УДК 519.632

Л. А. Голубева, В. П. Ильин, А. Н. Козырев

Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: ilin@sscc.ru

О ПРОГРАММНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ [*]

В статье идет речь об анализе алгоритмических и технологических вопросов геометрического моделирования при решении многомерных начально-краевых задач. Приводится описание основных геометрических объектов расчетной области и операции над ними. С целью экономичного описания различных геометрических объектов вводится понятие базовых координат. Предложен принцип организации информационных интерфейсов на основе использования объектно-ориентированных средств программирования и текстовых форматов языка управления данными XML.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, начально-краевая задача, матрица инцидентности, базовые координаты, XML.

Введение

Термины «машинная графика», «вычислительная геометрия» и «геометрическое моделирование» являются более или менее сложившимися терминами в области математического и программного обеспечения ЭВМ, различным аспектам которых посвящено большое количество монографической и журнальной литературы, а также многочисленные конференции (см., например, [1–9] и цитируемые там работы). Имея в сфере своих интересов много общего, геометрическая проблематика содержит и значительные отличия в различных приложениях, будь то средства визуализации объектов и сцен или системы автоматизации проектирования (одна общепринятая русская аббревиатура – САПР и множество английских – CAD, CAE, CAM и т. д.), или пакеты прикладных программ (ППП) для математического моделирования сложных процессов или явлений.

Целью данной работы является анализ алгоритмических и технологических вопросов геометрического характера для последней предметной области. Под математическим моделированием мы понимаем решение многомерных функциональных задач, описываемых системами дифференциальных и интегральных уравнений (в общем случае нелинейными) или эквивалентными обобщенными постановками в форме вариационных соотношений. Искомый результат здесь – это функции независимых переменных (пространственных координат и времени – если задача нестационарная), определяемые в ограниченной расчетной области и удовлетворяющие заданным краевым и начальным условиям. Точнее говоря, приведенная формулировка характеризует прямые задачи математической физики (или химии, биологии и т. д.), решение которых полностью определяется исходными геометрическими и материальными, или функциональными, данными, представляемыми в форме коэффициентов уравнений и начально-краевых условий. Более трудоемкими и ориентированными на конечные

---

[*] Работа поддержана грантом РФИИ № 11-01-00205, а также грантом ОМН РАН № 1.3.4.

ISSN 1818-7900. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2012. Том 10, выпуск 2

практические потребности являются обратные задачи, связанные с оптимизацией какого-либо устройства или технологического режима, а может быть – с идентификацией параметров моделей, которые изначально являются недоопределенными. В таких случаях, как правило, задается некоторый зависящий от искомого решения целевой функционал, который надо минимизировать при дополнительных ограничительных условиях.

Реализация обратных задач обычно связана с решением последовательности прямых задач, в которых по какому-то оптимизационному алгоритму направленно меняются геометрические и / или материальные оптимизируемые параметры модели.

В реальности исходные данные задачи моделирования являются кусочно-гладкими, т. е. границы расчетной области могут иметь двугранные или многогранные углы, а коэффициенты уравнений – обладать разрывными свойствами. В окрестностях соответствующих особых точек, линий или поверхностей решения являются сингулярными, а их асимптотический вид должен учитываться при построении сеточных методов конечных разностей, конечных объемов или конечных элементов (МКР, МКО или МКЭ), которые являются основными современными алгоритмами аппроксимации (см.: [10; 11]).

Построение сеток в многомерных областях – это большая самостоятельная тема, в значительной степени связанная с геометрическими проблемами, но не являющаяся предметом рассмотрения данной статьи. Отметим только, что качественная сетка должна быть адаптирована к особенностям исходной задачи. Требования к сеткам и их классификацию можно найти в [12] и цитируемых там работах.

После аппроксимации исходной задачи и решения получаемых алгебраических уравнений конечный результат представляется в виде определенных на сетке функций, характеристики которых (графики, изолинии и изоповерхности, векторные поля и т. д.) необходимо рассчитывать и визуализировать в удобной для пользовательского анализа форме. Данный существенный технологический этап также связан с геометрическими аспектами и может быть весьма ресурсоемким.

Совокупность геометрических задач и методов требует создание технологичной системы геометрического моделирования (СГМ), которая по возможности не зависела бы от дифференциальных свойств решаемой математической проблемы и, более того, могла бы быть совместимой с системой функционального моделирования (СФМ), обеспечивающей гибкие средства описания коэффициентов исходных уравнений, начальных и краевых условий и т. д. Результатом работы СГМ является формирование геометрической структуры данных (ГСД), которая в совокупности с функциональной структурой данных (ФСД содержит описание всех функциональных объектов задачи, в данной работе не рассматривается) предоставляют необходимую информацию для вычислительных модулей.

Формальное представление начально-краевой задачи

Пусть $\vec{u} = \{u_\mu, \mu = 1, ..., m_f\}$ есть вектор-функция, у которой каждая скалярная оставляющая u_μ зависит от вектора пространственных координат $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ и, возможно, от времени t. Система координат может быть декартовая, цилиндрическая или сферическая (или какая-то специальная), а количество независимых пространственных переменных d (размерность задачи) может уменьшаться с трех до двух или одного.

Обозначим через $\overline{\Omega} = \Omega \bigcup \Gamma$ замкнутую ограниченную область евклидового пространства с границей Γ, в которой определена функция $\vec{u}(\vec{x}, t)$ для каждого момента времени $0 < t \le T < \infty$. Тогда задача математического моделирования формулируется следующим образом: в расчетной области $\overline{\Omega}$ найти решение дифференциального уравнения (линейного или нелинейного) с известной функцией $\vec{f} = \{f_\mu, \mu = 1, ..., m_f\}$

$$L\vec{u} = \vec{f}(\vec{x}, t), \quad \vec{x} \in \overline{\Omega}, \quad 0 < t \le T < \infty,$$

удовлетворяющее заданным граничным и начальным условиям

$$l\vec{u} = \vec{g}(\vec{x}, t), \quad \vec{x} \in \Gamma, \quad \vec{u}(\vec{x}, 0) = \vec{u}^0(\vec{x}).$$

Отметим такой характерный класс задач, в которых конфигурация расчетной области и ее границ меняется со временем. В частности, в так называемых задачах со свободной границей ее форма зависит от самого искомого решения и определяется с помощью дополнительных (кинематических и динамических) уравнений.

Приведенная выше формулировка описывает прямые задачи математического моделирования. Исходные данные каждой из них можно определить зависящими от вектора параметров $\vec{p} = (p_1, ..., p_{m0})$, компоненты которого надо оптимизировать от определенного на параметризованном решении $\vec{u}(\vec{x}, t, \vec{p})$ поставленной задачи по условию минимума описанного заранее целевого функционала (см. [13])

$$\Phi_0(\vec{u}(\vec{x}, t, \vec{p}_{opt})) = \min_{\vec{p}} \Phi_0(\vec{u}(\vec{x}, t, \vec{p})),$$

при заданных линейных или функциональных ограничениях $(m_1 + m_2 = m_0)$:

$$p_k^{\min} \le p_k \le p_k^{\max}, \quad k = 1, ..., m_1, \quad \Phi_l(\vec{u}(\vec{x}, t, \vec{p})) \le \delta_l, \quad l = 1, ..., m_2.$$

В этом случае описание прямой начально-краевой задачи фигурирует формально как дополнительное ограничение в виде уравнения состояния

$$L\vec{u}(\vec{p}) = \vec{f}, \quad \vec{p} = \{p_k\}.$$

Таким образом, мы приходим к оптимизационной постановке обратной задачи, заключающейся в идентификации параметров модели математической проблемы, реализация которой требует многократного решения прямых задач с направленным изменением параметров по соответствующим алгоритмам.

Расчетную область можно представить как объединение $N_D \ge 1$ замкнутых непересекающихся подобластей, т. е. $\overline{\Omega} = \bigcup_k \overline{\Omega}_k$, $\Omega_k \bigcap \Omega_{k'} = 0$ при $k \ne k'$, где $k, k' = 1, ..., N_D$, в каждой из которых могут задаваться свои коэффициенты или даже различные типы решаемых уравнений. Граница k-й подобласти может быть представлена как объединение смежных границ с примыкающими подобластями: $\overline{\Omega}_k = \Omega_k \bigcap \Gamma_k$, $\Gamma_k = \bigcup_{k'} \Gamma_{k,k'}$, $\overline{\Omega}_k \bigcap \overline{\Omega}_{k'} = \Gamma_{k,k'} = \Gamma_{k',k} \ne 0$. Если внешнее пространство (дополнение) по отношению к Ω обозначить формально как подобласть $\Omega_0 = R^d / \overline{\Omega}$, то внешняя граница расчетной области представляется в виде $\Gamma = \Gamma^{(e)} = \bigcup_k \Gamma_{k,0}$, а граница каждой подобласти может быть разбита на ее внешнюю и внутреннюю части: $\Gamma_k = \Gamma_k^{(e)} \bigcup \Gamma_k^{(i)}$, $\Gamma_k^{(e)} = \bigcup_k \Gamma_{k,0}$, $\Gamma_k^{(i)} = \bigcup_{k' \ne 0} \Gamma_{k,k'}$.

Если подобласть Ω_k – трехмерный объект, имеющий свой ненулевой объем, то ее граница Γ_k в качестве меры измерения имеет площадь. Каждый из *граничных фрагментов* $\Gamma_{k,l}$ внешней или внутренней границы (на каждом из которых ставится какое-то краевое условие) будем считать кусочно-гладкой поверхностью, т. е. состоящей из совокупности гладких *поверхностных сегментов*, характеризуемых своим уравнением. Граница расчетной области Γ является в общем случае многосвязной, или конечносвязной, т. е. состоящей из конечного числа связных множеств. Граница Γ является односвязной, если сама расчетная область не имеет «дыр». Каждый поверхностный сегмент имеет свою граничную линию, состоящую из конечного числа криволинейных (пространственных в общем случае) отрезков, характеризуемых парой своих концевых точек, длиной и уравнениями двух поверхностей, пересечением которых он является. Такие граничные отрезки будем называть *ребрами* расчетной области, а их концевые точки, лежащие на пересечении ребер, будем называть *вершинами*. Совокупность ребер и вершин назовем каркасом области, который формально можно представить в виде многомерного графа.

Геометрические объекты и их свойства

Цель данного раздела заключается во введении способов представления геометрических объектов и их свойств, которые обеспечивают гибкость и расширяемость средств задания, модификации и визуализации расчетной области, а также интерфейс с программными приложениями, поддерживающими задание исходной функциональной информации и реализующими непосредственный вычислительный эксперимент с решением прямой или обратной задачи математического моделирования.

Для описания решаемых уравнений, задания расчетной области и ее отдельных частей указываются *глобальная* и *локальные системы координат* (ГСК и ЛСК). Каждая ЛСК определяется положением своего начала координат и углов наклона осей относительно ГСК, которые обеспечивали бы преобразования координат из одной системы в другую и обратно.

С целью экономичного описания различных геометрических объектов вводится понятие *базовых координат* (БК), представляющих собой три набора вещественных чисел $X_{1,i}$, $i=1,...,I_b$, $X_{1,j}$, $j=1,...,J_b$, $X_{1,k}$, $k=1,...,K_b$, где I_b, J_b, K_b – общее количество БК по различным координатным осям. Предполагается, что все базовые координаты упорядочены и пронумерованы по возрастанию их значений с ростом индексов i, j, k. Они вводятся для экономии задания координат вершин расчетной области (по ссылкам на БК), поскольку на практике многие из них могут иметь совпадающие координаты. Возможные операции с БК – это изменение их значений или добавление новых базовых координат в соответствующие списки.

Простейшими геометрическими объектами являются вершины V_p, $p=1,...,N_V$ (или точки, являющиеся примитивами нулевой размерности), каждая из которых определяется своими тремя координатами x_p, y_p, z_p (здесь и далее для удобства используем декартовые координаты), задаваемые ссылками на соответствующие БК. Допускается также задание координат своими значениями или их вычисление по точкам пересечения каких-либо двух кривых или трех поверхностей.

Для описания гладких фрагментов границ трехмерных областей вводятся объекты *поверхности* $S_q, q=1,...,N_s$, каждая из которых характеризуется уравнением вида $S_q(x,y,z)=0$, где S_q – дифференцируемая функция. Простейшие примеры – это сферические плоскости или цилиндрические поверхности, эллипсоиды и гиперболоиды, описываемые уравнениями второго порядка. Для представления сложных границ удобными средствами являются поверхности Безье или многомерные сплайны [14]. Задание типовых поверхностей экономично осуществляется в указываемых локальных системах координат с помощью малого числа параметров (например, сфера однозначно определяется своим радиусом и центром).

Пересечения поверхностей образуют совокупность следующих геометрических объектов – *линий* C_r, $r=1,...,N_C$, прямолинейных или криволинейных (вообще говоря, пространственных), определяемых системой двух уравнений для соответствующих поверхностей.

Рассмотренные выше объекты – поверхности и линии – представляют собой в общем случае бесконечно протяженные объекты. Их ограниченные подмножества – конечные сегменты и отрезки, или ребра, – задаются с помощью дополнительной информации, позволяющей их однозначно идентифицировать. Список отрезков E_s, $s=1,...,N_E$, для каждого своего элемента содержит номер соответствующей линии C_r и номера двух вершин, являющихся начальной и концевой точками V_{p1}, V_{p1} данного отрезка (указываемые номера являются фактически ссылками на элементы из списка линий и списка вершин). Каждый элемент списка поверхностных сегментов F_l, $l=1,...,N_F$, включает перечисление номеров отрезков, составляющих его граничную линию. Следует отметить, что во многих случаях удобно задавать отрезки и поверхностные сегменты в параметрической форме с помощью соответствующих соотношений вида $x=x(\tau)$, $y=y(\tau)$, $z=z(\tau)$ или $x=x(\tau^{(1)},\tau^{(2)})$, $y=y(\tau^{(1)},\tau^{(2)})$, $z=z(\tau^{(1)},\tau^{(2)})$, где для каждого из параметров задается область изменения в виде отрезка, конечные точки которого соответствуют вершинам расчетной области.

В частности, такую форму имеют активно используемые в САПР кривые и поверхности Безье [14]. По аналогичному принципу организуется список подобластей Ω_k, $k=1,...,N_\Omega$, в котором каждый элемент содержит перечисление номеров поверхностных сегментов, составляющих его границу.

Для однозначного задания точек или кривых по пересечению поверхностей может потребоваться дополнительная информация в связи с неоднозначностью решений соответствующих уравнений. Также обстоит дело и с описанием вложенных подобластей, для идентификации которых необходима топологическая информация, задаваемая с помощью теоретико-множественных операций или другими средствами.

Для экономии задания сложных геометрических объектов вводятся понятия *составных объектов*: связных совокупностей отрезков кривых, поверхностных сегментов и подобластей (трехмерных фигур). Типовые наборы таких составных объектов могут составлять специализированные каталогизированные библиотеки.

Совокупность геометрических объектов различных размерностей образует обобщенный граф расчетной области, включающий фигуры, грани, ребра и вершины. Топологические связи между ними могут быть заданы однозначно, например, с помощью следующих булевских *матриц инцидентности*: матрица $M_{VE}=\{m_{i,j}, i=1,...,N_V, j=1,...,N_E\}$, каждый (i,j)-элемент которой есть «истина», если только i-я вершина инцидентна j-му ребру, матрица M_{EF} (ребра-грани) размерности $N_E \times N_F$ и матрица M_{FD} (грани – подобласти) размера $N_F \times N_D$. Элементы $m_{i,j}$ последних матриц принимают значения «истина» или «ложь» в зависимости от свойств инцидентности соответствующих объектов. При необходимости из указанных матриц могут быть сформированы и другие матрицы инцидентности, например, «вершины – грани», «ребра – подобласти» и др.

Для возможности задания и модификации отдельных характеристик геометрических объектов вводится понятие вещественных *параметров*, массив, или список, у которых значения будем обозначать через $P=\{P_s, s=1,...,N_P\}$, а элементы могут иметь самый разный смысл: какую-то базовую координату, радиус некоторой окружности и т. д.

Геометрические модификации объектов расчетной области могут быть разбиты на две основные группы: без нарушения топологии и с изменением топологии, связанной с варьированием количества какого-то типа объектов и / или с обновлением взаимосвязей между ними. Модификации первого типа являются аффинными преобразованиями вида сдвиг, поворот, масштабирование (сжатие или растяжение с указанием соответствующих атрибутов), исключающими пересечения граничных линий и поверхностей. Операции второго типа включают добавление или исключение каких-то геометрических примитивов, а также замену объекта какого-то вида на другой аналогичный.

Технологии поддержки интерфейсов и структуры данных

Геометрическое моделирование должно обеспечивать следующие функции при решении начально-краевых задач: дружественный пользовательский графический интерфейс для удобного задания сложных расчетных областей с контролем и диагностикой возможных ошибок, внутренний интерфейс с вычислительными модулями, в первую очередь реализующими алгоритмы построения сеток, согласование данных со средствами визуализации (например, на основе популярной системы Open GL – Open Graphics Library [1]) данных и результатов численного решения. Кроме того, геометрическая структура данных (ГСД) должна предусматривать «переходники», или конверторы, в некоторые распространенные форматы, принятые в САПРовских системах или в широко применяемых ППП.

В качестве инструментальных компонент реализации различных функций геометрического моделирования мы рассматриваем следующие: WIMP Interfaces [15] (Window – окно, Image – изображение, Menu – меню, Pointer – указатель) – средство формирования графического пользовательского интерфейса командного типа с описанием последовательности исполняемых операторов на экране компьютера, XML (Extensible Markup Language [16] – расширяемый язык разметки) – технология для управления, отображения и организации текстовых данных, включающая такие механизмы, как объектная модель документа

---

[1] *Тарасов И.* Open GL. URL: http://opengl.org.ru.

(Document Object Model, DOM) и анализатор текстов MS Parser, использующий библиотеку Tiny [2], а также библиотека классов GCLib (являющаяся расширением библиотеки GeomBox [3]) на языке C++, содержащая описание спецификаций геометрических объектов и методов работы с ними.

Структура геометрических данных. На языке XML исходная геометрическая информация организуется в иерархическую структуру, имеющую достаточно читабельный вид и допускающую синтаксический и семантический анализ информации за счет использования тегов, словаря и различных типов данных.

Например, базовые координаты (БК) представляются набором своих идентификаторов и значений вдоль каждой оси:

```
<!--BasisCoordinate-->
<basis_coordinate>
<coordinate name=’X’>
    <value x1=’1’ x2=’10’ x3=’4’/>
</coordinate>
<coordinate name=’Y’>
    <value y1=’2’ y2=’4’/>
</coordinate>
<coordinate name=’Z’>
    <value z1=’5’ z2=’1’ z3=’7’ z4=’9’/>
</coordinate>
</basis_coordinate>
```

Точка определяется своей «размерностью» и ссылками на БК или значениями координат (в трехмерном случае «двумерная точка», задаваемая двумя координатами, фактически определяет прямую, параллельную одной из координатных осей, а «одномерная» – плоскость, перпендикулярную соответствующей оси):

```
<!--Point-->
<point name=’point 3D’>
    <value x=’x1’ y=’y1’ z=’z1’/>
    <value x=’x3’ y=’y2’ z=’z4’/>
</point>
<point name=’point 2D’>
    <value x=’x2’ y=’y1’/>
</point>
```

Для описания плоских или пространственных кривых используются их канонические представления. Например, эллипс определяется точкой центра и двумя полуосями:

```
<!--Ellipse-->
<ellipse name=’ellipse_A’>
    <center x=’0’ y=’0’/>
    <radius_vertex x=’-1’ y=’0’/>
    <radius_vertex x=’1’ y=’0’/>
</ellipse>
```

Пространственная ломаная определяется набором отрезков, каждый из которых задается точкой начала и точкой конца:

```
<!--PolyLine-->
```

---

[2] http://www.grinninglizard.com/tinyxmldocs/index.html

[3] http://www.aitricks.com/products/geomprimitives/specs/1.00/index.html

```
<poly_line name=’pline_A’>
    <line>
        <begin_point x=’0’ y=’0’ z=’1’/>
        <end_point x=’1’ y=’1’ z=’2.3’/>
    </line>
    <line>
        <begin_point x=’1’ y=’1’ z=’2.3’/>
        <end_point x=’5’ y=’1’ z=’4’/>
    </line>
</poly_line>
```

Аналогичный принцип используется и для описания поверхностей. Например, круговой усеченный конус определяется двумя центрами сечений и их радиусами:

```
<!--TruncatedCone-->
<truncated_cone name=’cone_A’>
    <bottom_radius value =’4’/>
    <bottom_center x=’1’ y=’3’ z =’6’/>
    <top_center x=’1’ y=’3’ z =’0’/>
</truncated_cone>
```

Возможно и множественное представление геометрических объектов. Например, параллелепипед представляется опорной точкой и тремя смежными вершинами, но можно и его задать по двум точкам (две противоположные вершины):

```
<!--Parallelepiped-->
<parallelepiped name=’paral_A’>
    <base_point x =’0’ y=’0’ z=’0’/>
    <vertex x=’1.5’ y=’0’ z =’0’/>
    <vertex x=’0’ y=’1’ z =’0’/>
    <vertex x=’0’ y=’0’ z =’2’/>
</parallelepiped>
<parallelepiped name=’paral_B’>
    <first_point x=’0’ y=’0’ z =’0’/>
    <second_point x=’2.2’ y=’1.6’ z =’3’/>
</parallelepiped>
```

Приведем еще представление сферы указанием ее центра и радиуса:

```
<!--Sphere-->
<sphere name=’sphere_A’>
    <center x =’0’ y=’0’ z=’0’/>
    <radius value =’10’/>
</sphere>
```

Отметим, что центр сферы может также задаваться ссылкой на точку из списка POINT.

Содержимое входного XML-файла структурируется с помощью библиотеки Tiny на языке C++ и обрабатывается анализатором, в результате чего формируется DOM-документ, который обеспечивает взаимодействие с графическими и вычислительными приложениями. Его реализация осуществляется с помощью библиотеки классов, написанных на языке C++ и включающих описание необходимых операций с геометрическими объектами. В качестве примеров можно назвать сдвиг, поворот, масштабирование и тиражирование каких-то компонентов расчетной области, определение положения точки относительно фигуры, построение уравнений для линий, поверхностей и нахождение их пересечений, и т. д., здесь можно перечислять множество задач аналитической и начертательной геометрии.

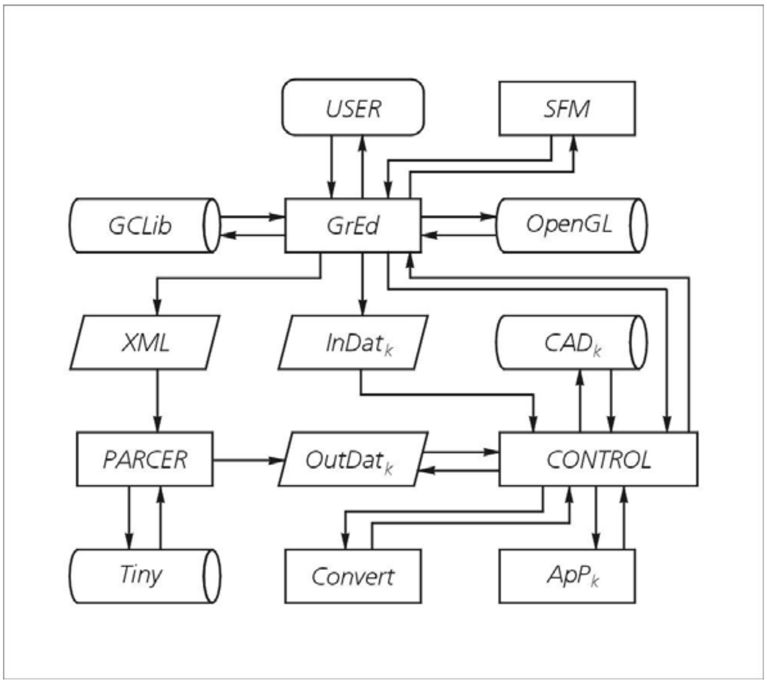

Схема СГМ

Общая структура СГМ. Общая схема взаимодействия исполняемых и информационных компонент СГМ представлена на рисунке.

Конечный пользователь (End User), который решает задачу, осуществляет прямую и обратную связь с СГМ посредством специализированного графического редактора (GrEd), разработанного авторами на основе инструментальных средств мультиплатформенного многопоточного пакета GeomBox [4].

Рассмотрим подробнее элементы данной схемы.

Графический редактор использует библиотеки геометрических классов OpenGL и GCLib, дополненную необходимыми объектами, описанными ранее. Он служит для задания пользователем геометрии расчетной области и визуального отображения необходимых результатов.

GCLib является компактной и эффективной C++ библиотекой классов геометрических примитивов. Она состоит из следующих разделов.

- 3D-ядро: классы 3D-фигур, таких как сфера, параллелепипед, тор, усеченный конус, эллипсоид, плоскость и т. д.
- 2D-ядра: классы 2D-фигур, таких как круг, треугольник, параллелограмм, и т. д.
- Операции: сдвиг, поворот, масштабирование, определение положения точки относительно фигуры, построение уравнений для линий, поверхностей и нахождение их пересечений, и т. д.
- Дополнительно: глобальная и локальные системы координат, базовые координаты.

Система функционального моделирования (SFM) – модуль, позволяющий задавать необходимые функциональные данные о задаче, со ссылками на соответствующие геометрические объекты. Формируемые входные данные в описанном выше XML-файле или других форматах ($InDat_k$) обрабатываются анализатором (PARSER), использующим библиотеку Tiny, и преобразуются в один из допустимых видов выходных данных ($OutDat_k$). При необходимости конвертации из одного формата данных в другой используется модуль Convert. Выходные данные с помощью управляющей подсистемы (Control) передаются соответствующим вычислительным приложениям (ApP_k), с организацией интерфейса для системы функционального моделирования (SFM), анализа получаемых результатов и возможного взаимодействия с САПРовскими системами (CAD_k).

---

[4] http://www.aitricks.com/ru/products/geombox/; http://i-lab.nsu.ru/wiki/index.php/AITricks_GeomBox

Наличие допустимого множественного представления данных и гибкой системы управления обеспечивает поэтапное проектирование, реализацию и развиваемость СГМ, с применимостью предлагаемой технологии для широкого класса задач математического моделирования.

Список литературы

1. *Препарата Ф., Шеймос М.* Вычислительная геометрия. Введение. М.: Мир, 1989.
2. *Фокс А., Пратт М.* Вычислительная геометрия. М.: Мир, 1982.
3. *Шенен П., Коснер М., Гордан И. и др.* Математика и САПР. М.: Мир, 1988. Кн. 1: Основные методы теории полюсов.
4. *Жермен-Лакур П., Жорж П., Безье П.* Математика и САПР. М.: Мир, 1989. Кн. 2: Вычислительные методы. Геометрические методы.
5. *Козлов В. И., Юдин А. Н.* Теоретико-множественное описание геометрии трехмерных областей с внутренней структурой для задач автоматизированного проектирования // Автометрия. 1999. № 2. С. 107–119.
6. *Ильин В. П.* Геометрическое и функциональное моделирование в задачах математической физики // Вычислительные технологии. 2001. Т. 6, ч. 2. С. 315–321.
7. *Il'in V. P.* Geometric Problems and Algorithms in Mathematical Modeling // Proc. of the XV Int. Conf. «Graphicon-2005». Novosibirsk, 2005. P. 289–292.
8. *Ушаков Д. М.* Введение в математические основы САПР. Новосибирск: Ледас, 2006.
9. *Левин Д. Я., Малюх В. Н., Ушаков Д. М.* Энциклопедия PLM. Новосибирск: Азия, 2008.
10. *Ильин В. П.* Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. Новосибирск, 2001.
11. *Ильин В. П.* Методы и технологии конечных элементов. Новосибирск, 2007.
12. *Ильин В. П.* Вычислительно-информационные технологии математического моделирования // Автометрия. 2000. № 1. С. 3–13.
13. *Ильин В. П.* О численном решении прямых и обратных задач электромагнитной геоlink разведки // Сиб. журн. вычисл. мат. 2003. Т. 6, № 4. С. 381–394.
14. *Ильин В. П.* Численный анализ. Новосибирск, 2007. Ч. 1.
15. *Taylor A. G.* WIMP Interfaces Cs6751 Topic Report. Winter, 1997.
16. *Хантер Д., Рафтер Дж., Фаусетт Дж., Влист Э. ван дер и др.* XML. Базовый курс. Киев: Диалектика-Вильямс, 2009.

Материал поступил в редколлегию 03.08.2009

L. A. Golubeva, V. P. Il'in, A. N. Kozyrev

ON THE SOFTWARE TECHNOLOGY IN THE GEOMETRIC ASPECTS OF MATHEMATICAL MODELING

The article deals with the analysis of algorithmic and technological issues of geometric modeling in solving multidimensional initial-boundary problems. The paper describes the basic geometric objects of the computational domain and operations on them. The concept of basic coordinates is introduced in order to describe the cost of various geometric objects. A principle of organization of information interfaces using object-oriented programming tools and text formats, language data management XML are proposed.

Keywords: geometric modeling, initial-boundary problem, incidence matrix, basic coordinates, XML.