*nngi*) – вспомогательный массив для работы итерационных модулей, вычисляющих значения искомой функции в подобластях ( $-1$  – внешний узел,  $0$  – узел со стандартными коэффициентами,  $> 0$  – адрес коэффициентов в массиве COE1). Если узел лежит на границе с условием Дирихле, то он в массиве IACO имеет признак  $-1$ , т. е. формально относится к внешнему узлу. Значение функции в нем не вычисляется в итерационном процессе, а просто заносится при расчете коэффициентов. Если же узел лежит на границе с условием Неймана, то его признак в массиве IACO – число  $> 0$  и функция в нем рассчитывается.

2.2.6. COE1(*ncoe1*) – коэффициенты сеточных уравнений для узлов, лежащих вблизи границы расчетной области. Сеточный шаблон, содержащий данный узел, включает хотя бы один локально модифицированный узел. Для каждого узла хранится 10 чисел: 9 коэффициентов и правая часть).

2.2.7. COE2(*nx, ny, 3*) стандартные коэффициенты сеточных уравнений в подобластях (для каждого узла – 3 коэффициента:  $p_{i,j}^{(0)}, p_{i,j}^{(1)}, p_{i,j}^{(2)}$  в формуле (4)).

2.2.8. COLM( $3*nlmn$ ) – координаты модифицированных узлов. Для каждого узла хранится  $x, y, ig$ . Последнее число – номер границы, на которой лежит рассматриваемый узел.

### 2.3. Массивы для макроузлов.

Данные массивы формируются и используются и хранятся только при расчете начального приближения для итерационного процесса по подобластям, который сводится к решению краевой задачи на макросетке.

2.3.1. ITMN( $nx + 1, ny + 1$ ) – тип макроузлов в расчетной области ( $-1$  – внешний,  $0$  – внутренний,  $> 0$  – модифицированный, причем данное число – адрес координат в массиве COLM).

2.3.2. RUMN( $nx + 1, ny + 1$ ) – значения искомой функции в макроузлах.

2.3.3. IAMN( $nx + 1, ny + 1$ ) – вспомогательный массив для вычисления функции в макроузлах ( $-1$  – внешний,  $0$  – узел со стандартными коэффициентами,  $> 0$  – адрес коэффициентов в массиве COE3 для данного узла). Аналог массива IACO, поэтому к нему относятся те же замечания, что и к IACO.

2.3.4. COE3(*ncoe3*) – коэффициенты сеточных уравнений для макроузлов, лежащих вблизи границы расчетной области (аналог COE1).

## Структура пакета

Пакет состоит из макромодулей Graf, Geom, CaCoe, SolverU, Service, которые работают в приведенной последовательности, записывая результат работы в файлы. Макромодуль Graf является препроцессором пакета, макро модули Geom, CaCoe, SolverU образуют процессор, а макро модуль Service служит постпроцессором. Приведем краткое описание макро модулей.

Макромодуль Graf служит для задания пользователем входной информации средствами графического интерфейса. Выходная информация записывается в следующие файлы:

- era.dat, point.dat – геометрия области и граничные условия;
- fqgrid.dat – квазиструктурированная сетка.

Макромодуль Geom служит для обработки геометрии расчетной области. В его функции входит выполнение следующих процедур: построение сеток, локальная модификация сеток, разметка узлов в подобластях. Исходные данные – информация о геометрии расчетной области, граничных условиях и квазиструктурированной сетке, хранящаяся в файлах era.dat, point.dat, fqgrid.dat. Выходные данные:

- скаляры, которые записываются в файл fscalar.dat;
- массивы для узлов в подобластях: ITSG, IANG, ITNG;

- массив координат локально модифицированных узлов COLM.

Все массивы записываются в файл fsgeom.dat.

Макромодуль CaCoe проводит расчет коэффициентов сеточных уравнений в подобластях. Коэффициенты хранятся для каждого околограничного узла, а также для каждого узла, лежащего на границе с условием Неймана. Подчеркнем, что для граничных узлов с условием Неймана строятся сеточные уравнения и в них рассчитываются значения искомой функции, а для граничных узлов с условием Дирихле в функции данного макромодуля входит засылка заданных на внешней границе значений функции в массив RUNG. Исходные данные содержатся в файлах era.dat, point.dat, fqgrid.dat, fscalar.dat, fgeom.dat. Выходные данные:

- скаляры в файле fscalar.dat, дополненные новыми значениями;
- массивы COE1, COE2;
- массив RUNG;
- вспомогательный массив IACO.

Массив COE1 записывается в файл fcoe1.dat, массив COE2 – в файл fcoe2.dat, массив RUNG – в файл fu.dat, а массивы IACO – в файл fassist.dat.

Макромодуль SolverU реализует итерационный процесс по подобластям, а макромодуль Service служит для изображения квазиструктурированной сетки и вывода изолиний решения.

### **Графический интерфейс для автоматизации работы с исходными данными**

Основным назначением графического интерфейса является удобное задание и редактирование геометрической и функциональной информации о геометрии расчетной области, граничных условиях и квазиструктурированной сетке, на которой проводятся расчеты.

В состав интерфейса входят следующие компоненты: графическое окно визуализации, меню, панель инструментов с кнопками управления, диалоговые окна.

Графическое окно визуализации предназначено для отображения геометрии расчетной области.

Меню служит для управления работой с файлами данных, а также для выбора элементов отрисовки в окне визуализации и содержит следующие пункты: *Файл* для создания, сохранения и открытия файлов; *Правка* для редактирования введенной информации; *Данные* для задания системы координат, квазиструктурированной сетки и граничных условий; *Обработка* для запуска процессора, проводящего решение заданной краевой задачи; *Вид* для задания масштаба, определяющего число пикселей на единицу длины, и фоновой сетки, которая является прямоугольной и служит ориентиром при рисовании области; *Мастер* для задания всех данных о задаче в пошаговом режиме и *Справка*.

Панель инструментов содержит 16 кнопок управления, разделенных на четыре группы. В первой группе находятся 3 кнопки для работы с файлами. Во второй – 3 кнопки для увеличения / уменьшения модели в графическом окне. В третьей – 8 кнопок для ввода и редактирования области. В четвертой группе – 2 кнопки для просмотра числовых параметров задачи. Все кнопки имеют всплывающие названия-подсказки.

Диалоговые окна предназначены для ввода / вывода той или иной информации о задаче. Они состоят из заголовка, кнопок управления окном (свернуть, восстановить, закрыть окно), поля ввода / вывода, кнопок подтверждения выполненных в окне операций.

Пользователь имеет возможность работать с графическим интерфейсом двумя способами: 1) задавать необходимую информацию, обращаясь к пунктам меню и кнопкам панели инструментов, в последовательности, определяемой по своему выбору; 2) при помощи Мастера, который последовательно открывает необходимые диалоговые окна.

Основной операцией, которая чаще всего применяется в интерфейсе, является ввод геометрического объекта, т. е. отрезка прямой или дуги окружности. Замкнутая последовательность геометрических объектов образует контур границы расчетной области.

Для ввода геометрического объекта имеется три способа: 1) графический; 2) числовой; 3) графико-числовой.

Рассмотрим вначале ввод отрезка прямой. Самый простой способ ввода – графический. Он состоит в том, что на панели инструментов активизируется соответствующая кнопка,

мышью указывается начальная, а затем конечная точки, которые автоматически соединяются. При перемещении мыши в левом нижнем углу экрана отображаются координаты ее указателя.

Любую точку или группу точек можно выделить при помощи мыши. Выделенная точка изображается квадратом, в то время как невыделенная точка – окружностью. При построении отрезка выделенной становится конечная точка. Построение следующего отрезка осуществляется путем указания одной новой точки, которая автоматически соединяется с ранее выделенной, а затем сама выделяется.

Числовой способ построения состоит в задании координат точек в специальном диалоговом окне, которые затем соединяются.

Вводится понятие так называемых опорных точек, т. е. таких точек, которые записываются в специальную таблицу, а затем могут неоднократно использоваться при описании геометрии.

Построение дуги окружности осуществляется аналогичным образом. Существенным отличием от прямой является то, что в диалоговом окне, которое появляется при активизации соответствующей кнопки, имеется возможность задания радиуса окружности.

Разумеется, при построении контура границы расчетной области имеется возможность соединения отрезков прямых и дуг окружностей описанными выше способами.

Любой геометрический объект может быть выделен. Для этого предусмотрено два способа. Первый из них заключается в том, что с помощью мыши строится подобласть в виде прямоугольника или окружности. Тогда выделенными считаются все объекты, которые полностью лежат в данных подобластях. Второй способ состоит в последовательном выделении объектов при помощи указателя мыши, аналогично тому, как это делалось для выделения точки. Выделенный объект изображается красным цветом в отличие от невыделенного объекта, который изображается черным цветом.

Краевые условия для конкретной задачи задаются путем перечисления их видов в специальном диалоговом окне, выделения геометрических объектов и указания на конкретное условие, которое справедливо на выделенных объектах.

Ввод квазиструктурированной сетки проводится в специальном диалоговом окне и включает два этапа: 1) построение прямоугольной макросетки  $\bar{\Omega}_H$ , определяющей декомпозицию расчетной области; 2) построение подсеток  $\bar{\Omega}_{h,k}$  в подобластях, образовавшихся на первом этапе.

Введенная информация может быть подвергнута редактированию, которое осуществляется либо графически, либо путем изменения числовых данных об объектах. Первый графический способ редактирования заключается в выделении одного или нескольких объектов, перемещении и / или изменении их положения и размеров. Для реализации второго способа редактирования вызывается специальное диалоговое окно, в котором отображается таблица числовых данных об объектах: вид отрезка, координаты точек начал-концов, радиус окружности (если необходимо), номер граничного условия. Редактирование в данном случае заключается в изменении числовой информации в таблице. Тем или иным способом любой объект может быть удален.

Введенная информация подвергается анализу на полноту и совместимость. В случае обнаружения ошибки выдается предупреждающее сообщение.

Важной особенностью настоящего графического интерфейса, позволяющей для начинающего пользователя значительно упростить работу с ним, является возможность задания информации при помощи специального Мастера. Активизируя эту функцию, пользователь не заботится об открытии диалоговых окон. Вместо него это делает Мастер, который последовательно открывает диалоговые окна, предназначенные для ввода той или иной части информации и снабженные поясняющими подсказками.

Введенная информация может быть сохранена на диске в файле под оригинальным именем, а затем при возобновлении работы с пакетом считана с диска в оперативную память.

После окончания ввода и редактирования графико-числовые данные преобразуются в числовую информацию, которая затем используется вычислительными модулями пакета.

### Примеры численных расчетов

Рассматривалась следующая тестовая задача:

$$\Delta u = 0, \quad u|_{\Gamma_1} = g(T), \quad \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_2} = 0,$$

о расчете электрического поля в четверти цилиндрического конденсатора. Здесь  $T$  – текущая точка;  $\Gamma_1 = \Gamma_{1,1} \cup \Gamma_{1,2}$ , где  $\Gamma_{1,1}$ ,  $\Gamma_{1,2}$  – четверти concentрических окружностей с радиусами  $R_1 = 0,1$  и  $R_2 = 1$ ;  $\Gamma_2$  – прямолинейные отрезки, параллельные координатным осям,  $g = \begin{cases} 0 & \text{при } T \in \Gamma_{1,1} \\ 1 & \text{при } T \in \Gamma_{1,2} \end{cases}$ .

На рис. 1 приведена квазиструктурированная сетка, на которой проводились расчеты, а на рис. 2 – картина эквипотенциальных линий (более темный цвет заливки соответствует большему потенциалу).

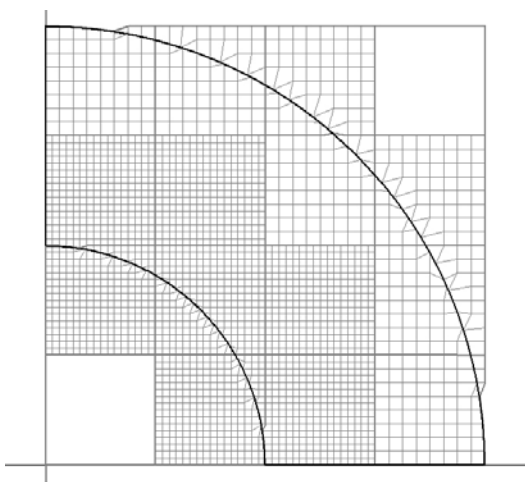


Рис. 1. Квазиструктурированная сетка в цилиндрическом конденсаторе

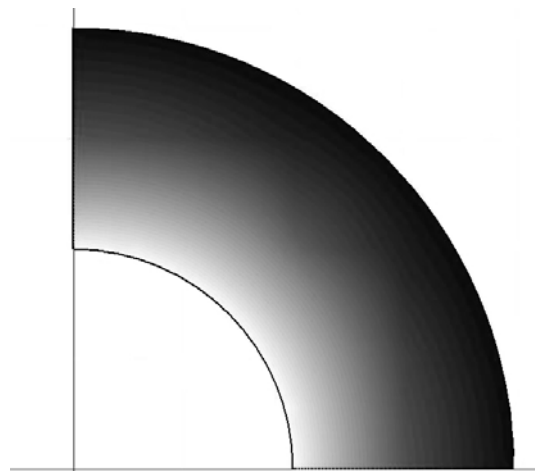


Рис. 2. Картина электрического поля в цилиндрическом конденсаторе

Аналогично на рис. 3, 4 изображены сетка и результаты расчета электрического поля практической электронной пушки для плавки металлов.

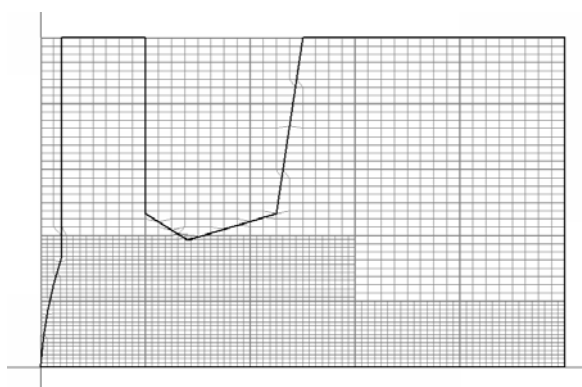


Рис. 3. Квазиструктурированная сетка в электронной пушке

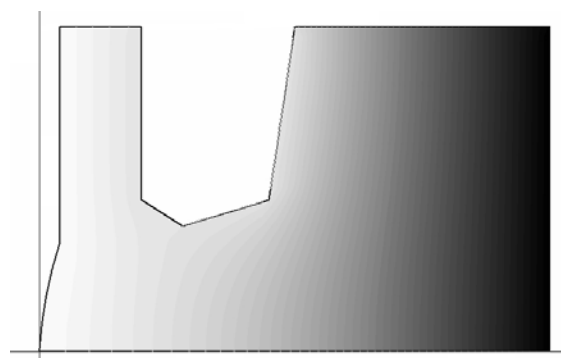


Рис. 4. Картина электрического поля в электронной пушке

### Список литературы

1. Свешников В. М. Построение прямых и итерационных методов декомпозиции // Сиб-ЖИМ. 2009. Т. 12, № 3 (39). С. 99–109.



2. *Kozyrev A. N., Sveshnikov V. M.* Automation of initial data input in program package ERA-DD for the solving of two-dimensional boundary value problems on quasistructured grids // Bull. of the Novosibirsk Computing Center. Ser. Numerical Analysis. Novosibirsk: ICMMG. I. 2009. Vol. 14. P. 11–23.

3. *Ильин В. П.* Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. Новосибирск: ИВМиМГ (ВЦ) СО РАН, 2001. 318 с.

4. *Свешников В. М.* Прямой метод декомпозиции без наложения подобластей для решения краевых задач на прямоугольных квазиструктурированных сетках // Вычисл. технологии. 2008. Т. 13, № 2. С. 106–118.

5. *Ильин В. П., Павлов М. В., Свешников В. М.* Решение двумерных краевых задач на квазиструктурированных сетках // Тр. Междунар. конф. RDAMM-2001. Новосибирск, 2001. Спецвыпуск. Т. 6, ч. 2. С. 51–59.

*Материал поступил в редколлегию 10.12.2009*

**D. O. Belyajev, A. N. Kozyrev, V. M. Sveshnikov**

**PROGRAM PACKAGE ERA-DD FOR THE SOLVING TWO-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS ON QUASISTRUCTURED GRIDS**

The program package for the solving boundary value problems on quasistructured not co-ordinated grids by the iterative domain decomposition method on the subdomains interfaced without overlapping is developed. The description of computational algorithm, the data structures for work with quasistructured grids is resulted. The graphic interface for automation of initial data input and examples of numerical calculations are given.

*Keywords:* program package, quasistructured grids, data structures, graphic interface, decomposition method.