

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГАОУ ВО "Новосибирский национальный  
исследовательский государственный университет"**

**Факультет естественных наук**

УТВЕРЖДАЮ



Декан ФЕН НГУ, профессор

\_\_\_\_\_ Резников В.А.

«29» августа 2014 г.

**Физика (электродинамика) для химиков**

**Модульная программа лекционного курса,  
семинаров, коллоквиумов и самостоятельной работы  
студентов**

Курс 2–й, III семестр  
Учебно-методический комплекс

Новосибирск 2014

Учебно-методический комплекс предназначен для студентов II курса факультета естественных наук, направление «химия». В состав пособия включены: программа курса лекций, структура курса и правила ИКИ, программа коллоквиумов по электродинамике, методические указания к выполнению заданий. Кроме того, приведен набор задач для самостоятельной работы студентов с использованием учебной литературы и персонального компьютера и даны примеры вариантов контрольных работ, коллоквиумов и задач, предлагаемых на экзамене за прошлые годы.

#### Составители

проф. Пуртов П.А., доц. Замураев В.П.

УМК подготовлен в рамках реализации  
«Программы развития НИУ-НГУ»

© Новосибирский государственный  
университет, 2014

## Содержание

Аннотация рабочей программы	4
<b>1. Цели освоения дисциплины</b>	6
<b>2. Место дисциплины в структуре ООП</b>	6
<b>3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины</b>	7
<b>4. Структура и содержание дисциплины</b>	9
Программа курса лекций	
I. Закон Кулона. Теорема Гаусса. Потенциал. Принцип суперпозиции (пп. 1, 2)	10
II. Энергия электрического поля. Условия равновесия зарядов в проводнике. Электрический диполь (пп. 3, 4)	12
III. Диэлектрики (пп. 5, 6)	13
IV. Магнитное поле в вакууме (пп. 7–10)	14
V. Силы в магнитном поле. Магнитное поле в веществе. Электромагнитная индукция (пп. 11–15)	16
VI. Электромагнитное поле, интерференция, дифракция (пп. 16–20)	18
<b>5. Образовательные технологии</b>	21
<b>6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины</b>	22
Рекомендованная литература к теоретическому курсу	23
Правила ИКИ	24
Перечень коллоквиумов	26
Часть 1. Закон Кулона. Теорема Гаусса. Потенциал. Принцип суперпозиции	26
Часть 2. Энергия электрического поля. Условия равновесия зарядов в проводнике. Электрический диполь	27
Часть 3. Диэлектрики	29
Часть 4. Магнитное поле в вакууме	30
Часть 5. Силы в магнитном поле. Магнитное поле в веществе. Электромагнитная индукция	32
Часть 6. Электромагнитное поле, интерференция, дифракция	33
Учебно- методическое обеспечение дисциплины	34
Образцы вопросов для подготовки к экзамену	34
Примеры задач на контрольных работах и на экзаменах	36
Первая контрольная работа	36
Вторая контрольная работа	42
Экзамен 1	52
Экзамен 2	64
Экзамен 3	76
<b>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</b>	81
<b>8. Материально-техническое обеспечение дисциплины</b>	81

## **Аннотация рабочей программы**

Дисциплина «Физика (Электродинамика)» является частью математического и естественнонаучного цикла ООП (базовая часть) по направлению подготовки «020100 ХИМИЯ», квалификация (степень) «бакалавр». Дисциплина реализуется на Факультете естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ) кафедрой Общей физики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с электродинамическими и оптическими явлениями, областями их экспериментального и технического применения, в том числе и в смежных областях знания и приборостроения и иного промышленного производства (в химии, медицине, биологии и т. д.).

Дисциплина нацелена на формирование у выпускника общекультурных компетенций: ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9, ОК-13, ОК-14.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, семинарские занятия, контрольные работы, коллоквиумы, домашние задания, консультации, сдача экзаменов, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля:

Текущий контроль. Прохождение студентами курса проходит с использованием системы ИКИ (индивидуального кумулятивного индекса). В течение семестра студенты проходят следующие контрольные точки: пишут две контрольные работы, сдают 6 коллоквиумов, готовят и сдают шесть домашних заданий. Домашние задания нацелены на то, чтобы привить студенту навыки самостоятельного изучения физических явлений. Кроме того, преподаватель оценивает уровень подготовки студента к каждому семинарскому занятию. Все контрольные точки оцениваются баллами, и к концу семестра каждый студент набирает некоторую сумму баллов, которая при преодолении заранее определенного барьера (см. стр. 23 и далее) может привести к получению им итоговой оценки «автоматом» (от «удовлетворительно» до «отлично»). Не прохождение обязательной контрольной точки студентом является причиной не допуска к экзамену, и как следствие, его не аттестации по всему курсу.

Итоговый контроль. Итоговую оценку за учебный семестр студент может получить на письменном экзамене в конце семестра, где он имеет возможность либо повысить оценку, полученную им «автоматом», либо получить любую положительную (или неудовлетворительную) оценку в случае отсутствия у него «оценки-автомата» по результатам системы ИКИ.

Общая трудоемкость дисциплины «Физика» (за четыре семестра) составляет 18 зачетных единиц. Всего 648 академических часов.

Программой дисциплины «Физика (Электродинамика)» предусмотрены 48 часов лекционных, 36 часов семинарских занятий, 20 часов прохождения контрольных точек в течение семестра (включая домашние задания), 72 часа самостоятельной работы студентов и 4 часа на экзамен, итого 180 часов, 5 зачетных единиц.

## 1. Цели освоения дисциплины

Курс «Физика (Электродинамика)» является одним из разделов четырех семестрового курса общей физики для студентов специальности «Химия» ФЕН НГУ. Задачами этого большого курса являются: овладение химиками фундаментальными основами части естествознания, отнесенными к разделам физики; подготовка к восприятию последующих общих и специальных курсов, требующих знаний физики. Исходя из этих задач, в своем построении курс «Физика (Электродинамика)» опирается на классическую учебную литературу с выверенными подходами.

На лекциях даются основные представления об электродинамических и оптических явлениях, областях их экспериментального и технического применения, в том числе и в смежных областях знания и приборостроения и иного промышленного производства (в химии, медицине, биологии и т. д.). На семинарских занятиях студенты учатся использовать методологию предмета для решения различных задач теоретического плана, для выработки у студентов умения формулировать постановку задач, их физическое и математическое описание и последующее решение. В курсе лекций приводятся данные о физических свойствах изучаемых систем и явлений, что позволяет студенту составить представление об общих принципах их влияния на процессы в электрохимии, включая экологические аспекты.

Основной целью освоения дисциплины является усвоение студентами основных положений электродинамики, умение пользоваться ими и на этой основе – понимания студентами сложных физических задач и проблем.

По окончании изучения указанной дисциплины студент должен

- **иметь представление о том, что лежит в основе теории электромагнетизма и ориентироваться в соответствующей учебной и научной литературе;**
- **знать основные законы электромагнетизма и методы решения задач;**
- **уметь решать сравнительно несложные задачи по электродинамике и оптике.**

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Физика (Электродинамика)» является частью математического и естественнонаучного цикла ООП, базовая часть, по направлению подготовки «020100 ХИМИЯ», уровень подготовки – «бакалавр».

Дисциплина «Физика (Электродинамика)» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- основные главы элементарной физики;
- математический анализ;
- высшая алгебра;
- теория вероятности и математическая статистика;
- физика (механика);
- основы компьютерной грамотности (навыки обращения с ПК).

Результаты освоения дисциплины «Физика (Электродинамика)» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- физика (квантовая механика);
- физика (термодинамика и статистическая физика);
- измерительный практикум;
- практикум по физической оптике;
- атомный практикум;
- химическая термодинамика;
- строение вещества;
- химия твердого тела;
- общая химическая технология;
- химическая кинетика;
- охрана окружающей среды.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Физика (Электродинамика)»:**

- **общекультурные компетенции:**
  - использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применение методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (**ОК-6**);
  - умение работать с компьютерами на уровне пользователя и способность применять навыки работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности (**ОК-7**);
  - способность понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны (**ОК-8**);
  - владение основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыки работы с компьютером как средством управления информацией (**ОК-9**);

- настойчивость в достижении цели с учетом моральных и правовых норм и обязанностей (**ОК-13**);
- умение работать в коллективе, готовность к сотрудничеству с коллегами, способность к разрешению конфликтов и социальной адаптации (**ОК-14**).

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

- иметь представление о наиболее распространенных электромагнитных явлениях;
- знать законы, определяющие электромагнитные процессы;
- уметь предсказывать и объяснять наиболее вероятные направления развития процессов с применением современных физико-химических методов.
- быть готовым к педагогической деятельности в общеобразовательных учреждениях.



#### 4. Структура и содержание дисциплины

Программой дисциплины «Физика (Электродинамика)» предусмотрены 48 часов лекций, 36 часов семинаров, 20 часов прохождения контрольных точек, 72 часа самостоятельной работы и 4 часа на экзамен, итого 180 часов, 5 зачетных единиц.

№ п/п	Наименование разделов и тем	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости
		Лекция	Семинары	Контр. работа	Коллоквиумы	Самост. работа	Экзамен	
1	Закон Кулона. Теорема Гаусса. Потенциал. Принцип суперпозиции.	8	6		2	6		Коллоквиум
2	Энергия электрического поля. Условия равновесия зарядов в проводнике. Электрический диполь.	8	6		2	6		Коллоквиум
3	Диэлектрики	8	6	4	2	8		Коллоквиум <b>Контрольная работа</b>
4	Магнитное поле в вакууме	8	6		2	6		Коллоквиум
5	Силы в магнитном поле. Магнитное поле в веществе. Электромагнитная индукция	8	6		2	6		Коллоквиум
6	Электромагнитное поле, интерференция, дифракция	8	6	4	2	8		Коллоквиум <b>Контрольная работа</b>
						32	4	<b>Экзамен</b>
	<b>Итого за курс</b>	<b>48</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>72</b>	<b>4</b>	
	<b>Всего</b>	<b>180</b>						

## Программа курса лекций

1. Электрический заряд, закон сохранения заряда. Точечный заряд, взаимодействие точечных зарядов. Закон Кулона. Сила взаимодействия между двумя точечными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  в системе СИ равна

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r},$$

где  $\vec{r}$  - радиус вектор,  $\epsilon_0$  - электрическая постоянная. Сила направлена по прямой линии, соединяющей эти заряды. Заряды бывают положительные и отрицательные. Одноименные заряды отталкиваются, поэтому сила должна быть направлена по вектору  $\vec{r}$ . Разноименные притягиваются, поэтому сила направлена против вектора  $\vec{r}$ , в законе Кулона в этом случае произведение двух зарядов отрицательное.

Напряженность электрического поля точечного заряда. Напряженность электрического поля, создаваемая зарядом  $q$ , есть

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}.$$

Принцип суперпозиции полей электрических зарядов: напряженность поля любого числа точечных зарядов равна сумме напряженностей полей каждого из точечных зарядов при отсутствии всех других.

Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса. Поток напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен суммарному заряду, находящемуся внутри поверхности, деленному на электрическую постоянную

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Если заряд распределен в пространстве с объемной плотностью  $\rho$ , то

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Дивергенция вектора напряженности электрического поля. Дивергенция ( $\text{div}$ ) есть скалярное произведение оператора градиент и вектора  $\vec{E}$

$$\text{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \vec{E}.$$

Теорема Гаусса в дифференциальном виде  $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ .

Поле плоскости  $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ , поле бесконечного цилиндра: снаружи  $E = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0 \pi r}$ , внутри  $E = \frac{\lambda r}{2\varepsilon_0 \pi R^2}$ .

2. Работа электрических сил. Циркуляция вектора напряженности электрического поля. Потенциал электрического поля. Связь между напряженностью и потенциалом дается соотношением  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ . Нули отсчета потенциала. Потенциал поля точечного заряда

$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ , потенциал заряженной сферы:

$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}, R > r; \quad \varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}, R < r;$  Потенциал системы

точечных зарядов удовлетворяет принципу суперпозиции и определяется соотношением

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \varphi_i(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Для распределенного в пространстве заряда потенциал имеет вид

$$\varphi(\vec{r}) = \int \frac{\rho(\vec{r}') dV'}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Уравнения Пуассона и Лапласа. Связь потенциала с плотностью заряда задается уравнением Пуассона

$$\text{div grad} \varphi = \vec{\nabla}^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

В тех областях пространства, где заряды отсутствуют оно превращается в уравнение Лапласа  $\vec{\nabla}^2 \varphi = 0$ .

Электростатическая энергия системы распределенных и точечных зарядов. Энергия системы точечных зарядов имеет вид

$$U = \frac{1}{2} \sum_k \sum_i \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_i \varphi_i q_i$$

При непрерывном распределении заряда надо перейти от суммирования к интегрированию:  $U = \frac{1}{2} \int \varphi dq$ .

**3. Проводники.** Условия равновесия зарядов в проводнике (отсутствие электрического поля внутри проводника, отсутствие в проводнике объемных зарядов). Поле вблизи поверхности заряженного проводника. Нормальная компонента напряженности поля у поверхности проводника однозначно определяется поверхностной плотностью зарядов  $E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ . Проводник во внешнем поле.

Емкостью уединенного проводника называется отношение заряда к потенциалу  $c = \frac{q}{\varphi}$ . Конденсатором называется совокупность двух

любых проводников с одинаковыми по абсолютному значению, но противоположными по знаку зарядами. Емкость конденсатора определяется соотношением  $c = \frac{q}{\Delta\varphi}$ . Плоский конденсатор. Емкость

плоского конденсатора равна  $c = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Энергия заряженного

проводника. Поскольку на проводниках имеются лишь поверхностные заряды и потенциал имеет одно и то же значение, то энергия проводника равна  $W = \frac{1}{2} \varphi q$ . Энергия конденсатора может быть

записана в виде  $W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c}$ . Плотность энергии электрического поля. Электрическая энергия может быть выражена через напряженность электрического поля

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \int E^2 dV.$$

Плотность энергии электрического поля равна  $W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ . Давление электрического поля. На поверхности проводника сила всегда действует в направлении внешней нормали, давление (поверхностная плотность силы) равно  $P = \frac{\sigma^2}{2}$ .

4. Электрический диполь. Электрический дипольный момент двух разноименных зарядов равен  $\vec{p} = q\vec{a}$ , где  $\vec{a}$  - вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному. Потенциал диполя определяется формулой

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\vec{r}\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Поле диполя определяется формулой

$$\vec{E} = \frac{3(\vec{r}\vec{p})\vec{r} - r^2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}.$$

Потенциальная энергия взаимодействия диполя с полем равна  $U = -(\vec{p}\vec{E})$ . Сила, действующая на диполь во внешнем электрическом поле определяется формулой  $\vec{F} = (\vec{p}\vec{\nabla})\vec{E}$ . Взаимодействие двух диполей. Энергия взаимодействия двух диполей определяется соотношением

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{\vec{p}_1\vec{p}_2}{r^3} - \frac{(\vec{p}_1\vec{r})(\vec{p}_2\vec{r})}{r^5} \right).$$

5. Диэлектрики. Электрическое поле в диэлектриках. Поляризация диэлектриков. Поляризационные заряды. Вектор поляризации (поляризованность) – это дипольный момент единицы объема, он определяется соотношением  $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$ , где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость. Вектор электрической индукции (или вектор электрического смещения определяется выражением  $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ . Поляризуемость. Диэлектрическая проницаемость зависит от поляризуемости молекул вещества,  $\vec{p} = \beta\varepsilon_0\vec{E}$ . Тензор

поляризуемости. В общем случае дипольный момент молекулы не совпадает по направлению с внешним магнитным полем, поэтому  $p_i = \beta_{ij} \varepsilon_0 E_j$ . Плоский конденсатор, заполненный однородным диэлектриком, в этой системе связанные заряды будут только на поверхности и существует связь  $|\vec{P}| = \sigma$ ,  $\sigma$  – поверхностная плотность связанных зарядов.

**6.** Теорема Гаусса для диэлектриков. Для диэлектриков выполняются следующие соотношения:

$$\oint \vec{P} d\vec{S} = -q', \quad \text{div} \vec{P} = -\rho'$$

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = Q, \quad \text{div} \vec{D} = \rho.$$

Поле точечного заряда в диэлектрике. Закон Кулона для бесконечного однородного диэлектрика имеет вид

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^3} \vec{r}.$$

Условия на границе раздела двух диэлектриков во внешнем электрическом поле. На границе раздела диэлектриков выполняется равенство тангенциальных составляющих вектора  $\vec{E}, \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$  и равенство нормальных составляющих вектора  $\vec{D}, \vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n}$ . Уравнение Пуассона для однородных диэлектриков имеет вид

$$\vec{\nabla}(\varepsilon \vec{\nabla} \varphi) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Энергия системы электрических зарядов в диэлектрике. Энергия поля в диэлектриках. Плотность энергии электрического поля в

диэлектриках определяется выражением  $w = \frac{\vec{D}\vec{E}}{2}$ .

**7.** Электрический ток в проводниках. Плотность тока, плотность тока и ток связаны соотношением,  $\int \vec{j} d\vec{S} = I$ . Уравнение

неразрывности (закон сохранения заряда),  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{j} = 0$ . Закон Ома

для плотности тока. Удельная проводимость, удельное сопротивление. Между плотностью тока и напряженностью электрического поля существует линейная связь,  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  (закон Ома в дифференциальной

форме). Закон Ома для однородного проводника записывается в виде

$$I = \frac{U}{R}. \text{ Закон Джоуля-Ленца задает количество тепла, которое}$$

выделяется в проводнике при протекании тока в единицу времени,

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{U^2}{R}.$$

Правильное описание движения зарядов в проводниках дает только квантовая теория. Примитивная электронная теория протекания тока через металл основывается на движении зарядов как классических частиц, на которые действует сила со стороны электрического поля и сила трения со стороны среды. Ток в газах, жидких и твердых телах. Электродвижущая сила. Закон Ома для произвольного участка цепи,

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}. \text{ Правила Кирхгофа. Сумма токов в любом узле равна}$$

нулю,  $\sum I_i = 0$ . В любом замкнутом контуре сумма падений

напряжения равна сумме э.д.с.,  $\sum R_i I_i = \sum \varepsilon_j$

**8.** Движущиеся заряды создают в пространстве магнитное поле, последовательная теория основана на преобразованиях Лоренца для полей при переходе из неподвижной в движущуюся систему координат. Магнитное поле движущегося заряда определяется выражением

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q [\vec{v} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

$\vec{B}$  – индукция магнитного поля (по аналогии с электростатикой эту величину логичнее было бы назвать напряженностью). Магнитное поле постоянного тока в вакууме. Закон Био – Савара для элемента провода с текущим током записывается в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

Магнитное поле прямого тока  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ . Магнитное поле на оси

кругового тока  $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$ , где  $x$  – расстояние до

центра кольца.

9. Циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру равна  $\oint \vec{B} d\vec{l}$ . Справедлива теорема о циркуляции

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i,$$

здесь суммирование ведется по всем токам, охватываемых контуром. Магнитное поле внутри длинного тонкого соленоида определяется соотношением  $B = \mu_0 In$ , где  $n$  – число витков на единицу длины. Дивергенция вектора индукции магнитного поля равна нулю,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , что обусловлено отсутствием магнитных зарядов. Ротор вектора индукции магнитного поля связан с плотностью электрического тока соотношением  $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ . Последние соотношение есть теорема о циркуляции в дифференциальной форме. Уравнения магнитостатики и электростатики в вакууме (уравнения Максвелла) могут быть записаны в виде

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j},$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \text{rot} \vec{E} = 0$$

10. Векторный потенциал магнитного поля. Векторный потенциал движущегося заряда имеет вид

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 q \vec{v}}{4\pi r}.$$

Векторный потенциал системы токов определяется формулой

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j(\vec{r}') d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

Связь вектора  $\vec{B}$  и векторного потенциала имеет вид  $\text{rot} \vec{A} = \vec{B}$ .

11. Магнитный момент прямоугольного контура с током записывается в виде  $\vec{p}_m = I[\vec{l}_1 \times \vec{l}_2]$ . Для произвольного (плоского) контура можно получить более общий результат  $\vec{p}_m = I\vec{S}$ ,  $S$  – площадь контура. Формулы легко обобщаются на систему токов. Магнитный момент системы движущихся зарядов находится



аналогично. Гиромагнитное отношение устанавливает связь магнитного момента с механическим  $\frac{p_m}{L} = \frac{q}{2m}$ .

**12.** Сила, действующая на движущийся заряд в магнитном поле (сила Лоренца). Сила Лоренца определена выражением

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Закон Ампера. На проводник с током со стороны магнитного поля действует сила (сила Ампера)

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Силы и момент сил, действующие на магнитный момент во внешнем магнитном поле. Сила, действующая на плоский контур с током (магнитный момент) равна нулю, момент силы не равен нулю, в результате магнитный момент поворачивается во магнитном поле, .

$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$ . Потенциальная энергия магнитного момента в

магнитном поле определяется соотношением  $W = -\vec{p}_m \vec{B}$ . Движение электрона в магнитном поле представляет собой движение по спирали – поступательное движение вдоль поля и вращение вокруг него.

Ларморовская частота вращения равна  $\omega = \frac{qB}{m}$ . Диамагнетизм и

парамагнетизм. Если молекулы вещества обладают собственным магнитным моментом, то такие молекулы называются парамагнитными. Если магнитный момент молекул появляется под влиянием внешнего магнитного поля (наведенный момент), то такие молекулы являются диамагнитными.

**13.** Магнитное поле в веществе. Вектор намагниченности. Магнитный момент единицы объема магнетика характеризуется

вектором намагниченности  $\vec{J}$ . Эта величина связана с молекулярными токами соотношением  $rot\vec{J} = \vec{j}_m$ . Векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ , соотношение

между ними. Вектор напряженности магнитного  $\vec{H}$  вводится

следующим образом:  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$ . Магнитная восприимчивость.

Магнитная проницаемость. Для сравнительно слабых магнитных полей  $\vec{J}$  связано с  $\vec{H}$  соотношением,  $\vec{J} = \chi\vec{H}$ ,  $\chi$  – магнитная восприимчивость.

$1 + \chi = \mu$ ,  $\mu$  – магнитная проницаемость

вещества.  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ . Граничные условия на векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ . На границе раздела двух магнетиков тангенциальных составляющих вектора  $\vec{H}$ ,  $\vec{H}_{1t} = \vec{H}_{2t}$  и равенство нормальных составляющих вектора  $\vec{B}$ ,  $\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$ .

Уравнения магнитостатики. Уравнения магнитостатики в веществе записываются в виде:  $\text{div}\vec{B} = 0$ ,  $\text{rot}\vec{H} = \vec{j}$ .

**14.** Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Если поток вектора магнитного поля через замкнутый контур изменяется, то в контуре возникает э.д.с. Природа э.д.с. зависит от того, меняется ли внешнее поле или деформируется контур, однако в том и другом случае выполняется соотношение  $\text{rot}\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t$ .

**15.** Взаимная индукция. Самоиндукция. Переменный ток, текущий по контуру создает переменный поток магнитного поля в контуре, который создает в свою очередь э.д.с. Коэффициенты взаимной и самоиндукции. Коэффициент пропорциональности между потоком магнитного поля и током в одном и том же контуре называется коэффициентом самоиндукции или индуктивностью. Коэффициент пропорциональности между током в одном контуре и потоком магнитного поля в другом называется коэффициентом взаимной индукции, причем выполняется соотношение  $L_{12} = L_{21}$ . Плотность энергии магнитного поля в веществе может быть записана в виде

$$w = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}. \quad \text{Энергия катушки с током (энергия соленоида)}$$

выражается через коэффициент самоиндукции

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

**16.** Токи смещения. Уравнения Максвелла. Переменное электрическое поле создает магнитное поле. Этот факт нашел отражение в системе уравнений Максвелла. Эту систему обычно записывают в виде

$$\begin{aligned} \text{div}\vec{B} &= 0, & \text{rot}\vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \\ \text{div}\vec{D} &= \rho, & \text{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

Величина  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  была названа Максвеллом током смещения.

**17.** Существование электромагнитной волны. Волновое уравнение. Поскольку переменное электрическое поле может порождать переменное магнитное поле, а переменное магнитное – переменное электрическое, то возможно существование электромагнитных волн. Такие волны описываются уравнением

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Аналогичное уравнение записывается для вектора  $\vec{H}$ . Общее решение волнового уравнения имеет вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\omega} \vec{E}_{0\omega} \exp(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)).$$

**18.** Плоские волны. Монохроматические волны. Если векторы электрического и магнитного поля расположены в одной плоскости, то волна называется плоской. Поляризация электромагнитных волн. Плоские волны могут быть линейно поляризованными и циркулярно поляризованными. Монохроматическая волна характеризуется одной частотой  $\omega$  и одним волновым вектором  $\vec{k}$ , задающим направление распространения волны. Длина волны связана с модулем волнового вектора соотношением  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Энергия электромагнитного поля складывается из энергии электрического и магнитного полей

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.$$

Поток энергии. Вектор Умова-Пойнтинга. Плотность потока энергии электромагнитной волны задается вектором  $\vec{S}$ ,  $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$ . Отражение и преломление плоской волны на границе диэлектрика. На границе раздела двух сред происходит отражение и преломление волн. Угол падения равен углу отражения. Для волны преломления справедливо соотношение

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{n_2}{n_1}. \text{ Показатель преломления вещества определяется}$$

выражением  $n = \sqrt{\mu \varepsilon}$ .

**19.** Когерентные и некогерентные источники света. Две волны являются когерентными, если разность их фаз остается постоянной, в противном случае волны будут некогерентными. Длина и время когерентности. Характерная оптическая длина пути и характерное время в течение которых волны можно считать когерентными называются длиной и временем когерентности. Интерференция двух плоских волн, распространяющихся под углом друг к другу. Интерференция света от двух точечных когерентных источников. В результате наложения когерентных волн происходит усиление интенсивности света в одних точках пространства и ослабление в других. Это явление называется интерференцией. Например, если в схеме Юнга разность хода двух лучей равна целому числу длин волн, то на экране будет светлая полоса, если разность хода будет равна полуцелому числу длин волн, то на экране будет темная полоса. Максимальный порядок интерференции света из щелей волн длительности  $\tau$  и монохроматического света с полосой частот  $\Delta\omega$ . Связь между этими представлениями. Интерференционная картина в монохроматическом свете, длины волн которых лежат в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ , исчезает, когда с интерференционными максимумами  $m$ -го порядка для излучения с длиной волны  $\lambda + \Delta\lambda$  совпадают максимумы  $(m+1)$ -го порядка для излучения с длиной волны  $\lambda$ :

$$(m + 1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda).$$

Для наблюдения интерференции порядка  $m$  должно выполняться условие  $\Delta\lambda < \frac{\lambda}{m}$ .

**20.** Принцип Гюйгенса-Френеля: положение фронта распространяющейся волны может быть в любой момент времени представлено огибающей всех вторичных (элементарных) волн. Источниками всех вторичных волн являются точки, до которых дошел фронт первичной волны в предшествующий момент времени. Амплитуду волны можно находить из выражения

$$A = \int k(\theta) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha).$$

Дифракционной решеткой называется совокупность  $N$  периодически расположенных щелей в непрозрачном экране. Разрешающая способность дифракционной решетки  $R$  определяется соотношением

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \text{ Дифракционная расходимость параллельных пучков}$$

света. Электромагнитные волны, проходящие через щель или отверстие размером  $d$ , отклоняются. Характерный угол отклонения оценивается соотношением  $\theta \sim \frac{\lambda}{d}$ .. Дифракция на круглом отверстии. Можно отметить, что при дифракции на круглом отверстии в центре экрана может быть как светлое, так и темное пятно в зависимости от условий.

## 5. Образовательные технологии

Виды/формы образовательных технологий. Отличительной особенностью курса является применение в нем модульно-рейтинговой системы (см. аннотацию), при реализации которой постоянно контролируется уровень знаний студента. Наличие обязательных для итоговой аттестации студента контрольных точек принуждает к активной работе студента в течение всего семестра. Для того чтобы заинтересовать студента в подготовке к каждому семинарскому занятию, каждое семинарское занятия часто начинается с экспресс – миниконтрольной работы, результат которой может существенным образом повлиять на итоговую оценку студента. Обратная связь обеспечивается тем, что лектор ведет одну из семинарских групп, и может оперативно скорректировать лекционный курс в зависимости от полученных на семинарском занятии и при прохождении контрольных точек результатов в усвоении материала. Семинарские занятия происходят в форме дискуссии преподавателя со студентами (аналог «круглого стола», преподавателю в котором отводится роль ведущего), в ходе которых каждый из участников – студенты или преподаватель имеют право задавать вопросы и участвовать в выработке альтернативных решений разбираемых задач. Таким образом, на семинарских занятиях реализуется интерактивная форма обучения.

Важной формой обучения являются коллоквиумы, проводимые в форме беседы преподавателя со студентом, в которую при желании может вмешиваться любой студент семинарской группы. Здесь (а не только на семинарских занятиях) студент может получить ответы на все интересующие его вопросы по предмету.

Следует отметить, что практически все преподаватели, участвующие в курсе «Физика (Электродинамика)» являются профессиональными исследователями в области физики и химии.

Преподаватели, участвующие в проведении курса, регулярно готовят и издают учебно-методические пособия, посвященные различным разделам курса. Эти пособия размещаются и в электронном виде на сайте Факультета естественных наук.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Использование модульной системы и индивидуального кумулятивного индекса (ИКИ) успеваемости в курсе «Физика. Электродинамика» дает возможность студенту проявить максимальную самостоятельность и инициативность в учебном процессе, а преподавателям – объективно оценить знания студента.

В рамках этой системы студент может маневрировать и находить оптимальный путь формирования собственного рейтинга. Она позволяет студенту получить навыки работы с учебными пособиями, монографиями и справочной литературой по электродинамике, выработать самостоятельный научно-исследовательский подход к решению задач и физико-химических проблем и в конечном итоге достичь желаемого профессионального уровня. Успешная работа по предлагаемой системе предполагает интенсивное сотрудничество преподавателей и студентов, которые должны четко представлять заданные «правила игры» и действовать в соответствии с ними.

Система ИКИ (индивидуальный кумулятивный индекс) предусматривает прохождение контрольных точек (коллоквиумов, контрольных работ и домашних заданий), при этом набранные баллы суммируются. Система ИКИ построена таким образом, что текущий контроль охватывает все разделы курса. Поэтому итоговая аттестация не предусматривает обязательного итогового экзамена – любую положительную итоговую оценку за курс в целом можно получить «автоматом», набрав соответствующее количество баллов в семестре. Студент, не набравший достаточного количества баллов для получения «оценки-автомата» или желающий ее повысить, сдает письменные экзамены, которые проводятся во время экзаменационной сессии.

Все контрольные точки являются обязательными. Их прохождение – необходимое условие для получения «оценки-автомата» и (или) допуска на экзамен.

Каждая обязательная контрольная точка проходит строго в установленный срок, который указан в Программе семинаров. При прохождении контрольной точки за пределами установленного срока (без

уважительной причины) она принимается со «штрафом», т. е. вводится коэффициент 0.5 на каждый набранный сверх 50 % балл.

Студент имеет право на апелляцию по каждой контрольной работе в течение 7 дней со дня ее проведения (при условии, что работа находится у преподавателя). Все вопросы, связанные с изменением суммы баллов, решаются преподавателем, проверявшим задачу, а в спорных случаях – лектором. По истечению срока апелляции по данной контрольной точке баллы за нее не могут быть изменены.

Контрольные точки, не пройденные в срок по уважительной причине (при наличии медицинской справки), принимаются в течение недели после окончания действия справки без штрафа, а далее (в течение одной следующей недели) – со штрафом (см. выше). Все контрольные точки, не пройденные в срок (без уважительной причины), в виде исключения могут быть сданы в течение двух недель за пределами установленного срока (со штрафом).

Работа студента на семинарах оценивается преподавателем, ведущим семинары, по теме текущего семинара, поэтому студенту следует заранее проработать материал к семинару. Студент может получить баллы за быстрое и правильное решение задач на семинаре (по усмотрению преподавателя). Суммарное количество баллов за этот пункт выставляется преподавателем в конце семестра.

### **Рекомендованная литература к теоретическому курсу**

а) основная литература:

1. Пуртов П. А., Замураев В. П. Учебно-методический комплекс. Физика. Электродинамика. Новосибирск, НГУ, 2011.
2. Замашиков В. В., Пуртов П. А. Электростатика. Новосибирск, НГУ, 2012.
3. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями по электродинамике: ч.1-3. Электричество: учеб. пособие. -Новосибирск: Новосиб. гос. ун - т, 2011.
4. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями по электродинамике: ч.4 - 6. Магнетизм. Начало оптики: учеб. пособие. - Новосибирск: Новосиб. гос. ун - т, 2011.
5. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями контрольных работ по электродинамике: учеб. пособие. -Новосибирск: Изд - во НГУ, 2013.
6. Савельев И. В. "Курс общей физики, т.2", М.: Наука, 1977.
7. Сивухин Д. В. "Общий курс физики, т.2", М.: Наука, 1983.

б) дополнительная литература:

1. Иродов И.Е. "Основные законы электромагнетизма", М.: Высшая школа, 1991.
2. Матвеев А.Н. «Электричество и магнетизм», М.: Высшая школа, 1983
3. Парселл Э. «Электричество и магнетизм», М.: Наука, 1975
4. Тамм И.Е. «Основы теории электричества», М.: Наука, 1989

## Правила ИКИ

### Текущий контроль

Для текущего контроля учебным планом предусмотрена сдача в течение семестра каждым из студентом шести домашних заданий по разделам курса. Сдача заданий проводится в форме коллоквиумов. Студент на каждом коллоквиуме должен представить решения задач соответствующего домашнего задания и в письменном виде ответить на теоретический вопрос и решить две задачи. За каждое задание студент может получить до **200** баллов. В середине семестра проводится контрольная работа, в которой студентам предлагается решить пять задач, относящихся к первой половине курса. Стоимость первой контрольной — **700** баллов. В конце семестра проводится вторая контрольная работа, в которой студентам предлагается ответить на три теоретических вопроса и решить пять задач из второй половины курса. Теоретическая часть второй контрольной оценивается в **400** баллов, решение задач в **700** баллов. Выполнение этих работ является обязательным для всех студентов, а результаты текущего контроля служат основанием для выставления оценок в ведомость контрольной недели на факультете. Если сумма набранных в семестре баллов превышает **2700** баллов из **3000** возможных, то студенту выставляется оценка **«отлично»** без экзамена. Для получения оценки **«хорошо»** без экзамена необходимо набрать более **2100** баллов, и при этом не менее **130** баллов в ответах на теоретические вопросы. Для получения оценки **«удовлетворительно»** без экзамена необходимо набрать в семестре не менее **1500** баллов и преодолеть порог в **130** баллов в ответах на теоретические вопросы.

### *Контрольные точки*

### *Баллы*

<b>К1</b> (Коллоквиум 1): Закон Кулона. Теорема Гаусса. Потенциал. Принцип суперпозиции.	200
<b>К2</b> (Коллоквиум 2): Энергия электрического поля. Условия равновесия зарядов в проводнике. Электрический диполь.	200
<b>К3</b> (Коллоквиум 3): Диэлектрики	200
<b>КР1</b> (Контрольная работа 1): Электростатика	700
<b>К4</b> (Коллоквиум 4): Магнитное поле в вакууме	200



<b>К5</b> (Коллоквиум 5): Силы в магнитном поле. Магнитное поле в веществе. Электромагнитная индукция	200
<b>К6</b> (Коллоквиум 6): Электромагнитное поле, интерференция, дифракция	200
<b>КР2</b> (Контрольная работа 2, теория+задачи): Электромагнитные явления	400+700
Работа на семинарах	100
<b>ИТОГО</b>	<b>3000</b>

При выполнении домашних заданий надлежит придерживаться следующих сокращений:

- килограмм – кг;
- грамм – г;
- метр – м;
- сантиметр – см;
- секунда – с;
- градусы Цельсия – °С;
- джоуль – Дж;
- кулон – К;
- вольт – В;
- фарада – Ф;
- ампер – А;
- тесла – Тл;

### **Итоговый контроль**

Для контроля усвоения дисциплины учебным планом предусмотрен письменный экзамен из трех вопросов по теоретическому материалу стоимостью в **400** баллов и решению шести задач, которые оцениваются в **1100** баллов. Оценка выставляется по сумме баллов набранных на экзамене и в семестре. Если сумма превышает 2700 баллов, то студент претендует на оценку **«отлично»**. Для получения оценки **«хорошо»** необходимо набрать более **2100** баллов, а для оценки **«удовлетворительно»** — **1500** баллов. Кроме суммы набранных баллов учитывается результат, полученный непосредственно на экзамене. Если в теоретической части экзамена набрано менее **130** баллов и/или за решение задач получено менее **250** баллов или сумма баллов за теорию и решение задач менее **450**, то полученные на экзамене баллы не включаются в общую сумму и оценка, полученная в семестре, остается без изменений. Для получения оценки **«отлично»** кроме набора требуемой суммы баллов необходимо на экзамене набрать при решении задач не менее **600** баллов, а

сумму баллов за теорию и решение задач – не менее **900**. Для получения оценки «хорошо» необходимо на экзамене набрать при решении задач не менее **400** баллов, а сумму баллов за теорию и решение задач – не менее **670**.

### Перечень коллоквиумов

Примерные контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы (в объеме часов, предусмотренных образовательным стандартом и рабочим учебным планом данной дисциплины).

#### Часть 1.

Закон Кулона. Теорема Гаусса. Потенциал.

Принцип суперпозиции.

Вопросы к коллоквиуму:

1. Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность (теорема Гаусса).
2. Дивергенция вектора напряженности электрического поля.
3. Потенциал электрического поля системы зарядов.
4. Уравнения Пуассона и Лапласа.

1.1. Тонкий прямой стержень длины  $2a$  заряжен с линейной плотностью  $\lambda$ . Для точек, лежащих на прямой, перпендикулярной к оси стержня и проходящий через его центр, найти напряженность электрического поля как функцию расстояния  $r$  от центра стержня. Найти ту же величину для бесконечного стержня, пользуясь теоремой Гаусса. Сравнить и проанализировать результаты.

1.2. Равномерно заряженная бесконечная нить с плотностью заряда  $+\delta$  перпендикулярна равномерно заряженной бесконечной плоскости, плотность заряда которой  $+\sigma$ . Найти величину поля в пространстве.

1.3. Определить потенциал и напряженность электрического поля внутри и вне равномерно заряженного по объему шара радиуса  $R$ . Объемная плотность заряда  $\rho$ . Нарисовать графики.

1.4. Внутри шара радиуса  $R$ , равномерно заряженного по объему с плотностью  $\rho$ , имеется незаряженная сферическая полость радиуса  $R_1$ . Центр полости находится на расстоянии  $a$  от центра шара ( $a + R_1 < R$ ). Найти электрическое поле в полости.

1.5. Потенциал некоторого поля имеет вид  $\varphi = \alpha(x y - z^2)$ , где  $\alpha$  - константа. Найти модуль вектора  $\mathbf{E}$  в точке  $(1, -2, 1)$ .

1.6. Найти распределение плотности зарядов, при котором напряженность электрического поля равна  $\mathbf{E} = \alpha r^2 \mathbf{r}$ .

1.7. Найти зависимость плотности зарядов от координат  $x, y, z$ , при которой напряженность поля описывалась бы функцией  $\mathbf{E} = x\mathbf{i} + 2y^2\mathbf{j} + 3z^3\mathbf{k}$ . Найти потенциал этого поля в точке  $(1, 1, 0)$ , если  $\varphi(0, 0, 0) = 0$ .

1.8. Частица массы  $m$  с зарядом  $q$  и скоростью  $v$  приближается с очень большого расстояния к заряженному кольцу, двигаясь по его оси. Радиус кольца  $R$ , масса  $M$ , заряд  $Q$ . При какой наименьшей скорости  $v$  частица пройдет через кольцо в случаях: а) кольцо закреплено; б) кольцо не закреплено и начальная скорость кольца равна нулю.

Срок выполнения задания 2 недели.

## Часть 2

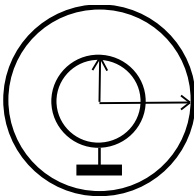
Энергия электрического поля. Условия равновесия зарядов в проводнике. Электрический диполь.

Вопросы к коллоквиуму:

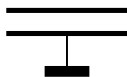
1. Электростатическая энергия системы распределенных зарядов. Плотность энергии электрического поля.
2. Граничные условия на поверхности проводника.
3. Емкость проводника. Емкость плоского конденсатора. Энергия плоского конденсатора.
4. Потенциал диполя. Поле диполя. Потенциальная энергия взаимодействия диполя с полем.

2.1. Четыре непроводящих шарика радиуса  $R$ , в центре каждого из которых находится заряд  $q$ , расположены вдоль прямой, касаясь друг друга. Какую работу нужно совершить, чтобы сложить из этих шариков пирамидку (правильный тетраэдр)? Вес шариков не учитывать.

2.2. Внутри равномерно заряженной сферы с радиусом  $b$  и зарядом  $q$  находится заземленная проводящая сфера радиуса  $a$  ( $a < b$ ). Центры сфер совпадают. Найти напряженность электрического поля и его потенциал вне большой сферы на расстоянии  $r$  от центра.



- 2.3. Одну пластину незаряженного конденсатора емкостью  $C$  заземляют, а другую присоединяют длинным тонким проводом к проводящему шару радиуса  $R$  с зарядом  $q$  удаленному от окружающих предметов. Какой заряд останется на шаре?



- 2.4. В плоский заряженный конденсатор с зазором  $2d$  внесли металлическую пластину толщиной  $d$ . Найти как изменится: а) разность потенциалов между обкладками; б) поле, если разность потенциалов поддерживается постоянной.

- 2.5. В плоском заряженном конденсаторе с зарядом  $q$  и зазором  $2d$  находится металлическая пластина толщиной  $d$  параллельная обкладкам конденсатора. Площадь обкладки и пластины равна  $S$ . Найти работу, которую надо совершить, чтобы вынуть пластину из конденсатора.

- 2.6. Найти электрическую энергию системы, состоящей из двух концентрических проводящих сфер, радиусом  $R$  и  $R/2$  и зарядами  $Q$  и  $q$  соответственно.

- 2.7. Определить силу, действующую на электрический диполь  $d$  в поле заряда  $q$ , когда диполь направлен на заряд, от заряда и перпендикулярно к направлению на заряд. Нарисовать графически зависимости силы и потенциальной энергии от расстояния для этих трех случаев.

- 2.8. Оценить (в кДж/моль) энергию взаимодействия:

1) двух частиц с зарядом  $e$  и  $-e$ ;

2) частицы с зарядом  $e$  и частицы с дипольным моментом  $d=ea$ ,

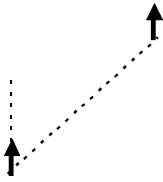
где  $a = 0,2\text{Å}$

3) двух частиц с дипольными моментами  $d$ .

Расстояние между частицами во всех случаях  $4\text{Å}$ .  $e$ -заряд электрона,  $1\text{Å} = 10^{-10}\text{ м}$ .

- 2.9. Определить дипольный момент молекулы  $\text{H}_2\text{O}$ . Эффективный заряд атомов водорода  $5 \cdot 10^{-20}$  Кл, угол Н-О-Н равен  $104,5^\circ$ , длина О-Н связи  $0,96\text{Å}$ .

- 2.10. Найти силу, с которой взаимодействуют два электрических диполя, расположенных как показано на рисунке. Диполи лежат в одной плоскости.



Срок выполнения задания 2

недели.

### Часть 3

#### Диэлектрики

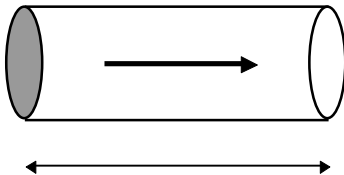
Вопросы к коллоквиуму:

1. Вектор поляризации. Его связь со средним полем. Поляризуемость. Связанные заряды. Связь поверхностных связанных зарядов с вектором поляризации. Диэлектрическая постоянная.
2. Вектор электростатической индукции, его связь с вектором поляризации. Теорема Гаусса для диэлектриков.
3. Граничные условия для векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  в диэлектриках. Уравнение Пуассона.
4. Энергия системы электрических зарядов в диэлектрике.

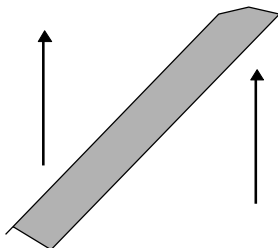
3.1. Газообразный гелий находится в однородном электрическом поле  $\mathbf{E}$ . Найти наведенный дипольный момент атома гелия, если при концентрации газа  $n$  диэлектрическая проницаемость равна  $\varepsilon$ . Газ считать разреженным.

3.2. Пространство между обкладками плоского конденсатора с расстоянием между обкладками  $d$  заполнено двумя слоями диэлектрика. Диэлектрические проницаемости этих слоев  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , а толщины  $d_1$  и  $d_2$ , причем  $d_1 + d_2 = d$ . Определить емкость конденсатора.

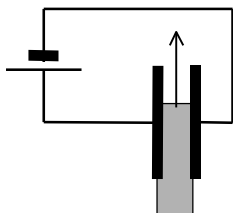
3.3. Найти напряженность электрического поля в центре равномерно поляризованного цилиндра с замороженной поляризацией  $\mathbf{P}$ . Вектор поляризации параллелен оси цилиндра, его радиус  $R$ , длина  $d$ .



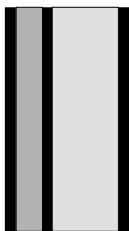
- 3.4. В пространство с однородным электрическим полем  $E$  внесена под углом  $\alpha$  к вектору поля большая плоская пластина из однородного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Пренебрегая краевыми эффектами, найти напряженность поля в диэлектрике и поверхностную плотность зарядов.



- 3.5. В конденсатор, образованный двумя квадратными пластинами (сторона квадрата  $a = 30$  см), расположенными на расстоянии 3 мм друг от друга, вводят со скоростью  $v = 4$  мм/сек диэлектрик с  $\epsilon = 2$ . Конденсатор присоединен к источнику напряжения  $U = 250$  В. Найти ток, текущий по проводам.



- 3.6. Три пластины расположены параллельно друг другу. Расстояние от средней пластины до крайних  $d$  и  $2d$ . На первой пластине равномерно распределен заряд с плотностью  $+\sigma$ , на второй  $-2\sigma$ , на третьей  $+3\sigma$ . Между пластинами находятся диэлектрики с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Определить разность потенциалов между пластинами.



Срок выполнения задания 2 недели.

#### Часть 4

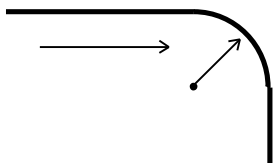
#### Магнитное поле в вакууме

Вопросы к коллоквиуму:

1. Закон Био-Савара.
2. Магнитная индукция прямого и кругового тока (на оси).
3. Дивергенция и ротор вектора магнитной индукции.
4. Векторный потенциал (определение, принцип расчета). Связь векторного потенциала и вектора индукции магнитного поля. Расчет поля прямого тока через векторный потенциал.

4.1. Определить магнитное поле на оси цилиндрического соленоида конечной длины. Длина цилиндра  $h$ , радиус  $a$ , число витков на единицу длины  $n$ , сила тока  $I$ .

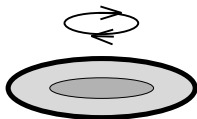
4.2. Провод состоит из двух прямолинейных кусков, идущих из бесконечности под углом  $90^\circ$ , соединенных дугой окружности, как показано на рисунке. По проводу течет ток  $I$ . Определить магнитную индукцию в точке  $O$ .



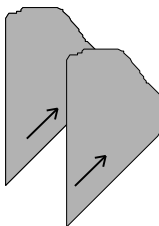
4.3. Атом водорода состоит из протона и электрона. Считая, что электрон движется вокруг протона по круговой орбите радиуса  $0,53 \text{ \AA}$ , определить:

- 1) напряженность электрического поля, создаваемого протоном в точке, где находится электрон;
- 2) скорость электрона  $v$ ;
- 3) отношение скорости электрона к скорости света  $v/c$ ;
- 4) силу тока, которой соответствует круговое движение электрона;
- 5) магнитную индукцию, которую создает электрон в месте расположения протона.

4.4. Тонкий заряженный диск с поверхностной плотностью зарядов  $+\sigma$  при  $r < R_1$  и  $-\sigma$  при  $R_2 > r > R_1$  вращается вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega$ . Найти магнитную индукцию на оси у самой поверхности.



4.5. По двум безграничным параллельным проводящим плоскостям течет ток с линейной плотностью  $i$ . Найти индукцию магнитного поля и силу притяжения пластин, действующую на единицу площади.



4.6. По бесконечному прямолинейному цилиндрическому проводу радиуса  $R$  течет ток. Плотность тока  $i$  постоянна по сечению провода. Определить магнитное поле вне и внутри провода.

Срок выполнения задания 2 недели.

## Часть 5

### Силы в магнитном поле. Магнитное поле в веществе. Электромагнитная индукция

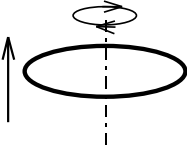
Вопросы к коллоквиуму:

1. Сила Лоренца. Сила, действующая на проводник с током (закон Ампера).
2. Магнитный момент и магнитное поле контура с током.
3. Сила и момент сил, действующие на магнитный момент во внешнем магнитном поле. Потенциальная энергия магнитного момента в поле.
4. Токи намагничивания. Вектор намагниченности. Векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ , соотношение между ними. Уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия на векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ .
5. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея.

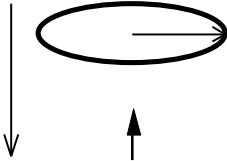
$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{и интерпретация закона.}$$

6. Коэффициенты взаимной и самоиндукции. Индуктивность.
7. Энергия магнитного поля.

- 5.1. Заряд  $q$  равномерно распределен по длине твердого непроводящего тонкого кольца массой  $m$ . Кольцо может свободно вращаться вокруг своей оси. Вначале кольцо покоилось, магнитное поле было равно нулю. Затем включили однородное магнитное поле  $\mathbf{B}(t)$ , перпендикулярное плоскости кольца и меняющееся во времени по закону  $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 [1 - \exp(t/\tau)]$ . Найти угловую скорость вращения кольца. Собственным полем кольца пренебречь;  $\tau$  - константа.



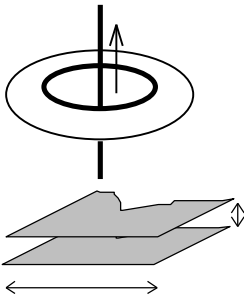
- 5.2. Кольцо проводника радиуса  $a$  с током  $I$  висит горизонтально в поле тяжести. Под кольцом на расстоянии  $a$  от его центра закреплен магнитный диполь  $\mathbf{P}_m$ , ориентированный вверх. Кольцо находится в равновесии. Найти массу кольца.



- 5.3. Магнитный момент протона равен  $1,4 \cdot 10^{-26}$  Дж/Тл. Определить энергию магнитного момента протона в поле движущегося электрона задачи 4.3, если момент протона ориентирован вдоль поля. Какую долю составляет эта энергия от кинетической энергии электрона?



- 5.4. Тор из магнетика с магнитной проницаемостью  $\mu$  находится в поле длинного провода, по которому течет ток  $I$ . Найти магнитную индукцию внутри магнетика как функцию расстояния от провода.



- 5.5. Вычислить индуктивность единицы длины двухпроводной ленточной линии. Расстояние между лентами  $h \ll b$ , где  $b$  - ширина лент.



- 5.6. Рамка с площадью  $S$  находится в магнитном поле, перпендикулярном рамке, индукция которого меняется по закону  $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 \exp(-t/\tau)$ . Сколько энергии выделится в сопротивлении  $R$  за бесконечный промежуток времени от момента  $t = 0$

Срок выполнения задания 2 недели.

## Часть 6

Электромагнитное поле, интерференция, дифракция

Вопросы к коллоквиуму:

1. Волновое уравнение для электромагнитного поля.
2. Плотность потока энергии в электромагнитной волне.
3. Интерференция света от двух точечных когерентных источников.
4. Максимальный порядок интерференции.
5. Дифракционная расходимость параллельных пучков света.

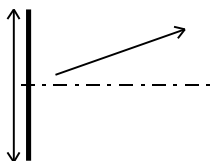
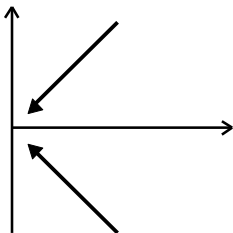
- 6.1. Найти амплитуду колебания, возникшего в результате сложения следующих трех колебаний:

$$A_1 = a \cos \omega t; \quad A_2 = 2a \sin(\omega t + \pi/4); \quad A_3 = 1,5a \cos(\omega t - \pi/3).$$

Воспользоваться сложением векторов на комплексной плоскости.

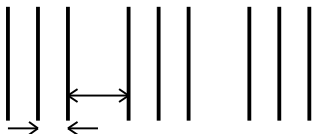
- 6.2. Лазер на углекислом газе дает пучок инфракрасного излучения с длиной волны 10,6 мкм. Диаметр пучка 1 см, мощность 20 Вт. Определить амплитуды электрического и магнитного полей в пучке.

- 6.3. Две плоских электромагнитных волны распространяются в вакууме в направлениях, показанных на рисунке, и имеют частоту  $\omega$ . Электрические поля волн перпендикулярны плоскости  $XU$  и имеют амплитуду  $E$ . Найти зависимость электрического поля от времени в точке  $(0, y)$ , если в начале координат оно равно нулю.



- 6.4. Антенна излучает когерентные волны с длиной волны  $\lambda$  во всех направлениях. Найти закон изменения интенсивности  $I$  излучения вдали от антенны при изменении угла  $\varphi$ . Длина антенны  $\lambda$ . Считать, что все точки антенны излучают волну в одной фазе. Построить график  $I(\varphi)$ .

- 6.5. Свет длиной волны  $\lambda$  падает по нормали на пропускающую дифракционную решетку. Структура расположения штрихов на решетке приведена на рисунке. Число штрихов  $N$  велико. Найти зависимость интенсивности прошедшего излучения от угла отклонения.



- 6.6. Два спутника, сближающиеся с относительной скоростью  $v$  и движущиеся параллельно земле на высоте  $h$ , должны состыковаться над телескопом с диаметром объектива  $D$ , помощью которого ведется наблюдение за ними. Оба спутника зондируются монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda$ . За какой интервал времени до истинной стыковки на Земле будет воспринято, что стыковка произошла?

### Учебно-методическое обеспечение дисциплины

#### Образцы вопросов для подготовки к экзамену

1. Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность (теорема Гаусса).
2. Дивергенция вектора напряженности электрического поля.
3. Потенциал электрического поля системы зарядов.

4. Уравнения Пуассона и Лапласа.
5. Электростатическая энергия системы распределенных зарядов. Плотность энергии электрического поля.
6. Граничные условия на поверхности проводника.
7. Емкость проводника. Емкость плоского конденсатора. Энергия плоского конденсатора.
8. Потенциал диполя. Поле диполя. Потенциальная энергия взаимодействия диполя с полем.
9. Вектор поляризации. Его связь со средним полем. Поляризуемость. Связанные заряды. Связь поверхностных связанных зарядов с вектором поляризации. Диэлектрическая постоянная.
10. Вектор электростатической индукции, его связь с вектором поляризации. Теорема Гаусса для диэлектриков.
11. Граничные условия для векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  в диэлектриках. Уравнение Пуассона.
12. Энергия системы электрических зарядов в диэлектрике.
13. Закон Био-Савара.
14. Магнитная индукция прямого и кругового тока (на оси).
15. Дивергенция и ротор вектора магнитной индукции.
16. Векторный потенциал (определение, принцип расчета). Связь векторного потенциала и вектора индукции магнитного поля. Расчет поля прямого тока через векторный потенциал.
17. Сила Лоренца. Сила, действующая на проводник с током (закон Ампера).
18. Магнитный момент и магнитное поле контура с током.
19. Сила и момент сил, действующие на магнитный момент во внешнем магнитном поле. Потенциальная энергия магнитного момента в поле.
20. Токи намагничивания. Вектор намагниченности. Векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ , соотношение между ними. Уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия на векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ .
21. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея,  

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
 и его интерпретация.
22. Коэффициенты взаимной и самоиндукции. Индуктивность.
23. Энергия магнитного поля.
24. Волновое уравнение для электромагнитного поля.
25. Плотность потока энергии в электромагнитной волне.
26. Интерференция света от двух точечных когерентных источников.
27. Максимальный порядок интерференции.
28. Дифракционная расходимость параллельных пучков света.

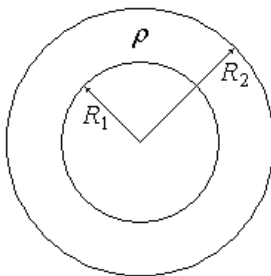
## Примеры задач на контрольных работах и на экзаменах

### Первая контрольная работа

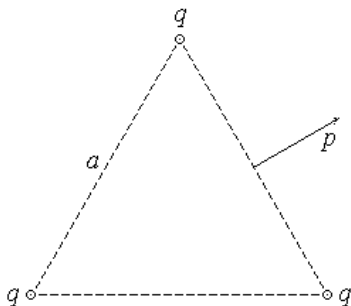
1. (100 б.) Плотность электрического заряда зависит от расстояния до начала координат по закону:

$$\rho(r) = \begin{cases} 0, & r < R_1 \cup r > R_2 \\ \alpha / r^3, & R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases},$$

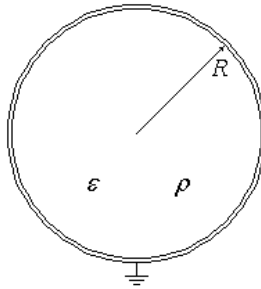
где  $\alpha$  – константа. Найти напряженность поля во всем пространстве.



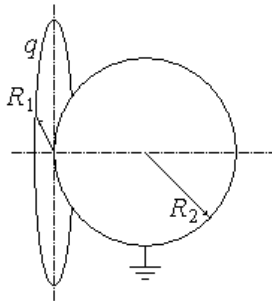
2. (120 б.) В вершинах правильного треугольника со стороной  $a$  расположены три одинаковых заряда  $q$  каждый. В точке на середине одной из сторон треугольника находится диполь  $p$ , направленный наружу перпендикулярно стороне. Какую работу надо совершить, чтобы перенести диполь в центр треугольника?



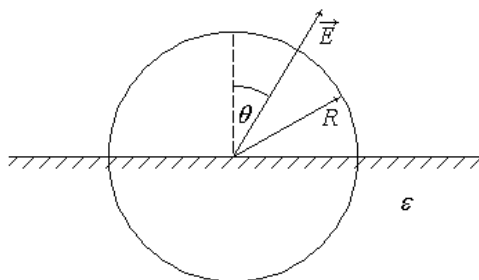
3.(150 б.) Равномерно заряженный шар радиуса  $R$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и объемной плотностью заряда  $\rho$  окружен заземленной металлической сферой того же радиуса. Найти электростатическую энергию системы.



4. (150 б.) Кольцо радиуса  $R_1$  несет заряд  $q$ . Проводящая заземленная сфера радиуса  $R_2$  расположена так, что ее центр находится на оси кольца на расстоянии  $R_2$  от его плоскости. Найти заряд на сфере.

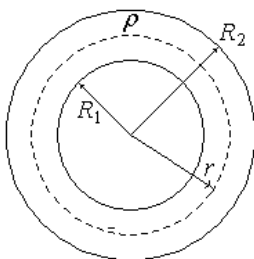


5. (180 б.) Электрическое поле  $\vec{E}$  выходит из диэлектрика, имеющего плоскую границу, под углом  $\theta$  к нормали. Найти поток вектора  $\vec{E}$  через поверхность сферы радиуса  $R$ , наполовину “погруженный” в диэлектрик. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна  $\epsilon$ , свободных зарядов внутри сферы нет.



### Решения

1. В силу сферической симметрии данной задачи вектор напряженности  $\vec{E}$  электрического поля в любой точке пространства направлен по соответствующему радиус-вектору  $\vec{r}$  и зависит только от модуля  $|\vec{r}|$ .



Во внутренней области  $r < R_1$  электрические заряды отсутствуют. Поэтому по теореме Гаусса находим: напряженность поля в этой области равна нулю  $E = 0$ .

Рассмотрим область пространства  $R_1 \leq r \leq R_2$ . В точках на поверхности сферы радиуса  $r$  напряженность поля перпендикулярна поверхности и при постоянной  $\alpha > 0$  направлена наружу. По теореме Гаусса имеем:

$$\epsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_{R_1}^r \rho 4\pi r^2 dr = 4\pi \alpha \int_{R_1}^r \frac{dr}{r} = 4\pi \alpha \ln \frac{r}{R_1},$$

откуда находим:

$$E(r) = \frac{\alpha}{\varepsilon_0 r^2} \ln \frac{r}{R_1} \quad \text{при} \quad R_1 \leq r \leq R_2.$$

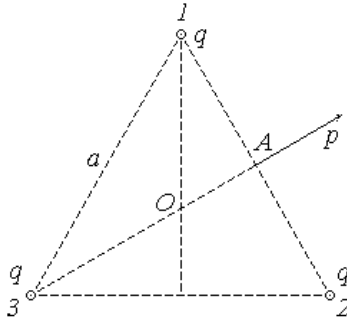
Аналогично для области пространства вне сферического слоя, рассматривая сферу радиуса  $r > R_2$  и применяя теорему Гаусса, получим:

$$\varepsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_{R_1}^{R_2} \rho 4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = 4\pi\alpha \ln \frac{R_2}{R_1},$$

откуда найдем:

$$E(r) = \frac{\alpha}{\varepsilon_0 r^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad \text{при} \quad r > R_2.$$

2. Относительно точки  $A$  одинаковые заряды  $1$  и  $2$  расположены симметрично.



Поэтому напряженность электрического поля, создаваемыми этими зарядами в данной точке, равна нулю, и напряженность поля системы трех зарядов определяется только зарядом  $3$ :

$$E = E_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (a^2 - a^2/4)} = \frac{q}{3\pi\varepsilon_0 a^2}.$$

Вектор напряженности направлен по диполю. Следовательно, потенциальная энергия диполя в точке  $A$  равна

$$W_1 = -Ep = -\frac{qP}{3\pi\epsilon_0 a^2}.$$

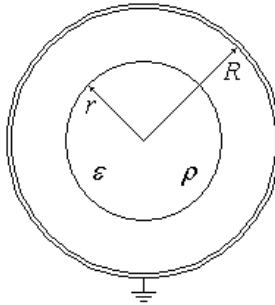
В центре равностороннего треугольника (точке  $O$ ) напряженность электрического поля системы зарядов равна нулю, и равна нулю потенциальная энергия диполя:

$$W_2 = 0.$$

Таким образом, работа по перемещению диполя из точки, расположенной на середине стороны треугольника, в его в центр будет иметь значение:

$$A = W_2 - W_1 = \frac{qP}{3\pi\epsilon_0 a^2}.$$

**3.** Потенциал заземленной металлической сферы равен нулю. Поэтому электрическое поле снаружи (при  $r > R$ ) отсутствует.



Выделяя в качестве контрольной поверхности сферу радиуса  $r$  и пользуясь теоремой Гаусса, найдем напряженность и индукцию электрического поля внутри сферы:

$$\epsilon\epsilon_0 E 4\pi r^2 = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon\epsilon_0} r, \quad D = \frac{\rho}{3} r.$$

Электрическое поле сосредоточено внутри сферы радиуса  $R$ . Энергия поля равна



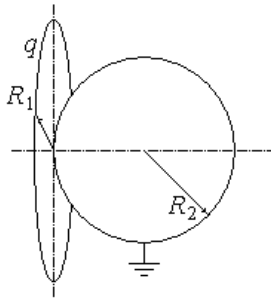
$$W = \int_0^R \frac{1}{2} ED 4\pi r^2 dr = \frac{2\pi\rho^2}{45\epsilon\epsilon_0} R^5 .$$

4. Внутри металлической сферы напряженность электрического поля равна нулю, потенциал имеет постоянное значение. При заземлении сферы значение потенциала становится равным нулю, а на сфере появляется заряд  $q'$ . Он распределен неравномерно:

$$q' = \sum \Delta q'_i .$$

Его потенциал в центре сферы равен

$$\phi' = \sum \frac{\Delta q'_i}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} .$$



Этот потенциал в сумме с потенциалом поля, создаваемого зарядом на кольце, и обеспечивает в центре сферы нулевое значение:

$$\frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R_1^2 + R_2^2}} = 0 .$$

Второе слагаемое в левой части равенства дает потенциал заряженного кольца. Из этого равенства находим заряд на сфере:

$$q' = -q \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}} .$$

5. Как известно, при переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая вектора электрической индукции не претерпевает изменений. Имеет место равенство:

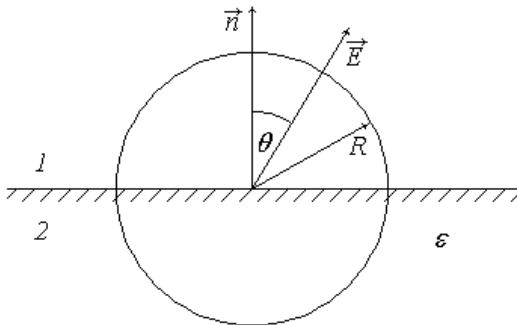
$$D_{2n} = D_{1n}.$$

Для изотропного диэлектрика (диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  – вещественная постоянная) с учетом соотношения, связывающего напряженность электрического поля и его индукцию,

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

находим нормальную компоненту напряженности поля в диэлектрике

$$\varepsilon E_{2n} = E_{1n} = E \cos \theta \Rightarrow E_{2n} = \frac{1}{\varepsilon} E \cos \theta.$$



Вычислим поток вектора напряженности через сферу радиуса  $R$ :

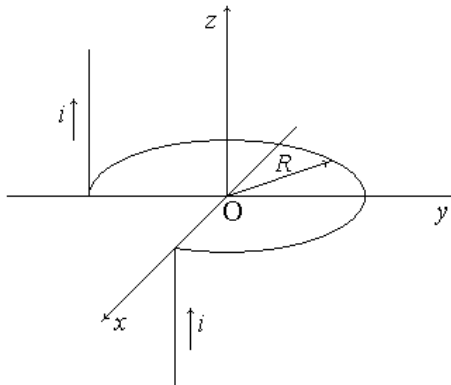
$$\Phi = \oint \vec{E} d\vec{S} = -E_{2n} \pi R^2 + E_{1n} \pi R^2 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) E \cos \theta \pi R^2.$$

(Поток через сферу такой же, как поток через поверхность тонкого диска радиуса  $R$ .)

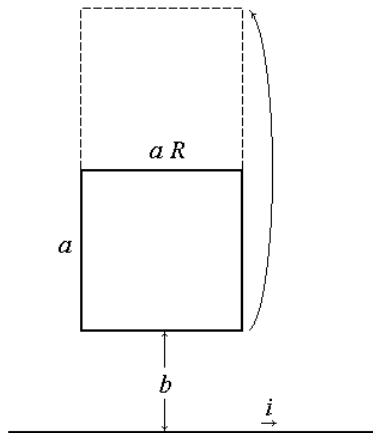
### Вторая контрольная работа

1. (100) Длинный тонкий проводник изогнут, как показано на рисунке. Виток представляет собой три четверти окружности радиуса  $R$ . По

проводнику течет ток  $i$ . Найти модуль вектора индукции магнитного поля в начале координат.



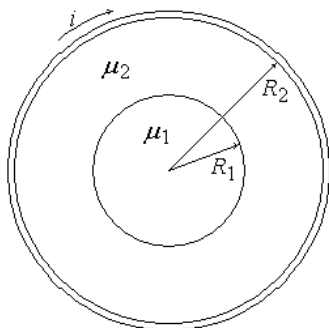
2. (120) Очень длинный тонкий провод с током  $i$  и квадратный контур из тонкого проводника со стороной  $a$  располагаются в одной плоскости, как показано на рисунке.



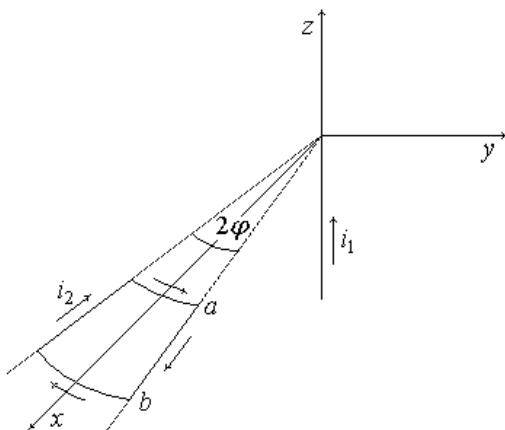
Расстояние от провода до ближайшей стороны контура равно  $b$ . Сопротивление контура равно  $R$ . Контур поворачивают вокруг дальней от провода стороны на  $180^\circ$ . Какой заряд протечет по контуру?

3. (150) Длинный цилиндрический однородный соленоид заполнен двумя магнетиками, как показано на рисунке. По обмотке соленоида течет

ток силы  $i$ . Число витков в обмотке на единицу длины равно  $n$ . Магнитная проницаемость внутреннего магнетика равна  $\mu_1$ , внешнего –  $\mu_2$ . Радиус внутреннего цилиндра равен  $R_1$ , внешнего цилиндра –  $R_2$ . Найти плотность поверхностных молекулярных токов в магнетиках.



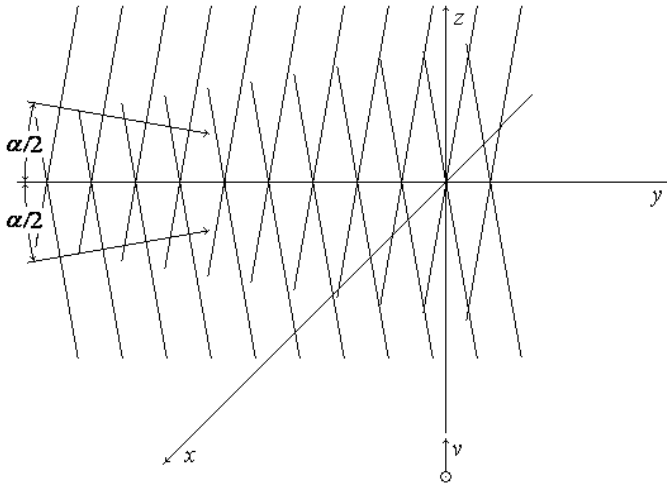
4. (150) По длинному тонкому проводу течет ток  $i_1$ .



В перпендикулярной к нему плоскости располагается рамка с током  $i_2$ , как показано на рисунке. Рамка представляет собой две дуги окружности с радиусами  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ), соединенные прямыми отрезками. Дуги имеют общий центр, располагающийся на проводе. Угол между прямыми отрезками равен  $2\varphi$ . Найти момент сил, действующий на рамку.

5. (180) Две распространяющиеся в вакууме когерентных плоских световых волны пересекаются под малым углом  $\alpha$ , как показано на рисунке. Плоскости поляризации волн совпадают. Длина волны света равна  $\lambda$ . Малая частица, диаметр которой близок к длине волны света,

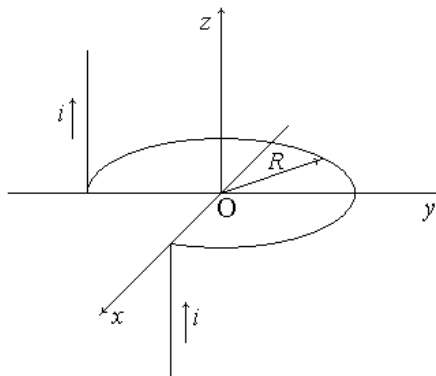
летит вдоль оси  $z$ . Рассеянный частицей свет попадает в объектив приемника. Какова скорость частицы, если приемник зарегистрировал изменение интенсивности рассеянного частицей света с периодом  $T$ ?



### Решения

1. Ток по витку создает магнитное поле, вектор индукции которого в начале координат (точка  $O$  на рисунке) направлен по оси  $z$ :

$$B_z = \frac{3}{4} \frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{3\mu_0 i}{8R}.$$



Бесконечный прямой провод с током  $i$  создает магнитное поле с индукцией

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}.$$

Если провод “разрезать” перпендикулярной плоскостью, то обе части провода дадут равный вклад в магнитную индукцию в этой плоскости. В результате провод, который лежит в плоскости  $yz$ , создаст поле с индукцией в начале координат

$$B_x = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R},$$

а провод в плоскости  $xz$  – поле с индукцией

$$B_y = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}.$$

Таким образом, искомый вектор магнитной индукции будет равен

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} (-\vec{i} - \vec{j} + \frac{3}{2} \pi \vec{k}),$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты по осям  $x, y$  и  $z$ .

**2.** Протекающий по контуру за бесконечно малый промежуток времени заряд равен

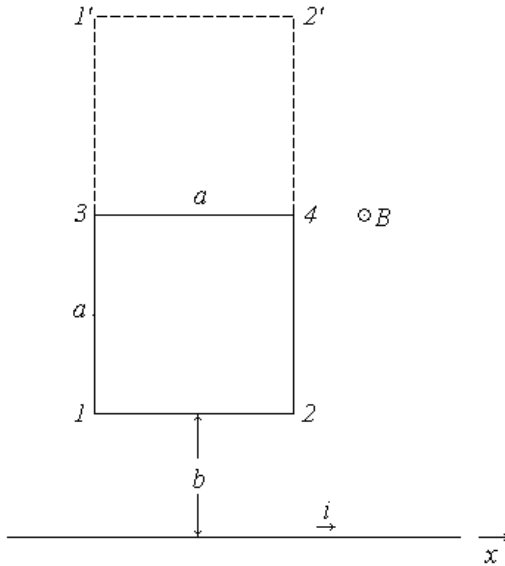
$$dq = i_1 dt.$$

Сила тока определяется законом Ома:

$$i_1 = \mathcal{E}_i / R,$$

где  $\mathcal{E}_i$  – д. с. индукции  $\mathcal{E}_i$  по закону Фарадея равна

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt.$$



Из приведенных соотношений получаем

$$dq = -d\Phi / R.$$

Интегрируя это равенство, находим

$$q = (\Phi_n - \Phi_k) / R.$$

Магнитный поток  $\Phi$  через контур равен интегралу по замкнутому контуру:

$$\Phi = \oint \vec{B} d\vec{S}.$$

Индукция магнитного поля длинного прямого провода с током равна

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

Вычисляем магнитный поток через рассматриваемый квадратный контур. В начальный момент времени этот поток равен

$$\Phi_n = \frac{\mu_0 i}{2\pi} a \int_b^{a+b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} a \ln(1 + a/b).$$

В конечный момент магнитный поток равен

$$\Phi_\kappa = \frac{\mu_0 i}{2\pi} a \int_{2a+b}^{a+b} \frac{dr}{r} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} a \ln(1 + a/(a+b)).$$

Интегрирование проводится в обоих случаях от положения одной и той же стороны до положения другой стороны: вначале от стороны 1-2 до стороны 3-4, а в конце от нового положения стороны, занимавшей первоначально положение 1-2, до стороны 3-4, не изменившей своего положения. Тем самым учитывается изменение ориентации контура.

Таким образом, по контуру протекает заряд

$$q = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} a \ln \left( \frac{(a+b)^2}{b(2a+b)} \right).$$

**3. Напряженность магнитного поля в длинном соленоиде равна**

$$H = ni.$$

Магнитная индукция зависит от свойств магнетика:

$$B = \mu\mu_0 H.$$

Имеем (см. рисунок)

$$B_1 = \mu_1 \mu_0 ni \quad \text{при } r < R_1;$$

$$B_2 = \mu_2 \mu_0 ni \quad \text{при } R_1 < r < R_2.$$

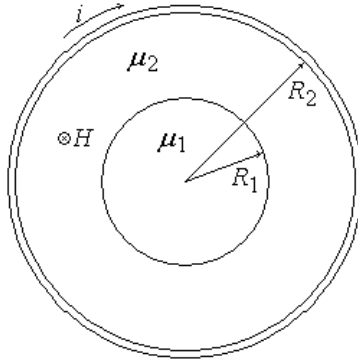
Из соотношения

$$H = \frac{B}{\mu_0} - J$$

находим намагниченность  $J$ :



$$J = (\mu - 1)ni.$$



Таким образом, молекулярный ток на границе магнетиков равен

$$j_m = J_1 - J_2 = (\mu_1 - \mu_2)ni \quad \text{при } r = R_1.$$

На внешней границе имеем

$$j_m = J_2 = (\mu_2 - 1)ni \quad \text{при } r = R_2.$$

Найденные молекулярные токи текут по образующим цилиндрических поверхностей  $r = R_1$  и  $r = R_2$ .

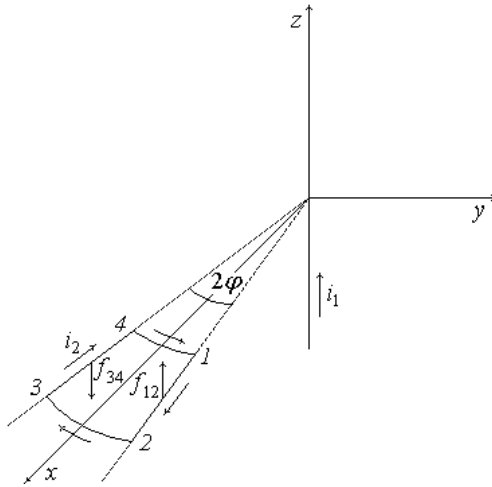
**5.4.** Прямой ток  $i_1$  (см. рисунок) создает магнитное поле с индукцией

$$B_{1z} = B_{1r} = 0, B_{1\phi} = B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}.$$

Сила, действующая на ток, текущий по дугам окружностей, лежащих в плоскости  $xu$  и имеющих общий центр в начале координат, равны нулю (равны нулю векторные произведения элементов дуг на магнитную индукцию).

На элемент прямолинейного участка 1-2 рассматриваемого контура (рис. 5.4) действует сила, равная

$$df_{12} = i_2 dr B_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{dr}{r}.$$



Полная сила, действующая на участок 1-2, равна

$$f_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Она направлена по оси  $z$ .

Аналогично вычисляется сила  $f_{34}$ , действующая на прямолинейный участок 3-4 контура. На элемент этого участка действует сила

$$df_{34} = i_2 dr B_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{dr}{r}.$$

Полная сила, действующая на участок 3-4, равна

$$f_{34} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \int_b^a \frac{dr}{r} = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Она направлена против оси  $z$ .

Силы  $df_{12}$  и  $df_{34}$  образуют пару сил и создают вращательный момент вокруг оси  $x$ . Найдем момент элементарной силы  $f_{12}$ :

$$dM_{12} = df_{12} r \sin \varphi = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \sin \varphi \cdot dr.$$

Полный вращательный момент равен

$$M = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{\pi} \sin \varphi \cdot (b - a).$$

5. Волны распространяются в плоскости  $yz$ . Они имеют вид:

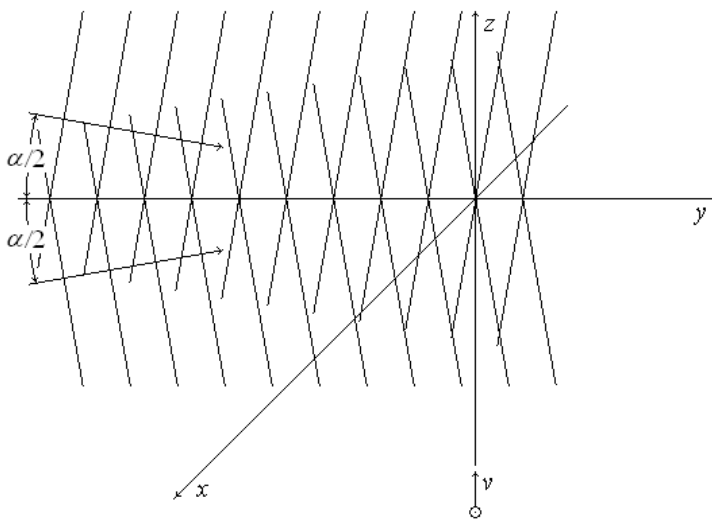
$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - k(y \cos(\alpha/2) - z \sin(\alpha/2))),$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t - k(y \cos(\alpha/2) + z \sin(\alpha/2))).$$

Запишем их в комплексной форме:

$$E_1 = E_0 \exp(i(\omega t - k(y \cos(\alpha/2) - z \sin(\alpha/2)))),$$

$$E_2 = E_0 \exp(i(\omega t - k(y \cos(\alpha/2) + z \sin(\alpha/2)))).$$



Рассмотрим суперпозицию этих волн:

$$\begin{aligned}
 E &= E_1 + E_2 = E_0 \exp(i(\omega t - ky \cos(\alpha/2))) \times \\
 &\times (\exp(ikz \sin(\alpha/2)) + \exp(-ikz \sin(\alpha/2))) = \\
 &= 2E_0 \cos(kz \sin(\alpha/2)) \exp(i(\omega t - ky \cos(\alpha/2))).
 \end{aligned}$$

Для интенсивности излучения будем иметь:

$$I \sim |E|^2 = 4E_0^2 \cos^2(kz \sin(\alpha/2)).$$

Максимум интенсивности на линии распространения частицы лежит через интервал  $\Delta z$ , определяемый условием:

$$k\Delta z \sin(\alpha/2) = \pi,$$

откуда

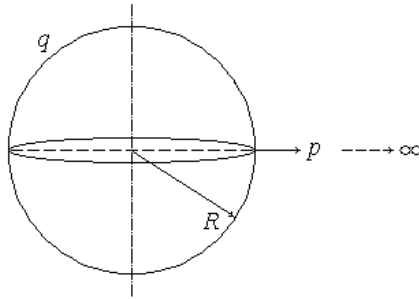
$$\Delta z = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)} \approx \frac{\lambda}{\alpha}.$$

Через такой интервал  $\Delta z$  частица, движущаяся вдоль оси  $z$ , будет попадать из одного максимума интенсивности в другой. Через соответствующий промежуток времени приемник будет принимать рассеянный свет от частицы. Таким образом, скорость частицы определится как расстояние между максимумами интенсивности, деленное на период  $T$ :

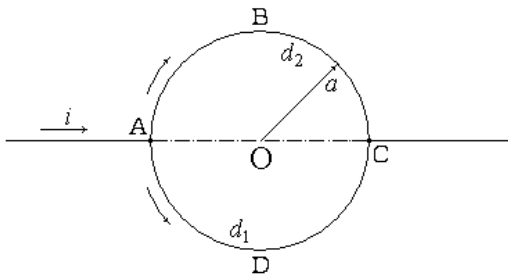
$$v = \frac{\Delta z}{T} = \frac{\lambda}{\alpha T}.$$

### Экзамен 1

1. (120 б.) Найти работу по перемещению точечного электрического диполя с дипольным моментом  $p$  с поверхности равномерно заряженной сферы на бесконечность. Радиус сферы  $R$ , заряд  $q$ . Дипольный момент ориентирован радиально.



2. (160 б.) Кольцо ABCD состоит из двух металлических полуколец радиуса  $a$ , при этом диаметр сечения провода нижнего полукольца ADC в два раза больше, чем верхнего полукольца ABC. Ток в прямых участках равен  $i$ . В точках A и C все провода спаяны. Найти величину магнитной индукции в центре кольца (точка O на рисунке).



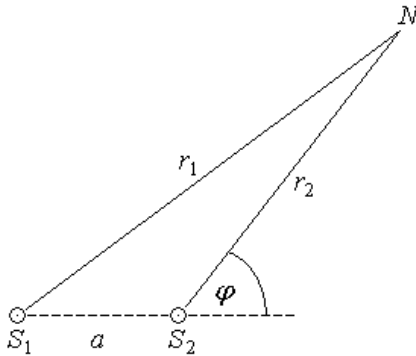
3. (190 б.) Имеется заряженный сферический слой с объемной плотностью заряда

$$\rho(r) = \frac{\alpha}{r},$$

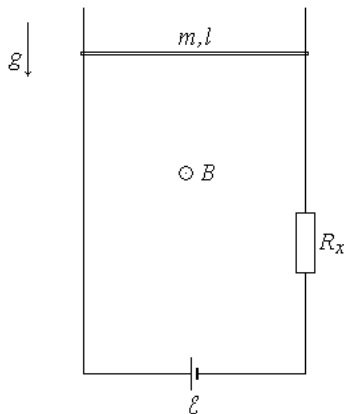
где  $\alpha$  – константа. Внутренний и наружный радиусы слоя равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$ . Найти напряженность и потенциал электрического слоя во всем пространстве.

4. (190 б.) Два точечных источника  $S_1$  и  $S_2$  испускают излучение одинаковой амплитуды с длиной волны  $\lambda$ . Источники находятся на расстоянии  $a = \lambda/4$  друг от друга. Найти суммарную интенсивность излучения  $I$  на расстояниях  $r \gg \lambda$ , если волна от источника  $S_2$  в самом начале сдвинута по фазе на  $\pi/2$ . Построить кривую  $I(\varphi)$ , рассматривая

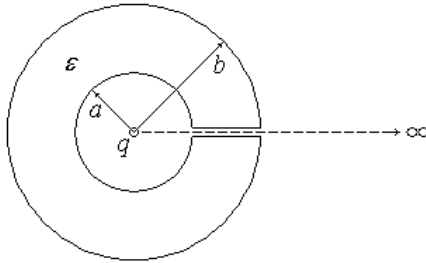
интенсивность  $I$  и угол  $\varphi$  как полярные координаты. Волны одинаково поляризованы.



5. (220 б.) Горизонтально расположенный проводящий стержень, масса которого  $m$  и длина  $l$ , может скользить без трения и без нарушения электрического контакта по двум вертикальным проводящим шинам в поле тяжести. Снизу концы шин соединены с источником э. д. с. величины  $\mathcal{E}$ . Перпендикулярно плоскости, в которой расположены шины, направлено магнитное поле с индукцией  $B$ . Найти отношение сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  для случаев движения стержня с одинаковыми по величине установившимися скоростями  $v$  в противоположных направлениях (вверх и вниз соответственно). Самоиндукцией, сопротивлением подводящих проводов, шин, подвижного стержня и источника э. д. с. пренебречь.



6. (220 б.) Точечный заряд  $q$  находится в центре сферического незаряженного слоя из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ .

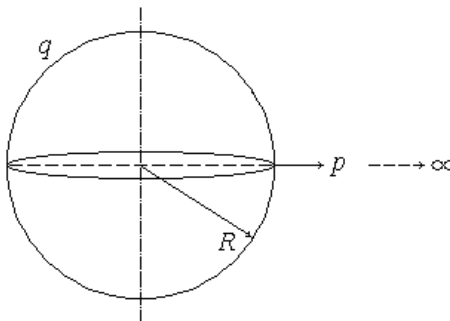


Внутренний и внешний радиусы слоя равны соответственно  $a$  и  $b$ . В слое имеется малое отверстие. Какую работу необходимо совершить, чтобы медленно перенести заряд через отверстие на бесконечность?

### Решения

1. Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы в окружающем пространстве определяется по той же формуле, что и напряженность точечного заряда:

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$



Потенциальная энергия диполя, когда он находится на сфере, равна

$$W_1 = -\vec{E} \vec{p} = -\frac{qP}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

На бесконечно большом расстоянии от сферы напряженность поля и, следовательно, потенциальная энергия диполя равны нулю:

$$W_2 = 0.$$

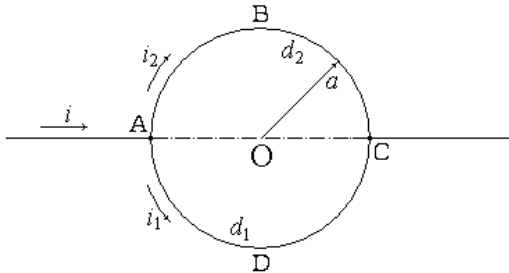
Работа по перемещению диполя со сферы на бесконечность равна

$$A = W_2 - W_1 = \frac{qP}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

2. Сопротивление  $R$  проводника обратно пропорционально площади его поперечного сечения  $S$ , т. е. обратно пропорционально квадрату диаметра  $d$  проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad S = \frac{1}{4} \pi d^2 \rightarrow R = \rho \frac{4l}{\pi d^2},$$

где  $l$  – длина проводника,  $\rho$  – удельное электрическое сопротивление вещества.



Так как диаметры сечений полуколец различаются в два раза, то сопротивления полуколец различаются в четыре раза:  $R_2 = 4R_1$ . Соответственно по проводам ADC и ABC будут течь токи

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4}{5} i, \quad i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{5} i.$$



Далее, магнитная индукция в точке  $O$  вычисляется аналогично тому, как она найдена в задаче 4.21:

$$B = \frac{\mu_0}{4r} (i_1 - i_2) = \frac{3\mu_0}{20a} i.$$

3. В силу сферической симметрии данной задачи вектор напряженности  $\vec{E}$  электрического поля в любой точке пространства направлен по соответствующему радиус-вектору  $\vec{r}$  и зависит только от модуля  $|\vec{r}|$ .

Во внутренней области  $r < R_1$  электрические заряды отсутствуют. Поэтому по теореме Гаусса находим: напряженность поля в этой области равна нулю  $E = 0$ .

Рассмотрим область пространства  $R_1 \leq r \leq R_2$ . В точках на поверхности сферы радиуса  $r$  напряженность поля перпендикулярна поверхности и при постоянной  $\alpha > 0$  направлена наружу. По теореме Гаусса внутри заряженного слоя имеем.

$$\varepsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_{R_1}^r \rho 4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha \int_{R_1}^r r dr = 2\pi\alpha (r^2 - R_1^2),$$

откуда

$$E(r) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) \quad \text{при} \quad R_1 \leq r \leq R_2;$$

вне сферического слоя

$$\varepsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_{R_1}^{R_2} \rho 4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha \int_{R_1}^{R_2} r dr = 2\pi\alpha (R_2^2 - R_1^2),$$

откуда

$$E(r) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \frac{R_2^2 - R_1^2}{r^2} \quad \text{при} \quad r > R_2.$$

Потенциал электрического поля будем находить, начиная с наружной области. При этом полагаем, что на бесконечности он равен нулю  $\varphi(\infty) = 0$ . Тогда по формуле

$$\varphi(r) = \varphi(\infty) - \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} (R_2^2 - R_1^2) \frac{1}{r} \quad \text{при } r > R_2.$$

На границе областей потенциал непрерывная функция координат. Поэтому в заряженном слое имеем:

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \varphi(R_2) - \int_{R_2}^r E(r) dr = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} (R_2^2 - R_1^2) \frac{1}{R_2} - \\ &- \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \left( r - R_2 + R_1^2 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) \right) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \left( 2R_2 - r - \frac{R_1^2}{r} \right) \quad \text{при } R_1 \leq r \leq R_2. \end{aligned}$$

Во внутренней области, так напряженность поля равна нулю, то имеем:

$$\varphi(r) = \varphi(R_1) = \frac{\alpha}{\varepsilon_0} (R_2 - R_1) \quad \text{при } r < R_1.$$

**4.** На больших расстояниях от источника волну можно считать плоской, т. е. зависящей только от одной координаты:

$$a_1 = a_0 \cos(\omega t - kr_1), \quad a_2 = a_0 \cos(\omega t - kr_2 - \pi/2).$$

Здесь  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от источников до точки наблюдения,  $k$  – волновое число,  $a_0$  – амплитуда. В выражении для  $a_2$  учтен сдвиг по фазе второй волны. Частоты обеих волн одинаковы. Поэтому разность фаз в точке наблюдения не меняется с течением времени: волны когерентные. Суммарная волна

$$a = a_1 + a_2$$

будет также гармонической с той же частотой.

Для решения задачи (рис. 4,а) используем комплексную форму представления гармонических колебаний:

$$a = \operatorname{Re} \{ a_0 \exp[i(\omega t - kr_1)] + a_0 \exp[i(\omega t - kr_2 - \pi/2)] \}$$

При последующих выкладках будем считать, что

$$a_1 = a_0 \exp(i(\omega t - kr_1)), \quad a_2 = a_0 \exp(i(\omega t - kr_2 - \pi/2)).$$

Находим суммарную волну:

$$a = a_0 \exp[i(\omega t - kr_1)] + a_0 \exp[i(\omega t - kr_2 - \pi/2)].$$

Суммарная интенсивность излучения с точностью до нормировочного множителя равна

$$\begin{aligned} I &= c \{ a_0 \exp[i(\omega t - kr_1)] + a_0 \exp[i(\omega t - kr_2 - \pi/2)] \} \times \\ &\times \{ a_0 \exp[-i(\omega t - kr_1)] + a_0 \exp[-i(\omega t - kr_2 - \pi/2)] \} = \\ &= c 2 a_0^2 \left\{ 1 + \left[ \exp(i(k(r_2 - r_1) + \pi/2)) + \exp(-i(k(r_2 - r_1) + \pi/2)) \right] / 2 \right\} = \\ &= c 2 a_0^2 \left[ 1 + \cos(k(r_2 - r_1) + \pi/2) \right] = c 2 a_0^2 \left[ 1 - \sin(2\pi\Delta / \lambda) \right]. \end{aligned}$$

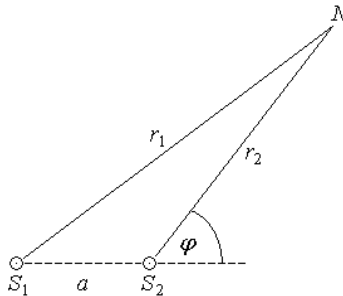


Рис. 4,а.

Разность хода  $\Delta$  равна

$$\Delta = r_2 - r_1 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2 + r_1} = -\frac{a^2 + 2ar_2 \cos \varphi}{r_2 + r_1} \cong -a \cos \varphi.$$

Здесь использована теорема косинусов (рис. 4,а)

$$r_1^2 = a^2 + r_2^2 + 2ar_2 \cos \varphi$$

и учтено, что  $r \gg a$ .

Окончательно с учетом условия  $a = \lambda/4$  имеем

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left[ 1 + \sin \left( \frac{\pi}{2} \cos \varphi \right) \right].$$

Постоянная  $I_0$  выбрана из условия  $I = I_0$  при  $\varphi = 0$ . На рис. 4.,б показана зависимость интенсивности суммарного излучения от угла  $\varphi$ .

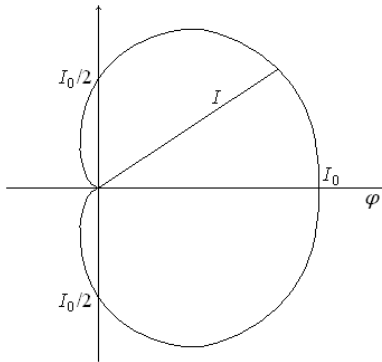


Рис. 4.,б.

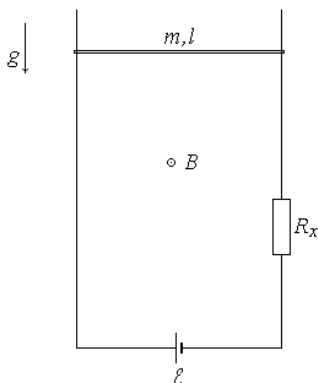
5. По замкнутой цепи с э. д. с.  $\mathcal{E}$  (см. рисунок) течет ток  $i$ . На проводник с током со стороны магнитного поля действует сила. Эта сила, действуя в рассматриваемом случае на подвижный стержень, направлена вверх. Она уравнивает вес стержня:

$$mg = ilB,$$

где  $l$  – длина стержня.

В результате движения стержня поток магнитной индукции  $\Phi$  через контур цепи изменяется. Это приводит к существованию в цепи э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_i$ , которая равна

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt.$$



В результате движения стержня поток магнитной индукции  $\Phi$  через контур цепи изменяется. Это приводит к существованию в цепи э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_i$ , которая равна

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt.$$

В частности, при движении стержня вверх эта э. д. с. равна

$$\mathcal{E}_i = -Blv,$$

а при движении вниз

$$\mathcal{E}_i = Blv.$$

Записываем закон Ома для рассматриваемой цепи с учетом э. д. с. индукции

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = iR.$$

Из приведенных уравнений, исключая силу тока  $i$ , получим

$$R_1 mg / (lB) = \mathcal{E} - Blv,$$

$$R_2 mg / (lB) = \mathcal{E} + Blv.$$

Деля одно на другое, найдем

$$R_1 / R_2 = (\mathcal{E} - Blv) / (\mathcal{E} + Blv).$$

6. Энергия заряда в электрическом поле равна

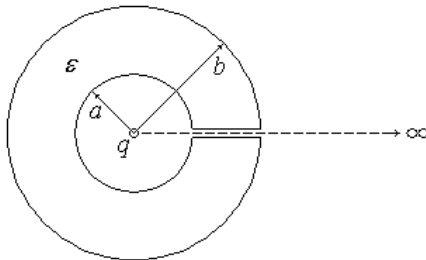
$$W = \frac{1}{2} q \varphi,$$

где  $\varphi$  – потенциал поля, создаваемого другими зарядами в точке, где находится заряд  $q$ .

Под действием электрического поля, создаваемого зарядом  $q$ , расположенным в центре незаряженного слоя диэлектрика (см. рисунок), произойдет поляризация диэлектрика: на его внутренней сферической поверхности возникнет заряд с плотностью  $\sigma'$ , в результате чего на этой границе будет иметь место скачок напряженности электрического поля, равный

$$E(a + \delta) - E(a - \delta) = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Здесь  $\delta$  – бесконечно малая величина.



Вместе с тем электрическая индукция, будучи также направленной по радиусу, остается непрерывной:

$$D(a + \delta) = D(a - \delta).$$

С учетом соотношения

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E,$$

связывающего напряженность поля и его индукцию в изотропном диэлектрике, находим плотность наведенного заряда на внутренней поверхности слоя

$$\sigma' = \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \varepsilon_0 E(a - \delta).$$

Во внутренней области системы (рис. 3.18) электрическое поле создается только точечным зарядом, расположенным в центре. Напряженность этого поля равна

$$E(r) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \quad r < a.$$

На границе с диэлектриком имеем

$$E(a - \delta) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 a^2}.$$

Таким образом, на внутренней поверхности слоя диэлектрика плотность наведенного заряда и сам заряд равны

$$\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{4\pi a^2}, \quad q' = \sigma' 4\pi a^2 = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q.$$

На другой (внешней) поверхности слоя диэлектрика возникнет такой же по величине заряд, но противоположного знака. Оба эти заряда создадут электрическое поле:

$$E' = 0, \varphi' = 0 \quad \text{при } r > b;$$

$$E' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \varphi' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right) \quad \text{при } a < r < b;$$

$$E' = 0, \varphi' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad \text{при } r < a.$$

Потенциал в месте первоначального положения точечного заряда равен

$$\varphi' = -\frac{(\epsilon - 1)q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right).$$

Начальная энергия точечного заряда имеет значение

$$W_1 = -\frac{(\epsilon - 1)q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right).$$

После перемещения заряда на бесконечность его энергия будет равна нулю:

$$W_2 = 0.$$

Работа по перемещению заряда равна

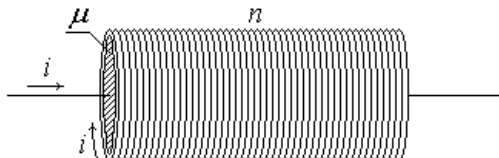
$$A = W_2 - W_1 = \frac{(\epsilon - 1)q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right).$$

## Экзамен 2

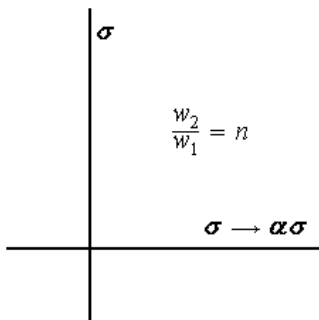
1. (120 б.) Две пересекающиеся под прямым углом бесконечные плоскости, заряженные равномерно с плотностями заряда  $\sigma$  и  $-\sigma$ , делят пространство на четыре области. Найти величину и направление вектора напряженности электрического поля в каждой из областей.



2. (160 б.) Прямой длинный тонкий провод, по которому течет ток силы  $i$ , окружен цилиндрическим однородным магнетиком с магнитной проницаемостью  $\mu$ . На внешнюю поверхность цилиндра намотана обмотка, по которой течет ток также силой  $i$ . Количество витков, которое приходится на единицу длины цилиндра, равно  $n$ . Найти величину индукции магнитного поля во всем пространстве.



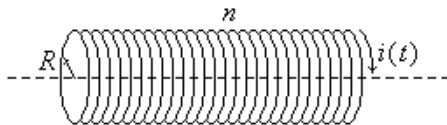
3. (180 б.) Две пересекающиеся под прямым углом бесконечные плоскости заряжены равномерно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Во сколько раз нужно увеличить плотность заряда на одной из плоскостей, чтобы объемная плотность энергии в пространстве возросла в  $n$  раз?



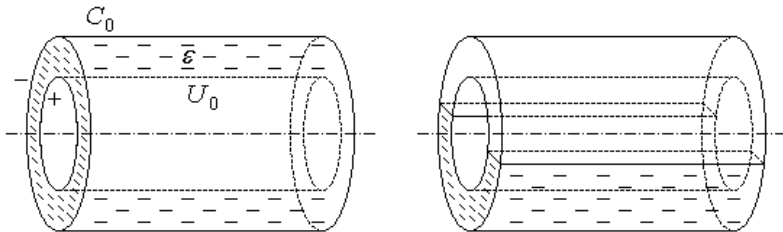
4. (200 б.) По обмотке длинного соленоида с радиусом сечения  $R$  и числом витков на единицу длины  $n$  течет переменный ток

$$i(t) = i_0 \sin \omega t.$$

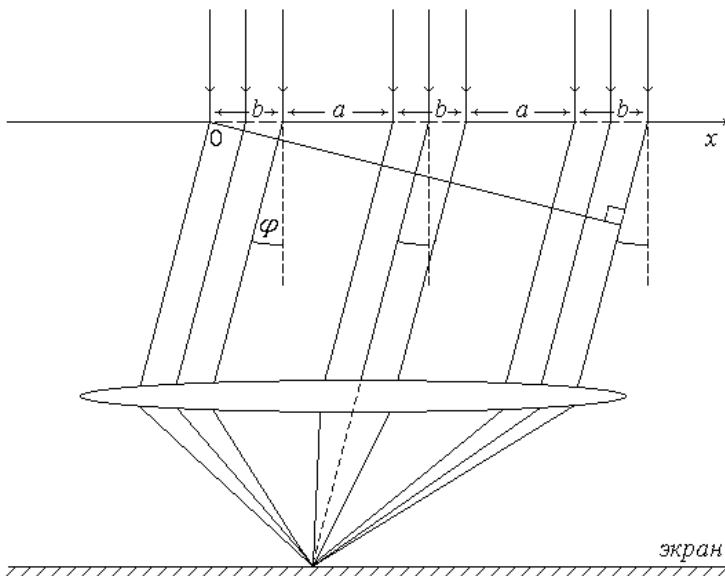
Найти напряженность электрического поля во всем пространстве как функцию времени и расстояния до оси соленоида  $r$ .



5. (210 б.) Цилиндрический конденсатор, наполненный жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , зарядили до разности потенциалов  $U_0$ . После отключения конденсатора от источника э. д. с. половина жидкости из конденсатора вытекла. Как при этом изменится энергия конденсатора, если его первоначальная емкость была равна  $C_0$ ? Конденсатор расположен горизонтально. Краевыми эффектами пренебречь.



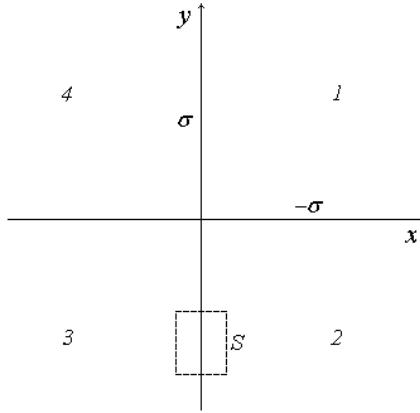
6. (230 б.) Рассмотреть дифракцию плоской монохроматической волны



на трех параллельных щелях ширины  $b$  каждая с расстоянием между щелями  $a = d - b$ . Излучение падает на плоскость щелей по нормали. Длина волны  $\lambda$ . Найти угловое распределение интенсивности излучения. Найти положение дифракционных минимумов.

## Решения

1. Направим оси декартовых координат  $x$  и  $y$  вдоль плоскостей перпендикулярно линии их пересечения. Выделим объем в виде прямого параллелепипеда с площадью оснований  $S$ , параллельных плоскости, заряженной с плотностью заряда  $\sigma$  (здесь используются свойства симметрии: плоскость безграничная и равномерно заряжена).



По теореме Гаусса имеем

$$2\varepsilon_0 |E_x| S = \sigma S,$$

откуда находим

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{sign}(x).$$

Аналогично найдем вклад в напряженность поля другой пластины:

$$E_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{sign}(y).$$

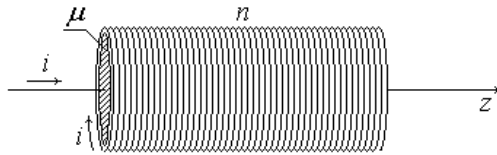
В результате в области  $1$  вектор напряженности электрического поля равен

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (\vec{i} + \vec{j}).$$

В других областях будем иметь

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(\vec{i} - \vec{j}), \quad \vec{E}_3 = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}(\vec{i} + \vec{j}), \quad \vec{E}_4 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-\vec{i} + \vec{j}).$$

2. Пренебрежем краевыми эффектами. Тогда можно будет считать, что магнитное поле представляет собой суперпозицию полей бесконечно длинного прямого провода и бесконечно длинной катушки (см. рисунок).



В полярных координатах внутри катушки ( $r < R$ ) будем иметь для провода

$$B_\varphi = \frac{\mu\mu_0 i}{2\pi r}$$

и для катушки

$$B_z = \mu\mu_0 ni.$$

Таким образом, при  $r < R$  величина магнитной индукции равна

$$B = \mu\mu_0 i \sqrt{n^2 + 1/(2\pi r)^2}.$$

Вне катушки ( $r > R$ ) для провода будем иметь магнитную индукцию

$$B_\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

и для катушки

$$B_z = 0.$$

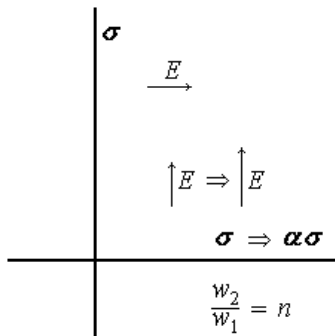
Таким образом, при  $r > R$  величина магнитной индукции равна

$$B = B_\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$$

3. Величина напряженности электрического поля, создаваемого одной заряженной пластиной, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

При этом вектор напряженности перпендикулярен пластине.



В силу принципа суперпозиции величина напряженности поля двух взаимно перпендикулярных одинаково заряженных пластин равна

$$E_1 = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

После увеличения плотности заряда на одной из пластин в  $\alpha$  раз напряженность поля будет иметь значение

$$E_2 = \frac{\sqrt{\alpha^2 + 1}\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Плотность электрического поля равна

$$w = \frac{1}{2} \vec{E}\vec{D} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2.$$

По условию плотность энергии поля возрастает в  $n$  раз при увеличении плотности заряда на одной из пластин. В результате получаем равенство:

$$\frac{w_2}{w_1} = \left( \frac{E_2}{E_1} \right)^2 = \frac{\alpha^2 + 1}{2} = n.$$

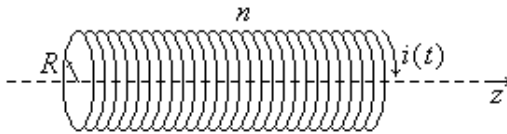
Из него находим

$$\alpha = \sqrt{2n - 1}.$$

4. Для того чтобы найти напряженность электрического поля в пространстве воспользуемся одним из основных уравнений электромагнитной теории Максвелла:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

В столь общей форме интеграл в левой части берется по произвольному замкнутому контуру, в правой части – по произвольной поверхности, опирающейся на этот контур. Если в приведенном уравнении магнитная индукция известна во всем пространстве, то, выбирая подходящий контур, получаем возможность найти во всем пространстве напряженность электрического поля.



В решаемой здесь задаче (см. рисунок) выберем контур прямоугольной формы, лежащий в одной плоскости с осью соленоида; две стороны этого контура параллельны оси соленоида, а две перпендикулярны оси. Применим теорему о циркуляции:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum i.$$

Если выбранный контур находится вне соленоида ( $r > R$ ), ток через данный контур отсутствует, и это служит основанием считать, что магнитная индукция вне соленоида равна нулю:

$$B = 0 \text{ при } r > R.$$

Если контур выбрать так, что одна из параллельных оси соленоида сторон находится внутри последнего (при  $r < R$ ), а другая – вне соленоида (контур также лежит в одной плоскости с осью соленоида), то получим

$$B = \mu_0 n i = \mu_0 n i_0 \sin \omega t \text{ при } r < R.$$

Найдем теперь напряженность электрического поля в пространстве. Контур выберем в плоскости, перпендикулярной оси соленоида, в виде окружности с центром на оси. При  $r < R$  имеем по приведенному выше одному из основных уравнений электромагнитной теории Максвелла:

$$E 2\pi r = -\mu_0 n i_0 \omega \cos \omega t \cdot \pi r^2,$$

откуда находим

$$E = -\frac{1}{2} \mu_0 n i_0 \omega r \cos \omega t \text{ при } r < R.$$

При  $r > R$  имеем

$$E 2\pi r = -\mu_0 n i_0 \omega \cos \omega t \cdot \pi R^2,$$

откуда находим

$$E = -\frac{1}{2} \mu_0 n i_0 \omega \frac{R^2}{r} \cos \omega t \text{ при } r > R.$$

5. После отключения конденсатора от источника э. д. с. часть жидкого диэлектрика вытекла. Однако заряд при этом сохранился, но произошло его перераспределение между половинами каждой обкладки. В соответствии с обозначениями на рис. 5 (на рис. 5,б показан вид с торцевой стороны) имеем

$$q_1 + q_2 = q = C_0 U_0.$$

Чтобы найти заряды  $q_1$  и  $q_2$ , воспользуемся теоремой Гаусса. В качестве контрольной выберем поверхность, цилиндрическая часть которой радиуса  $r$  находится в диэлектрике, а плоская совпадает с плоскостью симметрии (на рис. 5,б эта поверхность показана штриховой линией). Будем пренебрегать краевыми эффектами, в том числе на поверхности разделяющий диэлектрик и воздух. В этом приближении напряженность электрического поля в каждой точке пространства будет перпендикулярна соответствующей цилиндрической поверхности.

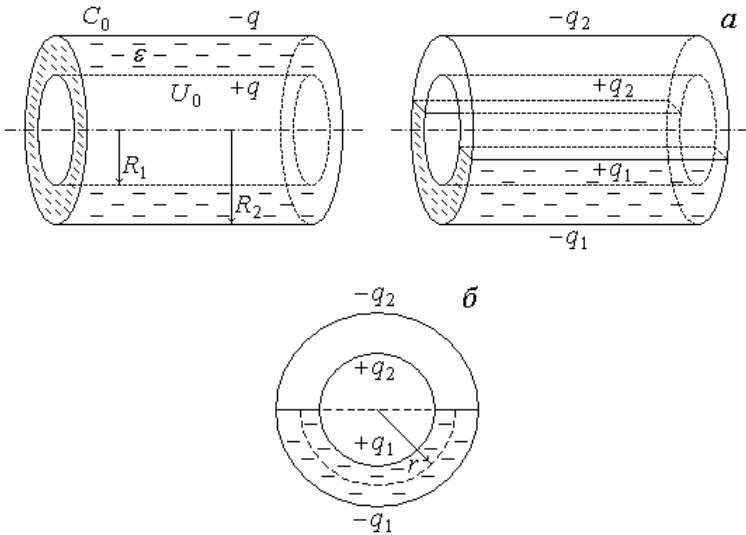


Рис. 5.

Итак, имеем

$$\epsilon \epsilon_0 E_1 2\pi r a = q_1,$$

откуда находим

$$E_1 = \frac{q_1}{2\pi \epsilon \epsilon_0 a r}.$$

Здесь учтено, что внутри цилиндра радиуса  $R_1$  напряженность поля равна нулю ( $a$  – длина конденсатора).



Аналогично для подобной же поверхности, расположенной в воздушной части конденсатора, найдем

$$E_2 = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 ar}.$$

Вектор напряженности на границе раздела “диэлектрик-воздух” лежит в плоскости раздела. Поскольку касательная компонента напряженности непрерывна на границе областей, то из равенства

$$E_1 = E_2$$

получаем

$$q_1 = \epsilon q_2.$$

Решаем два уравнения относительно зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находим эти заряды:

$$q_1 = \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} C_0 U_0, \quad q_2 = \frac{1}{\epsilon + 1} C_0 U_0.$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора равна

$$U_1 = U_2 = U = \int_{R_1}^{R_2} E_1 dr = \frac{q_1}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} U_0,$$

где учтено, что первоначальная емкость конденсатора равна

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 a}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Конечная емкость конденсатора определяется из соотношения

$$CU = q = C_0 U_0.$$

Энергия конденсатора находится по формуле

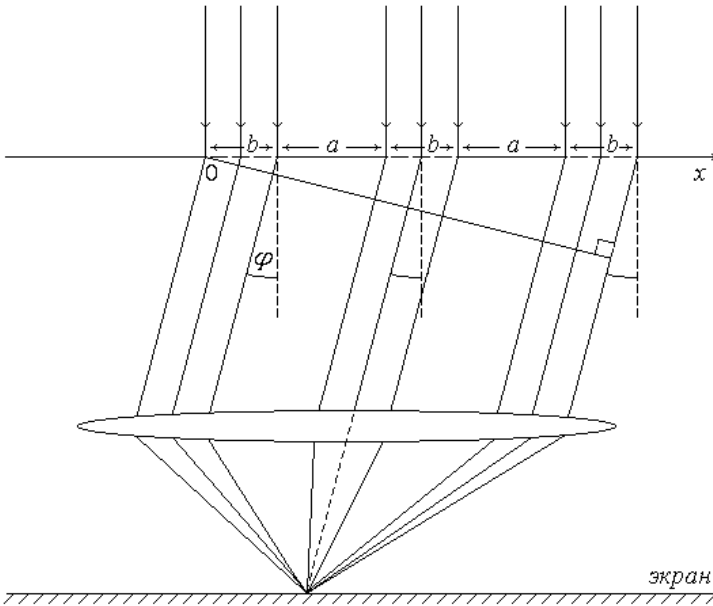
$$W = \frac{1}{2}CU^2.$$

Изменение энергии в результате вытекания части диэлектрика равно

$$\Delta W = \frac{1}{2}CU^2 - \frac{1}{2}C_0U_0^2 = \frac{1}{2}C_0U_0^2 \left( \frac{CU^2}{C_0U_0^2} - 1 \right) = \frac{1}{2}C_0U_0^2 \left( \frac{U}{U_0} - 1 \right) =$$

$$= \frac{\varepsilon - 1}{2(\varepsilon + 1)} C_0U_0^2.$$

**6.** В непрозрачной перегородке (см. рисунок) три одинаковые параллельно расположенные щели. На них по нормали падает волна с плоским фронтом. Волны, распространяющиеся от каждой из щелей, в результате взаимной интерференции усиливают дифракционные максимумы, соответствующие одной щели, и дают дополнительные экстремумы интенсивности освещения экрана.



Суммарная волна за щелью имеет вид:

$$\begin{aligned}
A &= A_0 \frac{1}{b} \exp(i\omega t) \int_0^b \exp(-ikx \sin \varphi) dx (1 + \exp(-ikd \sin \varphi) + \exp(-2ikd \sin \varphi)) = \\
&= A_0 \frac{\sin(kb/2 \cdot \sin \varphi)}{kb/2 \cdot \sin \varphi} (\exp(ikd \sin \varphi) + 1 + \exp(-ikd \sin \varphi)) \times \\
&\times \exp(i(\omega t - k(d + b/2) \cdot \sin \varphi)) = A_0 \frac{\sin(kb/2 \cdot \sin \varphi)}{kb/2 \cdot \sin \varphi} (2 \cos(kd \sin \varphi) + 1) \times \\
&\times \exp(i(\omega t - k(d + b/2) \cdot \sin \varphi)).
\end{aligned}$$

Амплитуда этой волны равна

$$\begin{aligned}
A_m &= A_0 \frac{\sin(kb/2 \cdot \sin \varphi)}{kb/2 \cdot \sin \varphi} (2 \cos(kd \sin \varphi) + 1) = \\
&= A_0 \frac{\sin(kb/2 \cdot \sin \varphi)}{kb/2 \cdot \sin \varphi} \frac{\sin(3kd/2 \cdot \sin \varphi)}{\sin(kd/2 \cdot \sin \varphi)}.
\end{aligned}$$

Угловое распределение интенсивности волны имеет вид:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\pi b / \lambda \cdot \sin \varphi)}{(\pi b / \lambda \cdot \sin \varphi)^2} \frac{\sin^2(3\pi d / \lambda \cdot \sin \varphi)}{\sin^2(\pi d / \lambda \cdot \sin \varphi)}.$$

Минимумы для одной щели:

$$b \sin \varphi = m \lambda, m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Добавочные минимумы:

$$3d \sin \varphi = m \lambda, m = \pm 1, \pm 2; \pm 4, \pm 5; \dots$$

### Экзамен 3

1. (25 б.) Шар радиуса  $R$  заряжен с плотностью заряда  $\rho(r) = kr$ , где  $k$  – константа,  $r$  – расстояние до центра шара. Найти напряженность электрического поля и потенциал во всем пространстве.

2. (25 б.) Может ли магнитная индукция в вакууме зависеть от координат следующим образом:

$$\text{а) } \vec{B}(x, y, z) = \alpha(x\vec{i} + 2y\vec{j} + 8z\vec{k}); \quad \text{б) } \vec{B}(x, y, z) = \alpha(x\vec{i} + 2y\vec{j} - 3z\vec{k})?$$

Здесь  $\alpha$  – константа,  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты декартовой системы координат. Если может, то рассчитать распределение плотности тока в пространстве.

3. (25 б.) Однородный проводящий стержень массы  $m$  и длины  $l$  висит в поле тяжести, касаясь кольцевого электрода. В пространстве создали однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости вращения стержня. По стержню пропустили ток силы  $i$ . На какой угол  $\varphi$  стержень отклонится?

4. (25 б.) Две плоские поляризованные в одной плоскости монохроматические волны с длиной волны  $\lambda$ , угол между направлениями распространения которых  $\varphi \ll 1$ , падают почти нормально на экран. Показать, что на экране расстояние между соседними интерференционными максимумами  $\Delta = \lambda/\varphi$ .

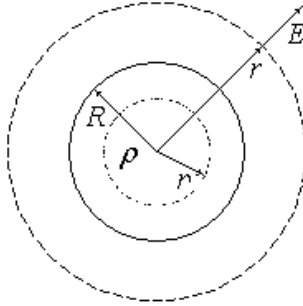
### Решения

1. Задача обладает сферической симметрией. Это позволяет выбрать в качестве контрольной поверхности сферу радиуса  $r$ . Применение теоремы Гаусса при  $r < R$  (см. рисунок) дает

$$\varepsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi k \frac{1}{4} r^4,$$

откуда находим:

$$E(r) = \frac{k}{4\varepsilon_0} r^2 \quad \text{при } r < R.$$



Аналогично, выбирая в качестве контрольной поверхности сферу радиуса  $r > R$  и применяя теорему Гаусса, получим:

$$\varepsilon_0 E(r) 4\pi r^2 = \int_0^R \rho(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi k \frac{1}{4} R^4,$$

откуда имеем

$$E(r) = \frac{kR^4}{4\varepsilon_0 r^2} \quad \text{при } r > R.$$

Потенциал электрического поля будем находить, начиная с наружной области. При этом полагаем, что на бесконечности он равен нулю  $\varphi(\infty) = 0$ . Тогда по формуле

$$\varphi(r) = \varphi(\infty) - \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{kR^4}{4\varepsilon_0} \frac{1}{r} \quad \text{при } r > R.$$

На границе областей потенциал непрерывная функция координат. Поэтому во внутренней области имеем:

$$\varphi(r) = \varphi(R) - \int_R^r E(r) dr = \frac{k}{12\varepsilon_0} (4R^3 - r^3) \quad \text{при } r \leq R.$$

2. Вектор магнитной индукции должен удовлетворять уравнению:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Это одно из уравнений Максвелла. В декартовых координатах оно имеет вид:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Проверяем для случая а):

$$\vec{B}(x, y, z) = \alpha(x\vec{i} + 2y\vec{j} + 8z\vec{k}); \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \alpha(1 + 2 + 8) \neq 0.$$

Магнитная индукция не может зависеть от координат подобным образом.

Проверяем для случая б):

$$\vec{B}(x, y, z) = \alpha(x\vec{i} + 2y\vec{j} - 3z\vec{k}); \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \alpha(1 + 2 - 3) = 0.$$

Магнитная индукция может зависеть от координат подобным образом.

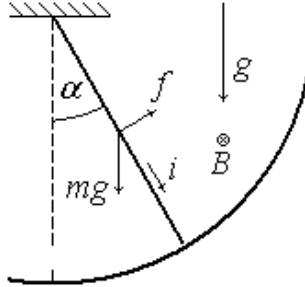
Рассчитаем для этого случая распределение плотности тока  $\vec{\rho}_i$  в пространстве:

$$\begin{aligned} \vec{\rho}_i = \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{\mu_0} \left( \vec{i} \left( \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \right) = 0. \end{aligned}$$

**3.** На элемент  $d\vec{l}$  проводника с током в магнитном поле по закону Ампера действует сила

$$d\vec{f} = i[d\vec{l} \times \vec{B}].$$

В решаемой здесь задаче магнитное поле перпендикулярно проводнику, а действующая на него сила перпендикулярна и полю, и проводнику. Момент этой силы относительно точки подвеса стержня приводит к его повороту. На проводник действует также сила тяжести, вдоль него – упругая сила.



Моменты силы тяжести и силы Ампера уравновешивают друг друга при повороте на некоторый угол. Момент упругой силы равен нулю. Сила тяжести и суммарная сила Ампера приложены в одной точке (в середине стержня). Поэтому имеем

$$mg \frac{1}{2} l \sin \alpha = ilB \frac{1}{2} l.$$

Из этого равенства находим

$$\sin \alpha = \frac{iB}{mg}.$$

4. Рассмотрим распространение волн вдоль биссектрисы угла между волновыми векторами. Пусть это будет направление оси  $x$ . Обе волны имеют одинаковое по величине волновое число и одинаковую амплитуду. Будем считать, что они имеют и одинаковую начальную фазу. Электрические векторы в этом случае имеют вид:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \exp(i(\omega t - k(x \cos(\varphi/2) - y \sin(\varphi/2))))),$$

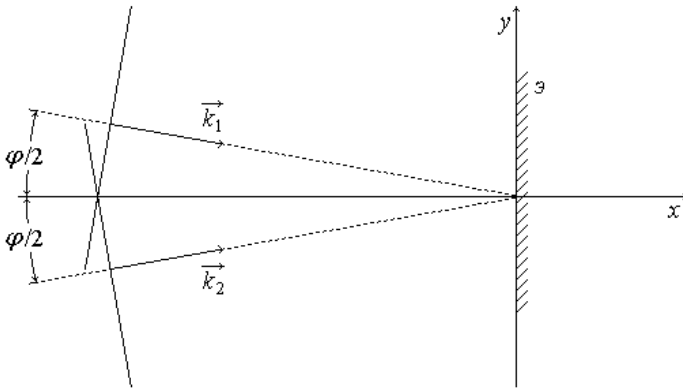
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \exp(i(\omega t - k(x \cos(\varphi/2) + y \sin(\varphi/2)))).$$

Суммарное электрическое поле определяется вектором

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (\vec{E}_{01} \exp(iky \sin(\varphi/2)) + \vec{E}_{02} \exp(-iky \sin(\varphi/2))) \times \exp(i(\omega t - kx \cos(\varphi/2))).$$

Вычислим квадрат модуля этого вектора:

$$\begin{aligned} \left| \vec{E} \right|^2 &= \vec{E} \vec{E}^* = \\ &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} (\exp(i2ky \sin(\varphi/2)) + \exp(-i2ky \sin(\varphi/2))) = \\ &= 2E_0^2 (1 + \cos(2ky \sin(\varphi/2))). \end{aligned}$$



Полученная величина определяет интенсивность излучения на экране. Максимум интенсивности наблюдается, когда выполняется условие:

$$2ky \sin(\varphi/2) = 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \dots$$

Расстояние между соседними интерференционными максимумами равно

$$\Delta = \frac{\lambda}{2 \sin(\varphi/2)} = \frac{\lambda}{\varphi}.$$



## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Пуртов П. А., Замураев В. П. Учебно-методический комплекс. Физика. Электродинамика. Новосибирск, НГУ, 2011.
2. Замашиков В. В., Пуртов П. А. Электростатика. Новосибирск, НГУ, 2012.
3. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями по электродинамике: ч.1-3. Электричество: учеб. пособие. -Новосибирск: Новосиб. гос. ун - т, 2011.
4. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями по электродинамике: ч.4 - 6. Магнетизм. Начало оптики: учеб. пособие. - Новосибирск: Новосиб. гос. ун - т, 2011.
5. Замураев В. П., Калинина А. П. Задачи с решениями контрольных работ по электродинамике: учеб. пособие. -Новосибирск: Изд - во НГУ, 2013.
6. Савельев И. В. "Курс общей физики, т.2", М.: Наука, 1977.
7. Сивухин Д. В. "Общий курс физики, т.2", М.: Наука, 1983.

б) дополнительная литература:

1. Иродов И.Е. "Основные законы электромагнетизма", М.: Высшая школа, 1991.
2. Матвеев А.Н. «Электричество и магнетизм», М.: Высшая школа, 1983
3. Парселл Э. «Электричество и магнетизм», М.: Наука, 1975
4. Тамм И.Е. «Основы теории электричества», М.: Наука, 1989

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

- Персональные компьютеры, мультимедийный проектор, ноутбуки, экраны.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и с учетом рекомендаций ПроОП ВПО по направлению «020100 ХИМИЯ», квалификация (степень) «бакалавр», а также в соответствии с Образовательным стандартом высшего профессионального образования, принятым в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования Новосибирский национальный исследовательский государственный университет.

Авторы: Пуртов Петр Александрович, д.ф.-м.н., профессор кафедры общей физики и химической и биологической физики НГУ, зам. директора. ИХКТ СО РАН;

Замураев Владимир Павлович, доцент кафедры общей физики НГУ, снс ИТПМ СО РАН;

Рецензент Калинина Анна Павловна, доцент кафедры общей физики НГУ, снс ИТПМ СО РАН;

**УМК рассмотрен и одобрен на заседании кафедры общей физики ФФ «22» августа 2014 года**

Заведующий кафедрой общей физики ФФ НГУ

д.ф.-м.н., проф.



А. Г. Погосов