

А. Н. Чернявский, А. Н. Павленко

Институт теплофизики СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия
E-mail: cherny@ngs.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТЕКАЮЩИХ ПЛЕНКАХ ЖИДКОСТИ*

Выполнено численное моделирование процесса волнообразования в стекающих пленках жидкого азота в рамках гидродинамической модели Капицы – Шкадова. Рассмотрены различные этапы эволюции волновых возмущений. Проведен расчет спектрального распределения мощности волновых возмущений при различных координатах вниз по течению. Выявлена связь между изменением амплитуды волновых возмущений и эволюцией их спектральной мощности.

Ключевые слова: гидродинамика, волнообразование, пленки жидкости, численное моделирование.

Введение

Стекающие пленки жидкости позволяют отводить от нагревательной поверхности высокие плотности тепловых потоков при малых температурных напорах, в связи с чем широко применяются в различных технологических установках: криогенных аппаратах, устройствах термостабилизации, малоинерционных теплообменниках-дозаторах и для охлаждения высокотемпературных сверхпроводников.

Течение жидкости по вертикальной поверхности неизбежно сопровождается развитием волновых возмущений на свободной поверхности пленки, вносящих существенный вклад в процессы теплообмена и развития кризисных явлений [1–4]. Умение достоверно моделировать процессы волнообразования необходимо для проектирования стабильно работающих теплообменных устройств, использующих пленочное охлаждение.

На сегодняшний день существует большое количество работ, посвященных моделированию процесса волнообразования в условиях пленочного течения жидкости и исследованию влияния волнового движения на развитие процессов теплообмена и диффузии [5–12]. Однако связь между эволюцией спектра волновых возмущений и изменением амплитуды волн на свободной поверхности стекающих пленок жидкости рассматривалась лишь в небольшом количестве работ и для узкого диапазона входных параметров.

Целью данной работы является изучение взаимного влияния эволюции спектра волновых возмущений и изменения амплитуд волн в вертикально стекающих пленках жидкости на примере жидкого азота в умеренном диапазоне чисел Рейнольдса. Результаты данного исследования в дальнейшем будут использованы при моделировании теплообмена и развития кризисных явлений в стекающих пленках при неста-

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-00118), Интеграционного проекта СО РАН совместно с УрО РАН (№ 68), гранта МНП ИТ СО РАН-2010, гранта Правительства России № 11.G34.31.0035 (ведущий ученый – В. Е. Захаров, ГОУ ВПО «Новосибирский государственный университет») и гранта поддержки НИР молодых ученых ИТ СО РАН 2010 г.

ционарном тепловыделении в рамках совместного решения тепловой и гидродинамической задач.

Гидродинамическая модель

В рамках данной работы моделирование проводилось в двухмерном пространстве (рис. 1). Ось абсцисс направлена вдоль вертикальной стенки, по которой происходит стекание, вниз по течению пленки. Ось ординат ортогональна оси абсцисс и направлена от поверхности стенки к свободной поверхности пленки.

Естественными границами описываемой области по оси ординат являются вертикальная поверхность, по которой происходит стекание, и свободная поверхность пленки жидкости. В качестве границ описываемой области по оси абсцисс выбраны точка, на которой реализуется первое возмущение (выше данной точки пленка считается безволновой), и точка, отстоящая от первой границы на расстояние, достаточное для завершения процесса волнообразования и реализации течения с устоявшимися волновыми характеристиками.

Для описания процессов течения жидкости и эволюции профиля волновой поверхности в рамках данной работы использовалась двумерная гидродинамическая модель Капицы – Шкадова [13; 14]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{6}{5} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) = -\frac{3\nu q}{h^2} + gh + \frac{\sigma}{\rho} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Метод описания течения жидкости посредством интегральной характеристики, расхода q , позволяет исключить зависимость от ординаты и свести задачу к решению системы одномерных уравнений. Дополненная начальными и граничными условиями система уравнений (1), (2) позволяет рассчитывать динамику течения и эволюцию профиля поверхности во времени в двухмерном пространстве.

Возмущения на «входе» расчетного участка будем задавать путем введения добавки к расходу невозмущенной пленки при условии сохранения невозмущенной толщины:

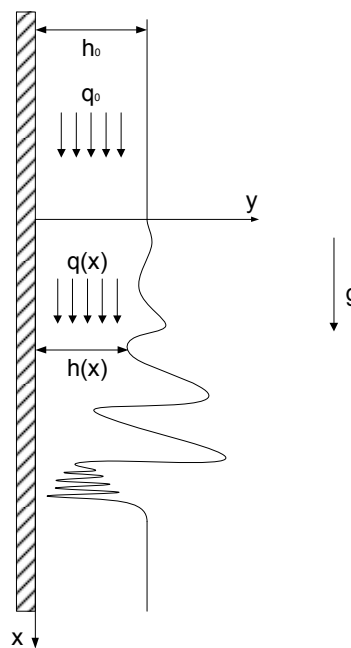


Рис. 1. Схема расчетной области

$$h|_{x=0} = h_0 = \left(\frac{3 \nu^2}{4 g} \text{Re}_{\text{вх}} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

$$q_0 = \frac{g h_0^3}{3\nu} = \frac{\nu}{4} \text{Re}_{\text{вх}}, \quad (4)$$

$$q|_{x=0} = q_0 + A_q \int_{-\omega_0}^{\omega_0} a \cdot \sin(\omega t) d\omega, a \in [0; 1]. \quad (5)$$

Величины h_0 и q_0 , заданные выражениями (3) и (4), также являются начальными условиями. Другими словами, в нулевой момент времени пленка полагается безволновой, а ее толщина и расход – постоянными, определяемыми условиями задачи. Интегральная добавка в выражении (5) задает малые возмущения, амплитуда которых характеризуется параметром A_q , а спектр – параметром ω_0 . Подынтегральный множитель a , являющийся случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0; 1]$, моделирует случайный характер возмущений.

В качестве граничных условий на «выходе» расчетного участка положим равенство нулю первых пространственных производных расхода и толщины пленки.

Результаты численного моделирования

Приведенная выше математическая постановка использовалась при выполнении моделирования процесса волнообразования в стекающих пленках жидкого азота. Решение системы уравнений (1), (2) производилось методом конечных разностей с использованием следующих аппроксимирующих конечно-разностных уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{h_i^{k+1} - h_i^n}{dt} + D_4^1 q_i^k = 0, \\ & \frac{q_i^{k+1} - q_i^n}{dt} + \frac{12}{5} \frac{q_i^k}{h_i^{k+1}} \frac{q_i^{k+1} - q_{i-1}^{k+1}}{dx} - \\ & - \frac{6}{5} \frac{q_i^k q_i^{k+1}}{(h_i^{k+1})^2} D_3^1 h_i^{k+1} = - \frac{3\nu}{(h_i^{k+1})^2} q_i^{k+1} + g h_i^{k+1} + \\ & + \frac{\sigma}{\rho} h_i^{k+1} D_4^3 h_i^{k+1}, \\ & D_4^1 u_i = \\ & \begin{cases} \frac{-3u_i + 4u_{i+1} - u_{i+2}}{2dx}, i = 0, 1 \\ \frac{-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2}}{12dx}, 1 < i < M - 1, \\ \frac{3u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{2dx}, i = M - 1, M \end{cases} \\ & D_5^1 u_i = \frac{-u_{i+2} + 16u_{i+1} - 30u_i + 16u_{i-1} - u_{i-2}}{12dx}, \\ & 1 < i < M - 1, \\ & D_4^3 u_i = \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + 2u_{i-1} - u_{i-2}}{2dx^3}, \\ & 1 < i < M - 1, \end{aligned}$$

где M – количество ячеек, на которые разбивается расчетная область, а dt и dx – шаги по времени и пространству.

При решении представленной системы конечно-разностных уравнений использовался метод итераций по временным подслоям (введение дополнительного итератора k). Переход на следующий $n + 1$ временной слой осуществлялся при выполнении следующего условия для временных подслоев:

$$\forall i: |u_i^{k+1} - u_i^k| \leq \varepsilon |u_i^k|,$$

где $\varepsilon = 10^{-6}$. Отсутствие самовозбуждения в приведенной выше схеме было проверено на ряде тестовых задач.

Характерный вид расчетного мгновенного профиля толщины пленки представлен на рис. 2.

В работе [15] были введены критерии, позволяющие выделить пять условных этапов эволюции волновой поверхности (рис. 3): первоначальная гидродинамическая стабилизация (этап 1); интенсивный (первичный) рост амплитуды волн (этап 2); вторичная гидродинамическая стабилизация (этап 3); вторичный рост амплитуды волн (этап 4) и установившееся течение (этап 5). Также в работе [15] было отмечено различие механизмов роста амплитуды волн на этапах 2 и 4. Полагалось, что на этапе 2 рост амплитуды волн происходит за счет истощения остаточного слоя, а на этапе 4 – за счет изменения частоты волн. Однако данные выводы в работе [15] были сделаны на основе визуального анализа расчетных профилей стекающих пленок жидкого азота.

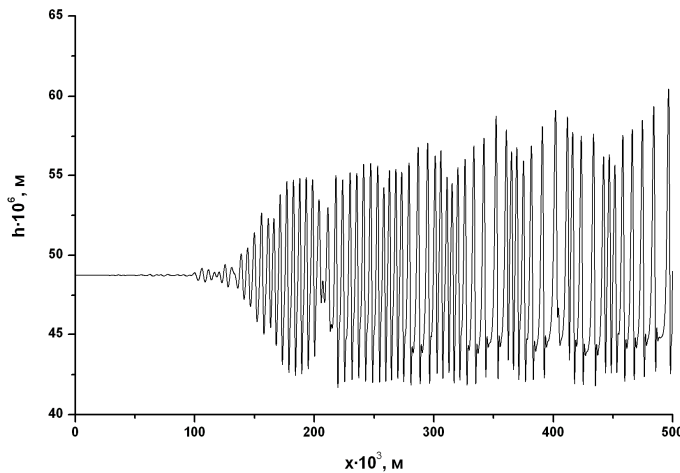


Рис. 2. Профиль пленки. $Re_{вх} = 38$, $\tau = 10$ с, $R = 25\%$, $\omega_0 = 100$ Гц

Рис. 3. Кривые h_{\max} и h_{\min} .
 $Re = 38_{\text{вх}}, \tau = 10 \text{ с},$
 $\omega_0 = 100 \text{ Гц}, R = 50 \%$

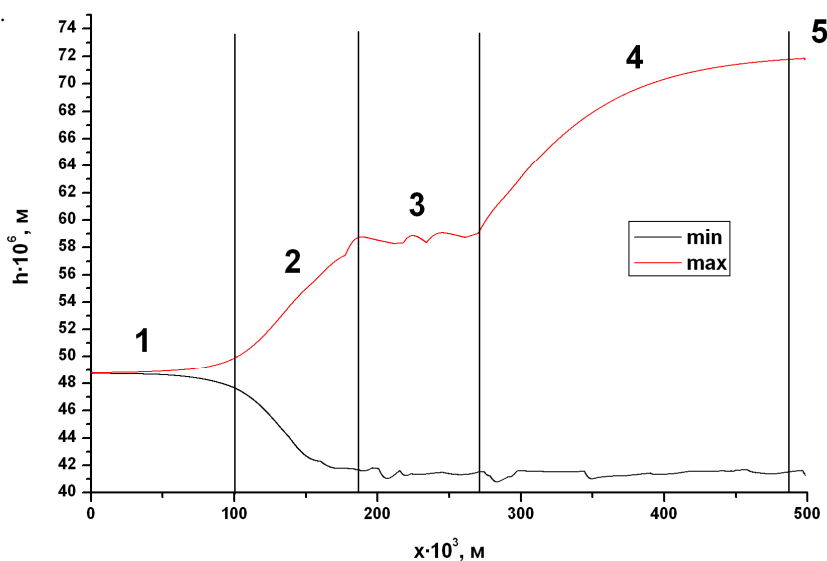


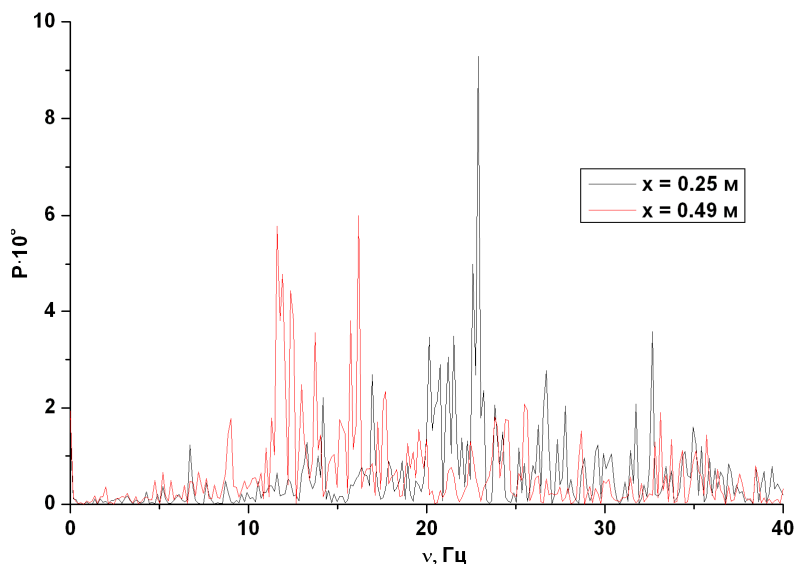
Рис. 4. Спектральная мощность волновых возмущений.

$$P(\nu) = FTTP(\tilde{h}(x,t)),$$

$$\tilde{h}(x,t) = h(x,t) / h_0 - 1$$

$$Re = 38, \tau = 10 \text{ с},$$

$$\omega_0 = 100 \text{ Гц}, R = 25 \%$$



На рис. 4 представлены спектры мощности волновых возмущений, рассчитанные на различном удалении от входной границы расчетной области. С увеличением координаты вдоль течения локализация наибольшей мощности возмущений смещается в область меньших частот.

На рис. 5–8 представлены расчетные спектры мощностей волновых возмущений, вычисленные для жидкого азота в диапазоне умеренных чисел Рейнольдса при различных расстояниях от входа: 0,1 м (а), 0,2 м (б), 0,3 м (в), 0,4 м (г) и 0,49 м (д). Анализ представленных данных показывает, что во всем рассмотренном диапазоне изменения

степени орошения тенденция уменьшения частоты волн с увеличением координаты вниз по течению пленки жидкости сохраняется. Изменение частоты волновых возмущений обеспечивает рост амплитуды волн на этапе вторичного роста (этап 4). Сопоставление спектрограмм (рис. 5, а, б и рис. 2), соответствующих началу и концу этапа первичного роста (этап 2), и расчетного профиля волновой поверхности для соответствующих входных чисел Рейнольдса показывает, что на данном этапе спектр мощности волновых возмущений не претерпевает значительных изменений, в то время как толщина остаточного слоя жидкости

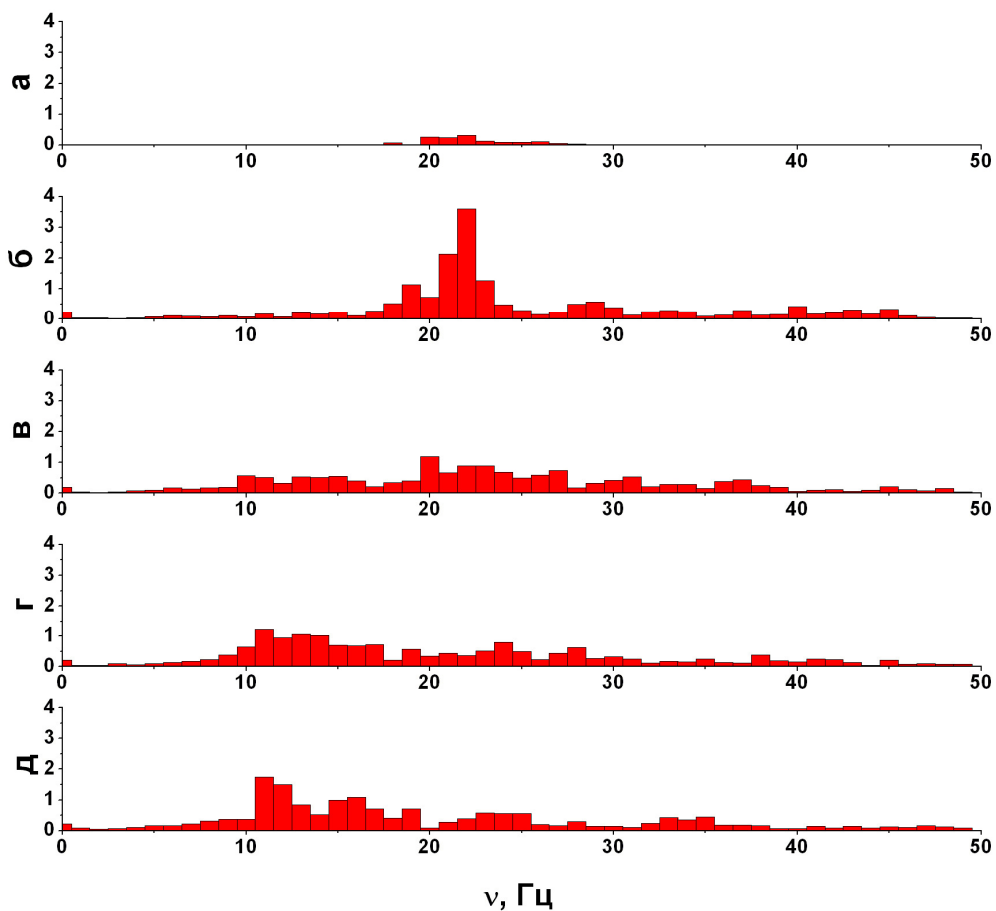


Рис. 5. Эволюция спектра волновых возмущений.

$Re_{вх} = 38, \tau = 10 \text{ с}, \omega_0 = 100 \text{ Гц}, R = 25 \%$

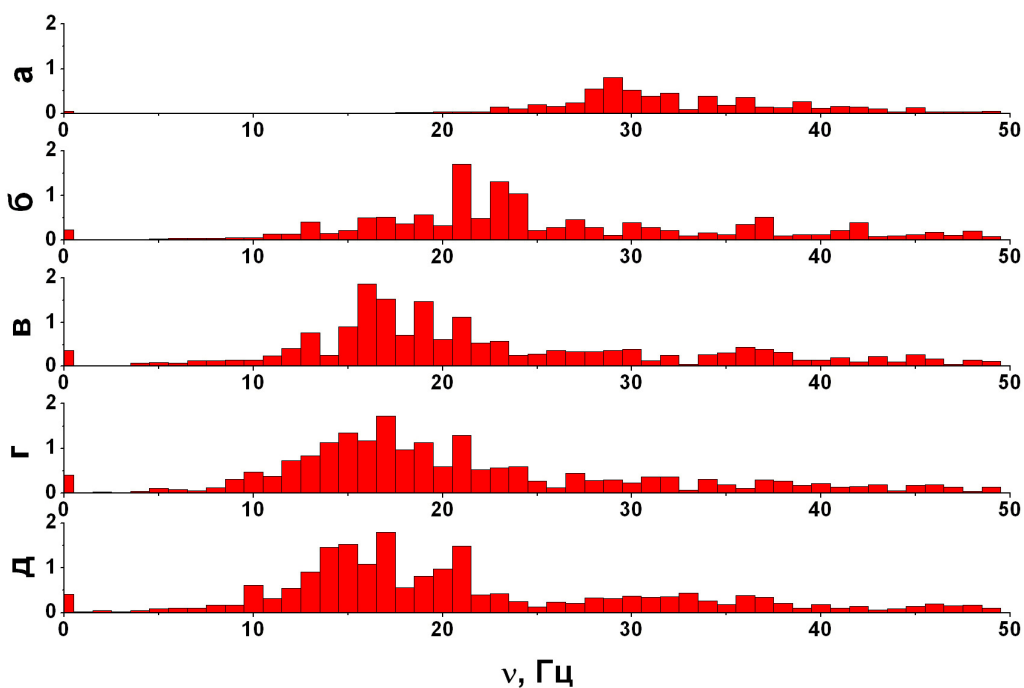


Рис. 6. Эволюция спектра волновых возмущений.

$Re_{вх} = 103, \tau = 10 \text{ с}, \omega_0 = 100 \text{ Гц}, R = 25 \%$

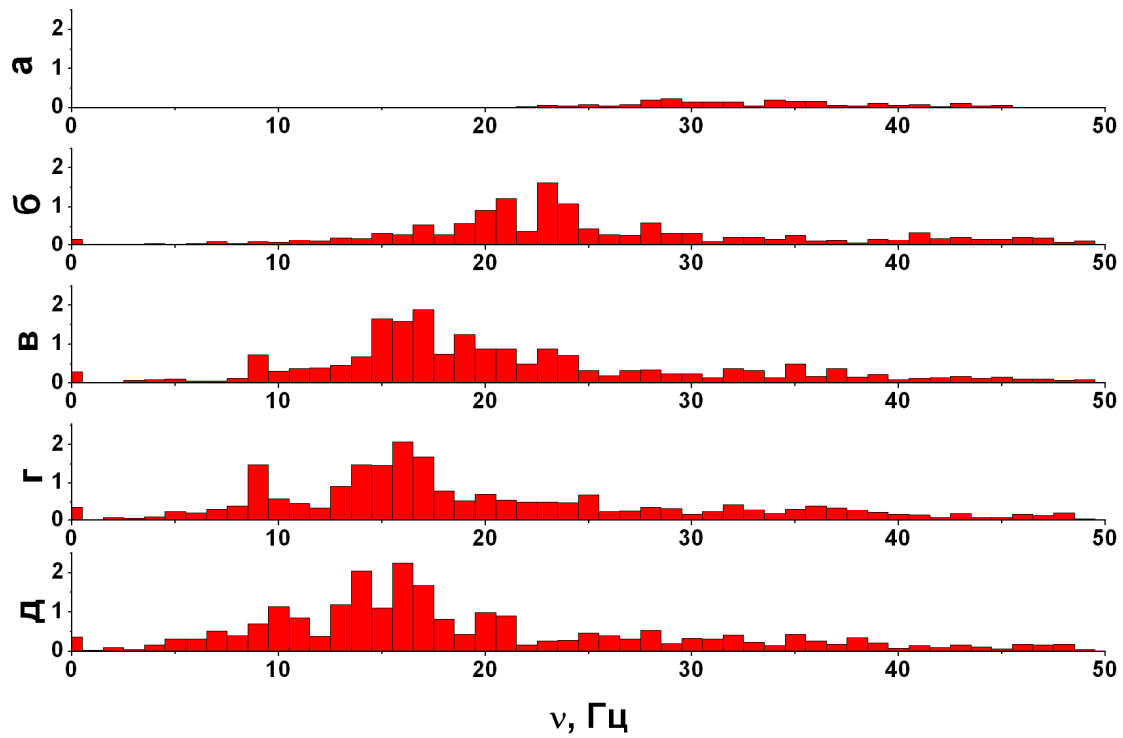


Рис. 7. Эволюция спектра волновых возмущений.

$Re_{вх} = 131$, $\tau = 10$ с, $\omega_0 = 100$ Гц, $R = 25\%$

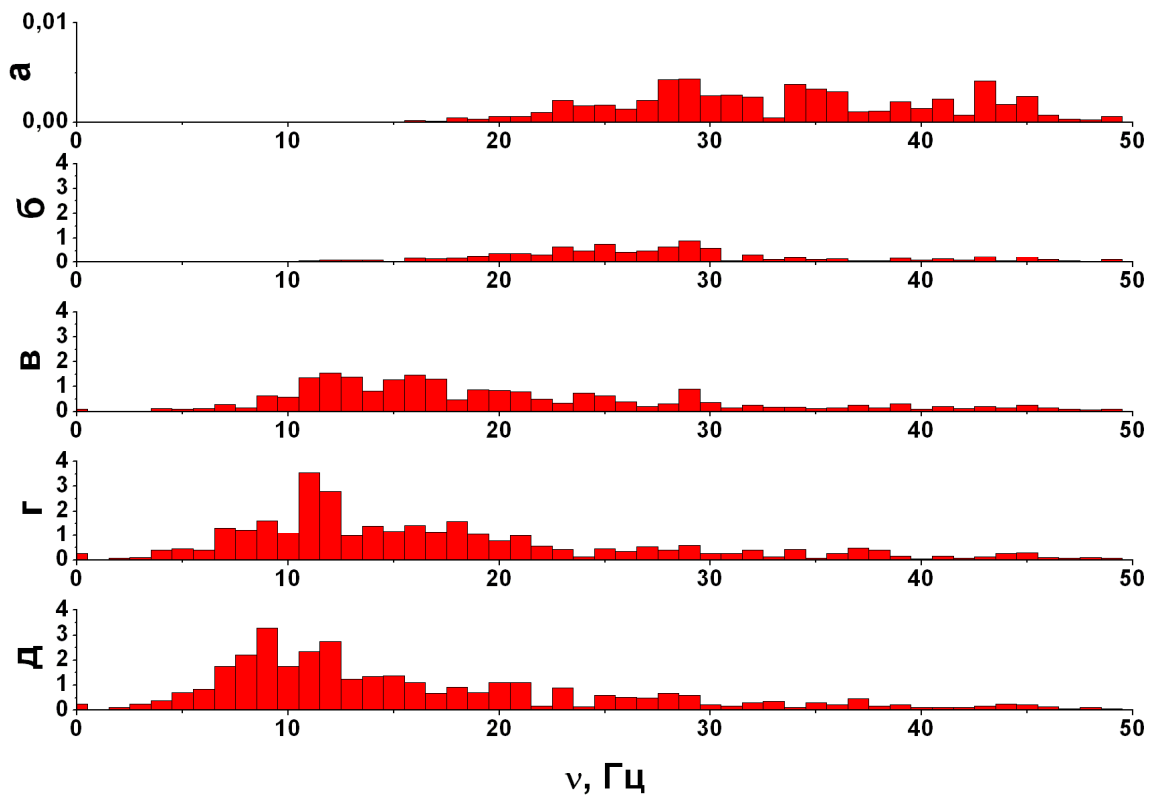


Рис. 8. Эволюция спектра волновых возмущений.

$Re_{вх} = 200$, $\tau = 10$ с, $\omega_0 = 100$ Гц, $R = 25\%$

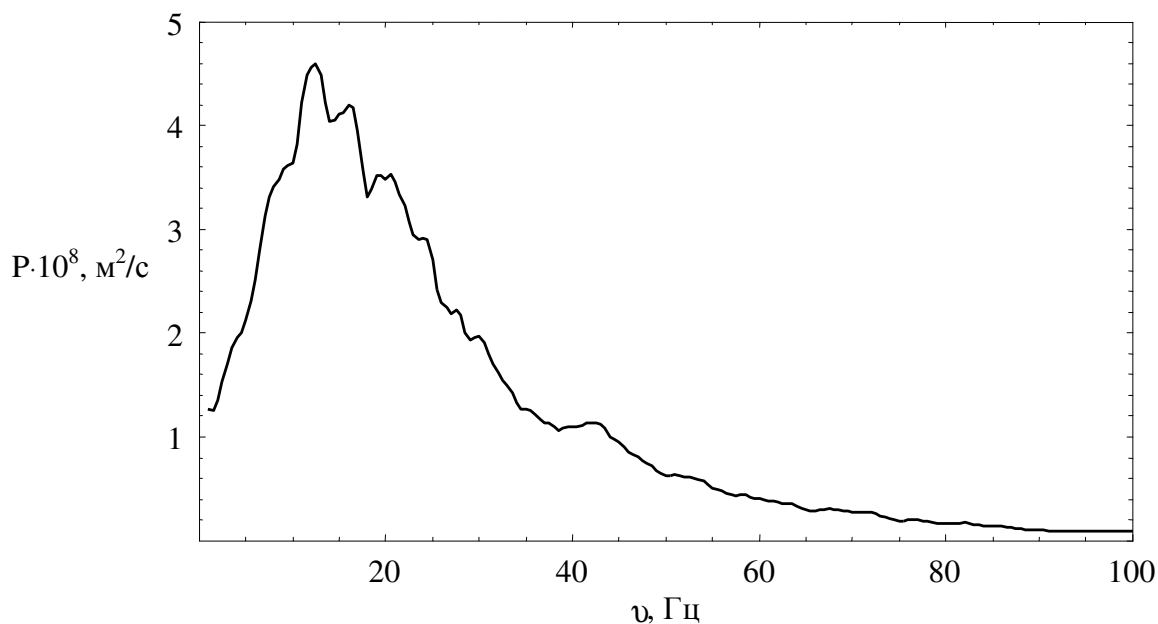


Рис. 9. Экспериментальный спектр мощности волновых возмущений. $Re_{вх} = 103$

уменьшается. Следовательно, на данном этапе рост амплитуды волн обеспечивается за счет истощения остаточного слоя.

Локализация максимума спектральной мощности волновых возмущений, полученной посредством численного моделирования (см. рис. 6), удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными по спектрам мощности волновых возмущений в вертикально стекающих пленках жидкого азота (рис. 9), представленными в работах [16; 17]. Экспериментальные и расчетные спектры мощности волновых возмущений удовлетворительно коррелируют друг с другом, а максимальная мощность возмущений, как в первом, так и во втором случаях, реализуется в диапазоне 12–17 Гц.

Заключение

В данной работе рассмотрена эволюция спектра мощности волновых возмущений вниз по течению пленки жидкости на примере жидкого азота. Результаты численного

моделирования показывают, что для всего исследованного диапазона параметров задачи максимальная мощность волновых возмущений смещается в область более низких частот с увеличением координаты вниз по потоку. Изменение частоты волновых возмущений является основополагающим фактором роста амплитуды волн на этапе вторичного роста (этап 4), в то время как на этапе первичного роста (этап 2) амплитуда волн увеличивается за счет истощения остаточного слоя.

Результаты спектрального анализа, представленные в данной работе, подтверждают выводы относительно зависимости преобладающего механизма роста амплитуды волновых возмущений от этапа формирования профиля волновой поверхности, сделанные в работе [15].

Результаты численного моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными по спектрам мощностей возмущений в естественных волнах на поверхностях вертикально стекающих пленок жидкого азота.

Список обозначений

- h – локальная толщина пленки, м
 h_0 – толщина пленки на входе, м
 $h_{\max}(x) = \max_t h(x, t)$ – локальный максимум толщины пленки, м
 $h_{\min}(x) = \min_t h(x, t)$ – локальный минимум толщины пленки, м
 q – локальный расход жидкости на единицу ширины пленки, м²/с
 q_0 – расход жидкости на единицу ширины пленки на входе, м²/с
 ν – кинематическая вязкость, м²/с
 $Re_{\text{вх}} = 4q_0/\nu$ – число Рейнольдса на входе
 σ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м
 ρ – плотность жидкости, кг/м³
 M – количество ячеек, на которые разбивается расчетная область
 dt – шаг по времени, с
 dx – шаг по пространству, м
 τ – время расчета, с
 ε – параметр сходимости
 R – относительная амплитуда возмущений
 N – нормировочный параметр
 $A_q = \frac{q_0 R}{N}$ – амплитудный параметр, м²/с
 ω – частота возмущений, Гц
 ω_0 – предел интегрирования по частотам, Гц

Список литературы

1. Воронцов Е. Г. Температуропроводность стекающих пленок // Теоретические основы химической технологии. 1999. Т. 33, № 2. С. 117–127.
2. Павленко А. Н. и др. Теплообмен и кризисные явления при интенсивном испарении в стекающих волновых пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, № 1. С. 93–105.
3. Павленко А. Н., Суртаев А. С., Мачех А. М. Переходные процессы в стекающих пленках жидкости // ТВТ. 2007. Т. 45, № 6. С. 905–916.
4. Pavlenko A. N., Surtaev A. S., Chernyavskii A. N. Breakdown of a Falling Wave Liquid Film during Nonstationary Heat Release // Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39. No. 6. P. 509–517.
5. Гешев П. И., Ездин Б. С. Расчет профиля скорости и формы волны на стекающей пленке жидкости // Гидродинамика и тепломассообмен течений жидкости со свободной поверхностью. Новосибирск, 1985. С. 49–58.
6. Miyara A. Numerical Analysis on Heat Transfer of Falling Liquid Films with Interfacial Waves // Proc. of 11th IHTC (Heat Transfer Conference), August 23–28. Kyondju, Korea, 1998. Vol. 2. P. 57–62.
7. Miyara A. Numerical Analysis on Heat Transfer Enhancement by Waves on Falling Liquid Film // Journal of Thermal Science. 2000. Vol. 9. No. 3. P. 236–242.
8. Демехин Е. А., Калайдин Е. Н., Распатуринов А. А. Влияние волновых режимов на массообмен в стекающих пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 2. С. 259–269.
9. Roberts R. M., Chang H.-C. Wave-Enhanced Interfacial Transfer // Chemical Engineering Science. 2000. No. 55. P. 1127–1141.
10. Демехин Е. А., Шкадов В. Я. О нестационарных волнах в слое вязкой жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 3. С. 151–154.
11. Демехин Е. А., Токарев Г. Ю., Шкадов В. Я. Двумерные нестационарные волны на вертикальной пленке жидкости // Теоретические основы химической технологии. 1987. Т. 21, № 2. С. 177–183.
12. Ruyer-Quil C., Manneville P. Improved Modeling of Flows Down Inclined Planes // The European Physical Journal. B. 2000. Vol. 15. P. 357–369.
13. Шкадов В. Я. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 1. С. 43–51.
14. Алексеенко С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. Волновое течение пленок жидкости // Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние. 1992. 256 с.
15. Чернявский А. Н., Павленко А. Н. Численное моделирование процесса волнообразования в стекающих пленках жидкости

// Теплофизика и Аэромеханика. 2011. Т. 18, № 3. С. 441–448.

16. *Pavlenko A. N., Lel' V. V., Serov A. F., Nazarov A. D., Matsekh A. D.* The Growth of Wave Amplitude and Heat Transfer in Falling Intensively Evaporating Liquid Films // *J. Eng. Thermophys.* 2002. Vol. 11. No. 1. P. 7–43.

17. *Павленко А. Н.* Переходные процессы при кипении и испарении: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 2001. 449 с.

Материал поступил в редколлегию 05.05.2011

A. N. Chernyavskiy, A. N. Pavlenko

**STUDY OF AMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTICS EVOLUTION
OF WAVY DISTURBANCES IN FALLING LIQUID FILMS**

The computer simulation of the wave generation process in falling films of liquid nitrogen has been implemented by using the Kapitsa-Shkadov hydrodynamics model. The different stages of evolution of the wavy disturbances have been considered. The calculation of the spectral power distribution of wavy disturbances has been done for different down-flow coordinates. The relation between amplitude changes of wavy disturbances and their spectral power evolution has been detected.

Keywords: hydrodynamics, wave generation, liquid films, computer simulation.