

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПОТОКА ГАЗА ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ В РАСШИРЯЮЩЕМСЯ ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Изучено влияние параметров подобия на работоспособность сверхзвукового потока в канале переменного сечения при импульсно-периодическом подводе энергии. Исследована также зависимость удельной силы, действующей на стенки расширяющегося канала, от положения, длины зоны импульсно-периодического энергоподвода, от числа Струхала и числа Маха потока. Установлено, что чем ближе к началу расширения канала и чем уже зона энергоподвода, тем больше удельная сила и соответственно тем лучше используется эксэргия потока. Повышение температуры при однократном подводе энергии выгодно с точки зрения получения силы тяги. Это имеет место при более низких частотах.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, канал, импульсный подвод энергии, эксэргия.

Введение

Задача изучения сверхзвукового течения в канале переменного сечения с импульсно-периодическим подводом энергии связана с проблемой создания газодинамических силовых установок, в частности лазерных ракетных двигателей (см., например: [1; 2]). Результаты, представленные в [3], показали, что удельная сила, действующая на стенки канала со стороны сверхзвукового потока, может существенно зависеть от длительности импульса.

Для оценки энергетической эффективности тепловых установок вводится понятие удельной работоспособности – эксэргии E [4]. В отличие от энтропии, всегда возрастающей в реальных процессах, и от энергии, количество которой строго сохраняется (согласно первому закону термодинамики), эксэргия позволяет выделить часть полной энергии по признаку работоспособности (возможности совершить максимальную полезную работу). При введении понятия эксэргии и получении соответствующих выражений для нее в [4] предполагалось, что поток газа стационарный, а подвод энергии

непрерывный при постоянной температуре. Тем не менее в [5] понятие эксэргии применяется для обоснования того, что при импульсно-периодическом подводе энергии к потоку газа в канале соответствующие относительные приращения температуры должны быть небольшими (много меньшими единицы). Скорее, справедливо противоположное утверждение: из-за небольших приращений температуры при импульсном подводе энергии возможно применение эксэргетического анализа прамоточного двигателя. Поэтому представляют интерес поведение эксэргии и связь этой величины с другими характеристиками сверхзвукового течения в канале переменного сечения в случае существования периодического решения при импульсно-периодическом подводе энергии. Соответствующие исследования выполнены в данной работе при не слишком больших импульсах подводимой энергии.

Постановка задачи

Моделируется нестационарное течение в плоском канале переменного сечения с рас-

пределенным подводом энергии. Решаются уравнения Эйлера в «каналовом» приближении для газа с постоянным показателем адиабаты γ . «Каналовое» приближение позволяет получить значения интегральных характеристик течения, близкие к оптимальным, поскольку на выходе из канала течение равномерное. Для плоского случая эти уравнения имеют вид [6]

$$\begin{aligned} \partial U / \partial t + \partial F / \partial x &= Q, \\ U &= (\rho u, \rho u y, e y), \\ F &= (\rho u y, (p + \rho u^2) y, \\ &\quad u(p + e) y), \\ Q &= (0, p dy/dx, q y). \end{aligned}$$

Полуширина канала задается уравнением: $y = y(x)$. Координата x направлена вдоль канала и отнесена к его полуширине d на входе; время t отнесено к d/a_0 , скорость газа u и скорость звука a – к a_0 , плотность ρ – к ρ_1 ; давление p и полная энергия единицы объема газа e обезразмерены с помощью величины $\rho_1 a_0^2$; q – мощность, подводимая к единице объема газа, отнесена к величине $\rho_1 a_0^3 / d$; p_0 и a_0 – размерные давление и скорость звука в потоке на входе в канал; величина ρ_1 определяется из условия $p_0 = \rho_1 a_0^2$.

Для замыкания системы дифференциальных уравнений необходимо добавить термическое и калорическое уравнения состояний газа. В случае идеального газа эти уравнения можно записать в следующем безразмерном виде:

$$\begin{aligned} p &= (\gamma - 1) \cdot (e - 0,5 \rho u^2), \\ a^2 &= T = \gamma p / \rho. \end{aligned}$$

Подвод энергии осуществляется в расширяющейся части канала в заданном интервале координат $[x_1, x_2]$. Величина подводимой мощности q (средней за период при периодическом ее подводе) определяется из сравнения с мощностью, выделяющейся при полном сгорании водорода в прямоточном воздушно-реактивном двигателе. Это дает интегральное уравнение для нахождения q

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{x_1}^{x_2} q y dx = \rho_0 M_0 Q \Delta t,$$

где Δt – период, M_0 – число Маха потока на входе в канал. Величина $Q = Hu/a_0^2$ (Hu – калорийность водорода) зависит от числа Маха M_∞ полета (так же, как и M_0). Эти величины задаются. Для q в случае периодического подвода энергии используется следующая зависимость от времени:

$$q(x, t) = q_0(x) \sum_n \delta(t - n\Delta t),$$

где $\delta(t)$ – импульсная функция Дирака.

Произведение $q_0(x)y$ предполагается постоянным. В результате для $q_0(x)$ получено выражение (с учетом того, что $\rho_0 = \gamma$, $u_0 = M_0$, $y_0 = 1$)

$$q_0(x) = \gamma \cdot M_0 \cdot Q / (x_2 - x_1) / y \cdot \Delta t.$$

При непрерывном подводе энергии величина q полагается независимой от времени.

Для решения задачи задаются на входе в канал параметры невозмущенного потока, на выходе при сверхзвуковых скоростях используется линейная экстраполяция [6]. В качестве начальных условий используется стационарное течение газа при отсутствии подвода энергии.

Для численного решения задачи применяется метод Макормака с искусственной вязкостью четвертого порядка малости.

В ходе решения задачи вычисляется средняя за период удельная сила f (отношение силы, действующей на стенки канала, к расходу воздуха), эксэргия и другие параметры газового потока.

Интегральные характеристики течения

В расчетах используется ряд интегральных величин, получаемых для периодического решения из уравнений Эйлера в «каналовом» приближении. Интегрируя уравнения неразрывности по периоду, получаем

$$\frac{d}{dx} \int_t^{t+\Delta t} \rho u y dt = 0,$$

откуда следует, что средний по периоду расход должен сохраняться (очевидный результат):

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \rho u y dt &= \langle \rho u y \rangle \Delta t = \text{const} = \\ &= \rho_0 u_0 y_0 \Delta t = \dot{m} \Delta t, \end{aligned}$$

Здесь угловые скобки выделяют средние значения, индекс 0 характеризует соответствующие параметры на входе в канал.

Интегрирование по периоду уравнения сохранения импульса дает среднее значение силы, действующей на стенки канала:

$$F = \langle (p + \rho u^2) y \rangle - (p_0 + \rho_0 u_0^2) y_0.$$

Интегрирование по периоду уравнения сохранения энергии показывает, что среднее

значение полной удельной энтальпии при отсутствии подвода теплоты сохраняется, а при импульсно-периодическом энергоподводе оно увеличивается на количество теплоты Q , подводимое к единице массы газа:

$$\dot{m}\Delta t \frac{d}{dx} \langle H \rangle = \int_t^{t+\Delta t} qy dt,$$

или

$$\dot{m}\Delta t \cdot \Delta \langle H \rangle = \int_t^{t+\Delta t} dt \int_{x_1}^{x_2} qy dx = \dot{m}\Delta t Q,$$

откуда следует $\langle H \rangle - H_0 = Q$.

Необходимо подчеркнуть, что осреднение здесь проводится по расходу:

$$\langle H \rangle = \int_t^{t+\Delta t} \rho u y H dt / \int_t^{t+\Delta t} \rho u y dt.$$

Поскольку при численном решении системы дифференциальных уравнений используется искусственная вязкость, проводился контроль за выполнением интегральных законов сохранения.

Представляет интерес изменение энтропии газа, связанное с подводом теплоты Q . В «каналовом» приближении уравнение для энтропии имеет вид

$$\partial \rho s y / \partial t + \partial \rho u s y / \partial x = qy / T.$$

Интегрирование этого уравнения по времени в пределах периода дает

$$\dot{m}\Delta t \frac{d}{dx} \langle s \rangle = \int_t^{t+\Delta t} qy / T dt.$$

Пусть локальная температура при подводе энергии увеличивается с T_1 до T_2 . Тогда

$$\int_t^{t+\Delta t} qy / T_2 dt < \dot{m}\Delta t \frac{d}{dx} \langle s \rangle < \int_t^{t+\Delta t} qy / T_1 dt,$$

или

$$q_0 y / T_2 < \dot{m}\Delta t \frac{d}{dx} \langle s \rangle < q_0 y / T_1.$$

Привлекая выражение для $q_0(x)$, получаем

$$Q / (x_2 - x_1) / T_2(x) < \frac{d}{dx} \langle s \rangle < Q / (x_2 - x_1) / T_1(x).$$

Это неравенство позволяет получить интервал изменения энтропии, связанный с непосредственным подводом энергии.

Эксэргия и эффективность

В [4] получено следующее выражение для эксэргии потока газа:

$$E = h - h_\infty - T_\infty (s - s_\infty).$$

Здесь оно обезразмерено: удельная энтальпия h отнесена к a_0^2 , удельная энтропия s — к a_0^2/T_0 ; индекс ∞ характеризует соответствующие параметры окружающей среды. Для модели идеального газа

$$h = T / (\gamma - 1), \\ s = \ln T / (\gamma - 1) - \ln p / \gamma.$$

На входе в канал значение энтропии задается равным нулю.

Эксэргия теплоты q определяется следующим образом:

$$E_q = q(1 - T_\infty / T).$$

Для стационарного потока рабочего тела и непрерывного подвода теплоты от теплового источника с постоянной температурой сумма эксэргий входящего потока и теплоты за вычетом эксэргии выходящего потока дают полезную работу теплового аппарата. При отсутствии диссипативных процессов эта работа равна сумме подведенной теплоты и убыли энтальпии. Выше было сказано, что при быстро протекающих процессах нет достаточных оснований применять понятие эксэргии.

При импульсно-периодическом подводе энергии q температура газа, находящегося в состоянии 1 (рис. 1), изменяется мгновенно от T_1 до T_2 , газ скачком переходит в состояние 2. Поскольку объем газа V_1 при этом не успевает измениться, то вся подведенная к нему тепловая энергия идет на изменение его внутренней энергии, т. е. в соответствии с первым началом термодинамики имеет место равенство

$$q = c_v (T_2 - T_1).$$

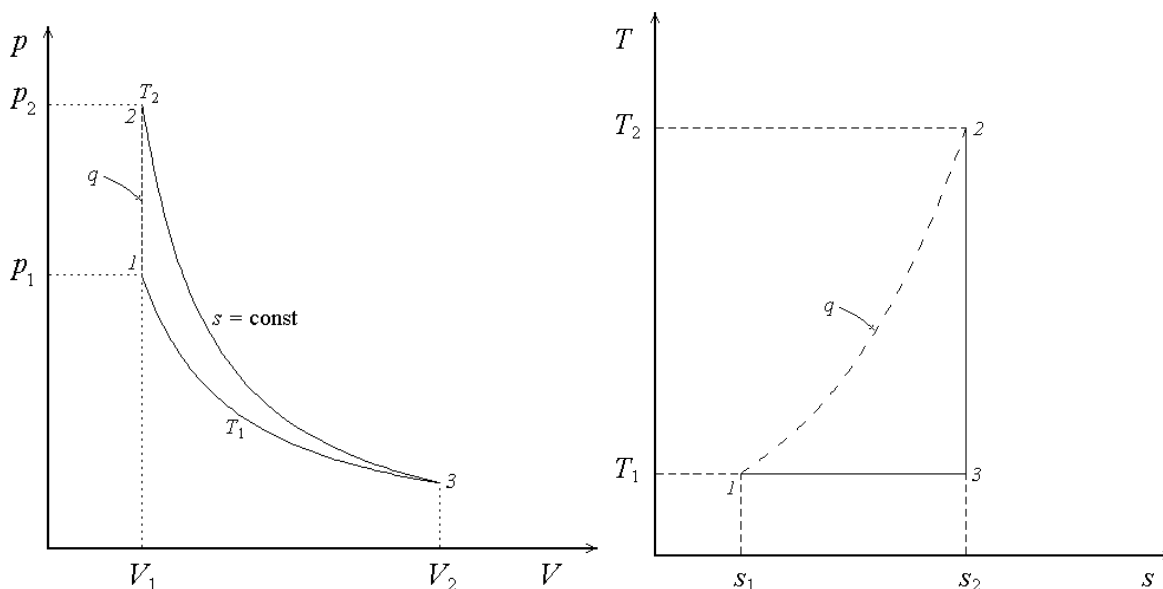
Максимально возможная работа, которую может совершить газ при возвращении в состояние 1, очевидно, равна работе при расширении газа до объема V_2 по адиабате 2-3 и затем изотермическом сжатии его до первоначального объема V_1 :

$$A = c_v \left(T_2 - T_1 - T_1 \ln \frac{T_2}{T_1} \right).$$

Коэффициент полезного действия в этом случае равен

$$\eta = 1 - \frac{1}{T_2 / T_1 - 1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Его значение увеличивается от нуля до единицы при увеличении отношения температур T_2/T_1 от единицы до бесконечности. Таким образом, повышение температуры при однократном подводе энергии может быть выгодно с точки зрения получения си-

Рис. 1. Диаграммы p, V и T, s

лы тяги. Такая ситуация имеет место при более низких частотах. Однако при этом необходимо учитывать потери давления торможения в ударных волнах.

Следует обратить внимание на то, что в цикле Отто коэффициент полезного действия не зависит от соответствующего отношения температур. В цикле Дизеля аналогичный коэффициент убывает с ростом этого отношения. В циклах газотурбинных установок коэффициент полезного действия достигает максимума (обычно не превосходящего 0,5) при некотором значении указанного отношения температур.

Результаты расчетов

Расчеты проведены для параметров, соответствующих условиям перед камерой сгорания прямооточного двигателя для чисел Маха полета $M_\infty = 8$ и 12 на высоте 10 км при десятикратном сжатии струи в воздухозаборнике: $M_0 = 3$ и 4 соответственно, давление $p_0 = 1$ (размерное давление 10 и 20 атм), температура $T_0 = 1$ (размерная температура 1000 и 1500 К), показатель адиабаты $\gamma = 1,33$. Канал имеет общую длину, равную двум. На участке длиной $0,8$ его сечение постоянное (полуширина равна единице). Далее канал равномерно расширяется до $y = 2$. Варьировались параметры источника энергии: его положение (определяемое координатами x_1 и x_2), период Δt (при импульсно-периодическом подводе энергии);

мощность источника определялась величинами $Q = 9,27$ и $6,18$ соответственно числам Маха полета. Получены удельная сила, действующая на стенки канала при подводе энергии, распределение параметров течения по длине канала и эксэргия потока.

На рис. 2 представлены зависимости удельной силы f (сплошные кривые) и эксэргии E потока (штриховые линии) в зависимости от размера зоны энергоподвода $\Delta x = x_2 - x_1$ при фиксированном значении числа Струхала $Sh = \frac{\Delta x}{u_0 \Delta t} = 5$ и значении

числа Маха $M_0 = 4$ (кривые 1 и 2 соответствуют значениям координаты начала зоны энергоподвода $x_1 = 0,8$ и $x_1 = 1$). Чем ближе к началу расширения канала зона энергоподвода, тем больше удельная сила: соответствующая кривая 1 значительно выше кривой 2. При увеличении ширины зоны удельная сила падает.

Противоположным образом ведет себя эксэргия потока: штриховая линия 1 лежит ниже кривой 2, а при увеличении ширины зоны подвода энергии суммарная эксэргия входящего потока и теплоты используется в данном канале хуже. Она могла бы использоваться в последующих трактах машины. Подобные зависимости удельной силы и эксэргии потока для фиксированных значений числа Струхала имеют место и при других значениях числа Маха на входе в канал.

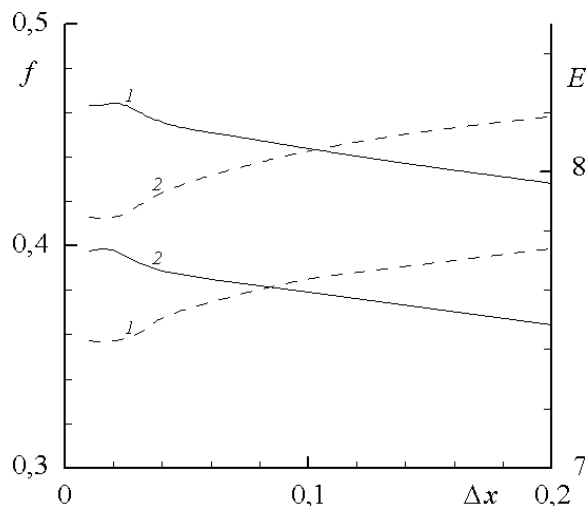


Рис. 2. Зависимость удельной силы f (сплошные кривые) и эксэргии E потока (штриховые линии) в зависимости от размера зоны энергоподвода $\Delta x = x_2 - x_1$. $M_0 = 4$, $Sh = 5$

В табл. 1 приведены значения удельной силы и эксэргии потока для числа Струхалиа $Sh = 25$ при числах Маха $M_0 = 3$ и 4 ($x_1 = 1$). Удельная сила при числе Маха $M_0 = 3$ больше, чем при $M_0 = 4$. Однако необходимо отметить, что удельная сила нормирована на скорость звука в начальном сечении канала. В целом же удельная сила слабо меняется при увеличении длины зоны или

периода подвода энергии при числах Струхалиа много больших единицы (здесь подвод энергии осуществлялся заметно дальше от начала расширения канала). Удельная сила слабо зависит также от числа Струхалиа, что иллюстрирует табл. 2 ($M_0 = 4$, $x_1 = 0,8$, $\Delta x = 0,2$).

Таким образом, для чисел Струхалиа, начиная со значения $Sh = 2,5 \div 3$, и эксэргия, и удельная сила очень слабо меняются при увеличении длины зоны или периода подвода энергии и самого значения числа Струхалиа. Существует простое физическое объяснение этому факту. Число Струхалиа характеризует соотношение между смещением объема газа в области подвода энергии и длиной зоны подвода энергии. При значениях числа Струхалиа, превышающих единицу в несколько раз, подвод энергии в пределах нескольких периодов осуществляется практически к одной и той же порции газа, т. е. фактически имеет место непрерывный подвод энергии, так что получаемые решения близки к предельному случаю. Применение эксэргии при числах Струхалиа меньше единицы для анализа эффективности требует отдельного обсуждения, поскольку в данном случае существование периодического решения должно быть специально обосновано.

Таблица 1

Значения удельной силы и эксэргии потока в зависимости от периода

| $\Delta t \cdot 10^3$ | M_0 | | | |
|-----------------------|-------|------|------|------|
| | 3 | | 4 | |
| | f | E | f | E |
| 1 | 1,06 | 8,54 | 0,38 | 7,95 |
| 2 | 1,03 | 8,72 | 0,36 | 8,06 |
| 4 | 1,05 | 8,54 | 0,33 | 8,26 |

Таблица 2

Значения удельной силы и эксэргии потока в зависимости от числа Струхалиа при $M_0 = 4$

| Sh | f | E |
|------|-------|------|
| 2,5 | 0,435 | 7,93 |
| 5 | 0,428 | 7,74 |
| 50 | 0,428 | 7,65 |

О потерях работоспособности потока можно судить по характеру поведения энтропии в канале. На рис. 3 для тех же параметров, что и на рис. 2, показано изменение энтропии вдоль канала по приведенному выше известному термодинамическому выражению для нее в случае идеального газа (пульсирующие кривые). За нуль отсчета энтропии принималось ее значение на входе в канал. Эти кривые получены по распределению параметров газа перед очередным подводом энергии. Гладкие кривые представляют изменение энтропии в результате непосредственного (импульсного) подвода энергии; оно вычислялось по распределению температуры перед подводом энергии (верхние кривые) и после ее подвода (нижние кривые). Значения энтропии (пульсирующие кривые) лежат практически между гладкими кривыми, что свидетельствует о небольших необратимых потерях эксэргии. Об этом же свидетельствует сравнение с распределением энтропии в стационарном решении при непрерывном подводе энергии. Этому распределению энтропии (рис. 3, б), соответствует штриховая линия. На рис. 3, а аналогичная линия не видна: значения энтропии на выходе из канала при импульсном и непрерывном подводе энергии в этом случае практически равны. Разница в сумме

эксэргий входящего потока и теплоты и эксэргии выходящего потока для варианта, которому соответствует рис. 3, б, близка к изменению удельной кинетической энергии потока (различие около 7%), что также подтверждает факт малых потерь эксэргии, несмотря на большие колебания параметров течения.

Из-за колебательного поведения параметров их средние значения зависят от способа осреднения по времени. В соответствии с исходными уравнениями полная энтальпия должна усредняться по расходу газа в качестве весового множителя. Что же касается статической энтальпии, энтропии, эксэргии и других величин, то уравнения не определяют способ усреднения. Однако если амплитуда колебаний не велика, то результат может слабо зависеть от выбора этого способа. При параметрах, соответствующих рис. 3, б, усреднение полной энтальпии с весовым множителем, равным единице и расходу, дает значения, различающиеся до 0,6%, а различие в значениях статической энтальпии составляет до 1,4%.

Колебательный характер имеют распределения также других параметров потока газа. В качестве примера на рис. 4 приведены распределения температуры. Обращает

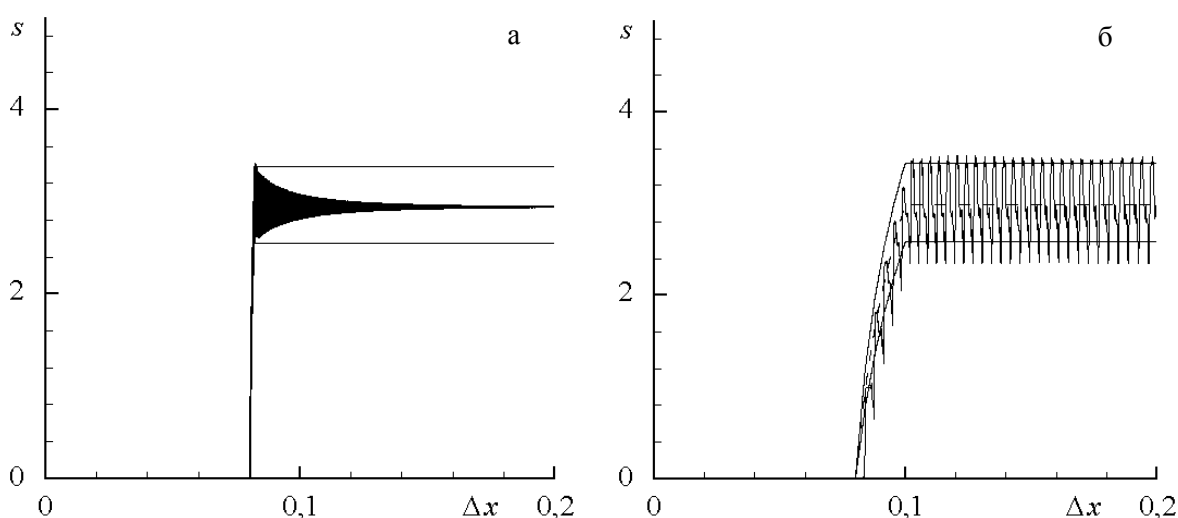


Рис. 3. Распределения энтропии по длине канала при $M_0 = 4$, $Sh = 5$:
 $x_1 = 0,8$ (а) и $x_1 = 1$ (б)

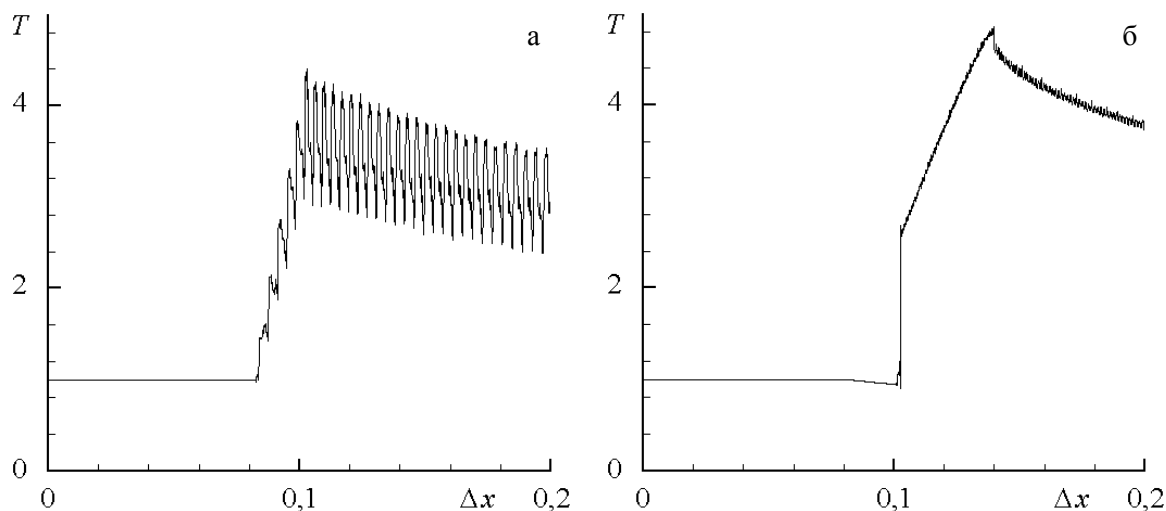


Рис. 4. Распределение температуры по длине канала:
 а – $M_0 = 4$, $Sh = 5$, $x_1 = 0,8$, $\Delta x = 0,2$; б – $M_0 = 3$, $Sh = 100$, $x_1 = 1$, $\Delta x = 0,4$

на себя внимание различный характер этих распределений. Во всех рассмотренных вариантах при $M_0 = 4$ не возникает квазистационарная ударная волна перед зоной энергоподвода (см. рис. 3 и 4, а). Интенсивность распространяющейся вверх по потоку ударной волны, возникающей после подвода энергии, недостаточна, и она сносится потоком. При числе Маха $M_0 = 3$ такая ударная волна формируется в начале зоны и подвод энергии происходит при дозвуковых скоростях; в конце зоны достигается скорость звука, и дальше в расширяющемся канале поток становится сверхзвуковым.

Заключение

Исследована зависимость эксэргии потока газа и удельной силы, действующей на стенки расширяющегося канала, от положения, длины зоны импульсно-периодического энергоподвода, от числа Струхалья и числа Маха потока. Установлено: чем ближе к началу расширения канала и чем уже зона энергоподвода, тем больше удельная сила и соответственно тем лучше используется эксэргия потока. Для чисел Струхалья, начиная со значения $Sh = 2,5 \div 3$, и эксэргия, и удель-

ная сила очень слабо меняются при увеличении длины зоны или периода подвода энергии. Удельная сила слабо зависит от числа Струхалья. Анализ эффективности импульсного подвода энергии при низких частотах показывает, что при увеличении периода эффективность энергоподвода может возрастать. Однако при этом возможны потери давления торможения в ударных волнах, что требует отдельного исследования.

Список литературы

1. Мирабо Л., Райзер Ю. П., Суржиков С. Т. Лазерные волны горения в соплах Лавалья // ТВТ. 1995. Т. 33, № 1. С. 13–23.
2. Аполлонов В. В., Тищенко В. Н. Механизм объединения ударных волн в лазерном воздушно-реактивном двигателе // Квантовая электроника. 2004. Т. 34, № 12. С. 1143–1146.
3. Замураев В. П., Калинина А. П. Газодинамические эффекты в расширяющемся канале при подводе энергии импульсами конечной длительности // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, вып. 7. С. 8–14.
4. Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е. Техническая термодинамика. М.: Энергоатомиздат, 1983. 416 с.

5. Латыпов А. Ф. Эксергетический анализ прямого воздушного реактивного двигателя // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 2. С. 319–330.

6. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение много-

мерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

Материал поступил в редколлегию 11.11.2010

V. P. Zamuraev, A. P. Kalinina

INFLUENCE OF THE CRITERIA OF SIMILARITY ON THE EXERGY OF THE GAS FLOW WITH PULSED ENERGY SUPPLY IN THE EXPANDING CHANNEL OF THE PLANE SHAPE

The effect of influence of the parameters of similarity on the value of the exergy for supersonic flow in a channel of variable section with a pulsed-periodic energy supply is studied. The specific force acting on the walls of the expanding channel in dependence on the position, length of the zone of pulse-periodic energy supply, the Strouhal number and the Mach number flow is investigated. The following correlation is established: the specific force is increased and the exergy of the flow is used better with decreasing length of the zone of energy supply and with decreasing of distance between the zone and the place of beginning of the channel expansion. Raising the temperature at a single energy supply pulse may be considered as factor which increases specific force. It takes place at lower frequencies.

Keywords: supersonic flow, the channel, impulsive energy supply, exergy.