УДК 330.115

Н. И. Айзенберг

Институт систем энергетики СО РАН
ул. Лермонтова, 130, Иркутск, 664033, Россия
E-mail: zen@isem.sei.irk.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ИНДЕКСОВ ЦЕН НА ОСНОВЕ ТЕСТОВОГО И ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОДХОДОВ [*]

В статье изложена методика сравнительного анализа методов расчета индексов цен, основанного на тестовом и экономическом подходе. В качестве экономической модели выбрана гипотеза об одинаковой для всех товаров и постоянной во времени эластичности потребительского спроса от цены (функция полезности задана CES формой). Исследуется устойчивость методов расчета к увеличению интенсивности случайных колебаний темпов роста цен на отдельные товары.

Ключевые слова: индексы цен, однородная функция полезности, стохастический подход.

Статистический и эконометрический анализ данных, решение многих задач экономического моделирования в подавляющем большинстве случаев опирается на агрегированное представление информации о ценах и объемах экономических благ. Наиболее разработанной и широко используемой является система индексов цен и объемов товаров.

Существует множество проблем, связанных с формированием и расчетом индексов. Одной из основных является задача выбора метода, которая не может быть решена однозначно. Рядом исследователей доказано, что предъявление к индексной формуле даже минимального набора очевидных и разумных требований приводит к объективно противоречивым конструкциям [1–3]. В условиях теоретической неразрешимости особую ценность приобретают экспериментальные исследования. С их помощью можно проводить сравнительный анализ методов расчета индексов и определять среди них предпочтительные для использования в различных условиях.

Динамика цен во время инфляции, как правило, имеет непредсказуемый характер, темпы роста цен на разные виды товаров существенно расходятся. Это приводит к снижению качества индексных показателей и затрудняет их использование для объективного анализа, причем в условиях, когда потребность в этом особенно высока. Возникает необходимость выбора метода расчета, наиболее устойчивого к росту случайных колебаний темпов роста цен и объемов товаров. Это определило цель данной работы: путем экспериментальных исследований в рамках различных теоретических подходов индексного анализа (тестового, стохастического, экономического) выделить методы расчета индексов цен, предпочтительные для использования в разных инфляционных условиях.

Проблема выбора метода расчета индексов цен и объемов

За более чем двухсотлетнюю практику предложено большое число оригинальных методов расчета индексов цен и объемов и их модификаций. В работе И. Фишера [4] была сделана первая попытка систематизировать разнообразие методов. В дальнейшем проблемами индексов и в том числе их классификацией занимались Р. Аллен, А. А. Конюс, П. Кевеш, В. Е. Диверт, Б. Балк, В. И. Зоркальцев, Э. Б. Ершов и др. [3; 5–7].

[*] Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 09-0200278а.

Введем обозначения и определим наиболее известные методы расчета индексов цен. Обозначим R_{+}^{n} и $R_{\oplus}^{n}$ – множество n-мерных векторов с неотрицательными и положительными всеми компонентами. Пусть $Q \in R_{+}^{n}$ – вектор количеств выбираемых потребителем благ на рынке с компонентами Q_i; n – количество рассматриваемых благ; $i \in \overline{1,n}$ – номер товара; $P \in R_{\oplus}^{n}$ – вектор цен с компонентами P_i; α_i – весовые коэффициенты, для которых $\sum_i \alpha_i = 1$ и $\alpha_i \geq 0$; τ и t – соответственно базисный и текущий период наблюдений; $I_p^{\tau t}$ – индекс цен в текущем периоде t по отношению к базисному периоду τ; $I_q^{\tau t}$ – индекс объема; $p_i^{\tau t}$ – темп роста цен на i-й товар $p_i^{\tau t} = P_i^t / P_i^{\tau}$. Определим следующие индексы цен. Индексы, рассчитанные на основе средних величин:

средний арифметический $$I_{pA}^{\tau t} = \sum_i \alpha_i p_i^{\tau t}; \quad (1)$$

средний гармонический $$I_{pH}^{\tau t} = 1 \Big/ \sum_i \frac{\alpha_i}{p_i^{\tau t}}; \quad (2)$$

средний геометрический $$I_{pG}^{\tau t} = \prod_i \left(p_i^{\tau t}\right)^{\alpha_i}, \quad (3)$$

где весовой коэффициент отражает удельный вес стоимости товара i в общей стоимости
$$\alpha_i = P_i^{\tau} Q_i^{\tau} \Big/ \sum_i P_i^{\tau} Q_i^{\tau}. \quad (4)$$

Агрегатные индексы, определенные на основе отношений стоимостей:

Ласпейреса $$IL_p^{\tau t} = \sum P_i^t Q_i^{\tau} \Big/ \sum P_i^{\tau} Q_i^{\tau}; \quad (5)$$

Пааше $$IP_p^{\tau t} = \sum P_i^t Q_i^t \Big/ \sum P_i^{\tau} Q_i^t; \quad (6)$$

Уолша $$IE_p^{\tau t} = \sum P_i^t (Q_i^t + Q_i^{\tau}) \Big/ \sum P_i^{\tau} (Q_i^t + Q_i^{\tau}); \quad (7)$$

Эджворта $$IW_p^{\tau t} = \sum P_i^t \sqrt{Q_i^t \cdot Q_i^{\tau}} \Big/ \sum P_i^{\tau} \sqrt{Q_i^t \cdot Q_i^{\tau}}; \quad (8)$$

Вартиа I $$IV_{p(I)}^{\tau t} = \prod_i \left(p_i^{\tau t}\right)^{\beta_i}; \quad (9)$$

где $\beta_i = \dfrac{L\left(P_i^{\tau} Q_i^{\tau}, P_i^t Q_i^t\right)}{\sum L\left(P_i^{\tau} Q_i^{\tau}, P_i^t Q_i^t\right)}$ и $L(a,b) = \dfrac{a-b}{\ln a - \ln b}$ – среднее логарифмическое;

Вартиа II $$IV_{p(II)}^{\tau t} = \prod_i \left(p_i^{\tau t}\right)^{\gamma_i}, \quad (10)$$

где $$\gamma_i = L\left(\frac{P_i^{\tau} Q_i^{\tau}}{\sum P_i^{\tau} Q_i^{\tau}}, \frac{P_i^t Q_i^t}{\sum P_i^t Q_i^t}\right) \Bigg/ \sum L\left(\frac{P_i^{\tau} Q_i^{\tau}}{\sum P_i^{\tau} Q_i^{\tau}}, \frac{P_i^t Q_i^t}{\sum P_i^t Q_i^t}\right);$$

Фишера $$IF_p^{\tau t} = \sqrt{IL_p^{\tau t} IP_p^{\tau t}}. \quad (11)$$

Определим индекс объема. В представленном исследовании используются два способа. Первый – это формирование индекса объемов симметрично формуле индекса цен. Если известна формула индекса цены, то индекс объема получается симметричным образом при замене P_i^t на Q_i^t, а P_i^{τ} на Q_i^{τ}. Например, средний геометрический индекс объемов

$$I_{qG}^{\tau t} = \prod_i \left(q_i^{\tau t}\right)^{\alpha_i},$$

где $q_i^{\tau t} = Q_i^t \big/ Q_i^\tau$ – темп роста объемов на i-й товар в периоде t по отношению к периоду τ и весовой коэффициент α_i такой же, как и в индексе цен – (4).

Второй способ – определение индекса через дефлятирование:

$$I_q^{\tau t} = I_V^{\tau t} \big/ I_p^{\tau t},$$

где $I_V^{\tau t}$ – индекс стоимости, который равен отношению стоимостей товаров текущего и базисного года $IP_V^{\tau t} = \sum P_i^t Q_i^t \big/ \sum P_i^\tau Q_i^\tau$.

Описанные методы расчета индексов на одних и тех же начальных данных приводят порой к сильно различающимся результатам. В индексной науке существует несколько направлений решения возникающей задачи выбора формулы индекса. Один из них – тестовый подход, в рамках которого формулируются требования к методам расчета, в том числе исходя из свойств темпов роста цен и объемов на отдельные товары. Каждый метод расчета индекса анализируется с точки зрения выполнения этих требований. Впервые такой подход предложил И. Фишер, далее его развитием стал аксиоматический подход. Набор требований может быть различен. Например, в [1] обсуждается такая минимальная система требований.

1. Мультипликативность индекса цен и индекса объемов – их произведение должно составлять индекс стоимости:

$$I_p^{\tau t} I_q^{\tau t} = \sum_i P_i^t Q_i^t \Big/ \sum_i P_i^\tau Q_i^\tau . \tag{12}$$

2. Транзитивность:

а) индекса цен. Индексы, вычисляемые «цепным» способом и по постоянной базе, должны совпадать:

$$I_p^{\tau k} I_p^{kt} = I_p^{\tau t}, \tag{13}$$

где k – период времени между базисным и текущим;

б) индекса объемов:

$$I_q^{\tau k} I_q^{kt} = I_q^{\tau t}. \tag{14}$$

3. О среднем значении:

а) индекса цен. Значение общего индекса должно находиться между минимальным и максимальным значением индексов цен на отдельные товары:

$$\min_i P_i^t \big/ P_i^\tau \le I_p^{\tau t} \le \max_i P_i^t \big/ P_i^\tau ; \tag{15}$$

б) индекса объема:

$$\min_i Q_i^t \big/ Q_i^\tau \le I_q^{\tau t} \le \max_i Q_i^t \big/ Q_i^\tau . \tag{16}$$

Это одно из важнейших требований, систему которых можно расширять. В [1] доказано, что требования (12)–(16) являются противоречивыми, т. е. не существует такого метода расчета индекса цен и объемов, который бы удовлетворял одновременно всем перечисленным требованиям.

Невозможность получить теоретически хороший метод для расчета индексов приводит к необходимости детально исследовать свойства имеющихся. Поэтому важен эксперимент в рамках тестового подхода, оценивающий отклонения методов расчета индексов цен и объемов от выполнения требований.

Вторым подходом к определению качества индексов, используемых в работе, стал экономический. Он исходит из рациональности поведения потребителя и, основываясь на модели максимизации полезности при имеющихся бюджетных ограничениях в исследуемые периоды, определяет индекс изменения цены при неизменном уровне потребления. Эту теорию ввел А. Конюс [9], развивали Р. Аллен, В. Е. Диверт, Б. Балк, П. Сауэльсон и С. Свамми, В. И. Зоркальцев и др. [5–7; 9; 10]. Далее будут изложены основные идеи этого подхода.

Определение качества индекса
в рамках тестового и экономического подходов к индексологии

Экономический подход индексного анализа предполагает формирование индексов на основе модели, описывающей поведение экономических субъектов [7]. Для построения индексов необходимо воспользоваться моделью потребителя, покупающего товары и услуги на рынке, и производителя, продающего товары и услуги. Здесь эти модели рассматриваются как независимые, хотя надо понимать, что в экономике циркулируют одни и те же товары, и наблюдаемые цены и объемы возникают во взаимодействии на рынке продавца и покупателя.

Аналитические индексы цен и объемов. Рассмотрим задачу построения экономических индексов для модели домашнего хозяйства. Предположим, что экономические агенты ведут себя оптимальным образом, руководствуясь своими субъективными предпочтениями, описанными функцией полезности. В экономической теории рассматривают две взаимообратные задачи. Первая – потребитель определяет объем покупок, максимизируя функцию полезности при имеющихся бюджетных ограничениях. Вторая – обратная к первой – минимизация расходов при заданном уровне удовлетворения потребителя. Мы рассмотрим вторую.

Пусть $u(Q)$ – функция полезности, описывающая потребительские предпочтения. Тогда будем полагать, что потребитель при уровне полезности, который должен быть не меньше заданного, стремится приобрести набор благ по минимальной стоимости:

$$Q(P, U) = \arg\min\left\{\sum_i P_i Q_i : Q \in R_+^n,\ u(Q) \le U\right\}, \tag{17}$$

где U – заданное значение функции полезности $u(Q)$.

Пусть цены и количества в несовпадающие периоды τ и t составляют векторы P^τ, Q^τ и P^t, Q^t. Считаем, что выбор объемов осуществляется в результате решения задачи (17). Можно положить, что уровни полезности $U^\tau = u(Q^\tau)$ и $U^t = u(Q^t)$.

Аналитические индексы цен можно определить как отношение необходимых для достижения одного и того же уровня полезности минимальных затрат в указанные периоды. Для уровней U^τ и U^t:

$$I_{Ap}^{\tau t}\left(P^\tau, P^t, U^\tau\right) = \frac{\sum_i P_i^t Q_i\left(P^t, U^\tau\right)}{\sum_i P_i^\tau Q_i\left(P^\tau, U^\tau\right)}; \tag{18}$$

$$I_{Ap}^{\tau t}\left(P^\tau, P^t, U^t\right) = \frac{\sum_i P_i^t Q_i\left(P^t, U^t\right)}{\sum_i P_i^\tau Q_i\left(P^\tau, U^t\right)}. \tag{19}$$

В формулах (18) и (19) величины $Q_i\left(P^\tau, U^\tau\right)$ и $Q_i\left(P^t, U^t\right)$, $i = \overline{1, n}$, совпадают с наблюдаемыми объемами покупок в периоды τ и t, купленных по соответствующим ценам. Ненаблюдаемые величины $Q_i\left(P^\tau, U^t\right)$ (объемы покупок по ценам P^τ для достижения уровня полезности текущего периода U^t) и $Q_i\left(P^t, U^\tau\right)$ (объемы покупок по ценам P^t для достижения уровня полезности базисного периода U^τ) мы можем получить лишь теоретически из решения (17).

Аналитический индекс количеств рассчитывается как отношение минимальных затрат при одинаковых векторах цен P^t или P^τ и различных зафиксированных достижимых уровнях полезности:

$$I_{qA}^{\tau t}\left(P^{\tau},U^{t},U^{\tau}\right)=\frac{\sum_{i}P_{i}^{\tau}Q_{i}\left(P^{\tau},U^{t}\right)}{\sum_{i}P_{i}^{\tau}Q_{i}\left(P^{\tau},U^{\tau}\right)}; \qquad (20)$$

$$I_{qA}^{\tau t}\left(P^{t},U^{t},U^{\tau}\right)=\frac{\sum_{i}P_{i}^{t}Q_{i}\left(P^{t},U^{t}\right)}{\sum_{i}P_{i}^{t}Q_{i}\left(P^{t},U^{\tau}\right)}. \qquad (21)$$

Симметричным образом можно описать модель поведения продавца. В ней вместо уровней полезности рассматриваются некоторые достижимые уровни производственных возможностей. Задача формулируется как определение объема выпуска, при котором для выбранного уровня производственных возможностей производитель будет достигать максимальной выручки:

$$Q(P,\ N)=\arg\max\left\{\sum_{i}P_{i}Q_{i}:Q\in R_{+}^{n},\ \ f(Q)\geq N\right\}. \qquad (22)$$

Здесь N – уровни производственных возможностей функции $f(Q)$, которая обобщенно характеризует затраты производства на выпуск Q; $P\in R_{\oplus}^{n}$ – вектор цен на выпускаемую продукцию. Надо сказать, что индексы цен для модели (22) запишутся так же, как и индексы цен и объемов для задачи (17), только вместо уровней полезности необходимо использовать уровни производственных возможностей в рассматриваемые периоды, а именно $N^{\tau}=f\left(Q^{\tau}\right)$ и $N^{t}=f\left(Q^{t}\right)$.

Получим, что индексы цен и объемов, вытекающие из модели поведения покупателя (продавца), неоднозначны и их значения будут зависеть от выбранного уровня полезности (производственных возможностей).

Однозначно определенные аналитические индексы цен и объемов можно получить, введя дополнительные допущения для функции полезности [6; 10]. Пусть $u(Q)$ положительно линейно однородная, т. е. $u(\lambda Q)=\lambda u(Q)$ для всех $\lambda>0$ и $Q\in R_{+}^{n}$. Это предположение носит ограничительный характер. Из него следует, что все эластичности спроса по доходу будут равны 1, что противоречит наблюдениям. Например, при увеличении дохода в два раза, во столько же раз увеличится количество потребляемых продуктов. Тем не менее если изменения реального дохода потребителя и его предпочтения между двумя рассматриваемыми периодами не велико, то допущения о линейной однородности предпочтений близко к реальности.

Важен тот факт, что принципиальным является не линейная однородность функции полезности, которая определена в модели в общем виде с точностью до монотонного преобразования, а следующая из этого линейная однородность функции $Q(P,U)$.

Одним из примеров такой вектор-функции может стать $Q(P,U)$, соответствующая постоянной, одинаковой по всем товарам эластичности объема от цены при зафиксированном значении U функции $u(Q)$ [1]. Обозначим через δ показатель эластичности, который может принимать любое вещественное значение. Пусть

$$Q_{i}(P,U)=G(P,U)\alpha_{i}\left(P_{i}\right)^{\delta}, \qquad (23)$$

где α_i – весовой коэффициент; $G(U,P)$ – некоторая масштабирующая функция от достигнутого уровня полезности U:

$$G(P,U)=U\Big/\left(\sum_{j=1}^{n}\alpha_{j}\left(P_{j}\right)^{\delta+1}\right)^{\delta/\delta+1},\ \text{при}\ \delta\neq-1; \qquad (24)$$

$$G(P,U)=U\Big/\prod_{j}\left(P_{j}\right)^{\alpha_{j}},\ \text{при}\ \delta=-1.$$

Соотношением (23) можно описать модель покупателя через функцию спроса, а также модель продавца через функцию предложения, где объемы производства будут зависеть от рыночной цены с некоторой эластичностью. Будем считать, что для потребителя функция (23) характеризуется отрицательной эластичностью зависимости объемов покупок от цены, а для продавца этот параметр будет больше нуля. Случай, когда $\delta = 0$, т. е. объемы покупки (продажи) никак не зависят от цены на этот продукт, удовлетворяет условиям обоих моделей.

В случае (23) и (24) функция полезности будет иметь вид

$$u(Q) = \left(\sum \left((Q_i)^{\frac{\delta+1}{\delta}} \Big/ (\alpha_i)^{\frac{1}{\delta}} \right) \right)^{\frac{\delta}{\delta+1}}, \qquad \delta \neq -1,\ \delta < 0;$$

$$u(Q) = \prod_i (Q_i)^{\alpha_i}, \qquad \delta = -1. \tag{25}$$

$$u(Q) = \min_{i=1,..,n} Q_i / \alpha_i, \qquad \delta = 0.$$

А функция производственных возможностей:

$$f(Q) = \left(\sum \left((Q_i)^{\frac{\delta+1}{\delta}} \Big/ (\alpha_i)^{\frac{1}{\delta}} \right) \right)^{\frac{\delta}{\delta+1}}, \qquad \delta > 0. \tag{26}$$

Функции (25) и (26) являются линейно однородными, и для них аналитические индексы цен и объемов будут определяться однозначно. Обозначим аналитический индекс цен I_{Ap}, а аналитический индекс объемов I_{Aq}. Найдем их.

$$I_{Ap}^{\tau t} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^t\right)^{\delta+1}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^\tau\right)^{\delta+1}} \right)^{1/\delta+1}; \tag{27}$$

$$I_{Aq}^{\tau t} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(Q_i^t\right)^{\delta+1} / \alpha_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(Q_i^\tau\right)^{\delta+1} / \alpha_i} \right)^{\delta/\delta+1}. \tag{28}$$

Так как $\lim\limits_{m \to 0} \left(\sum_i \alpha_i (f_i)^m \right)^{\frac{1}{m}} = \prod_i (f_i)^{\alpha_i}$, то при $\delta = -1$ формулы переходят в среднегеометрические.

Экспериментальный анализ методов расчета индексов с использованием аналитических индексов и требований тестового подхода. Для общего случая, когда отсутствуют модельные взаимосвязи между ценами и объемами покупок для потребителя (продавца), определение качества индексов может быть основано только на тестовом подходе [2]. Метод проверяется на удовлетворение требованиям (12)–(16). Ниже приведены критерии их выполнения. Дополнительно вводится требование обратимости во времени, которое является ослаблением транзитивности [1; 2]. Если выполняется тест транзитивности, то метод удовлетворяет и обратимости во времени, но не наоборот.

Обратимость во времени для индекса цен

$$I_p^{\tau t} I_p^{t\tau} = 1. \tag{29}$$

Обратимость во времени для индекса объемов:

$$I_q^{\tau t} I_q^{t\tau} = 1. \tag{30}$$

Необходимо определить смещение исследуемого метода расчета индекса относительно рассматриваемого требования [11]. Для (12)–(16) и (29)–(30) критерии оценки этих отклонений выглядят следующим образом.

Смещение по требованию мультипликативности:

$$\theta^t = I_V^{\tau t} \Big/ I_p^{\tau t} I_q^{\tau t} .$$

Смещение по требованию транзитивности:

а) для индекса цен

$$\Delta^t = \prod_{k=\tau+1}^{t} I_p^{k-1,k} \Big/ I_p^{\tau t} \ ; \tag{31}$$

б) для индекса объема

$$\varepsilon^t = \prod_{k=\tau+1}^{t} I_q^{k-1,k} \Big/ I_q^{\tau t} \ .$$

Смещение по требованию обратимости во времени:

а) для индекса цен

$$\mu^t = I_p^{t\tau} \times I_p^{\tau t} ; \tag{32}$$

б) для индекса объема

$$\lambda^t = I_q^{t\tau} \times I_q^{\tau t} .$$

Смещение по требованию о среднем:

а) для индекса цен. Пусть $\overline{p}^{\tau t} = \max_i p_i^{\tau t}$ и $\underline{p}^{\tau t} = \min_i p_i^{\tau t}$ для $i = 1, \ ..., \ n$. Тогда смещения по тесту для индекса цен рассчитываются как

$$\chi^t = \left(I_p^{\tau t} \Big/ \overline{p}^{\tau t} - 1 \right)_+ + \left(1 - I_p^{\tau t} \Big/ \underline{p}^{\tau t} \right)_+ ,$$

где $(\cdot)_+$ – функция положительной срезки;

б) для индекса объемов

$$\gamma^t = \left(I_q^{\tau t} \Big/ \overline{q}^{\tau t} - 1 \right)_+ + \left(1 - I_q^{\tau t} \Big/ \underline{q}^{\tau t} \right)_+ ,$$

где $\overline{q}^{\tau t} = \max_i q_i^{\tau t}$ и $\underline{q}^{\tau t} = \min_i q_i^{\tau t}$ для $i = 1, \ ..., \ n$.

Экспериментальный анализ методов расчета индексов цен возможно проводить с использованием экономического подхода. Для этого в условиях, заданных моделью, вычисляются и сравниваются значения исследуемых и аналитических индексов. Сравнение будет результативным, если аналитический индекс цен и объемов для выбранной модели будет однозначным, например, в случае линейно однородной функции полезности. Можем ввести два критерия близости для исследуемого и аналитического индекса.

Отклонение индекса, рассчитанного по постоянной базе, от аналитического:

а) для индекса цен

$$\eta^t = I_p^{\tau t} \Big/ I_{Ap}^{\tau t} \ ; \tag{33}$$

б) для индекса объемов

$$o^t = I_q^{\tau t} \Big/ I_{Aq}^{\tau t} . \ .$$

Отклонение индекса, рассчитанного «цепным» методом, от аналитического:

а) для индекса цен

$$\hat{\eta}^t = \prod_{k=\tau+1}^{t} I_p^{k-1,k} \Big/ I_{Ap}^{\tau t} \text{ , где } I_p^{k-1,k} \text{ – индексы-звенья;} \tag{34}$$

б) для индекса объемов

$$\hat{o}^t = \prod_{k=\tau+1}^{t} I_q^{k-1,k} \Big/ I_{Aq}^{\tau t} \text{ , где } I_q^{k-1,k} \text{ – индексы-звенья.}$$

Анализ методов расчета индексов цен

Исследовались следующие известные индексы цен (1)–(11) – Ласпейреса, Пааше, Фишера, Уолша, Эджворта, Вартиа I (Сато-Монтгомери), Вартиа II, а также среднеарифметический, среднегеометрический, среднегармонический с весовыми коэффициентами в виде удельных стоимостей продуктов, рассчитанных по базисному году.

Индексы рассчитывались для динамики цен на 20 продуктов питания, составляющих набор минимальной потребительской корзины (г. Иркутск, январь 1992 – октябрь 1996 г.), и объемов товаров, для восстановления недостающей информации о которых пользовались гипотезами-моделями о спросе (предложении). Объемы определялись из функции спроса на основе цены с заданной эластичностью (23). Было рассмотрено пять вариантов рынка: $\delta = 1$; $\delta = 0{,}5$; $\delta = 0$; $\delta = -0{,}5$; $\delta = -1$. Важно, что для всех выбранных эластичностей δ формула аналитического индекса будет совпадать с какой-нибудь известной формулой.

Эластичность δ *равна* 1. Положительная эластичность зависимости объемов от цены характеризует модель продавца с функцией производства (26). Аналитический индекс (13) будет иметь вид

$$I_{Ap} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^t\right)^{1+1}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^\tau\right)^{1+1}} \right)^{1/2} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^t\right)^{2}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^\tau\right)^{2}} \right)^{1/2}.$$

и совпадать с формулой расчета для индекса Фишера. Подставляя в формулу (11) для индекса Фишера зависимость (23), получим

$$IF_p = \sqrt{IL_p \cdot IP_p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i P_i^t P_i^\tau}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^\tau\right)^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^t\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i P_i^t P_i^\tau} \right)^{1/2} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^t\right)^{2}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^\tau\right)^{2}} \right)^{1/2}.$$

В табл. 1, 2 и 3 приведены значения исследуемых и аналитического индексов цен при значении эластичности $\delta = 1$ для нескольких рассматриваемых периодов. Индексы расположены по возрастанию значений. В табл. 1 представлены индексы по переменной базе (индексы-звенья), где базой является предыдущий месяц, в табл. 2 рассчитан цепной индекс по формуле

$$I_p^{\tau t} = \prod_{k=\tau+1}^{t} I_p^{k-1,k}, \text{ где } I_p^{k-1,k} \text{ – индексы-звенья.}$$

В табл. 3 даны значения индексов, рассчитанных по постоянной базе.

Среднегармонический и среднегеометрический с весовыми коэффициентами по базисному году, рассчитанные по формулам (2) и (3), дают самые наименьшие значения. Это не случайно. Такое соотношение индексов доказано в [10]. При этом значение I_{pH} при весовых коэффициентах по базисному году должно быть всегда меньше значения I_{pG}. Значения индексов Эджворта, Уолша, Фишера (совпадающего с аналитическим при $\delta = 1$), Вартиа близки к друг другу. Эти методы используют для взвешивания объемов как текущего, так и базисного периодов.

При $\delta = 1$ значения индекса Ласпейреса меньше значений индекса Пааше. Это соотношение характерно для случая положительной зависимости между изменением цены и изменением объема, выраженной для используемой модели (23) через эластичность δ [7], т. е. можем говорить, что при доминировании на рынке продавца, когда эластичность изменения объемов покупок от цены положительная для всех товаров, значения индексов Ласпейреса будут меньше значений индекса Пааше. Из табл. 1, 2 и 3 следует, что значение аналитического индекса находится между I_{pL} и I_{pP}. Это подтверждает известный факт, доказанный в том числе ранее в [7; 10].

Обращают на себя внимание значительные расхождения индексов, рассчитанных по постоянной базе и цепным способом для методов Ласпейреса (для октября 93 – 29,12 и 19,46 соответственно), Пааше, Уолша. Большие отклонения от аналитического индекса при положительной эластичности дают индексы, рассчитанные цепным способом. Это важное наблюдение. Современные методы статистики используют именно такие формулы, и их качественными характеристиками нельзя пренебрегать.

Для индекса Фишера значения в табл. 2 и 3 совпадают, т. е. требование транзитивности выполнено. Это возможно в силу совпадения этого индекса с аналитическим, для которого система требований (12)–(16) выполнена по определению. При других параметрах δ индекс Фишера имеет нарушения требования транзитивности.

Таблица 1

Индексы цен, рассчитанные по переменной базе к предыдущему месяцу при $\delta=1$

Период	I_{pH}	I_{pG}	IL_p	$I_{pA}=IF_p$	IV_{pI}	IE_p	IW_p	IP_p
Апрель 1993 г.	1,1920	1,1983	1,2044	1,2102	1,2102	1,2103	1,2107	1,2160
Июль 1993 г.	1,0210	1,0309	1,0409	1,0510	1,0510	1,0510	1,0513	1,0613
Октябрь 1993 г.	1,1904	1,2026	1,2142	1,2254	1,2254	1,2256	1,2266	1,2367

Таблица 2

Индексы цен, рассчитанные цепным способом к январю 93 г. при $\delta=1$

Период	I_{pH}	I_{pG}	IL_p	IE_p	IV_{pI}	$I_{pA}=IF_p$	IW_p	IP_p
Апрель 1993 г.	3,4595	4,9187	7,4680	11,9938	12,4692	12,4692	13,2990	20,8196
Июль 1993 г.	5,0066	7,3790	11,7570	20,0302	20,9827	20,9828	22,5830	37,4480
Октябрь 1993 г.	6,5469	10,9440	19,4613	37,0594	39,4241	39,4240	43,0066	79,8637

Таблица 3

Индексы цен, рассчитанные по постоянной базе января 93 г. при $\delta=1$

Период	I_{pH}	I_{pG}	IL_p	IE_p	IV_{pI}	$I_{pA}=IF_p$	IW_p	IP_p
Апрель 1993 г.	5,4517	6,5320	8,4804	11,9885	12,4692	12,4692	17,2947	18,3341
Июль 1993 г.	8,7522	11,2806	15,2098	20,9262	20,9827	20,9828	28,0995	28,9469
Октябрь 1993 г.	19,6797	23,1998	29,1171	38,4553	39,4240	39,4240	52,5737	53,3793

Таблица 4

Индексы цен, рассчитанные по переменной базе к предыдущему месяцу при $\delta=-1$

Период	I_{pH}	IP_p	$I_{pA}=I_{pG}$	IV_{pI}	IE_p	IF_p	IW_p	IL_p
Апрель 1993 г.	1,1020	1,1306	1,1384	1,1384	1,1385	1,1386	1,1391	1,1467
Июль 1993 г.	1,1210	1,1312	1,1368	1,1368	1,1369	1,1369	1,1372	1,1426
Октябрь 1993 г.	1,1704	1,2124	1,2348	1,2348	1,2348	1,2350	1,2374	1,2579

Эластичность δ *равна* –1. Отрицательная эластичность –1 зависимости объемов от цены характеризует модель покупателя с функцией полезности (25) (второй случай) (табл. 4). Аналитический индекс (13) совпадет со среднегеометрическим с весовыми коэффициентами по начальному периоду (3) и индексами Вартиа I и II (9), (10):

$$I_{Ap} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{P_i^t}{P_i^\tau} \right)^{\alpha_i} = I_{pG} = IV_{p(I)} = IV_{p(II)}.$$

Для условий $\delta = -1$ сохраняется ряд отмеченных ранее в ситуации $\delta = 1$ соотношений индексов. В частности, наименьшее значение, значительно отличающееся от значения аналитического индекса, имеет среднегармонический индекс. Близкими между собой являются индексы Фишера, Эджворта, Вартиа. Обращает на себя внимание изменение соотношений для индексов Ласпейреса и Пааше. На этот раз бóльшие значения имеет индекс Ласпейреса, это должно выполняться в условиях отрицательной эластичности зависимости объема от цены. Аналитический индекс находится между значениями индексов Ласпейреса и Пааше.

Эластичность δ *равна* 0. Эта эластичность описывает как модель поведения покупателя, так и модель поведения продавца. Этим объясняется ряд закономерностей в полученной последовательности индексов, в частности совпадение индексов Ласпейреса и Пааше. Для таких условий они совпадают с аналитическим индексом наряду с еще несколькими известными формулами: арифметическим с весами в виде удельных стоимостей в базисном периоде, Фишера, Эджворта, Уолша. В табл. 5 представлены расчеты по переменной базе для исследуемых индексов.

Таблица 5

Индексы цен,
рассчитанные по переменной базе к предыдущему месяцу при $\delta = 0$

Период	I_{pH}	I_{pG}	$I_{pA} = IL_p = IE_p = IF_p = IW_p = IP_p$	IV_{pI}
Апрель 1993 г.	1,1518	1,1589	1,1660	1,1660
Июль 1993 г.	1,0884	1,0977	1,1069	1,1069
Октябрь 1993 г.	1,1760	1,1935	1,2109	1,2109

Таблица 6

Индексы цен,
рассчитанные цепным способом к январю 1993 г. при $\delta = 0$

Период	I_{pH}	I_{pG}	$I_{pA} = IL_p = IE_p = IF_p = IW_p = IP_p$	IV_{pI}
Апрель 1993 г.	4,1893	5,7913	8,4804	8,4804
Июль 1993 г.	6,8531	9,8642	15,2098	15,2098
Октябрь 1993 г.	10,0233	16,3741	29,1171	29,1172

В табл. 5 и 6 можно отметить существенные расхождения значений индексов среднегеометрического и среднегармонического с весовыми коэффициентами по базисному году со значением аналитического индекса. Напротив, индекс Вартиа с ним очень близок. Этот индекс использует для взвешивания данные и базисного, и текущего периодов.

Соотношения индексов, характерные для отрицательной эластичности (модели покупателя), получим также в случае δ = –0,5. Аналитический индекс (13) запишется как

$$I_{Ap} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^1\right)^{0,5}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^0\right)^{0,5}} \right)^2 .$$

При определенных преобразованиях весовых коэффициентов эту формулу можно представить как среднеквадратическую из темпов роста цен на отдельные товары.

При эластичности δ равной 0,5 (модель продавца) аналитический индекс совпадает с

$$I_{Ap} = \left(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^1\right)^{3/2} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \left(P_i^0\right)^{3/2} \right)^{2/3} .$$

Соотношения индексов будут в целом похожи на случай с $\delta = 1$ (положительной эластичности).

Далее исследуем качественные характеристики индексов цен по приведенным выше критериям. Наша задача – в условиях модели, описывающей поведение покупателя (продавца), определенной зависимостью (23), рассчитать значения исследуемых статистических индексов (1)–(11), а также аналитический индекс для данного типа рынка (27). Затем на основе критериев (31), (32), (33) и (34) выделить методы с наименьшими смещениями и отклонениями.

На первом этапе эксперимента методы тестировались по исходным данным в «детерминированных» условиях. Смещения и отклонения по всем периодам $t = 1, ..., T$ усреднялись следующим образом:

$$\Delta = \left(\exp \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{T} \left| \ln \Delta^t \right| - 1 \right) 100\ \% ; \tag{35}$$

$$\mu = \left(\exp \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{T} \left| \ln \mu^t \right| - 1 \right) 100\ \% ; \tag{36}$$

$$\hat{\eta} = \left(\exp \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{T} \left| \ln \hat{\eta}^t \right| - 1 \right) 100\ \% ; \tag{37}$$

$$\eta = \left(\exp \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{T} \left| \ln \eta^t \right| - 1 \right) 100\ \% . \tag{38}$$

Здесь имеющееся смещение от выполнения критерия или отклонение от аналитического индекса берется по абсолютной величине, так как интерес представляет только степень несоответствия критерию, а не его знак. Далее используется среднегеометрическое усреднение с одинаковыми весовыми коэффициентами $1/T$ по всем периодам. Среднегеометрическое выбрано не случайно. Оно является средним между всеми средними величинами, этот факт доказан в том числе в [1]. Все отклонения за ряд периодов ищутся в процентах.

В табл. 7 представлены полученные результаты вычислений по соответствию критериям (31), (32), (33) и (34).

Из табл. 7 следует, что для всех пяти случаев выбранных эластичностей справедливо следующее.

1. В рассмотренных ситуациях расхождение индексов, рассчитанных разными методами, велико. Например, при единичной эластичности объемов товаров от цены и расчете индексов по постоянной базе индексы разошлись более чем в полтора раза; при эластичности δ = –1 – в 1,33 раза.

2. Для одного и того же метода имеет значение, как мы будем вычислять итоговый индекс: цепным способом или по постоянной базе. Расхождения между двумя этими индексами характеризует показатель смещения по тесту транзитивности Δ. Из расчетов, представленных в таблице, видно, что существенные смещения могут давать среднегеометрический, среднегармонический с весовыми коэффициентами по базисному году, а также индексы Ласпейреса и Пааше. Все эти методы используют для взвешивания объемов товаров либо базисного, ли-

бо текущего года. Для них также нарушается тест обратимости во времени (показатель μ), в случае когда их формула не совпадает с полученной аналитически. В целом расчеты показали, что расхождения между индексами, вычисленными разными способами, будут больше в случае расчета цепным способом, нежели по постоянной базе.

Таблица 7

Смещения и отклонения индексов цен, рассчитанных по исходным данным, %

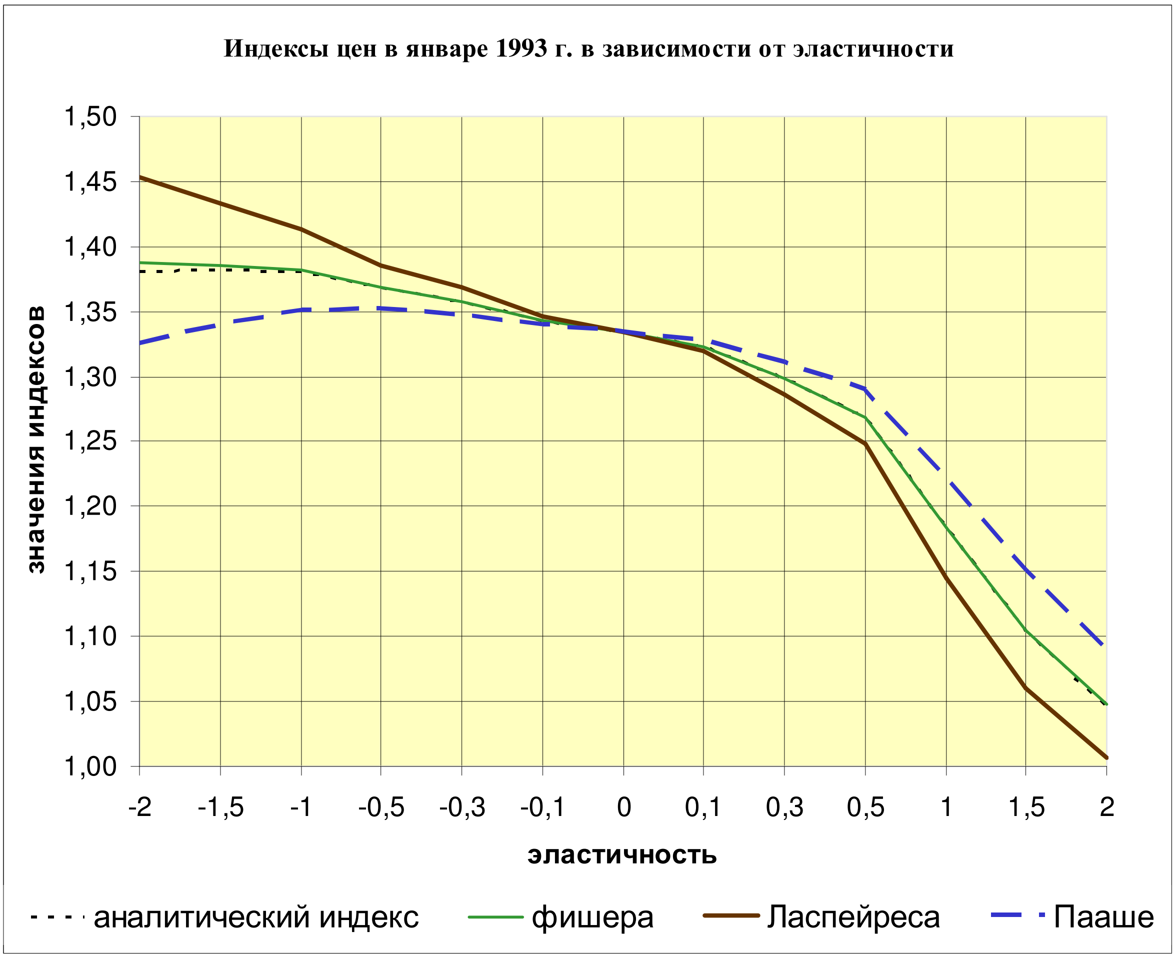
Смещения по тестам и отклонения от эталонного	I_{pH}	I_{pG}	$IL_p = I_{pA}$	IP_p	IF_p	IW_p	IE_p	IV_{pII}	IV_{pI}
Эластичность зависимости объема товара от цены = 1									
Смещения по тесту транзитивности Δ	5,69	8,89	6,65	7,51	0	11,02	1,36	4,08	16,22
Смещения по тесту обратимости во времени μ	0,89	0,83	0,62	1,63	0	0	0	0	0
Отклонение «цепного» индекса от эталонного $\hat{\eta}$	77,14	52,69	24,47	27,43	0	3,02	2,41	4,08	3,73
Отклонение индекса по пост. базе, от эталонного η	84,89	66,26	32,75	37,04	0	12,07	3,80	0,00	20,30
Эластичность зависимости объема товара от цены = 0,5									
Δ	5,33	4,05	2,53	2,03	0,40	1,70	0,86	1,7	6,45
μ	0,84	0,73	0,36	0,56	0	0	0	0	0
$\hat{\eta}$	57,54	35,47	11,11	11,42	0,38	0,16	0,95	1,7	1,7
η	56,03	40,31	13,92	13,68	0,74	1,66	1,81	0,00	8,14
Эластичность зависимости объема товара от цены = 0									
Δ	5,29	1,86	0	0	0	0	0	0,44	1,81
μ	0,76	0,52	0	0	0	0	0	0	0
$\hat{\eta}$	38,99	20,11	0	0	0	0	0	0,44	0,5
η	34,89	21,30	0	0	0	0	0	0,00	2,31
Эластичность зависимости объема товара от цены = -0,5									
Δ	4,33	0,82	1,59	1,10	1,13	2,08	0,51	0,08	0,22
μ	0,59	0,24	0,33	0,25	0	0	0	0	0
$\hat{\eta}$	24,27	8,42	8,90	7,91	0,83	1,17	0,41	0,08	0,06
η	20,73	8,57	10,62	7,39	1,84	2,92	0,92	0,00	0,28
Эластичность зависимости объема товара от цены = -1									
Δ	2,70	0	2,82	2,70	2,5	5,14	0,55	0	0
μ	0,37	0	0,51	0,34	0	0	0	0	0
$\hat{\eta}$	13,35	0	15,98	13,35	1,76	2,60	0,43	0	0
η	11,21	0	19,16	11,21	4,02	7,00	0,98	0	0

3. В заданных условиях (23) для индексов, несовпадающих с аналитическим, система требований нарушается. Можно заметить, что если индекс имеет значительные отклонения от аналитического, то и степень смещения относительно требований для него будет велика. В нашем исследовании это справедливо для индексов I_{pH}, I_{pG}, IP_p, IL_p.

4. Будем считать, что при положительной эластичности наша модель описывает ситуацию на рынке, когда условия диктует продавец (или доминирует продавец). В обратной ситуации – отрицательной δ – предполагаем, что условия диктует покупатель. Из расчетов получили, что значения индекса Ласпейреса в условиях доминирования покупателя будут всегда выше значений аналитического индекса, а индекса Пааше всегда ниже. На этом основании можем предположить, что при отрицательной эластичности индекс Ласпейреса дает завышающие результаты, а индекс Пааше – занижающие относительно аналитического ориентира. В случае доминирования продавца ситуация обратная. На рисунке ниже представлены соотношения значений индексов Ласпейреса, Пааше, Фишера и аналитического для различных эластичностей δ.

5. В заданных условиях (23) для индексов, несовпадающих с аналитическим, система требований нарушается.

6. Индексы IE_p, IF_p, $IV_{p(I)}$ и $IV_{p(II)}$ во всех пяти случаях имеют небольшие смещения по требованиям и отклонения от аналитического. Все они используют при расчете средние из объемов текущего и базисного периодов. В исследуемых ситуациях, кроме нулевой эластичности, они находятся в диапазоне между индексами IL_p и IP_p.



Соотношения индексов цен, рассчитанных на одних и тех же данных (январь 1993),
при эластичности, варьируемой от –2 до 2

Моделирование ценовых возмущений

На втором этапе в исходные данные вводились случайные колебания. Начальные цены и объемы умножались на случайную величину ξ, распределенную по логнормальному закону с математическим ожиданием, равным 1: $\xi \sim Log\, N\left(1, \sigma^2\right)$. Дисперсия σ^2 характеризовала степень вариации цены. Для каждого нового значения цены $\tilde{P}_i$ генерировалась своя реализация случайной величины ξ:

$$\tilde{P}_i^t = P_i^t \xi, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}.$$

Выбор логнормального закона обоснован в работах Д. Джевонса, Н. С. Четверикова [13]. Его преимущество, в частности, перед нормальным распределением заключается в том, что последнее симметрично относительно математического ожидания и может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Однако цены и объемы товаров не могут быть отрицательными.

При нормальном распределении значение величины может с равной вероятностью отклоняться как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Однако на практике чаще всего имеем ситуацию, когда наблюдается инфляция – незначительная (наиболее заметная в долгосрочной перспективе), умеренная или гиперинфляция, характерная для периодов экономического кризиса. Таким образом, колебания цен в сторону завышения более ярко выражены. Кривая логнормального распределения всегда принимает положительные значения, она асимметрична, т. е. правосторонне скошена, поэтому подходит для моделирования динамики цен.

Значения дисперсии определили три экономические ситуации, рассмотренные в эксперименте.

1. Относительно небольшие колебания цен и объемов в среднем 5 % (дисперсия случайной величины ξ – $\sigma^2 = 0{,}05$). Когда колебания незначительны, практически все исследуемые индексы достаточно достоверно отражают ценовую динамику. При одинаковых темпах роста цен на все товары индексы, рассчитанные разными методами, будут иметь одинаковые значения.

2. Средняя интенсивность колебаний цен и объемов (дисперсия случайной величины ξ – $\sigma^2 = 0{,}15$). Колебания в пределах 15 % обычно наблюдаются при инфляции средней интенсивности. Примерно такая имеет место в России в настоящее время. Точность индексов цен снижается, увеличивается их расхождение. Возникает потребность расчета ряда альтернативных показателей для наиболее объективного отображения реальной ценовой динамики.

3. Высокая интенсивность колебаний цен и объемов (около 30 %), характерная для начала интенсивного инфляционного процесса (дисперсия случайной величины ξ – $\sigma^2 = 0{,}3$). Такая ситуация наблюдалась в России в первой половине 1990-х гг. Стремительный рост цен, общая ценовая энтропия – в этих условиях особенно важна оперативная и достоверная информация о динамике экономических показателей и показателях инфляции в частности. Первостепенно важно из всего многообразия индексов цен выделить те, что наиболее устойчивы к вариации цен.

Таким образом, для каждой из пяти исходных ситуаций (с эластичностью 1; 0,5; –1; –0,5 и 0) было рассмотрено 3 варианта случайных колебаний исходных данных. Для каждого периода проводилось N испытаний (в нашем случае $N = 60$).

По вновь полученным «возмущенным» данным рассчитывались индексы, которые оценивались с помощью критериев (31), (32), (33), (34). Вычислялась усредненная характеристика в периоде *t* для каждого индекса по всем N испытаниям:

$$\Delta^t = \exp \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \ln\left(\Delta^t\right)_i \right|;$$

$$\mu^t = \exp \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \ln\left(\mu^t\right)_i \right|;$$

$$\hat{\eta}^t = \exp \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \ln \left(\hat{\eta}^t \right)_i \right| ;$$

$$\eta^t = \exp \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \ln \left(\eta^t \right)_i \right| .$$

Далее по формулам (35)–(38) рассчитывались средние значения характеристик для всех периодов. Аналитические индексы вычислялись по исходным данным без введения дополнительных вариаций.

Цель эксперимента – определить устойчивость метода расчета индекса цен к различным колебаниям начальных данных. Критерием является величина смещения по требованиям и отклонения от аналитического индекса в условиях ценовых вариаций разной интенсивности.

Результаты расчетов выборочно представлены в табл. 8, 9.

В результате эксперимента было получено следующее.

Для всех методов расчета с увеличением вариаций заметен рост отклонений от значения аналитического индекса и смещений по тестам транзитивности и обратимости во времени. Это означает, что степень ценовых колебаний существенным образом влияет на качество формируемых показателей. Тем не менее из рассмотренного разнообразия методов можно выделить более устойчивые, имеющие отклонения и смещения не более 15–16 % при вариации цен 30 %. Это индексы Фишера, Уолша, Эджворта, Вартиа I и Вартиа II. Хуже характеристики у индексов Ласпейреса, Паше. Среднегеометрический и среднегармонический с весами по базовому году имеют серьезные нарушения критериев.

Необходимо отметить, что увеличение вариации цен и объемов существенным образом не влияет на соотношения значений индексов между собой и в целом сохраняется последовательность значений индексов, рассчитанных разными методами. Например, при эластичности $\delta = 1$ в большинстве испытаний индекс Ласпейреса давал значение меньшее, чем индекс Пааше. При $\delta = -1$ была обратная ситуация. Индексы цен Фишера, Эджворта, Уолша, Вартиа I и Вартиа II во всех случаях имели близкие значения, промежуточные между индексами IL_p и IP_p.

Таблица 8

Смещения индексов цен по тесту транзитивности Δ, %

Колебания исходных данных, %	I_{pG}	I_{pH}	$IL_p = I_{pA}$	IP_p	IF_p	IW_p	IE_p	$IV_{p(II)}$	$IV_{p(I)}$
Эластичность зависимости объема товара от цены = 1									
0 (исходные)	8,89	5,69	6,65	7,51	0,00	11,02	1,36	4,08	16,22
5	7,43	6,58	5,82	6,57	0,00	11,06	1,39	4,28	17,76
15	15,70	28,65	7,59	7,59	0,00	11,05	2,10	4,81	16,57
30	73,74	153,22	28,38	28,38	0,00	10,78	3,57	6,99	18,99
Эластичность зависимости объема товара от цены = 0									
0	1,86	5,29	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,44	1,81
5	2,96	7,91	0,95	1,27	0,57	0,60	0,54	0,86	1,84
15	17,41	32,61	8,53	9,04	1,84	1,82	1,89	2,03	2,72
30	96,31	202,45	39,65	40,80	3,86	3,70	4,43	3,75	4,39
Эластичность зависимости объема товара от цены = –1									
0	0,00	2,70	2,82	2,70	2,5	5,14	0,55	0,00	0,00
5	1,83	5,01	3,46	2,19	2,17	5,03	0,97	0,85	0,93
15	16,75	28,79	11,26	7,04	3,53	5,45	3,04	2,96	2,65
30	92,59	187,00	42,16	37,54	6,54	7,96	6,47	6,10	5,17

Таблица 9

Отклонения индексов, рассчитанных «цепным» методом,
от аналитического индекса $\hat{\eta}$, %

Колебания исходных данных, %	I_{pG}	I_{pH}	$IL_p = I_{pA}$	IP_p	IF_p	IW_p	IE_p	$IV_{p(II)}$	$IV_{p(I)}$
Эластичность зависимости объема товара от цены = 1									
0 (исходные)	52,69	77,14	24,47	27,43	0,00	3,02	2,41	4,08	3,73
5	57,05	84,52	26,33	28,91	2,12	3,24	3,23	4,57	5,37
15	91,41	147,12	43,13	41,44	6,31	6,77	7,19	7,43	8,40
30	236,91	398,96	82,78	70,27	14,37	15,27	15,56	16,16	17,42
Эластичность зависимости объема товара от цены = 0									
0	20,11	38,99	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,44	0,5
5	23,28	44,37	2,43	2,26	2,14	2,09	2,14	2,20	2,14
15	49,00	90,95	12,60	11,43	6,36	6,42	6,47	6,51	6,45
30	183,05	352,74	49,73	46,34	12,85	13,39	13,43	14,66	13,40
Эластичность зависимости объема товара от цены = -1									
0	0,00	13,35	15,98	13,35	1,76	2,60	0,43	0,00	0,00
5	3,4	17,48	14,64	12,49	2,89	3,23	2,52	2,46	2,60
15	23,48	53,43	10,18	9,19	8,03	8,07	7,96	8,01	7,54
30	129,34	263,97	32,82	32,04	15,96	16,42	16,16	15,03	14,88

Таблица 10

Соотношения индексов Ласпейреса и Пааше
при различной вариации цен для случая эластичности равной –1

Индексы	IL_p	IP_p	IL_p	IP_p	IL_p	IP_p	IL_p	IP_p
вариация	0 %		5 %		15 %		30 %	
Февраль 1992 г.	1,00	0,96	1,00	0,96	0,97	0,96	**0,90**	**0,96**
Март 1992 г.	1,11	1,03	1,20	1,11	1,37	1,28	1,64	1,57
Апрель 1992 г.	1,37	1,11	1,41	1,15	1,47	1,23	1,52	1,37

В то же время в определенных ситуациях ввод случайных колебаний в исходные данные повлек за собой изменение последовательности индексов. Например, при $\delta = 0$ все рассматриваемые методы, кроме средних гармонического и геометрического, являются аналитическими, и их значения совпадают. Но при введении случайных колебаний в цены и объемы эти индексы дают уже разные значения.

Другой пример. При увеличении вариации до 15–30 % для случаев с $\delta < 0$ наблюдается изменение последовательности значений индексов в разных периодах. Особенно это показательно для индексов Ласпейреса и Пааше. Их соотношение для конкретной, определенной моделью ситуации всегда постоянно: в случае отрицательной эластичности значение индекса Ласпейреса больше значения индекса Пааше. В табл. 10 приведен пример, где для этих индексов для вариации 30 % изменилось соотношение: большее значение у индекса Пааше.

Можно предположить, что при работе с реальными данными такие эффекты могут говорить об увеличении случайных колебаний начальных данных, что чаще всего характеризует неустойчивую экономическую ситуацию на рынке, в том числе инфляционные толчки.

В результате исследования получили, что рост вариации цен ведет к увеличению смещений по тестам и отклонений от аналитического индекса для всех методов расчета индексов. Тем не менее индексы по-разному реагируют на увеличение колебаний темпов роста цен. Лучшие качества продемонстрировали методы Эджворта, Уолша, Фишера, Вартиа, при расчете которых для взвешивания используются средние из объемов одновременно текущего и базисного периодов. Поэтому их можно порекомендовать для применения как в периоды небольшой, так и в периоды значительной инфляции, сопровождающейся сильной вариацией темпов роста цен на отдельные товары.

Список литературы

1. *Зоркальцев В. И.* Индексы цен и инфляционные процессы. Новосибирск: Наука, 1996. 279 с.

2. *Balk B. M.* Axiomatic Price Index Theory: A Survey // International Statistical Review. 1995. Vol. 63. P. 69–93.

3. *Кевеш П.* Теория индексов и практика экономического анализа: Пер. с англ. М.: Финансы и статистика, 1990. 428 с.

4. *Фишер И.* Построение индексов: Пер. с англ. М.: Прогресс, 1990.

5. *Balk B. M.* On Curing the CPI's Substitution and New Goods Bias // Research Paper 0005, Department of Statistical Methods (Voorburg: Statistics Netherlands), 2000.

6. *Diewert W. E., Nakamura A. O.* Essays in Index Number Theory, Contributions to Economic Analysis. Amsterdam: North-Holland, 1993. 445 p.

7. *Аллен Р.* Экономические индексы: Пер. с англ. М.: Статистика, 1980. 321 с.

8. *Конюс А. А., Бюшгейнс С. С.* К проблеме покупательной силы денег // Вопросы конъюнктуры. 1926. № 2. С. 22–27.

9. Consumer price index manual: Theory and practice. Geneva: International Labour Office, 2004.

10. *Зоркальцев В. И.* Использование неравенств при анализе построения индексов цен // Экономика и мат. методы. 1998. Т. 34, вып. 2. С. 120–133.

11. *Зоркальцев В. И.* Невозможность корректного агрегирования покупателей и продавцов в рамках современной экономической теории // Инструменты анализа и управления переходными состояниями в экономике: Сб. ст. / Российско-Американский институт экономики и бизнеса УрГУ. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2006. С. 57–69.

12. *Айзенберг Н. И.* Поведение индексов цен при разной эластичности спроса от цены // Инструменты анализа и управления переходными состояниями в экономике: Сб. ст. / Российско-Американский институт экономики и бизнеса УрГУ. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2006. С. 47–57.

13. *Четвериков Н. С.* Метод Index number как способ изучения ценности денег // Статистические и стохастические исследования. М., 1978.

Материал поступил в редколлегию 14.07.2010

N. I. Ajzenberg

**THE EXPERIMENTAL COMPARATIVE ANALYSIS
OF PRICE INDEXES CALCULATION METHODS BASED ON THE TEST
AND ECONOMIC APPROACH**

This paper describes the technique of the comparative analysis of the price indexes calculation methods based on the test and economic approach. The main supposition is that utility function has CES form. The purpose of investigation is the analysis of price indexes stability when the volatility of prices for separate goods grows.

Keywords: consumer price index, superlative indexes, stochastic approach.